

衝撃のあるマニピュレータシステムに対する 動的パラメータ表現にもとづく追従制御手法*

公文 誠^{*1}, 足立 紀彦^{*2}

Path Following Control Based on Dynamic Parametrization for Manipulator with Impact

Makoto KUMON^{*3} and Norihiko ADACHI^{*3} Department of Mechanical Engineering and Materials Science, Kumamoto University,
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

It is important in practice use for robots to contact an object or environment around the robot. At the moment of the contact, an impulsive force, or impact, may cause a discontinuous change of the state of the robot. Since the impact strongly depends on the configuration of the robot at the moment of the contact, the precise control of the configuration of the robot is needed. Authors have proposed a path following control method based on dynamic parametrization, that makes the robot follow the desired path efficiently. In this paper, the above method is applied to a manipulator system with impact. And it is shown that this controller with high feedback gain can stabilize the system with impact. Results of computer simulations validate this result.

Key Words: Manipulator, Measurement and Control, Stability, Impact, Path Following, Dynamic Parametrization

1. はじめに

コップを手取る, 字を書くために鉛筆を紙に押し当てる, ピアノを演奏するために鍵盤を叩く. このように非接触の物体同士を接触させる動作, あるいは逆に接触した物体を非接触の状態にする動作は, 人間が日常生活を送る上で不可欠である. 同様にロボットが複雑で多彩な動作を行うためには, ロボットを取り巻く環境や把持対象の物体などと接触・非接触を繰り返す能力が必要となると考えられる. この能力を実現するためには, 接触・非接触のダイナミクスを考慮した制御が必要である. 複数の物体が互いに接触して運動するシステムのダイナミクスは個々の物体のダイナミクスと接触の拘束によって表現され⁽¹⁴⁾, 例えば Hemami⁽⁵⁾はロボットに加わる拘束の数が動的に変化する場合のモデルを定式化している. ところで拘束のない状態で運動していた物体が, 運動の途中で拘束を受けるようになった場合を考えると, 拘束が発生する時刻において不連続な状態の変化が生じることがある^{(1) (2) (11)}.

例えば非接触の複数の物体が相対速度を持って衝突をすると, 瞬間的に速度が変化する. 従って, 環境や物体との接触を伴う作業をロボットに行わせるためには不連続な状態の変化を考慮した制御が必要となる. 以下衝突の影響を衝撃と呼ぶことにする.

ロボットの制御において衝撃を考慮した研究を大別すると, 1) 積極的に衝撃を利用する研究, 2) 衝撃を小さくする研究, 3) 衝撃は環境から印加されるものと考えてその効果を調べた研究に分類することができる. 1) の立場では Huang⁽⁶⁾がマニピュレータの先に取り付けられた特殊な手先効果器によって対象物に衝撃を与え, 対象物の位置決め制御を行う方法を提案している. ただし, マニピュレータに働く衝撃の反作用は考慮されていない. Choら⁽³⁾はインパルス状の入力を繰り返すことで制振制御を行っている. また 2) では, Kövecses⁽⁷⁾がマニピュレータを用いて移動体を捕獲する際に発生する衝撃を緩和する目標軌道の計画法を提案している. Nenchevら⁽⁹⁾は無重力空間で人工衛星が対象物を捕獲した際に生じる衝撃を調べている. これらの方法はロボットが拘束面に接触する際, 接触部位と拘束面の相対速度を十分に小さくし, ロボットへの衝突の影響を小さくすることを考える方法と言える. 3) は繰り返し入力されるインパルス入力に対しての系の応答を考えるものである. 歩行運動は脚を切り替え

* 原稿受付 2001年5月1日.

^{*1} 熊本大学工学部(☎860-8555 熊本市黒髪2-39-1).^{*2} 京都大学大学院情報科学研究科システム科学(☎606-8501 京都市左京区吉田本町).

E-mail: kumon@gpo.kumamoto-u.ac.jp

るたびにインパルスが加えられる運動であり、3) の立場から解析が行われている。Seoら⁽¹⁰⁾は、歩行運動において床面と遊脚先端の接触が生じる衝撃を考慮し、ロバスタな歩行パターンの生成方法を与えている。また Grizzle⁽⁴⁾は歩行時の衝撃を考慮して歩行運動の安定性をポアンカレ面を用いて考察した。

2) の手法は軌道計画の段階において有効であると考えられる。しかしながら、実際のシステムでは外乱や誤差などが存在し、衝突が生じる時刻や衝突時のロボットの状態を事前に予想することは難しい。拘束面の近くにおいてロボットと拘束面の相対速度を小さくする方法では、拘束面の付近にロボットが滞在する時間が長くなり、予期していない衝突を生む可能性がある。従って環境と接触を行うタスクを考える場合、衝突の発生することを許容する制御を用いることが現実的であり、本論文では衝撃に対する一定の先見情報が与えられたものとしてシステムの安定性を解析するという 3) の立場を取ることにする。

以下本論文では「経路」とは空間的な形状で時間に依らないロボットの動きをあらわし、時間の関数となるロボットの状態は「軌道」と呼んで区別することにする。さて、把持などのタスクでは環境との衝突を伴う目標経路に沿ってロボットを動かすこととなる。特に接触はロボットと被接触物体との相対的な位置関係によって決まるので、ロボットの軌道よりも経路を適切に制御すること(経路追従制御)が必要である。また、衝突の瞬間の直前、直後ではロボットの姿勢は変化しないことが多いので適切な経路追従制御を行うことで衝突による悪影響を抑制できる可能性がある。著者らはこれまでに経路を重視したマニピュレータの経路追従制御手法として、動的パラメータを用いて所望の経路を表現し(Dynamic Parametrization:以下 DP)、この経路にロボットを追従させる制御手法⁽¹³⁾⁽⁸⁾⁽¹²⁾を提案してきた。そこで本論文ではマニピュレータを制御対象に考え、DPにもとづいた経路追従制御法を繰り返し衝突を伴う系に適用する。また考察の結果、ゲインを大きくとることにより、衝撃のある系においても経路追従が可能であることを示す。

本論文の構成は以下の通りである。第2節で衝撃のあるロボットマニピュレータのダイナミクスを定式化する。第3節では動的パラメータ表現にもとづいた所望の経路にマニピュレータを追従させる制御手法を説明し、この手法によって制御された衝撃のある系の安定性を示す。この結果の妥当性を示すために計算機シミュレーションを行い(第4節)、第5節でまとめる。

2. 対象とするシステム

本論文では n 自由度のマニピュレータを考える。マニピュレータの状態は関節角などの姿勢とその速度によって与えられる。それぞれを $q \in R^n$, $\dot{q} \in R^n$ と表すことにする。ただし、 $\dot{\cdot}$ は時間による微分を表す。以下では可算回の衝突が生じると考え、衝突と衝突の間の時間区間のダイナミクスと衝突の時刻でのダイナミクスを組み合わせてモデル化する。また k 回目の衝突が発生した時刻を $t = t_k$ と表すことにする。

まず衝突と衝突の間の時間区間でのマニピュレータのダイナミクスを表す。

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad t \neq t_k \quad (1)$$

$M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $G(q)$ はそれぞれ慣性行列、コリオリや遠心力に関する行列、重力を表わし次の関係がある。

- $k_M \|p\|^2 \geq p^T M(q)p \geq k_m \|p\|^2 > 0 \quad p, q \in R^n$ を満足する正の k_M, k_m が存在する
- $r^T [M(q) - 2C(q, p)]r = 0 \quad p, q, r \in R^n$
- $\|C(q, p)r\| \leq k_c \|p\| \|r\| \quad p, q, r \in R^n$ を満足する正の k_c が存在する
- $\|G(q)\| \leq k_g \quad q \in R^n$ を満足する正の k_g が存在する

ただし $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを表す。

次に衝突のモデルを考える。高々可算回の衝突を考えているので次の仮定を置くことにする。

仮定

全ての自然数 k に対して $0 < l \leq t_{k+1} - t_k \leq m < \infty$ となる正定数 l, m が存在する。

本論文では衝突は次のモデルによって表現される場合を考える。

$$\begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} + g(q^-, \dot{q}^-) \quad t = t_k \quad (2)$$

$q^-, \dot{q}^-, q^+, \dot{q}^+$ はそれぞれ衝突の直前、直後の状態である。また、以下では衝撃直前直後の時刻を t_k^-, t_k^+ のように表すものとする。 A は $2n \times 2n$ の定数行列とし A の最大特異値を $\|A\|_M$ と表す。 $g(x, y)$ は不確かなダイナミクスを表す部分で、

$$\|g(x, y)\| \leq K_g (\|x\| + \|y\|) + \Delta \quad (3)$$

となる正の定数 K_g, Δ が存在すると仮定する。以上の式(1)(2)を合わせて対象システムのダイナミクスとする。

ここで、上記の衝突のモデルの具体例として回転関節から成るマニピュレータが Newton の反射律に従う衝突を起す場合を挙げておく。

衝突した部位から関節へのヤコビ行列を $J(q)$ と表し、衝突した点の速度を v と表すと、衝突の直前直後において

$$v^\pm = J(q)\dot{q}^\pm \quad (4)$$

である。衝突の点における v の法線方向成分とそれ以外の成分をそれぞれ v_n, v_t と表し、適当な座標で表わすと $v = (v_n, v_t^T)^T$ である。ここで、衝突が Newton の反射律に従う場合、反発係数を e と表すと

$$v^+ = \begin{pmatrix} -e & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} v^- \quad (5)$$

と表される。回転関節から成るマニピュレータのヤコビ行列の最大特異値の上限は有界と考えられる。この上限を $\|J\|_M$ と表す。また、ヤコビ行列の逆が存在すると仮定すると最小特異値の下限は 0 より大きく、これを $\|J\|_m$ と表す。一方、 q は衝突の瞬間は変化しないので $q^+ = q^-$ である。以上を整理すると

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & J^{-1} \begin{pmatrix} -e & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g_2(q^-, \dot{q}^-) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

を得る。ここで $A_{22} \in R^{n \times n}$ は適当な定数行列であり、最大特異値を $\|A_{22}\|_M$ とする。また

$$g_2(q^-, \dot{q}^-) = \left\{ J^{-1} \begin{pmatrix} -e & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} J - A_{22} \right\} \dot{q}^-$$

である。ところでヤコビ行列が可逆であると仮定しているので、 g_2 については

$$\|g_2\| \leq \left(\frac{\|J\|_M}{\|J\|_m} e + \|A_{22}\| \right) \|\dot{q}^-\| \quad (7)$$

である。式 (7) から式 (6) は衝突のモデル (2) に相当することがわかる。

また、姿勢について不連続な変化が発生する例として歩行ロボットが挙げられる。歩行ロボットのモデルでは支持脚の支持点を基準に関節座標を考えることがある。 k 歩目の支持脚の関節を q_{stand}^k 、遊脚の関節を q_{swing}^k とし、時刻 $t = t_{k+1}$ において $k+1$ 歩目になったとすると、遊脚と支持脚が入れ替わるので

$$\begin{pmatrix} q_{stand}^{k+1}(t_{k+1}^+) \\ q_{swing}^{k+1}(t_{k+1}^+) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{stand}^k(t_{k+1}^-) \\ q_{swing}^k(t_{k+1}^-) \end{pmatrix}$$

と表され、これも衝突のモデル (2) に含まれていることがわかる。

3. 目標軌道の動的パラメータ表現と経路追従制御

3.1 制御目的 本論文では目標経路として滑らかな閉曲線を考える。目標経路は曲線なので目標経路上の点は、1つのパラメータ $\phi \in [0, \Phi)$ を用いて $q_d(\phi)$ と表すことができる。ただし閉曲線について考えているので 0 と Φ を同一視する。経路追従制御の目的はロボットの姿勢を目標経路に追従させることなので、目標経路上の点をロボットの姿勢の目標とする。 ϕ を時間の関数とし、時刻 t における ϕ の値を $\phi(t)$ とする。特に $\phi(t)$ が

$$\dot{\phi}(t) = \omega(\phi(t)) + K_\phi (q(t) - q_d(\phi(t)))^T q_d'(\phi(t)) \quad (8)$$

の場合を考える (K_ϕ は正のスカラー定数)。ただし、 $'$ は $\phi(t)$ による微分を表す。このようにダイナミクスのあるパラメータによって経路を表示することを動的パラメータ表現 (dynamic parametrization) と呼ぶ⁽¹³⁾。経路追従制御の目的はロボットの姿勢 $q(t)$ を $q_d(\phi(t))$ に追従させる制御を行うことである。

一般的にはロボットは経路に沿って動くことも要求されるので、ロボットの速度の目標も定める必要がある。そこでスカラー関数 $\omega(\phi(t)) \neq 0$ を用いて、目標の速度を

$$v_d(t) \equiv q_d'(\phi(t))\omega(\phi(t)) \quad (9)$$

と定義する。ただし $\omega(\phi(t))$ は有界で微分可能とし、 $|\omega|_M \equiv \sup_{\phi \in [0, \Phi)} |\omega(\phi)|$ が存在するとする。

以上よりロボットの目標とする状態 $x_d(t)$ はダイナミクス式 (8) に従う $\phi(t)$ を用いて

$$x_d(t) = (q_d(\phi(t))^T, q_d'(\phi(t))^T \omega(\phi(t)))^T \quad (10)$$

となる。ここで、 $\omega(\phi(t)) \equiv 1, K_\phi = 0$ であれば、目標状態は単なる時間の関数となり従来法に一致する。

3.2 衝突の無い時間区間での経路追従 まず、衝突の発生しない時間区間 $t \in (t_k, t_{k+1})$ において考える。この場合、マニピュレータのダイナミクスは式 (1) で与えられる。前小節でロボットの目標とする状態 $x_d(t)$ が定義されたので、位置誤差 $\epsilon(t)$ 、目標速度からの誤差 (以下速度誤差) $\eta(t)$ をそれぞれ以下のように定義する。

$$\epsilon(\phi(t), t) \equiv q(t) - q_d(\phi(t)) \quad (11)$$

$$\eta(\phi(t), t) \equiv \dot{q}(t) - q_d'(\phi(t))\omega(\phi(t)) \quad (12)$$

目標速度が目標姿勢の時間微分と異なるため、速度誤差は位置誤差の時間微分ではなく、

$$\eta(\phi(t), t) = \dot{\epsilon}(t) + q_d'(\phi(t)) \left\{ \dot{\phi}(t) - \omega(\phi(t)) \right\} \quad (13)$$

という関係がある。

式 (11), (12) の誤差を用いてロボットへの入力 τ を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} \tau(t) = & M(q(t)) \frac{d}{dt} (q_d(\phi(t))' \omega(\phi(t))) \\ & + C(q(t), \dot{q}(t)) q_d'(\phi(t)) \omega(\phi(t)) + G(q(t)) \\ & - K_p \epsilon(\phi(t), t) - K_d \eta(\phi(t), t) \quad (14) \end{aligned}$$

$K_p = k_p I_n$ (I_n は $n \times n$ の単位行列, $k_p > 0$), K_d は正定対称行列である。 k_D, k_d をそれぞれ K_d の最大固有値, 最小固有値とする。

衝突が発生しない場合, 目標配位 $q_d(\phi(t))$ がダイナミクス式 (8) に従うとき, 入力 τ を式 (14) と与えることで経路制御が達成されることを保証する次の定理が成立する。

【定理 1】 ロボットシステム (1) に入力 (14) を与えれば $t \rightarrow \infty$ の時, 誤差の大きさ $\|\epsilon\|$ と $\|\eta\|$ は 0 に収束する。また, 初期誤差の範囲が既知であれば, 原点の任意の近傍へ任意の速さで指数収束させることができる。

(証明) (付録参照) \square

3.3 衝撃を考慮した場合 次に衝突 (2) について考える。以下, 初期時刻 $t = 0$ における誤差の範囲が既知であると仮定する。

まず次の非負関数を考える。

$$V(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \epsilon(t) \\ \eta(t) \end{pmatrix}^T \Lambda(\epsilon(t)) \begin{pmatrix} \epsilon(t) \\ \eta(t) \end{pmatrix} \quad (15)$$

ただし,

$$\Lambda(x) = \begin{pmatrix} K_p & \frac{\gamma}{1+\|x\|} M(x) \\ \frac{\gamma}{1+\|x\|} M(x) & M(x) \end{pmatrix} \quad (16)$$

であり, γ は十分に小さな正のスカラールとする (付録参照)。また, 先の定理の証明から Λ の固有値の上限と下限は有界であり (付録参照), ともに正である。以下それぞれを $\|\Lambda\|_M, \|\Lambda\|_m$ と表すことにする。

ここで $t \in (t_k, t_{k+1})$ の時間区間について考える。衝突の発生直後誤差が有界であったとすると, $V(t_k^+)$ も有界である。衝突が発生する時間間隔が少なくとも $l[s]$ あることを仮定していること, および上述の定理を考慮すると, 指数収束の速さを $\alpha_k > 0$ と表し, 漸近する近傍の半径を σ とすると

$$V(t_{k+1}^-) \leq V(t_k^+) \exp(-\alpha_k l) + \sigma \quad (17)$$

である。さらに式 (2) より

$$\begin{pmatrix} \epsilon(t_{k+1}^+) \\ \eta(t_{k+1}^+) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \epsilon(t_{k+1}^-) \\ \eta(t_{k+1}^-) \end{pmatrix} + \tilde{g}(\epsilon(t_{k+1}^-), \eta(t_{k+1}^-)) \quad (18)$$

であり簡単な計算から \tilde{g} についても g と同様に $K_{\tilde{g}}$ と $\tilde{\Delta}$ が存在することがわかる。

さて $t = t_{k+1}$ における衝突の前後での V の変化を計算すると

$$\begin{aligned} V(t_{k+1}^+) &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \epsilon^+ \\ \eta^+ \end{pmatrix}^T \Lambda(\epsilon^+) \begin{pmatrix} \epsilon^+ \\ \eta^+ \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left(A \begin{pmatrix} \epsilon^- \\ \eta^- \end{pmatrix} + \tilde{g}^- \right)^T \Lambda(\epsilon^+) \left(A \begin{pmatrix} \epsilon^- \\ \eta^- \end{pmatrix} + \tilde{g}^- \right) \\ &\leq \frac{\|\Lambda\|_M}{2} \left\{ \xi^2 \left\| \begin{pmatrix} \epsilon^- \\ \eta^- \end{pmatrix} \right\|^2 + 2\xi \tilde{\Delta} \left\| \begin{pmatrix} \epsilon^- \\ \eta^- \end{pmatrix} \right\| + \tilde{\Delta}^2 \right\} \\ &\leq \frac{\|\Lambda\|_M}{2} \left\{ \frac{\xi^2 V(t_{k+1}^-)}{\|\Lambda\|_m} + 2\xi \tilde{\Delta} \sqrt{\frac{V(t_{k+1}^-)}{\|\Lambda\|_m}} + \tilde{\Delta}^2 \right\} \quad (19) \end{aligned}$$

ただし

$$\xi = \|\Lambda\|_M + K_{\tilde{g}}$$

とする。また

$$\zeta = \max \left\{ \frac{\xi^2}{\|\Lambda\|_m}, \frac{2\xi \tilde{\Delta}}{\sqrt{\|\Lambda\|_m}} \right\}$$

とにおいて, $x \geq 0$ の時 $x + \sqrt{x} \leq 2x + 1$ であることを用いると, 式 (19) は

$$V(t_{k+1}^+) \leq \frac{\|\Lambda\|_M}{2} \left\{ \zeta (2V(t_{k+1}^-) + 1) + \tilde{\Delta}^2 \right\}$$

となる。さらに式 (17) より

$$V(t_{k+1}^+) \leq \kappa_1 V(t_k^+) + \kappa_0 \quad (20)$$

と変形できる。ただし,

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \zeta \|\Lambda\|_M \exp(-\alpha_k l) \\ \kappa_0 &= \frac{\|\Lambda\|_M}{2} (\zeta + \tilde{\Delta}^2 + \sigma) \end{aligned}$$

である。再び前節の定理より 初期誤差に関する情報を用いて α_k を任意に設定できるので $\kappa_1 < 1$ となるよう α_k を設定できる。この結果,

$$\begin{aligned} V(t_{k+1}^+) &\leq \kappa_1 V(t_k^+) + \kappa_0 \leq \dots \\ &\leq \kappa_1^k V(0) + \kappa_0 \frac{1 - \kappa_1^k}{1 - \kappa_1} \rightarrow \frac{\kappa_0}{1 - \kappa_1} \quad (k \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

となる。 $\frac{\kappa_0}{1 - \kappa_1}$ は衝突の直後によって瞬間的に発生する誤差に相当する。上記の結果は繰り返し発生する衝突によってシステムが発散することではなく, 衝突直後の誤差は適当な領域に漸近することを示す。

以上を定理の形でまとめる。

【定理 2】 システム (1)(2) に対して $t \neq t_k$ において適切なゲイン K_p, K_d を用いて入力 (14) を与える時, 衝突直後の V の値からなる点列 $\{V(t_k)\}$ は $V \leq \frac{\kappa_0}{1 - \kappa_1}$ となる領域に収束する。

(注意 1) α_k を十分に大きく設定することで $\kappa_1 < 1$ とすることができるが, α_k を大きくするには K_p, K_d をハイゲインに取ることになる.

(注意 2) 定理 1 から衝突と衝突の間で V が非増加であることが示されているので定理 1 と定理 2 を合わせて V が $V \leq \frac{\kappa_0}{1-\kappa_1}$ となる領域に収束することがわかる.

(注意 3) $\bar{\Delta} = 0$ の時, 式 (20) に相当する式は

$$V(t_{k+1}^+) \leq \kappa_1' V(t_k^+)$$

とでき κ_0 に相当する項はない. 従って $t \rightarrow \infty$ において $V \rightarrow 0$ を示すことができる.

4. シミュレーション

提案手法の妥当性を示すため, 図 1 に示すような 2 リンクマニピュレータの手先を壁に衝突させるタスクを考える. パラメータは表 1 に示す通りであり, 衝突の際, 手先は壁の法線方向に反発係数 0.8 で反射するものとした. マニピュレータの目標軌道は $\phi \in [0, 2)$ で定義される閉曲線で, 次式で与えられる.

- $\phi \in [0, 0.9) \cup (1.1, 2)$ の時

$$\begin{pmatrix} q_{d1}(\phi) \\ q_{d2}(\phi) \end{pmatrix} = -\frac{\pi}{4} \left| \cos\left(\frac{\pi}{2}\phi\right) \right| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$$

- $\phi \in [0.9, 1.1]$ の時

$$\begin{pmatrix} q_{d1}(\phi) \\ q_{d2}(\phi) \end{pmatrix} = -\frac{\pi}{4} f(\phi) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$$

ただし $f(\phi)$ は次を満足する ϕ の 4 次多項式である.

$$\begin{aligned} f(0.9) &= -\cos\left(\frac{0.9\pi}{2}\right), f'(0.9) = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{0.9\pi}{2}\right), \\ f(1.1) &= \cos\left(\frac{1.1\pi}{2}\right), f'(1.1) = -\frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{1.1\pi}{2}\right), \\ f(1.0) &= 0.01 \end{aligned}$$

この目標軌道に沿った所望の関節角を図 2 に示す. 一定の速度を持って壁と衝突することを実現するため, 目標の手先は壁をわずかに通り過ぎる滑らかな目標軌道となっている. マニピュレータの初期状態は $(q_1, q_2)^T = -\frac{\pi}{4}(1, 1)^T$ の姿勢で静止したものとする. またシミュレーションでは ϕ を式 (8) に沿って積分するので, ϕ は $[0, 2)$ の範囲を逸脱してしまうが, 得られた ϕ に対して 2 を法として剰余を取ることで目標軌道に必要な情報を得ることができる.

図 3 は $K_p = K_d = 25I, K_\phi = 10$ とした場合の手先の運動を示す. 横軸は ϕ の値であり, 時間に相当

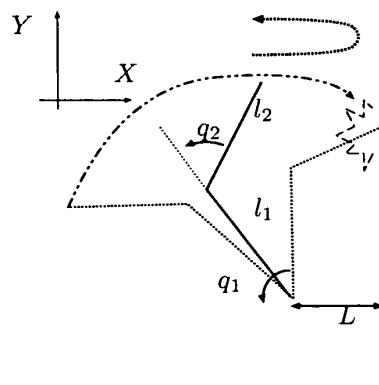


Fig. 1 Manipulator/Wall

Table 1 Parameters

	length [m]	mass [kg]	inertia [kgm ²]
link 1,2	1.0	1.2	0.1
L [m]	e	friction at collisions	$\omega(\phi)$
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0.8	none	1

する. 図中上側の曲線が Y 座標の値, 下側が X 座標の値, 破線が壁の位置を表しており, 確かに X が壁と衝突して反射していることがわかる. 前節での結果通り, 系全体が安定になっており目的とするタスクを十分に達成できている.

一方, ゲインが不適切であった場合, タスクが達成できない例を図 4 に示す. ここで $K_p = K_d = 0.5I, K_\phi = 10$ とし, 図 4 は縦軸が関節角 $q_1, q_2[\text{rad}]$, 横軸が時間 $t[\text{s}]$ を表す. 所望の関節角のパターン図 2 と比べて満足な結果が得られていないことが明かである.

次に DP の効果を示すために $K_p = K_d = 25I, K_\phi = 0$ としてシミュレーションを行った (図 5). これは従来の追従制御手法に相当する. 縦軸には手先の X の値, 横軸は ϕ である. 衝撃による誤差のため, 2 回に 1 回の割合でしか手先が壁に到達しておらずタスクを実行できていないことがわかる. この例は同じゲインを用いた従来法に比べて DP が優れていることを示している. これは DP では衝突の時間を ϕ のダイナミクス効果によって調節しており衝突時の位置誤差を十分に小さくすることが可能であるためと考えられる.

5. おわりに

本論文では衝撃のあるマニピュレータシステムを対象とし動的パラメータ表現にもとづいた経路追従制御

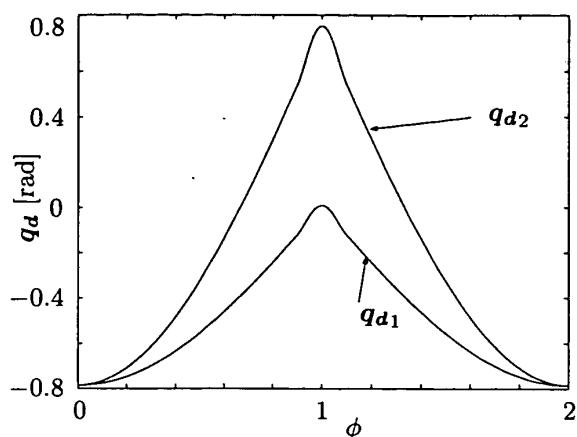


Fig. 2 Desired Contour

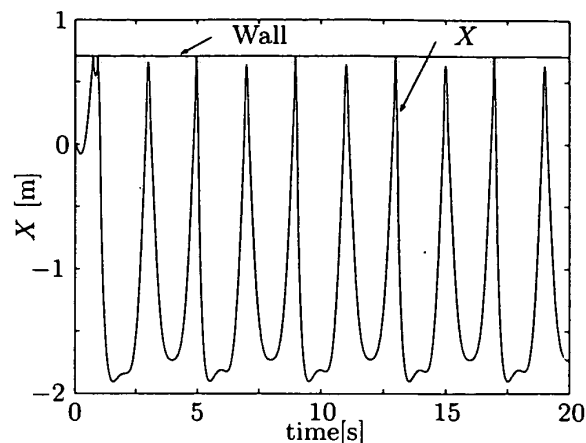


Fig. 5 Conventional case

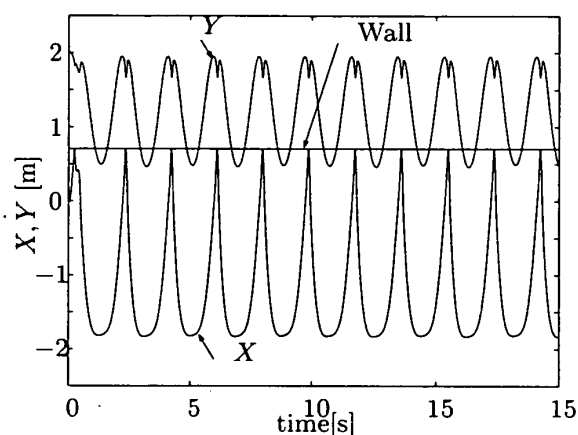


Fig. 3 Simulation

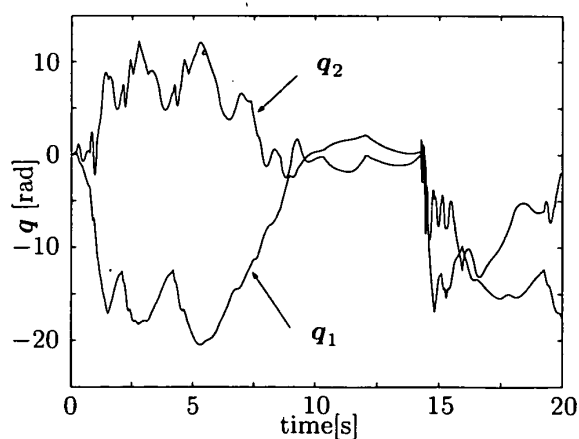


Fig. 4 Simulation

手法を考察し、その安定性について解析を行った。その結果、フィードバックゲインを十分に大きく取ることにより系が安定になることが示された。また得られた結果が妥当であることを数値例を用いて示した。

本手法を実際のマニピュレータに適用するにあたって、必要とされるフィードバックゲインが実際のシステムにおいて実現可能であるかどうかについてはさらなる検討が必要である。また、あわせて外乱やモデル

化誤差に対する検討も今後の課題である。

文 献

- (1) B. Brogliato. *Nonsmooth Impact Mechanics: Models, Dynamics and Control*. No. 210 in Lecture Notes in Control and Information Science. Springer, (1996).
- (2) B. Brogliato ed. *Impacts in Mechanical Systems: Analysis and Modelling*, 551 of Lecture notes in physics. Springer, (2000).
- (3) J.-K. Cho and Y.-S. Park. "Vibration reduction in flexible systems using a time-varying impulse sequence". *Robotica*, 13-3(1995), 305-313.
- (4) J. Grizzle, F. Plestan, and G. Abba. "Poincaré's method for systems with impulse effects: application to mechanical biped locomotion". In *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, 4(1999), 3869-3876.
- (5) H. Hemami and B.F. Wyman. "Modeling and control of constrained dynamic systems with application to biped locomotion in the frontal plane". *IEEE Trans. on Automatic Control*, 24-4(1979), 526-535.
- (6) W. Huang and M. Mason. "Experiments in impulsive manipulation". In *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2(1998), 1077-1082.
- (7) J. Kövecses, R. Fenton, and W. Cleghorn. "A dynamic analysis for robotic interception of a moving target". In *1997 8th International Conference on Advanced Robotics. Proceedings. ICAR'97*, (1997), 493-498.
- (8) M. Kumon and N. Adachi. "Dynamic parameterization for path following control". *Asian Journal of Control*, 3-1(2001), 27-34.
- (9) D. Nenchev and K. Yoshida. "Impact analysis and post-impact motion control issues of a free-floating space robot subject to a force impulse". *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 15-3(1999), 548-557.
- (10) Y.-J. Seo and Y.-S. Yoon. "Design of a robust dynamic gait of the biped using the concept of dynamic stability margin". *Robotica*, 13-5(1995), 461-468.

- (11) Y. Wang and M. Mason. "Modeling impact dynamics for robotic operations". In *Proceedings of the 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2(1987), 678-685.
- (12) 公文誠, 足立紀彦. "衝撃のあるシステムでの動的パラメータ表現による経路追従法". 第18回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1(2000), 515-516.
- (13) 公文誠, 足立紀彦. "動的パラメータ表現による経路追従制御". 日本機械学会論文誌 C編, 67-656(2001), 1053-1059.
- (14) 鶴井明. 工業力学. 培風館, (1986).

A. 証明

非負関数 (15) を考える. ただし γ は以下の条件を満たす小さな正の数.

$$0 < \gamma < \gamma^* \\ \gamma^* = \min \left\{ \sqrt{\frac{k_p}{k_M}}, \frac{k_d}{k_c + 2k_M + \frac{b^2}{4c}} \right\} \quad (21)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} a &= k_d - \gamma(k_c + 2k_M) \\ b &= k_c \|q_d'\|_M |\omega|_M + k_D + 2k_M K_\phi \|q_d'\|_M^2 \\ c &= k_p \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

であり, 式 (21) から $a > 0$ である.

また V について $K = \frac{1}{2} \max \{k_p + \gamma k_M, (1 + \gamma)k_M\}$ は以下を満足する.

$$V \leq \frac{1}{2} \{k_p \|\epsilon\|^2 + k_M \|\eta\|^2 + \gamma k_M (\|\epsilon\|^2 + \|\eta\|^2)\} \\ \leq K (\|\epsilon\|^2 + \|\eta\|^2) \quad (23)$$

さらに $K_0 = \frac{1}{2} \min \{k_p - \gamma k_M, (1 - \gamma)k_M\}$ によって

$$V \geq K_0 \{\|\epsilon\|^2 + \|\eta\|^2\} \quad (24)$$

でもある.

V を経路にそって微分し整理すると (文献⁽¹³⁾参照),

$$\dot{V} \leq -a \left\| \eta - \frac{\gamma b}{2a} \frac{\epsilon}{1 + \|\epsilon\|} \right\|^2 \\ - \gamma \left(c - \frac{\gamma b^2}{4a} \right) \left(\frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \right)^2 \leq 0 \quad (25)$$

である. これから $\|\epsilon\|$ と $\|\eta\|$ は 0 に収束することがわかり, $\|\epsilon\| \leq \|\epsilon\|_M < \infty$, $\|\eta\| \leq \|\eta\|_M < \infty$ が存在することがわかる.

次に, 初期時刻における誤差について $\|\epsilon(0)\| + \|\eta(0)\| \leq e_0$ とする e_0 が既知であると仮定し, K_p, K_d をハイゲインにすることで誤差 ϵ, η を任意の原点近

傍へ任意の速度で指数収束させることができることを示す. システム (1) に入力 (14) を与えた時の誤差ダイナミクスは

$$\dot{\epsilon} = \eta - K_\phi (\epsilon^T q_d') q_d' \\ M(q) \dot{\eta} = -C(q, \dot{q}) \eta - K_p \epsilon - K_d \eta \quad (26)$$

となる. 今 $K_p = \alpha_0 \beta I_n$, $K_d = \beta I_n$ と置く. ただし β は正.

$$h(q, \dot{q}, \phi) = M(q) (\eta - K_\phi (\epsilon^T q_d') q_d') + C(q, \dot{q}) \epsilon$$

とする. また $V(t)$ が非増加であることと式 (24) から $\|\epsilon\|, \|\eta\|$ が $\sqrt{\frac{V(0)}{K_0}}$ 以下であることがわかる. $V(0)$ は初期時刻における誤差で決まるので e_0 によって評価することができる. これから $\|h(q, \dot{q}, \phi)\| \leq h_M(e_0)$ とする $h_M(e_0)$ が存在することがわかる. さて

$$V_0 = \frac{1}{2} (\eta + \alpha_0 \epsilon)^T M(q) (\eta + \alpha_0 \epsilon) \quad (27)$$

を考えると

$$\frac{d}{dt} V_0 = -\beta \|\eta + \alpha_0 \epsilon\|^2 + \alpha_0 \{h(q, \dot{q}, \phi)\}^T (\eta + \alpha_0 \epsilon) \\ \leq -\frac{2\beta}{\lambda_M} V_0 + \alpha_0 \sqrt{\frac{2}{\lambda_M}} h_M(e_0) \sqrt{V_0}$$

である. $x \geq 0$ に対して $-x + a\sqrt{x} \leq -\frac{1}{2}(x - a^2)$ であることを用いると

$$\frac{d}{dt} V_0 \leq -\frac{\beta}{\lambda_M} V_0 + \frac{(\alpha_0 h_M(e_0))^2}{2\beta}$$

となる. β を十分に大きく取ることにより V_0 を $V_0 = 0$ の任意の近傍に指数収束させることができる. この近傍の半径を σ とすると,

$$\|\eta + \alpha_0 \epsilon\| \leq \sigma + \sqrt{V_0(0)} \exp^{-\frac{\beta}{2\lambda_M} t} \quad (28)$$

次に $V_1 = \frac{1}{2} \|\epsilon\|^2$ を考えると

$$\dot{V}_1 = \epsilon^T (\eta - K_\phi (\epsilon^T q_d') q_d') \\ = -\alpha_0 \|\epsilon\|^2 + \epsilon^T (\eta + \alpha_0 \epsilon) - K_\phi \|\epsilon^T q_d'\|^2 \\ \leq -2\alpha_0 V_1 + (\sigma + \sqrt{V_0(0)} \exp^{-\frac{\beta}{2\lambda_M} t}) \sqrt{2V_1}$$

となり上記と同様の議論により α_0 を十分に大きく選ぶことで ϵ を原点 0 の任意の近傍に $\frac{\alpha_0}{2}$ の速さで指数収束させることができる. また式 (28) から η についても $\frac{1}{2} \min \{\alpha_0, \frac{\beta}{\lambda_m}\}$ の速さで原点の適当な近傍に指数収束することがわかる. いずれの場合も α_0, β を大きく取ることによって収束は速くなり収束する原点の近傍の半径は小さくなる. 以上からハイゲインに選ぶことで所望の制御性能が得られることがわかる.