

Impulsive Noise Reduction by Use of M-Transform

○正 原田 博之 (熊本大)
山口 晃生 (熊本大)

柏木 潤 (熊本大)
正 大淵 慶史 (熊本大)

Hiroshi HARADA, Hiroshi KASHIWAGI, Teruo YAMAGUCHI
and Yoshifumi OHBUCHI, Kumamoto University

In this paper, the authors propose a new method for impulsive noise reduction by use of M-transform. A single pulse is converted into a small-amplitude M-sequence by M-transform. M-transform of white noise is also a random signal. Thus, these two different kinds of noise become small-amplitude random signals through M-transform. These small-amplitude random signals can be removed by use of some low-pass filter.

Key Words: signal processing, M-sequence, M-transform, noise reduction

1 まえがき

筆者等は M 系列信号を基にした新たな信号の変換である M 変換を提案し、その性質および線形系の同定への応用について述べた¹⁾。本研究は、M 変換の性質を利用して、信号に含まれるインパルス状雑音および白色雑音を除去する方法を提案するものである。

信号中に含まれる雑音の除去に関しては、様々なフィルタが提案されているが、インパルス状雑音および白色雑音の両方を良好に除去するものは数少ない²⁾。本論文ではまず、文献 1) で提案された M 変換について簡単にふれる。つぎに、新たに提案する M 変換による雑音除去方法について述べる。最後に、提案する方法が有効であることをシミュレーションおよび AFM 信号に適用することにより確認する。

2 M 変換とその性質

文献 1) で提案した M 変換は以下のようなものである。ガロア体 $GF(2)$ 上で定義された n 次原始多項式 $f(x)$ より発生した M 系列信号 $\{a_i\}$ とし、系列 $\{m_i\}$ は式 (1) のように定義すると、その自己相関関数 $\phi_{mm}(k)$ は式 (2) となる³⁾。

$$m_i = (-1)^{a_i} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \phi_{mm}(k) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} m_{i-k} m_i \\ &= \begin{cases} 1 & (k=0, N, 2N, \dots) \\ -\frac{1}{N} & (\text{otherwise}) \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $N = 2^n - 1$ は n 次 M 系列の周期である。また、式 (2) は M 系列の擬直交性¹⁾ と呼ばれる性質である。

M 変換は、この 2 値系列 $\{m_i\}$ を用いて以下のように定義される。まず、 $N \times N$ の行列 M_i を式 (3) のように構成する。

$$M_i = \begin{bmatrix} m_i & m_{i-1} & \dots & m_{i-N+1} \\ m_{i+1} & m_i & \dots & m_{i-N+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{i+N-1} & m_{i+N-2} & \dots & m_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

つぎに、時間信号 $x(t)$ を一定のサンプリング間隔 Δt 毎にサンプルした時系列信号を $x(i)$ とし、時間信号 X_i は式 (4) のように定義する。

$$X_i = (x(i), x(i+1), \dots, x(i+N-1))^T \quad (4)$$

このとき、時系列信号 $\{x_i\}$ の M 変換 A は次式のように定義され¹⁾、式 (6) により一意に決定される¹⁾。

$$X_i = M_i A \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A &= (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{N-1})^T \\ &= (M_i^T M_i)^{-1} M_i^T X_i \end{aligned} \quad (6)$$

また、M 系列 $\{m_i\}$ と $\{x_i\}$ の相互相関関数 $\phi_{mx}(k)$ と係数 α_k の間には式 (7) のような関係が成り立つ¹⁾。

$$\alpha_i = \frac{N+1}{N} (\phi_{mx}(k) - \mu) \quad (7)$$

式 (7) において、 μ は時系列信号 $\{x_i\}$ の平均値である。

3 M 変換を用いる雑音除去法

本研究では、前述の M 変換を用いてインパルス状雑音と白色雑音の両方を除去する方法を提案する。まず、単一インパルスからなるインパルス状雑音 $X_p(i)$ を式 (8) のように表す。

$$X_p(i) = (0, 0, \dots, p_j, 0, \dots, 0)^T \quad (8)$$

式 (6) より、このインパルス状雑音 $X_p(i)$ の M 変換 A_p の要素 α_{pi} は次式のように表される。

$$\alpha_{pi} = \frac{1}{N+1} (m_{i+j} - 1) p_j \quad (9)$$

式 (9) より、インパルス状雑音に M 変換を施すことにより、これを小振幅の M 系列信号に変換することができる。一方、白色雑音 $\sigma(i)$ は M 系列信号とは無相関であるため、式 (7) より、その M 変換 A_σ は、やはり小振幅の不規則信号となる。上記の結果より、M 変換を行うことにより、インパルス雑音と白色雑音を小振幅の不規則信号に変換することができる。したがって、雑音を含む信号 $\{x_i\}$ に対して M 変換を行い、得られた信号 $\{\alpha_i\}$ に M 変換された領域上で適当なフィルタをかけることにより、雑音を除去することができる。最後に雑音除去後の信号を逆 M 変換することによ

り、インパルス状雑音および白色雑音が除去された信号が得られる。

4 シミュレーションの結果

提案した方法によりインパルス状雑音と白色雑音の除去が可能であることを確認するため、シミュレーションを行った。まず、Fig. 1 にインパルス雑音と白色雑音を付加した信号 $\{x(i)\}$ を示す。Fig. 2 は信号 $\{x(i)\}$ の M 変換 $\{\alpha_i\}$ である。図より、時間信号 $\{x(i)\}$ に含まれていたインパルス雑音が小振幅の不規則信号に変換されていることがわかる。この M 変換から低域通過フィルタを用いて雑音を除去し、得られた信号を逆 M 変換して得られた信号を Fig. 3 に示す。ここで、低域通過フィルタとして、小振幅雑音を除去するために ϵ -分離フィルタ⁴⁾を使用している。図より、インパルス雑音および白色雑音が除去されていることがわかる。

5 AFM 信号への適用

原子間力顕微鏡 (AFM) は金属表面のプロファイルをナノメートルオーダで計測することができるが、走査速度が大きくなるとインパルス状雑音が発生する。そこで、提案した方法を原子間力顕微鏡 (AFM) 信号中に含まれるインパルス状雑音の除去に適用した。Fig. 4 はインパルス状雑音を含む AFM 信号であり、Fig. 5 は提案する方法により雑音除去した後の信号である。両者を比較すると、提案した方法によりインパルス状雑音が除去されていることがわかる。

6 あとがき

本研究では、M 変換の性質を利用して、信号に含まれるインパルス状雑音および白色雑音を除去する方法を提案し、シミュレーションにより、雑音除去が可能であることを示した。

参考文献

- 1) 柏木, 劉, 原田, 山口: M 変換の性質と同定への応用, 計測自動制御学会論文集, 34-12, 1785/1790 (1998)
- 2) 榎安, 田口: 非線形デジタル信号処理, 朝倉書店 (1999)
- 3) 柏木: M 系列とその応用, 昭晃堂, (1996)
- 4) 原島, 小田島, 鹿喰, 宮川: ϵ -分離非線形デジタルフィルタとその応用, 電子通信学会誌, J65-A-4, 297-304, (1982)

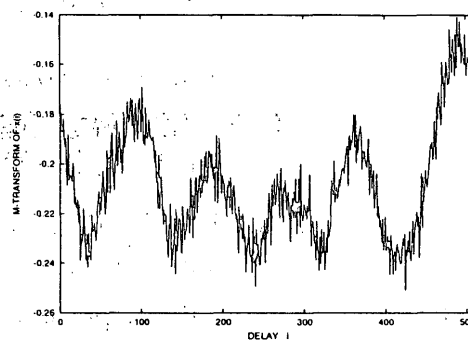


Fig. 2: M-transform of $\{x(i)\}$

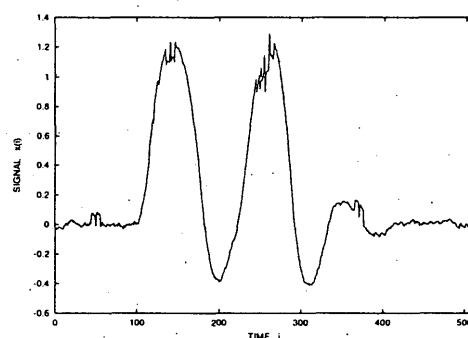


Fig. 3: Reconstructed signal

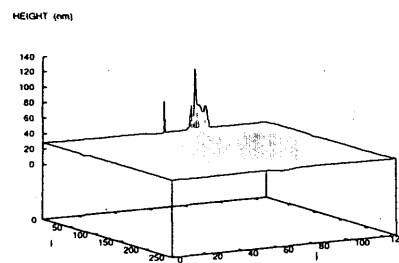


Fig. 4: AFM signal including impulsive noise

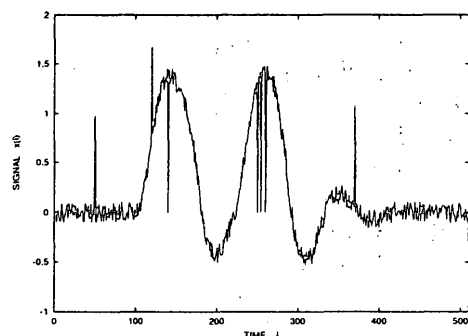


Fig. 1: Original signal $\{x(i)\}$

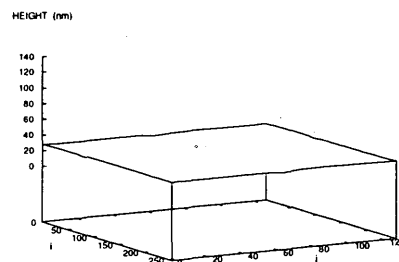


Fig. 5: AFM signal after noise reduction