

深い切欠を有する試験片の曲げとその逆解析 によるブリッジング応力の評価法*

森 和也*¹, 橋村 真治*¹, 今井 良一*¹
田中 昭*², 秋山 智彦*²

An Evaluation Method of Bridging Stresses by the Bending of a Deep-Notched Specimen and Its Inverse Analysis

Kazuya MORI, Shinji HASHIMURA, Ryoichi IMAI,
Akira TANAKA and Tomohiko AKIYAMA

An evaluation method of bridging stresses was developed on the basis of the bending of a deep-notched specimen by an inverse analysis. The inverse analysis program to determine bridging stresses from bending data is opened at the internet address (<http://www.ME.kurume-nct.ac.jp/~kmori/>). Using the method, we evaluated the grain-bridging stresses of polycrystalline alumina ceramics with the mean grain size of 3 μm and 11 μm . The results obtained were as follows: (1) the mean grain size had little effect on the maximum bridging stress for alumina ceramics and, (2) there was no correlation between the maximum bridging stress and the mean bending strength for alumina ceramics.

Key Words: Ceramics, Bridging Stress, Bending, Inverse Problem, Alumina, Grain Size, Material Testing

1. 緒 言

構造用セラミックスの破壊靱性値を向上させる一つの方法として、き裂のウェイクに生じるブリッジングを用いる方法がある。例えば、繊維による複合化はブリッジング力を著しく強化することで、破壊靱性値を上昇させている。このような材料の開発においては、ブリッジング応力を簡便に評価できることが望まれる。

これまでに提案されているセラミックスのブリッジング応力を測定する方法には、き裂を測定対象とする方法と、き裂が試験片を貫通した後のブリッジング応力を直接測定する方法とがある。き裂を測定対象とする方法は、さらに、き裂開口変位から求める方法^{(1)~(4)}とコンプライアンスから求める方法^{(5)~(6)}とに分類される。

き裂が貫通した後のブリッジング応力を直接測定する方法としては次の三つがある。

(1) 両縁切欠を有する試験片の片側の切欠にくさ

びを挟み、くさびを中心に試験片を曲げる方法⁽⁷⁾。

(2) 両縁切欠入り試験片の引張りによる方法⁽⁸⁾。

(3) 両縁切欠入り試験片を剛性の高いステビライザとともに引張る方法⁽⁹⁾。

(2)の方法は、数十ミクロン以上の大きな開口変位に対するブリッジング応力のみ測定可能で、繊維強化セラミックスなどにしか利用することができない。(1)および(3)の方法は、数ミクロンの開口変位に対するブリッジング応力を測定することが可能であるが、結晶粒径が2~3ミクロン程度の通常のセラミックスのブリッジング応力を測定することはできない。なぜならば、2~3ミクロン程度の結晶粒径のブリッジング応力は、約1ミクロン未満の開口変位に対してのみ存在し、(1)と(3)の方法では1ミクロン未満の開口変位を安定的に開くことができないからである。

本研究では、図1に示すような試験片幅に対し深い切欠を有する試験片を用いてブリッジング応力を測定する方法を提案する。深い切欠を有する試験片を曲げると、き裂がリガメント部を安定的に進展する⁽¹⁰⁾。き裂のウェイクにブリッジングを生じる材料は、き裂がリガメント部を貫通した後もブリッジング力によって負荷に対する抵抗力を持続する。この抵抗力からブリッジング応力を評価するわけである。ところが、この

* 原稿受付 1997年3月21日。

*¹ 正員、久留米工業高等専門学校(☎830-8555 久留米市小森野町1232)。

*² ノリタケダイヤ(株)(☎839-1215 福岡県浮羽郡田主丸町大字竹野210)。

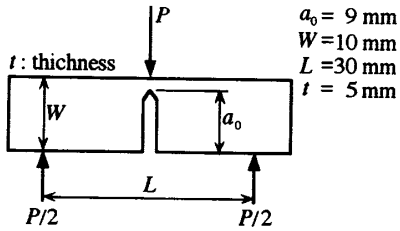


Fig. 1 Specimen configuration

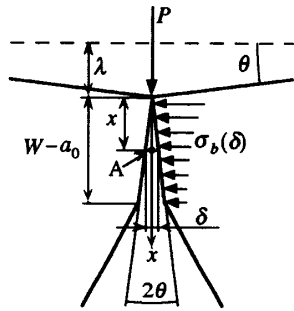


Fig. 2 Bridging stress

方法では、多様な開口変位に対するブリッジング応力が積分された形でしか得ることができない。そこで、本研究では、数値計算による逆解析を導入することによってブリッジング応力と開口変位の関係を導く方法を開発した。この実験と逆解析を組合せた方法を用いて、平均結晶粒径の異なった2種類のアルミナセラミックスのブリッジング応力を評価した。

2. 理 論

2.1 曲げ試験における負荷荷重 $P(\lambda)$ とブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ との関係 図1に示すような深い切欠を有する試験片に荷重をかけると、切欠底のリガメント部をき裂が安定的に進展する⁽¹⁰⁾。深い切欠からき裂を進展させるのに要する荷重は大変小さいので、き裂が進展を開始するまでに試験機や試験片に蓄えられる弾性ひずみエネルギーも極めて小さくなる。そのため、き裂が進展するのに要するエネルギーより、き裂が進展することによって解放させる弾性ひずみエネルギーのほうが小さくなり、き裂が安定的に進展する。

き裂のウエイクにブリッジングを生じる材料は、き裂がリガメント部を貫通しても、荷重に対する抵抗を持続させる。この抵抗力はブリッジング力によって受け持たれている。すなわち、き裂がリガメント部を貫通した後は、荷重による曲げモーメントとブリッジング力による曲げモーメントは互いに等しい。そこで、このときの「荷重 $P(\lambda)$ - 荷重点変位 λ 」の関係から

「ブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ - 開口変位 δ 」の関係を導く。

試験片の支点のスパン間隔を L とすると、負荷荷重 $P(\lambda)$ による曲げモーメント M は、

$$M = \frac{P(\lambda)}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{P(\lambda)L}{4} \dots\dots\dots(1)$$

である。

ブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ が図2に示すように作用しているとすると、 $\sigma_b(\delta)$ による曲げモーメント M は、

$$M = \int_0^{W-a_0} \sigma_b(\delta) \cdot x \cdot t \cdot dx \dots\dots\dots(2)$$

となる。ここで、 x は回転中心からの距離、 δ は x 点における破面の開口変位、 t は試験片厚さである。

式(1)と(2)を等しいと置くと、荷重 $P(\lambda)$ とブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ との関係は次式のようなになる。

$$P(\lambda) = \frac{4t}{L} \int_0^{W-a_0} \sigma_b(\delta) \cdot x \cdot dx \dots\dots\dots(3)$$

図2に示すように、試験片の傾きを $\theta (=2\lambda/L)$ とすると破面の開口角は 2θ となる。開口変位 δ は、 2θ に回転中心からの距離 x をかけたものであるから、荷重点の変位 λ と x を用いて次のように表すことができる。

$$\delta = 2\theta \cdot x = \frac{4\lambda}{L} x \dots\dots\dots(4)$$

式(4)を用いて式(3)の x を消去すると $P(\lambda)$ と $\sigma_b(\delta)$ の関係は次のようになる。

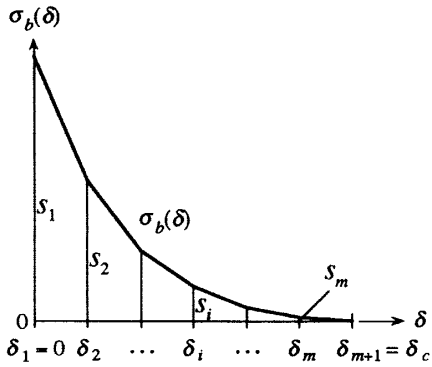
$$P(\lambda) = \frac{tL}{4\lambda^2} \int_0^{4\lambda(W-a_0)/L} \sigma_b(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \dots\dots\dots(5)$$

式(5)の積分方程式を解けば、 $\sigma_b(\delta)$ を求めることができる。しかし、任意の $P(\lambda)$ に対して式(5)を解析的に解くことは困難である。そこで、次に、数値計算による逆解析によって $P(\lambda)$ から $\sigma_b(\delta)$ を導く方法を示す。

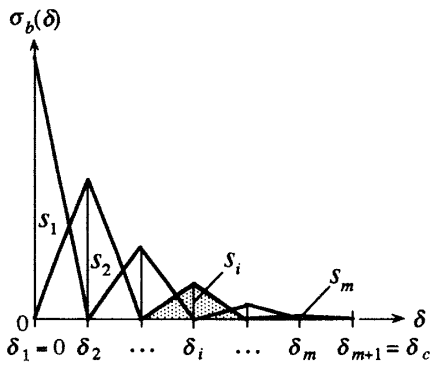
2.2 逆解析法 ここでは、実験によって求められた荷重点変位 λ に対する荷重の変位 $P(\lambda)$ からブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ を導く。

まず、図3(a)に示すように、ブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ を開口変位 δ が δ_c において零となる区関数 m の折れ線関数で近似する。ここで、開口変位 δ が零の点および屈曲点でのブリッジング応力の大きさを s_1, s_2, \dots, s_m とする。すなわち、 s_1, s_2, \dots, s_m が求めるべき未知数である。

図3(a)の折れ線関数は、図3(b)に示す m 個の三角形の関数を重ね合せたものとして表すことができる。それぞれの三角形の関数は、図4に示す単位重み関数 $f_i(\delta)$ にブリッジング応力の大きさ s_i をかけたものである。ここで、 $f_i(\delta)$ は、次式のように表すことが



(a) Bridging stress approximated by a polygonal line function



(b) Combination of unit weight functions

Fig. 3 Approximated expression of bridging stress

できる。

$$f_i(\delta) = \begin{cases} 0 & \left[\delta \leq \frac{\delta_c}{m}(i-2), \frac{\delta_c}{m}i \leq \delta \right] \\ -\frac{m}{\delta_c}\delta + i & \left[\frac{\delta_c}{m}(i-1) \leq \delta \leq \frac{\delta_c}{m}i \right] \\ \frac{m}{\delta_c}\delta - i + 2 & \left[\frac{\delta_c}{m}(i-2) \leq \delta \leq \frac{\delta_c}{m}(i-1) \right] \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

実験によって求められる $P(\lambda)$ は、式(6)の $f_i(\delta)$ に s_i をかけて式(3)の $\sigma_b(\delta)$ に代入したものを重ね合せたものと考えることができる。すなわち、

$$P(\lambda) = \sum_{i=1}^m \frac{tL}{4\lambda^2} \int_0^{4\lambda(W-a_0)/L} s_i \cdot f_i(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \dots\dots\dots (7)$$

$P(\lambda)$ の測定値を $p_1(\lambda_1), p_2(\lambda_2), \dots, p_n(\lambda_n) (n \geq m)$ とすると、式(7)は、

$$\left. \begin{aligned} p_1(\lambda_1) &= \sum_{i=1}^m s_i R_{1,i} \\ p_2(\lambda_2) &= \sum_{i=1}^m s_i R_{2,i} \\ &\vdots \\ p_n(\lambda_n) &= \sum_{i=1}^m s_i R_{n,i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

と表される。ここで $R_{j,i}$ は、

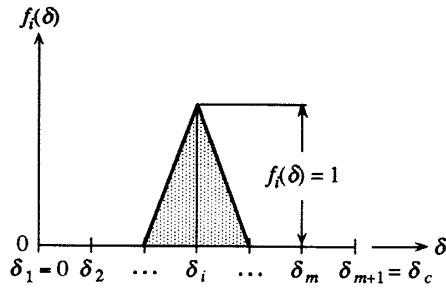


Fig. 4 Unit weight function $f_i(\delta)$

$$R_{j,i} = \frac{tL}{4\lambda_j^2} \int_0^{4\lambda_j(W-a_0)/L} f_i(\delta) \cdot \delta \cdot d\delta \dots\dots\dots (9)$$

である。

式(9)の $f_i(\delta)$ は一次関数であるので、式(9)は解析的に求めることができる。

式(8)を行列式で表すと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & \dots & R_{1,m} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & \dots & R_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m,1} & R_{m,2} & \dots & R_{m,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{n,1} & R_{n,2} & \dots & R_{n,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

式(10)の s_i の最小二乗解はハウスホルダ変換⁽¹¹⁾を用いて解くことができる。

結局、ブリッジング応力 s_i は次のようにして求めることができる。

- (1) 深い切欠を有する試験片の三点曲げを行い、荷重 p_j と荷重点変位 λ_j との関係を測定する。
- (2) それぞれの λ_j に対して式(9)の $R_{j,i}$ の値を計算する。
- (3) 荷重 p_j と $R_{j,i}$ を式(10)に代入して、行列式を解く。

3. 結 果

3.1 試験片 図1に、試験片寸法を示す。5×10×35 mm に加工した試験片に、先端角 60° の砥石を用いて、リガメント部の長さが 1.0 mm となるように深い切欠を導入した。

試験片の材料は、平均結晶粒径 $d=3 \mu\text{m}$ と $d=11 \mu\text{m}$ のアルミナセラミックスを用いた。それぞれの化学成分を表1に、機械的性質を表2に示す。アルミナセラミックスの平均結晶粒径の差は焼結温度と焼結時間の差によるものである。 $d=3 \mu\text{m}$ のアルミナの焼結条件は 1490°C で5時間、 $d=11 \mu\text{m}$ のアルミナは 1650°C で8時間である。

3.2 実験結果 三点曲げ試験は室温で行い、ク

Table 1 Chemical composition of alumina ceramics

Al ₂ O ₃	Si	Fe	Na	K	Ca	Mg
99.99 Wt%	14 ppm	8 ppm	4 ppm	2 ppm	1 ppm	1 ppm

Table 2 Mechanical properties of alumina ceramics

Mean grain size d (μm)	Mean bending strength σ_B (MPa)	Fracture toughness K_{IC} (MPa $\sqrt{\text{m}}$)
3	300	3.3 (SEPB)
11	218	3.7 (SEPB)

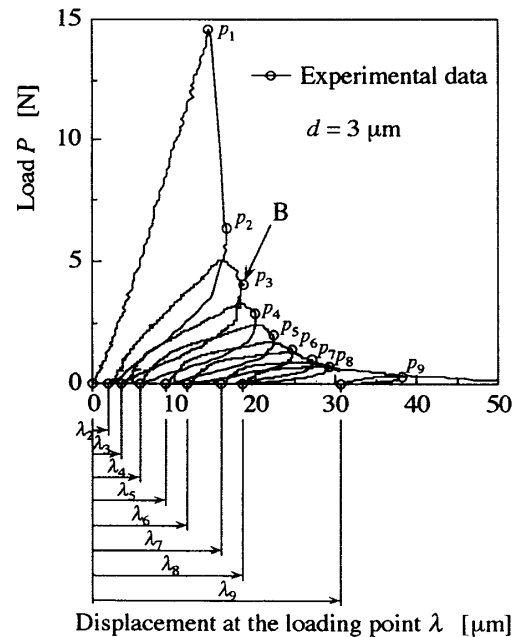
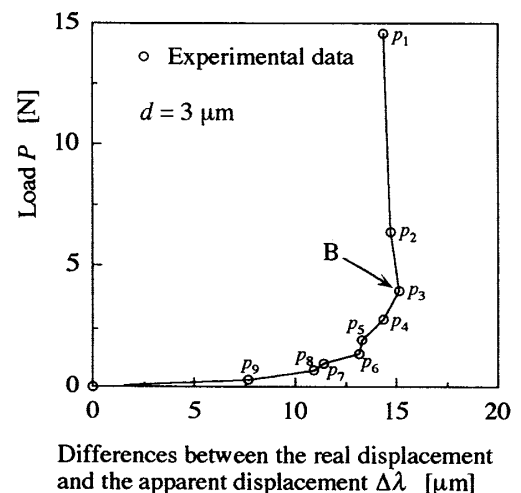
ロスヘッドスピードは約 15 $\mu\text{m}/\text{min}$ とした。試験中の負荷荷重は高精度引張圧縮用ロードセルを用いて測定し、荷重点変位は押し棒の変位を小型変位変換器を用いて測定した。

三点曲げ試験において、き裂がリガメント部を貫通した後の荷重点変位の測定値は、破面が開口することによって生じる荷重点変位と試験片および実験装置の弾性変形による変位とからなっている。荷重点変位から破面の開口角を求めるためには、この弾性変形による荷重点変位を取除かなければならない。そこで本研究では、負荷・除荷を繰返す方法を用いた。

曲げ試験において、き裂がリガメント部を進展し始めた後に荷重点変位をもどすと、荷重が零になった時点で、試験片と実験装置の弾性変形による荷重点変位は消失し、破面が開口することによって生じた荷重点変位のみが残る。すなわち、荷重点変位をもどし始めたときの破面の開口のみによって生じた荷重点変位は、負荷を零にもどしたときの荷重点変位として検出することができる。この負荷と除荷を繰返すことによって、真の荷重点変位と負荷荷重との関係を求めることができる。

図 5 に、負荷・除荷を繰返して求められた平均結晶粒径 $d=3\mu\text{m}$ の荷重点変位 λ に対する負荷荷重の変化 $P(\lambda)$ を示す。この図における○印は、荷重点変位をもどし始めた点および負荷荷重が零となったときの変位を示している。

図 5 において、試験片に負荷を掛けていくと、き裂はリガメント部を安定的に進展し、やがて p_1 点で負荷荷重は急激に減少に転じる。その後 p_2 点で荷重点変位をもどし、荷重が零となったときの荷重点変位から、 p_2 に対する破面の開口のみによって生じた荷重点変位 λ_2 を得る。同様にして、負荷荷重 p_3 から p_9 に対する破面の開口のみによって生じた荷重点変位 λ_3 から

Fig. 5 Load $P(\lambda)$ of alumina ceramics with the mean grain size of $d=3\mu\text{m}$ Fig. 6 Differences between the real displacement and the apparent displacement $\Delta\lambda$ versus load $P(\lambda)$

ら λ_9 を得る。

以上のようにして、求められた $p_i - \lambda_i$ の関係からブリッジング応力を求めるわけであるが、初期の測定点はリガメント部が残った状態での値である。本実験では、荷重点変位をもどし始める点におけるき裂の状態をレプリカにより観察し、き裂がリガメント部を貫通した点を決定した。図 5 中の B 点はき裂がリガメント部を貫通した点を表している。この点以後の $p_i - \lambda_i$ の関係を用いてブリッジング応力 $\sigma_b(d)$ を求める。

き裂がリガメント部を貫通する点は、図 6 に示すよ

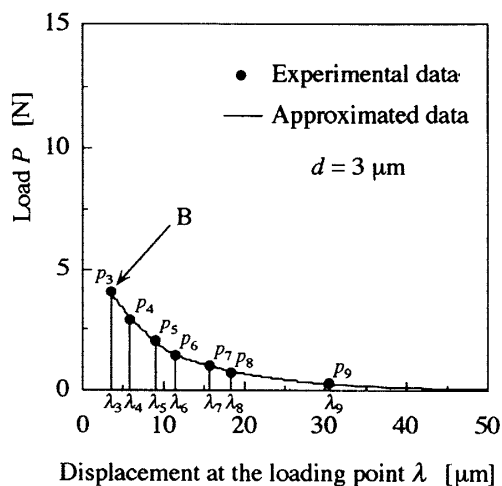


Fig. 7 Load $P(\lambda)$ of alumina ceramics with the mean grain size of $d=3\ \mu\text{m}$

うに、試験片および実験装置の弾性変形(荷重点変位の測定値と破面の開口によって生じる荷重点変位との差)と負荷荷重との関係からも推定することができる。図6において、各点における傾きはその点におけるばね定数を意味している。き裂がリガメント部を貫通すると試験片のばね定数が急激に変化するので、図6からき裂がリガメント部を貫通した点(B点)を推定することができる。

図7は、き裂がリガメント部を貫通した後の破面の開口のみによって生じた荷重点変位に対する負荷荷重を表している。この値を基に逆解析によってブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ を求める。

図8は、平均結晶粒径 $d=11\ \mu\text{m}$ の三点曲げ試験の結果を○印で、また上述の方法で求めたき裂がリガメント部を貫通した後の破面の開口のみによって生じた荷重点変位と負荷荷重との関係を●印で示している。

ところで、試験機の剛性が十分ではないとブリッジング応力が測定できないことがあるので注意を要する。試験機の剛性が低い場合、リガメント部をき裂が貫通する前に試験機が大きく弾性変形し、き裂が安定的に進展せずに試験片はカストロフィックに破壊する。このような場合、荷重と荷重点変位との関係を測定することができなくなる。

3.3 解析結果 逆解析を行うためには、ブリッジング応力の折れ線関数の区間数 m とブリッジング応力が消失する開口変位 δ_c を決定しなければならない。 m の値を大きすぎると、ブリッジング応力の解 s_i が大きく変動する。また、 m の値が小さすぎると、ブリッジング応力の変化を忠実に表現することができなくなる。そこで本研究では、 $m=2$ を初期値とし、 m

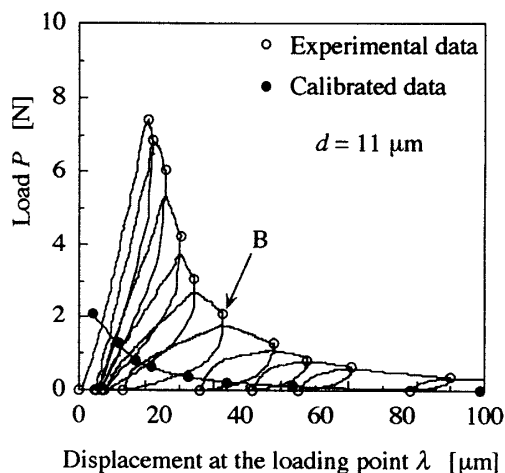


Fig. 8 Load $P(\lambda)$ of alumina ceramics with the mean grain size of $d=11\ \mu\text{m}$

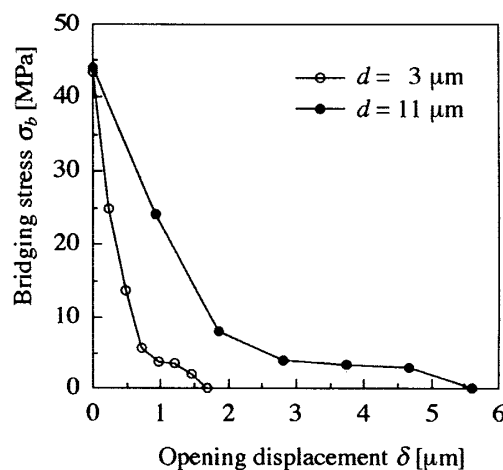


Fig. 9 Bridging stress for alumina ceramics with mean grain size of $d=3\ \mu\text{m}$ and $d=11\ \mu\text{m}$ determined by the inverse analysis

の値を一つずつ大きくしていき、逆解析によって求められるブリッジング応力特性が大きく変動し始める前の m の値を用いた。その結果、 $d=3\ \mu\text{m}$ のとき $m=7$ 、 $d=11\ \mu\text{m}$ のとき $m=6$ を採用した。

δ_c の値は、平均結晶粒径の2分の1を初期値とし、ブリッジング応力が滑らかとなるように、試行錯誤によって求めた。本研究では、 $d=3\ \mu\text{m}$ のとき $\delta_c=1.7\ \mu\text{m}$ 、 $d=11\ \mu\text{m}$ のとき $\delta_c=5.6\ \mu\text{m}$ とした。

図9は、このようにして求められたアルミナセラミックスのブリッジング応力の逆解析結果である。

図9からわかるように、本研究では、平均結晶粒径の差による最大ブリッジング応力の明確な差は見られなかった。

表2に示すように、 $d=3\ \mu\text{m}$ のアルミナセラミックスの平均曲げ強度は $\sigma_B=300\ \text{MPa}$ であり、 $d=11\ \mu\text{m}$

のアルミナセラミックスは $\sigma_B=218$ MPa である。平均結晶粒径が異なると平均曲げ強度も異なる。これに対して、平均結晶粒径が異なっても最大ブリッジング応力が変わらないということは、最大ブリッジング応力と平均曲げ強度との間には直接的な関係はないことを意味している。本来、セラミックスの平均曲げ強度は、破壊の起点となる欠陥寸法(応力拡大係数を決定する)と破壊靱性値で決まるものであり、ブリッジング応力とは直接的な関係はないと考えられる。

4. 考 察

ここでは、他のブリッジング応力の評価法によって求められたアルミナセラミックスのブリッジング応力と本結果との比較を行う。

図10は、平均結晶粒径 $d=11 \mu\text{m}$ の同一アルミナセラミックスのブリッジング応力 $\sigma_b(\delta)$ をステビライザを用いた直接測定法によって求められた結果との比較である。

図10より、直接測定法による結果と本結果の同一のブリッジング応力に対する開口変位は、ブリッジング応力の値が低いところではよく一致しているものの、その他の開口変位ではあまりよく一致していないことがわかる。直接測定法では、破面の開口変位をブリッジングスタビライザの弾性変形により求めており、間接的に開口変位を測定しているため、誤差を生じているものと考えられる。直接測定法では $1 \mu\text{m}$ 未満の開口変位に対する $\sigma_b(\delta)$ を測定することができないが、本評価方法では可能である。

次に、他の研究者によって求められたアルミナセラミックスのブリッジング応力と本研究結果との比較を

おこなう。他の研究者によるブリッジング応力測定法では、ブリッジング応力を次式で仮定し⁽¹²⁾⁽¹³⁾、その係数を種々の方法を用いて決定している。

$$\sigma_b(\delta) = \sigma_{\max} \left(1 - \frac{\delta}{\delta_c}\right)^n \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 σ_{\max} は最大ブリッジング応力、 δ_c はブリッジングが消失する臨界の開口変位、 n は指数である。

Rödelら⁽¹⁾、Huら⁽⁵⁾ および Hay-White⁽⁷⁾ によって求められた σ_{\max} 、 δ_c 、 n を表3に示す。

図11に、表3の係数によって求められたブリッジング応力と本研究結果を示す。それぞれの試験で用いられたアルミナセラミックスの平均結晶粒径は異なっているため、開口変位 δ を平均結晶粒径 d で割って無次元化している。

図11から、それぞれの最大ブリッジング応力は同程度であるが、同一のブリッジング応力が生じる開口変位は大きく異なっていることがわかる。ブリッジング応力を支配する代表寸法は平均結晶粒径ではなく、最大結晶粒径であるためと考えられる。なぜならば、破面をまたがるブリッジングがなくなる開口変位には、結晶粒径の最大のもの関係するはずであり、結

Table 3 Parameters of bridging characteristics

	Mean grain size d (μm)	Maximum bridging stress σ_{\max} (MPa)	Critical opening displacement δ_c	Exponent n
Rödel et al. ¹	11	70	$d/4$	2.5
Hu et al. ⁵	20	56	$d/4$	2.1
Hay and White ⁷	16	46	$d/3$	11

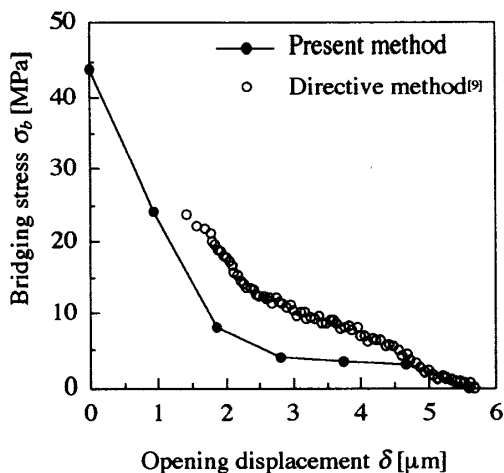


Fig.10 Comparison with the results by the direct measuring method using a stabilizer

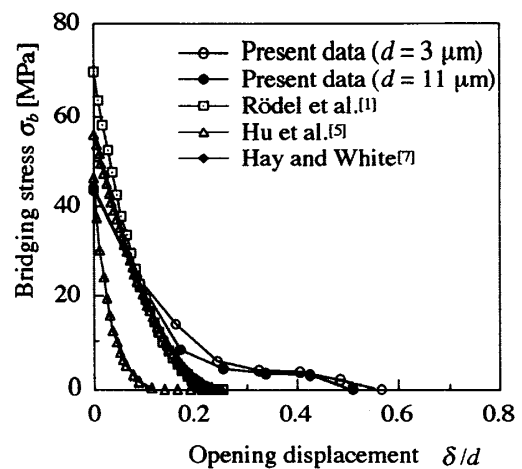


Fig.11 Comparison with the results of other researchers

晶粒径の平均値は物理的な意味がないからである。

5. 結 言

(1) 深い切欠を有する試験片の曲げとその逆解析によって、ブリッジング応力と開口変位の関係を簡便に評価することができる方法を開発した。この方法は、1 μm 未満の開口変位に対するブリッジング応力を評価することができる。

(2) この方法を用いて平均結晶粒径が3 μm と11 μm のアルミナセラミックスのブリッジング応力の評価を行った。

(3) アルミナセラミックスの最大ブリッジング応力は、平均結晶粒径の差による明確な違いは確認されず、平均曲げ強度にも依存しなかった。

(4) 本研究で開発された曲げ試験結果からブリッジング応力を求める逆解析プログラムは、次に示すインターネットアドレスで公開されている。

<http://www.ME.kurume-nct.ac.jp/~kmori/>

文 献

- (1) Rödel, J., Kelly, J. F. and Lawn, B. R., *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**-11(1990), 3313-3318.
- (2) Steinbrech, R. W., Reichl, A. and Schaarwaechter, W., *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**-7(1990), 2009-2015.
- (3) Cox, B. N. and Marshall, D. B., *Int. J. Fract.*, **49**(1991), 159-176.
- (4) Mutoh, Y. and Takahashi, M., *Theoretical Concepts and Numerical Analysis of Fatigue*, (1993), 541-558, EMAS.
- (5) Hu, X. -Z., Lutz, E. H. and Swain, M. V., *J. Am. Ceram. Soc.*, **74**-8(1991), 1828-1832.
- (6) Hu, X. -Z. and Mai, Y. -W., *J. Mater. Sci.*, **27**-13(1992), 3502-3510.
- (7) Hay, J. C. and White, K. W., *J. Am. Ceram. Soc.*, **76**-7(1993), 1849-1854.
- (8) Brenet, P., Conchin, F., Fantozzi, G., Reynaud, P., Rouby, D. and Tallaron, C., *Comp. Sci. Tech.*, **56**(1996), 817-823.
- (9) 森和也・今井良一, 機論, **70**-3, A(1997), 550-553.
- (10) 野島武敏・中井 治, 材料, **42**(1993), 969-975.
- (11) Businger, P. and Golub, G. H., *Handbook for Automatic Computation* (1971), 111-118, Springer-Verlag.
- (12) Foote, R. M. L., Mai, Y. -W. and Cotterell, B., *J. Mech. Phys. Solids*, **34**-6(1986), 593-607.
- (13) Mai, Y. -W. and Lawn, R. B., *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**-4(1987), 289-294.

(1) Rödel, J., Kelly, J. F. and Lawn, B. R., *J. Am. Ceram.*