

## 動的パラメータ表現による経路追従制御\*

公文 誠<sup>\*1</sup>, 足立紀彦<sup>\*2</sup>

## Dynamic Parametrization for Path Following Control

Makoto KUMON<sup>\*3</sup> and Norihiko ADACHI<sup>\*3</sup>Dept. of Mechanical Engineering and Materials Science, Kumamoto University,  
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

Path following is a popular task for robotic use. The conventional approach for the path following consists of two stages. At the first stage, the desired state of a robot is computed as a function of time before the robot executes the task. And at the second stage, the robot is controlled to track the desired state. Since the objective of the original task is to follow the reference path, the velocity of the robot or timing is not needed to be controlled strictly. In this paper, a new approach to make the robot follow the reference path is proposed. This approach defines the desired state as a function of a parameter  $\phi$ , which has a dynamics. By using a Lyapunov function, the global asymptotic stability of the system is proved. Computer simulations show the effectiveness of the proposed method.

**Key Words:** Manipulator, Measurement and Control, Stability, Path following, Dynamic Parametrization

## 1. はじめに

溶接や文字を書くこと、物を搬送するなどの作業はロボットマニピュレータの重要な適用例である。これらの作業を行うには、手先効果器の位置、あるいはロボットの配位を所望の経路(以下目標経路)に追従させる制御が必要となる。これを経路追従制御と呼ぶ。ただし時間に依存しない空間的な曲線を経路と呼び、時間の関数として表される曲線を軌道と呼んで区別する。従って経路追従制御の目的はロボットの配位を目標経路に追従させることである。

経路追従制御は 1) 目標経路をもとに実現可能な軌道(目標軌道)を生成する、2) ロボットが生成された目標軌道に追従するよう制御を行うの二段階に分けられる。1) は軌道計画と呼ばれ事前の教示やオフラインでの設計であり、2) はフィードバック制御などによりオンラインで実行される軌道制御である。目標軌道は時間の関数になり、ロボットは配位のみならず速度も制御される。

しかし、たとえば文字を書くといった作業において

重要なことは、目標経路を正確に追従することである。いっぽう動作のタイミングや速度を正確に制御することはあまり重要ではない。本論文ではこのことを考慮して、ロボットの目標軌道を単なる時間の関数ではなくダイナミクスを持ったパラメータの関数として導出する。

目標軌道をパラメータ表現する手法には多くの研究がある。例えば Hollerbach はマニピュレータのトルク制約を考慮したオフラインでの軌道計画を考え、タイムスケリング(time scaling)と呼ばれる手法を提案した。尾崎ら<sup>(2)</sup>は動的計画法を用いた軌道計画法を提案し、Arai<sup>(3)</sup>は同様の方法を非駆動関節のあるマニピュレータに適用している。また Pfeiffer<sup>(4)</sup>や Shin<sup>(5)</sup>は時間最適性の観点から目標軌道をパラメータで表現することについての研究を行った。これらはいずれもオフラインでの軌道計画にパラメータを用いる方法で得られる目標軌道は時間の関数となる。

線形系に対してパラメータによる表現を用いることで、ピチャイ<sup>(6)</sup>らは位置決め制御の性能を改善できること、伊藤ら<sup>(7)</sup>は予見制御に適用できることを示した。一方、Dahl<sup>(8)</sup>や Arai<sup>(9)</sup>はマニピュレータ系の非線形性を考慮した研究を行なっている。Dahl<sup>(8)</sup>は経路パラメータの2階の微分方程式をトルク制約を考慮して設計し、これを実時間で解いて目標軌道を生成する手法

\* 原稿受付 1999年10月25日。

<sup>\*1</sup> 正員, 熊本大学工学部知能生産システム工学科(☎860-8555 熊本市黒髪2-39-1)。<sup>\*2</sup> 正員, 京都大学大学院情報学研究所(☎606-8501 京都市左京区吉田本町)。

E-mail: kumon@gpo.kumamoto-u.ac.jp

である。Arai<sup>(9)</sup>は目標経路をもとにした経路座標を考え経路追従の手法を与えている。これらの方法の安定性は、非線形フィードバック補償によるマニピュレータについての線形な誤差方程式の安定性に由来するものとなっている。

以上の方法ではパラメータのダイナミクスはトルク制限から導出されている。例えば Dahl<sup>(8)</sup>は、フィードバック補償も含めた制御トルクに対する制約性を考慮してパラメータのダイナミクスを設計している。

しかし目標軌道を動的なパラメータで表現する手法はトルク制約のある場合に限らない。非ホロノーム移動ロボットへ適用した Egerstedt<sup>(10)</sup>やセルフペーシング (self-pacing) と呼ばれる Li<sup>(11)</sup>の手法など、作業の目的に応じて様々なパラメータのダイナミクスを考慮することが可能である。また関連する研究として、三平<sup>(12)</sup>は非線形システムの安定性解析に時間を変換する方法を用いている。しかしながら以上の研究は個別の作業目的についてパラメータのダイナミクスを考えており、統一的に扱う視点が不足している。そこで、本論文ではパラメータのダイナミクスとしてより一般的なもの<sup>(14, 15)</sup>を考える。さらに厳密な Lyapunov 関数<sup>(13)</sup>を用いてパラメータのダイナミクスを含めた系全体の安定性を調べた。

本論文の構成は以下の通りである。最初に第 2.1 節で軌道計画において目標軌道をパラメータによって表現する方法を提案する。続く第 2.2 節でパラメータによって表現された目標軌道にロボットを追従させる制御器を設計し、システムの安定性を示す。また提案手法の有効性を示すためにいくつかの計算機実験を行ったので、これらの結果を第 3 節で示す。最後に第 4 節でまとめる。

## 2. 動的パラメータ表現

$n$  自由度のマニピュレータの配位を  $R^n$  内の点  $q$  で表わす。一般にマニピュレータのダイナミクスは

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

で与えられる<sup>(16)</sup>。ここで  $M(q) \in R^{n \times n}$  は慣性行列、 $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$  はコリオリ力や遠心力の項、 $G(q) \in R^n$  は重力項で  $\tau \in R^n$  は関節に加えられるトルクなどの項である。また  $\dot{\cdot}$  は時間  $t$  についての微分を表わす。 $M(q)$ ,  $C(q, \dot{q})\dot{q}$ ,  $G(q)$  には以下の性質がある<sup>(17)</sup>。

- $k_M \|p\|^2 \geq p^T M(q)p \geq k_m \|p\|^2 > 0$   $p, q \in R^n$  を満足する正の  $k_M, k_m$  が存在する
- $r^T \left[ \dot{M}(q) - 2C(q, p) \right] r = 0$   $p, q, r \in R^n$
- $\|C(q, \dot{p})r\| \leq k_c \|p\| \|r\|$   $p, q, r \in R^n$  を満足す

る正の  $k_c$  が存在する

- $\|G(q)\| \leq k_g$   $q \in R^n$  を満足する正の  $k_g$  が存在する

ただし  $\|\cdot\|$  はユークリッドノルムを表す。配位と速度を合わせて、ロボットの状態を  $x \equiv (q^T, \dot{q}^T)^T \in R^{2 \times n}$  と定義する。

**2.1 軌道計画** 本論文では目標経路として滑かな閉曲線を考える。目標経路は曲線なので目標経路上の点は、1つのパラメータ  $\phi \in [0, \Phi)$  を用いて  $q_d(\phi)$  と表すことができる<sup>(18)</sup>。ただし閉曲線について考えているので 0 と  $\Phi$  を同一視する。経路追従制御の目的はロボットの配位を目標経路に追従させることなので、目標経路上の点をロボットの配位の目標とする。 $\phi$  を時間の関数とし、時刻  $t$  における  $\phi$  の値を  $\phi(t)$  とする。特に  $\phi(t)$  が

$$\dot{\phi}(t) = F(\phi(t), x(t)) \quad (2)$$

というダイナミクスを持つ場合を考える。このようにダイナミクスのあるパラメータによって経路を表示することを動的パラメータ表現 (dynamic parametrization) と呼ぶことにする。経路追従制御の目的はロボットの配位  $q(t)$  を  $q_d(\phi(t))$  に追従させる制御を行うことである。

軌道追従を行うためには、ロボットの速度の目標も定める必要がある。ダイナミクス式 (2) に従う目標経路上の点  $q_d(\phi(t))$  の速度は  $q_d'(\phi(t))F(\phi(t), x(t))$  である。ただし  $'$  は  $\phi$  についての微分を表す。もし  $F(\phi(t), x(t)) = 0$  となる  $\phi(t)$ ,  $x(t)$  が目標経路上にある場合、ロボットの動作がその点で停止するおそれがある。そこでスカラー関数  $\omega(\phi(t)) \neq 0$  を用いて、目標の速度を

$$v_d(t) \equiv q_d'(\phi(t))\omega(\phi(t)) \quad (3)$$

と定義する。ただし  $\omega(\phi(t))$  は有界で微分可能とし、 $|\omega|_M \equiv \sup_{\phi(t) \in R} |\omega(\phi(t))|$  が存在するとする。

以上より目標軌道  $x_d(t)$  はダイナミクス式 (2) に従う  $\phi(t)$  を用いて

$$x_d(t) = (q_d(\phi(t))^T, q_d'(\phi(t))^T \omega(\phi(t)))^T \quad (4)$$

となる。ここで、 $F(\phi, x) \equiv \omega(\phi(t)) \equiv 1$  であれば、目標軌道は単なる時間の関数となり従来法に一致する。また  $F(\phi, x) \equiv \omega(\phi(t)) \equiv a$  (定数) であれば、Hollerbach の方法<sup>(1)</sup>である。

**2.2 軌道追従** 軌道計画よりロボットの目標とする状態  $x_d(t)$  が定義されたので、位置誤差  $\epsilon(t)$ 、目標速度からの誤差 (以下速度誤差)  $\eta(t)$  をそれぞれ以下のように定義する。

$$\epsilon(\phi(t), t) \equiv q(t) - q_d(\phi(t)) \dots\dots\dots (5)$$

$$\eta(\phi(t), t) \equiv \dot{q}(t) - q_d'(\phi(t))\omega(\phi(t)) \dots (6)$$

目標速度が目標配位の時間微分と異なるため、速度誤差は位置誤差の時間微分ではなく、

$$\eta(\phi(t), t) = \dot{\epsilon}(t) + q_d'(\phi(t)) \left\{ \dot{\phi}(t) - \omega(\phi(t)) \right\} \dots (7)$$

という関係がある。

式(5),(6)の誤差を用いてロボットへの入力  $\tau$  を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} \tau(t) = & M(q(t)) \frac{d}{dt} (q_d(\phi(t))' \omega(\phi(t))) \\ & + C(q(t), \dot{q}(t)) q_d'(\phi(t)) \omega(\phi(t)) + G(q(t)) \\ & - K_p \epsilon(\phi(t), t) - K_d \eta(\phi(t), t) \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$K_p = k_p I_n$  ( $I_n$  は  $n \times n$  の単位行列,  $k_p > 0$ ),  $K_d$  は正定対称行列である。  $k_D, k_d$  をそれぞれ  $K_d$  の最大固有値, 最小固有値とする。

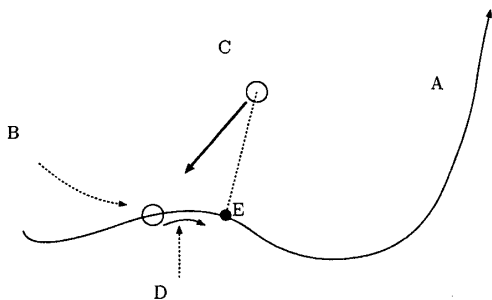
以下,  $\phi(t)$  のダイナミクス  $F$  が

$$F = \omega(\phi(t)) + K_\phi \epsilon(\phi(t), t)^T q_d'(\phi(t)) \dots\dots\dots (9)$$

の場合を考える ( $K_\phi$  は正のスカラー定数)。第2項は

$$K_\phi \epsilon(\phi)^T q_d'(\phi) = - \frac{\partial}{\partial \phi} \left\{ \frac{K_\phi}{2} \epsilon^T(\phi) \epsilon(\phi) \right\} \dots (10)$$

と変形できる。これは経路上の目標配位を実際のロボットの配位との距離を減少させるように移動させることを意味する。つまり、1) ロボットが目標よりも前方にある時は目標を速く動かす 2) ロボットが目標よりも後方にある時は目標をゆっくり動かすという効果がある。従ってロボットは目標経路のより近い点を目指すことになり、より速く目標経路へ追従させる働きがあると考えられる (図1)。



- A: Desired path
- B: Desired configuration
- C: Current configuration
- D: The effect of  $K_\phi \epsilon^T q_d'$
- E: The closest configuration from the current configuration

Fig.1 Dynamics  $F$

次の定理は目標配位  $q_d(\phi(t))$  がダイナミクス式(9)に従うとき、入力  $\tau$  を式(8)を与えることで軌道

制御が達成されることを保証する。

【定理1】 ロボットシステム(1)に入力(8)を与えれば  $t \rightarrow \infty$  の時、位置誤差  $\epsilon(t) \rightarrow 0$ , 速度誤差  $\eta(t) \rightarrow 0$  である。

(証明) (付録A参照)

□

### 3. 数 値 例

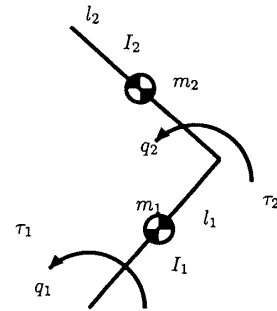


Fig.2 2link manipulator

Table1 parameters of 2link manipulator

$m_1, m_2$ [kg]	$l_1, l_2$ [m]	$I_1, I_2$ [kg · m <sup>2</sup> ]	$K_p$	$K_d$
1.2	1.0	0.1	10I	20I

提案した手法を2リンクマニピュレータ(図2)に適用した数値例を以下に示す。ロボットおよび制御器の各パラメータは表1の通りである。以下の数値例では、目標経路は関節空間での円とする。つまり

$$q_d^T = 10 (\cos(\phi), \sin(\phi)) + (\pi/2, \pi/2)$$

と与える。

目標経路が円であるので、ロボットの配位から経路までの最短距離  $d$  は

$$\begin{aligned} d &= \|q - q_d(\phi^*)\| \\ \phi^* &= \text{Atan2}(q_2 - \frac{\pi}{2}, q_1 - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

で与えられる。

3.1 数値例1 数値例1では提案手法の安定性を示す。 $\omega = 1 + 0.5 \sin(\phi)$ ,  $K_\phi = 1$  とし,  $t = 0$  における初期姿勢は  $q^T(0) = (\pi/2, \pi/2)$  とする。図3に関節空間での軌跡を示す。初期配位は目標経路の円の中心にある。ロボットは関節空間の中を反時計周りに周りをながら目標とする円に追従していることが分る。図4に二乗誤差  $\|\epsilon\|^2$ ,  $\|\eta\|^2$  および  $d^2$  の変化を示す。この図から誤差  $\epsilon$  と  $\eta$  の大きさが減少していることが確認され、マニピュレータが所望の動作を行っていることが分る。またシミュレーション開始直後は  $\|\epsilon\|^2$

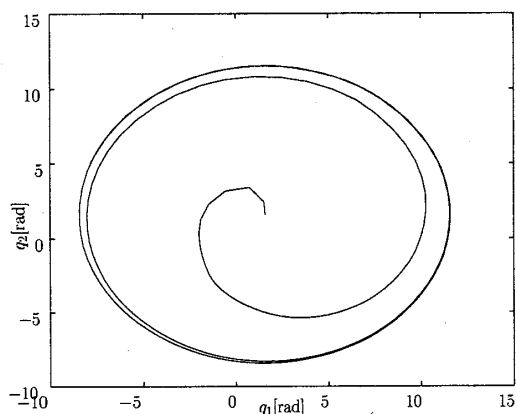


Fig.3 Tracked path in configuration space(Simulation1)

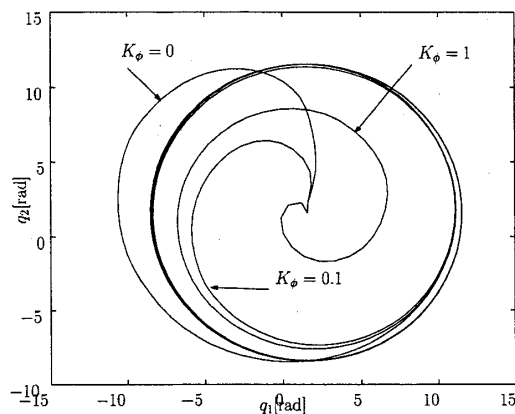


Fig.5 Tracked path in configuration space(Simulation2)

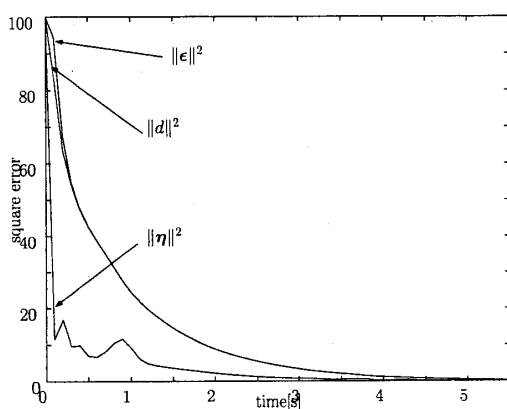


Fig.4 square error vs time(Simulation1)

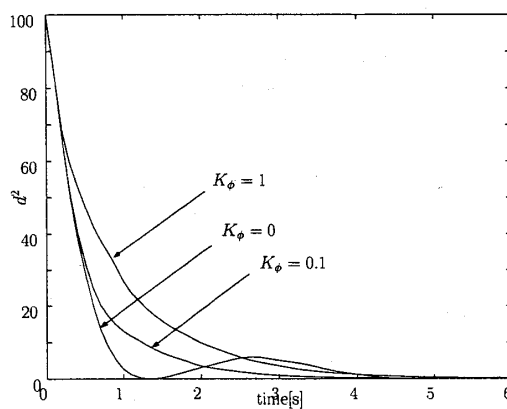


Fig.6 Square error vs time(Simulation2)

と  $d^2$  との間に違いが見られるが、時間の経過とともに  $\|e\|^2 \approx d^2$  となっている。

**3.2 数値例 2** 数値例 2 では  $\phi$  のダイナミクス  $F$  の第 2 項  $K_\phi \epsilon^T q_d'$  の効果を調べる。  $\omega = 1$  とおいて、  $K_\phi$  の値を変化させたシミュレーションを行った。初期配位やその他の条件は数値例 1 と同じである。図 5 は関節空間での軌跡を、図 6 は  $d^2$  の変化を示す。  $K_\phi = 0$  の場合、従来の軌道制御の手法である。  $K_\phi = 0.1$  や  $K_\phi = 1$  では、円を行き過ぎることなく滑らかに追従していることがわかる。

**3.3 数値例 3** 数値例 3 では外乱が加わる場合を考える。誤差なく正確に経路を追従している状態を初期状態とし、シミュレーション開始 2[s] 後から 4[s] 後までロボットを強制的に停止させる。これは、ロボットが障害物にあたって停止し、その後障害物が取り除かれて追従を再開することを想定している。図 7 に  $K_\phi$  が 0, 0.1, 5 の時の軌跡を示す。ロボットは  $t = 0$  において円の右端  $q = (\frac{\pi}{2}, 0)$  から反時計周りに移動し、2[s] 後に図中 A と記された点に到達した。外乱の

影響によって 4[s] 後まで、ロボットはこの点に固定される。外乱は 4[s] に除去される。  $K_\phi = 0$  の場合は目標経路の円を大きく離れている。しかし、  $K_\phi = 0.1$ 、5 の場合は目標経路から大きく外れることなく追従を再開している。このことは経路からの符号つき二乗誤差  $d^2$  を示した図 8 からも確認できる。図中 trapped と記されている区間において外乱が影響している。符号つき二乗誤差とは目標経路の円の内側の時の二乗誤差を負、外側の時の二乗誤差を正とするように符号をつけたものである。

**3.4 数値例 4** 数値例 4 では  $\omega$  の設計例として Li<sup>(11)</sup> のセルフペーシングを適用する。Li の手法は、

- 目標経路から大きく外れている時は目標配位を変化させない
- 十分に目標経路へ近い時は経路に沿って目標配位を動かす

というものである。本論文の表記に従えば

$$\omega(q(t), \phi(t)) = \exp(-h\|q(t) - q_d(\phi(t))\|^2) \quad (11)$$

となる ( $h$  は正の定数)。  $\omega$  は配位  $q$  の関数でもある

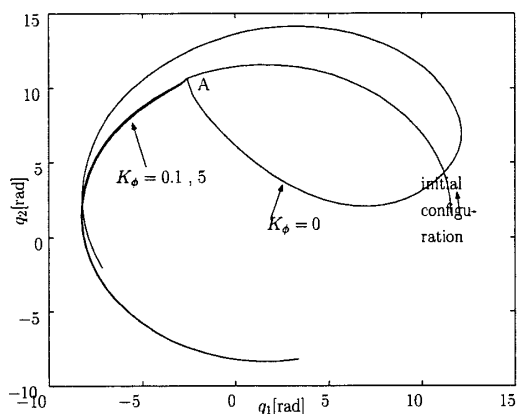


Fig.7 Tracked path in configuration space(Simulation3)

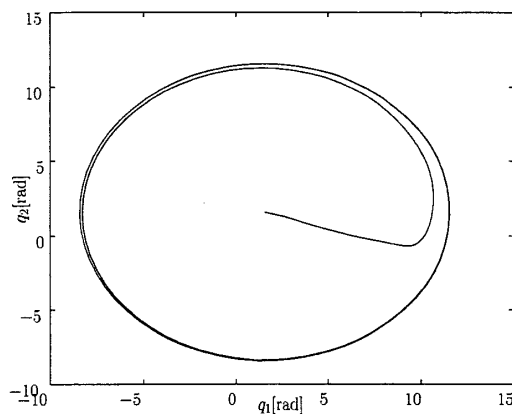


Fig.9 Tracked path in configuration space(Simulation4)

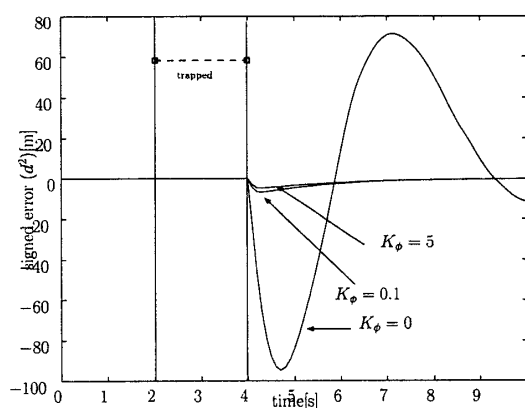


Fig.8 Square error vs time(Simulation3)

ので、厳密には本論文の定理の条件を満足しない。しかし本論文の定理の場合と同様にしてシステムの安定性を示すことができるので証明は割愛する。式(11)をもとに

$$F = \exp(-h\|\epsilon\|^2) + K_\phi \epsilon^T q_d'$$

とする。図9にこの時の軌跡を表す。ただし  $h = 1$  とし、初期配置などその他の条件は全て数値例1と同じである。図よりロボットは初期配位より目標経路にまっすぐに向かい、十分に目標経路に近づいた後、経路追従を行っていることがわかる。

#### 4. おわりに

本論文ではロボットマニピュレータを所望の空間経路に追従させる作業を考えた。この目的を達成するため目標経路をパラメータによって表現する方法を取り上げ、パラメータのダイナミクスについて考察した。特に本論文ではトルク制約を考慮したものに限らない、より一般的なパラメータのダイナミクスを扱うことができることを示した。また外乱のある場合には、

単なる時間の関数として定義された目標軌道を用いた場合に比べ提案手法に優れた特性があることが、計算機シミュレーションを通じて示された。目標速度の大きさを決定するスカラー関数  $\omega$  の設計にあたって特に考察を行わなかったが、数値例として  $Li^{(11)}$  のセルフペースングの方法が適用できることを示した。

一方、安定性の証明では厳密な Lyapunov 関数<sup>(13)</sup>にもとづきパラメータのダイナミクスも含んだ系全体の安定性を示した。この結果を用いれば、物理パラメータに未知のものが含まれる場合にリグレッサを用いた適応制御が可能になること<sup>(14)</sup>、系の平衡点が一樣漸近安定になること、さらに初期誤差が有界であれば指数安定であることなどを示すことが可能である。トルク制約にもとづいたパラメータのダイナミクスに限らないより広いクラスのシステムについての安定性が示されたと言える。

本論文ではトルク制約を考慮しなかった。しかし(9)式の係数  $K_\phi$  を0におき、 $\omega$  に適当なダイナミクスを与えれば、トルク制約を扱った従来の方法に帰着できる。従って Hollerbach<sup>(1)</sup> が扱ったような入力について拘束条件がある軌道計画の問題は、新たに導入したスカラー関数  $\omega$  への拘束として解決することになると考えられる。

#### A 定理の証明

最初に証明で用いるいくつかの性質について示す。入力  $\tau$  を式(8)で与える時、

$$M\dot{\eta} = -C\eta - K_p\epsilon - K_d\dot{\eta} \dots \dots \dots (12)$$

また

$$\frac{d}{dt} \frac{q}{1 + \|q\|} = \frac{\dot{q}}{1 + \|q\|} - \frac{\dot{q}^T q}{(1 + \|q\|)^2 \|q\|} q \dots (13)$$

である。さらに

$$\dot{M} - C = C^T \dots\dots\dots (14)$$

が成立する.  $\|x\|_M \equiv \sup \|x\|$  と表すと, 式 (6) から

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} C^T(q, \dot{q})\eta &\leq k_c \|\dot{q}\| \|\eta\| \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \\ &\leq k_c \left( \|\eta\|^2 + \|q_d'\|_M |\omega|_M \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \|\eta\| \right) \dots (15) \end{aligned}$$

である. いっぽう,  $\phi$  の定義式 (9) から

$$|\phi - \omega| \leq K_\phi \|q_d'\|_M \|\epsilon\| \dots\dots\dots (16)$$

である. 式 (14),(15),(16) と式 (7) を用いて

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\epsilon}{1 + \|\epsilon\|} \right)^T M \eta &= \frac{\dot{\epsilon}^T}{1 + \|\epsilon\|} M \eta - \frac{\dot{\epsilon}^T \epsilon}{(1 + \|\epsilon\|)^2 \|\epsilon\|} \epsilon^T M \eta \\ &\leq k_M \|\eta\| \left( \frac{\|\dot{\epsilon}\|}{1 + \|\epsilon\|} + \frac{\|\dot{\epsilon}\| \|\epsilon\|^2}{(1 + \|\epsilon\|)^2 \|\epsilon\|} \right) \\ &\leq \frac{k_M \|\eta\| \|\dot{\epsilon}\|}{1 + \|\epsilon\|} \left\{ 1 + \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \right\} \\ &< \frac{k_M \|\eta\|}{1 + \|\epsilon\|} \left\{ \|\eta\| + \|q_d'\|_M |\omega - \phi| \right\} \times 2 \\ &\leq 2k_M \left( \|\eta\|^2 + K_\phi \|q_d'\|_M^2 \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \|\eta\| \right) \dots (17) \end{aligned}$$

がわかる.

以上の準備の下で定理の証明が得られる.

(証明) Lyapunov 関数<sup>(17, 13, 19)</sup>の候補として次のスカラー関数  $V$  を考える.

$$V(t) \equiv \frac{1}{2} \epsilon^T K_p \epsilon + \frac{1}{2} \eta^T M \eta + \gamma \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} M \eta \quad (18)$$

$\gamma$  は以下の条件を満たす小さな正の数.

$$\begin{aligned} 0 &< \gamma < \gamma^* \\ \gamma^* &= \min \left\{ \sqrt{\frac{k_p}{k_M}}, \frac{k_d}{k_c + 2k_M}, \frac{4ac}{b^2} \right\} \dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} a &= k_d - \gamma(k_c + 2k_M) \\ b &= k_c \|q_d'\|_M |\omega|_M + k_D \\ &\quad + 2k_M K_\phi \|q_d'\|_M^2 \\ c &= k_p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

なお  $a$  は  $\gamma$  に依存しているが  $\gamma < \frac{4ac}{b^2}$  は

$$\gamma < \frac{4k_d k_p}{b^2 + 4(k_c + 2k_M)k_p}$$

と等価であり, 十分に小さな正の数  $\gamma$  が存在することが分かる.

$V$  は

$$V \geq \frac{1}{2} (k_p - \gamma^2 k_M) \|\epsilon\|^2 + \frac{1}{2} k_M \left\| \eta + \gamma \frac{\epsilon}{1 + \|\epsilon\|} \right\|^2$$

であるので, 式 (19) からこれは正定関数である. また以下を満足する  $K = \max \left\{ \frac{k_p + \gamma k_M}{2}, \frac{1 + \gamma}{2} k_M \right\}$  が存

在する.

$$\begin{aligned} V &\leq \frac{1}{2} \{ k_p \|\epsilon\|^2 + k_M \|\eta\|^2 + \gamma k_M (\|\epsilon\|^2 + \|\eta\|^2) \} \\ &\leq K (\|\epsilon\|^2 + \|\eta\|^2) \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

さて  $V$  の時間微分を  $\dot{M} - 2C$  が歪対称であることと, 式 (7),(12) を用いて整理すると,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \epsilon^T K_p \dot{\epsilon} + \eta^T M \frac{d}{dt} \eta + \frac{1}{2} \eta^T \dot{M} \eta \\ &\quad + \gamma \frac{d}{dt} \left( \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} \right) M \eta + \gamma \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} \dot{M} \eta \\ &\quad + \gamma \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} M \frac{d}{dt} \eta \\ &= k_p \epsilon^T \eta + k_p \epsilon^T q_d' (\omega - \phi) \\ &\quad + \eta^T [-C(q, \dot{q})\eta - K_p \epsilon - K_d \eta] + \frac{1}{2} \eta^T \dot{M} \eta \\ &\quad + \gamma \frac{d}{dt} \left( \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} \right) M \eta + \gamma \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} \dot{M} \eta \\ &\quad + \gamma \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} [-C(q, \dot{q})\eta - K_p \epsilon - K_d \eta] \dots (22) \end{aligned}$$

である. 式 (22) は式 (9),(14) から

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\eta^T K_d \eta - \gamma \frac{k_p \|\epsilon\|^2}{1 + \|\epsilon\|} \\ &\quad + \gamma \frac{d}{dt} \left( \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} \right) M \eta + \gamma \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} C^T(q, \dot{q})\eta \\ &\quad - \gamma \frac{\epsilon^T}{1 + \|\epsilon\|} K_d \eta - k_p K_\phi (\epsilon^T q_d')^2 \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

となる. さらに式 (15),(17) から式 (23) は

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_d \|\eta\|^2 - \gamma k_p \left( \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \right)^2 \\ &\quad + 2\gamma k_M \left( \|\eta\|^2 + K_\phi \|q_d'\|_M^2 \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \|\eta\| \right) \\ &\quad + \gamma k_c \left( \|\eta\|^2 + \|q_d'\|_M |\omega|_M \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \|\eta\| \right) \\ &\quad + \gamma k_D \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \|\eta\| \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

である.

$a, b, c$  を用いて式 (24) を表すと

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -a \|\eta\|^2 + \gamma b \|\eta\| \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} - \gamma c \left( \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \right)^2 \\ &\leq -a \left( \|\eta\| - \gamma \frac{b}{2a} \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \right)^2 \\ &\quad - \gamma \left( c - \gamma \frac{b^2}{4a} \right) \left( \frac{\|\epsilon\|}{1 + \|\epsilon\|} \right)^2 \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

である. 特に  $\gamma$  の定義式 (19) より

$$\dot{V} \leq 0 \dots\dots\dots (26)$$

が得られる。  $\dot{V} = 0$  となるのは  $\epsilon = \eta = 0$  の時だけである。従って  $t \rightarrow \infty$  において  $\epsilon, \eta \rightarrow 0$  が示される。 □

## 文 献

- (1) J.M.Hollerbach, "Dynamic Scaling of Manipulator Trajectories", *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, **106**, (1984), pp.102-106
- (2) 尾崎弘明, 山本元司, 毛利彰, "空間経路が指定されるマニピュレータ動作の軌道計画", 計測自動制御学会論文集, **23-3**, (1987), pp.288-293
- (3) H.Arai and K.Tanie, "Time-Scaling Control of an Underactuated Manipulator", *J. Robot. Sys.*, **15-9**, (1998), pp.525-536
- (4) F.Pfeiffer and R.Johanni, "A concept for manipulator trajectory planning", *IEEE J. Robotics and Automation*, **3-2**, (1987), pp.288-293
- (5) K.G.SHIN, and N.D.Mckay, "Minimum-Time Control of Robotic Manipulators with Geometric Path Constraints", *IEEE Trans. Autom. Control*, **30-6**, (1985), pp.531-541
- (6) ビチャイ サエチャウ, 中野道雄, "操作量の制約を考慮したタイムスケールを用いた位置決め制御の一方式", 計測自動制御学会論文集, **30-7**, (1994), pp.742-750
- (7) 伊藤浩司, 土谷武士, "面積評価項を含む予見制御系の経路制御への応用", 計測自動制御学会論文集, **25-7**, (1989), pp.771-778
- (8) O.Dahl and L.Neilsen, "Torque-limited path following by online trajectory time scaling", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **6-5**, (1990), pp.554-561
- (9) H.Arai, K.Tanie and S.Tachi, "Path tracking control of a manipulator considering torque saturation", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, **41-1**, (1994) pp.25-32
- (10) M.Egerstedt, X.Hu and A.Stotsky, "Control of a Car-Like Robot Using a Virtual Vehicle Approach", *Proc. 37th IEEE Conf. Deci. Control*, (1998), pp.1502-1507
- (11) P.Y.Li, R.Horowitz, "Application of Passive Velocity Field Control to Robot Contour Following Problems", *Proc. 35th IEEE Conf. Deci. Control*, (1996), pp.378-385
- (12) 三平満司, 古田勝久, "時間軸を考慮に入れた非線形システムの解析", 計測自動制御学会論文集, **22-6**, (1986), pp.604-609
- (13) V.SANTIBÁÑEZ and R. KELLY, "Strict Lyapunov Functions for Control of Robot Manipulators", *Automatica*, **33-4**, (1997), pp.675-682
- (14) M.Kumon and N.Adachi, "Contour-Error Based Tracking Control Method for Robots", *Proc. of the International Symposium on Intelligent Robotic Systems*, (1998), pp.179-182
- (15) 公文 誠, 足立 紀彦, "ロボットの軌道追従制御の一手法", システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, (1997), pp.643-644
- (16) 有本卓, ロボットの力学と制御, 朝倉書店, (1990)
- (17) R.Kelly, "PD Control with Desired Gravity Compensation of Robotic Manipulators: A Review", *Int. J. Robot. Research*, **16-5**, (1997), pp.660-672
- (18) Y.Kuramoto, *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence*, Springer-Verlag, (1984)
- (19) M.Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis*, (1993), Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ