

多入出力系に対するマルチレートサンプリングを用いた ロバスト適応出力フィードバック制御*

(第1報, 制御系設計および安定性解析)

大平 聡^{*1}, 水本 郁朗^{*1}
公文 誠^{*1}, 岩井 善太^{*2}

Robust Adaptive Output Feedback Control of General MIMO Systems Using Multirate Sampling (1st Report, Control System Design and Stability Analysis)

Satoshi OHDAIRA, Ikuro MIZUMOTO^{*3},
Makoto KUMON and Zenta IWAI

^{*3} Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University,
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

In adaptive output feedback control based on almost strictly positive real conditions, a technical difficulty arise when the multi-input, multi-output (MIMO) system under consideration is non-square. To overcome this problem, the idea of multirate sampled-data control will be proposed. That is, through careful choice of faster input sampling rates, we create a lifted discrete-time system which has the same number of inputs and outputs without the causality constraint. The output feedback based adaptive control strategy can then be applied to this lifted system under certain conditions. In this report, we also propose a robust adaptive output feedback controller design scheme for non-square MIMO systems using the multirate sampling strategy which can solve the causality problem and show that all the signals in the resulting closed loop control system are bounded.

Key Words: Adaptive Control, Adaptive Output Feedback Control, Digital Control, Multirate Control, Robust Control

はじめに

ASPR 性に基づく適応出力フィードバック制御手法は, 構造が簡単, プラントの次数に依存しない, 外乱などに対しロバスト性を有するなどの実用的な利点があるため, 産業界での応用が期待されている手法である。しかしながら, 多入出力系に対し制御系を構成するためには, 制御対象が正方, すなわち, 入力数と出力数が等しくなければならないという制約がある^{(1)~(5)}。実在するシステムは必ずしも入出力数が等しいわけではなく, 入出力数が異なるシステムも多く存在する。特に, 入力数が出力数よりも少ない場合には, 上述の制約は厳しいものとなっている。本論文では, 初めに, この問題を解決する一つの手法を提案する。提案手法は, マルチレートサンプリングおよびリフティングの概念⁽⁶⁾を導入し制御系設計する手法であり, 入出力数

の異なる連続時間システムに対し, 入力の更新周期と出力のサンプリング周期をそれぞれ適切に変更し, あるフレーム周期内でリフティングすることで制御対象を, そのフレーム周期内において正方な離散時間システムとして表現する手法である。マルチレートサンプリングを用いた制御手法はこれまでもいくつか提案されている^{(15)~(17)}。例えば, 文献⁽¹⁵⁾では, 2-delay のマルチレート化により, システムを最小位相化できることが示されており, この手法を応用したモデル規範型適応制御手法の提案もなされている⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。しかし, システムが本質的に最小位相である場合などにこの手法を用いると ripple 現象により, 実際の出力が振動的になるなどの問題も指摘されており, 課題の一つとなっている。文献⁽¹⁶⁾では, マルチレートフィードフォワード制御を用いた適応制御手法が提案されており, 非最小位相系に対する出力追従制御系設計法が示されている。この手法は, フィードフォワード項のサンプリングを入出力に比べ長く取ることで完全追従を達成する手法である。文献⁽¹⁷⁾では, 一般化ホールドを用いた極配置制御や同時安定化手法が示されており, 文

* 原稿受付 2006年8月3日。

*¹ 正員, 熊本大学大学院自然科学研究科(☎860-8555 熊本市黒髪2-39-1)。

*² 正員, フェロー, 熊本大学大学院自然科学研究科。

E-mail: ikuro@gpo.kumamoto-u.ac.jp

献⁽²⁰⁾では、一般化ホールドを利用した適応制御手法が提案されている。本論文では、入出力数の異なる多入出力系に対して、正方なシステム表現を得るためにマルチレートサンプリングを用いる。特に、本論文では、入力数が出力数より少ない不確かなシステムを取り扱う。

つぎに、入力のマルチレート化により入出力数の等しい正方化された離散時間システムに対し、システムのASPR性に基づくロバスト適応出力フィードバック制御手法の提案を行う。一般的に離散時間システムに対するASPR性に基づいた制御系設計では、直達項を有するため因果律の問題が生じる⁽⁴⁾⁽⁷⁾。本論文では、この因果律の問題を考慮した実行可能な外乱ロバストな適応制御系設計手法を提案する。特に、ここでは、提案手法の理論的な解析を行う。なお、提案手法の有用性は、第2報⁽⁸⁾で数値シミュレーションおよび実験により検証している。以下、本論文では、1章で入出力数の異なる m 入力 p 出力システムに対する、マルチレートサンプリングとリフティング手法によるシステムの正方化手法を示し、2章にて得られた離散時間正方システムに対するシステムのASPR性に基づく因果律の問題を生じない外乱ロバストな適応制御系の設計法の提案を行う。さらに、3章にて構成された制御系の安定性解析を行う。

1. マルチレートサンプリングとリフティング

いま、つぎの外乱を有する n 次 m 入力 p 出力連続時間線形時不変システム G_c を考える。

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c u_c(t) + \eta_c(t) \quad (1)$$

$$y_c(t) = C_c x_c(t) \quad (2)$$

ここに、 $u_c(t) \in \mathbb{R}^m$ は入力ベクトル、 $y_c(t) \in \mathbb{R}^p$ は出力ベクトル、 $x_c(t) \in \mathbb{R}^n$ は状態量ベクトルであり、 $\eta_c(t) \in \mathbb{R}^n$ は有界外乱ベクトルである。ただし、 $p > m$ であるとする。ここで、行列 B_c を入力 u_c の要素に対応して分割すると、

$$B_c = [b_{c1}, b_{c2}, \dots, b_{cm}]^T, \quad u_c = [u_{c1}, u_{c2}, \dots, u_{cm}]^T \quad (3)$$

と表される。ここに、 b_{ci} , $i = 1, 2, \dots, m$ は n 次列ベクトルである。このとき、システム G_c は正方なシステムでないために、ASPR性に基づく適応出力フィードバック制御系を直接設計することができない。そこで、システム G_c に対しマルチレートサンプリングおよびリフティングを行うことで、リフティングされた正方な離散時間システム表現を導くことを考える。

さて、サンプリングレートの選び方によって、多くの異なったリフティングされた正方なシステム表現が

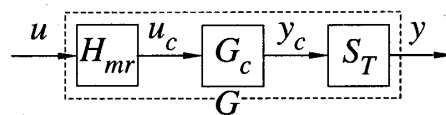


Fig. 1 The multirate sampled-data system

得られるが、ここでは、後に制御器設計を行う際に因果律の問題を引き起こさない以下に示す簡単なサンプリングレートを考える。

まず、すべての出力 y_c は周期 T でサンプリングを行い、入力 $u_{c1}, u_{c2}, \dots, u_{cm}$ は、それぞれ、周期 $T/q_1, T/q_2, \dots, T/q_m$ でゼロ次ホールドされるものとする。ここに、入力の各サンプリングレート q_1, q_2, \dots, q_m はすべて正の整数であり、次式を満たすように選ぶものとする。

$$q_1 + q_2 + \dots + q_m = p \quad (4)$$

連続時間システム G_c に上述のサンプリングを行ったマルチレート離散時間システムは図1で表される。

ここで、 S_T は周期 T の理想サンプリングであり、 H_{mr} は以下によって定義されるマルチレートゼロ次ホールド演算子である。

$$H_{mr} = \text{diag} \{H_{T/q_1}, H_{T/q_2}, \dots, H_{T/q_m}\} \quad (5)$$

ここに、 H_{T/q_i} , $i = 1, 2, \dots, m$ は周期 T/q_i のゼロ次ホールドである。すなわち、マルチレート離散時間システム G はつぎのように与えられる。

$$G = S_T G_c H_{mr} \quad (6)$$

ここで、出力 y_c に対するサンプリングは周期 T のシングルレートであるが($y = S_T y_c$)、入力 u_c に対するホールドは各要素で異なった周期を持つマルチレートである。また、入力 u を

$$u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \quad (7)$$

と表すと

$$u_{ci} = H_{T/q_i} u_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

となる。

つぎに、マルチレート離散時間システム G をリフティングすることで、周期 T 間で時不変なシステム表現で表すことを考える。リフティング手法はつぎのように定義される⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。

v を時間集合 $\{0, 1, 2, \dots\}$ 上で定義されるつぎの離散時間信号とする。

$$v = \{v(0), v(1), v(2), \dots\} \quad (9)$$

このとき、 q -foldリフティング演算子 L_q は v から y への写像として以下のように定義される。

$$y = L_q v$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} v(0) \\ v(1) \\ \vdots \\ v(q-1) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v(q) \\ v(q+1) \\ \vdots \\ v(2q-1) \end{bmatrix}, \dots \right\} \quad (10)$$

逆リフティング演算子 L_q^{-1} も同様に \underline{v} から v への写像として定義できる。

周期 T でのシングルレート時不変システムを得るために, 入力 u_i を L_{q_i} によりリフティングを行い \underline{u}_i を構成する. このとき, リフティングされた入力を

$$\underline{u}(k) = \left[\underline{u}_1^T(k), \underline{u}_2^T(k), \dots, \underline{u}_m^T(k) \right]^T \quad (11)$$

と構成すると, リフティングされたシステム \underline{G} は, 入力 $\underline{u}(k)$ から出力 $y(k)$ への写像となる. すなわち, リフティングされたシステム \underline{G} は以下のように書き表すことができる.

$$\underline{G} = G \begin{bmatrix} L_{q_1}^{-1} & & & \\ & L_{q_2}^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & L_{q_m}^{-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここで, このリフティングされたシステム \underline{G} は, 式 (4) より, $p \times p$ の正方なシステムであり, 周期 T でのシングルレート時不変システムである. また, 状態空間表現は以下で与えられる.

$$x(k+1) = Ax(k) + B\underline{u}(k) + \eta_d(k) \quad (13)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (14)$$

ここに,

$$A = e^{AcT}, \quad B = \left[\underline{B}_1, \underline{B}_2, \dots, \underline{B}_m \right]$$

$$C = C_c, \quad \underline{B}_i = \left[A_i^{q_i-1} b_i, \dots, A_i b_i, b_i \right]$$

$$A_i = e^{AcT/q_i}, \quad b_i = \int_0^{T/q_i} e^{Ac\tau} b_{ci} d\tau$$

$$\eta_d(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} e^{Ac\{(k+1)T-\tau\}} \eta_c(\tau) d\tau$$

である.

2. ロバスト適応出力フィードバック制御

2.1 正方システムに対する仮定 はじめに, システムのフィードバック特性に関するつぎの定義を与える.

定義 1 (Almost Strictly Positive Realness⁽²⁾⁽⁵⁾)

入出力数 n の等しい正方プラント \underline{G} :

$$x(k+1) = Ax(k) + B\underline{u}(k) \quad (15)$$

$$y(k) = Cx(k) + D\underline{u}(k) \quad (16)$$

に対し, 出力フィードバックを施して得られる閉ループ系が強正実 (Strictly Positive Realness: SPR) である

定数出力フィードバックが存在するとき, プラント \underline{G} は ASPR (Almost Strictly Positive Realness) であるという.

したがって, 正方プラント \underline{G} が ASPR であるならば, 定数出力フィードバック:

$$\underline{u}(k) = -\Theta^* y(k) + \underline{v}(k), \quad \Theta^* > 0 \quad (17)$$

を施して得られる $\underline{v}(k)$ から $y(k)$ への閉ループ系:

$$x(k+1) = A_{cl}x(k) + B_{cl}\underline{v}(k) \quad (18)$$

$$y(k) = C_{cl}x(k) + D_{cl}\underline{v}(k) \quad (19)$$

が SPR となる定数出力フィードバックゲイン行列 Θ^* が存在する. ここに,

$$\begin{aligned} A_{cl} &= A - B\Theta^*(I + D\Theta^*)^{-1}C \\ B_{cl} &= B(I + \Theta^*D)^{-1} \\ C_{cl} &= (I + D\Theta^*)^{-1}C \\ D_{cl} &= D(I + \Theta^*D)^{-1} \end{aligned} \quad (20)$$

であり, $\underline{v}(k)$ は任意の外部入力信号である.

定義 2 (Strong Almost Strictly Positive Realness)

正方プラント \underline{G} に対し, 定数出力フィードバック (17) を施して得られる閉ループ系 $(A_{cl}, B_{cl}, C_{cl}, D_{cl})$ が SPR であり, さらに, 入力として $\underline{v}(k) = (I + \Theta^*D)^{-1}\underline{v}(k)$ とおくことにより得られる $\underline{v}(k)$ から $y(k)$ への閉ループ系:

$$x(k+1) = A_{cl}x(k) + B\underline{v}(k) \quad (21)$$

$$y(k) = C_{cl}x(k) + D\underline{v}(k) \quad (22)$$

も SPR となると, プラント \underline{G} は Strongly ASPR であるという.

プラント \underline{G} が ASPR であるための十分条件は連続時間システムに対して与えられた条件⁽¹¹⁾を離散時間システムに変換することで簡単に得られ, つぎのように与えられる.

ASPR 条件:

(1) プラントの相対マクミラン次数は n/n , ここで n は A 行列の次数である.

(2) プラントは最小位相.

さらに, Strongly ASPR であるためには, つぎの付加的条件を必要とする. (付録参照)

(3) $D + D^T > 0$

注意) (13), (14) 式から解るように, 連続時間システム (1), (2) をリフティングして得られるシステム \underline{G} は, 直達項が現れないため, リフティング手法により正方化は可能であるが, ASPR 化はできないことに注意する.

以上の定義のもとで, リフティングされた正方なシステム (13), (14) に対し, つぎの仮定をおく.

仮定1 システム(13),(14)は可制御・可観測

仮定2 システム(13),(14)に対し, $\eta_d(k) \equiv 0$ とおくと
き, 拡張系 \underline{G}_a :

$$x(k+1) = Ax(k) + B\underline{u}(k) \quad (23)$$

$$y_a(k) = y(k) + D\underline{u}(k) = Cx(k) + D\underline{u}(k) \quad (24)$$

が Strongly ASPR となる定数並列フィードフォワード補償 (Parallel Feedforward Compensator:PFC): D が存在し既知である.

仮定3 外乱 $\eta(k)$ は,

$$\eta_d(k) = B\eta(k) \quad (25)$$

と表せる.

仮定4 $\eta(k) = [\eta_1(k), \eta_2(k), \dots, \eta_p(k)]^T$ とおくと

$$\|\eta_i(k)\| \leq \beta_i^*, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (26)$$

を満たす正定数 β_i^* が存在する.

仮定2のもと, \underline{G}_a に対し定数出力フィードバック:

$$\underline{u}(k) = -\tilde{\Theta}_e^* y_a(k) + \underline{v}(k), \quad \tilde{\Theta}_e^* > 0 \quad (27)$$

を施すことによって得られる閉ループ系:

$$x(k+1) = A_{ac}x(k) + B\underline{v}(k) \quad (28)$$

$$y_a(k) = C_{ac}x(k) + D\underline{v}(k) \quad (29)$$

$$A_{ac} = A - B\tilde{\Theta}_e^* (I + D\tilde{\Theta}_e^*)^{-1} C \quad (30)$$

$$C_{ac} = (I + D\tilde{\Theta}_e^*)^{-1} C \quad (31)$$

$$\underline{v}(k) = (I + \tilde{\Theta}_e^* D)^{-1} \underline{v}(k) \quad (32)$$

が SPR となる定数出力フィードバックゲイン行列 $\tilde{\Theta}_e^*$ が存在する. ここに $\underline{v}(k)$ は任意の外部入力信号である. さらに, システム (A_{ac}, B, C_{ac}, D) が SPR であることから, Kalman-Yakubovich Lemma より,

$$\begin{aligned} A_{ac}^T P A_{ac} - P &= -Q - LL^T \\ A_{ac}^T P B &= C_{ac}^T - LW \\ B^T P B &= D + D^T - W^T W \end{aligned} \quad (33)$$

を満たす正定対称行列 $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0$ および, 行列 L, W が存在する⁽²⁾⁽⁴⁾⁽⁷⁾.

ここでの制御目的は, システム(13),(14)が仮定1~4を満足し, 外乱が印加される状況下で全信号の有界性を保障するロバストな適応出力フィードバック制御系を構成することである.

2.2 制御系設計 制御入力をつぎのようにフィードバック入力とロバスト制御入力により構成する.

$$\underline{u}(k) = \underline{u}_e(k) + \underline{u}_r(k) \quad (34)$$

$$\underline{u}_e(k) = -\Theta_e(k)y(k) \quad (35)$$

$$u_{ri}(k) = -\beta_i(k) \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)), \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (36)$$

ここに,

$$y_a(k) = \begin{bmatrix} y_{a1}(k) \\ y_{a2}(k) \\ \vdots \\ y_{ap}(k) \end{bmatrix}, \quad \underline{u}_r(k) = \begin{bmatrix} u_{r1}(k) \\ u_{r2}(k) \\ \vdots \\ u_{rp}(k) \end{bmatrix} \quad (37)$$

である. フィードバックゲイン $\Theta_e(k)$ は, つぎの適応調整則⁽⁷⁾により調整を行う.

$$\Theta_e(k) = \Theta_{Ie}(k) + \Theta_{Pe}(k) \quad (38)$$

$$\Theta_{Ie}(k) = \Theta_{Ie}(k-1) + y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Ie} - \sigma\Theta_{Ie}(k) \quad (39)$$

$$\Theta_{Pe}(k) = y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Pe} \quad (40)$$

ここに, $\Gamma_{Ie} = \Gamma_{Ie}^T > 0, \Gamma_{Pe} = \Gamma_{Pe}^T > 0, \sigma > 0$ である. また, ロバスト制御項のゲイン $\beta_i(k)$ は,

$$\beta_i(k) = \beta_{Ii}(k) + \beta_{Pi}(k) \quad (41)$$

$$\beta_{Ii}(k) = \beta_{Ii}(k-1) \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) + \gamma_{\beta_{Ii}} |y_{ai}(k)| - \sigma_{\beta_i} \beta_{Ii}(k) \quad (42)$$

$$\beta_{Pi}(k) = \gamma_{\beta_{Pi}} |y_{ai}(k)| \quad (43)$$

により調整する. ここに, $\gamma_{\beta_{Ii}} > 0, \gamma_{\beta_{Pi}} > 0, \sigma_{\beta_i} > 0$ である. また, 調整則(39),(42)は, 次式のように書き換えることができる.

$$\Theta_{Ie}(k) = \bar{\sigma}\Theta_{Ie}(k-1) + \bar{\sigma}y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Ie} \quad (44)$$

$$\beta_{Ii}(k) = \bar{\sigma}_{\beta_i}\beta_{Ii}(k-1) \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) + \bar{\sigma}_{\beta_i}\gamma_{\beta_{Ii}} |y_{ai}(k)| \quad (45)$$

ここに, $0 < \bar{\sigma} = \frac{1}{1+\sigma} < 1, 0 < \bar{\sigma}_{\beta_i} = \frac{1}{1+\sigma_{\beta_i}} < 1$ である. 拡張系出力 $y_a(k)$ は, 式(24)において直達項 D を有するために検出された信号から直接得ることはできないが, 式(24)および式(34)~(45)より,

$$\begin{aligned} y_a(k) &= (I + Dy^T(k)\Gamma_e y(k) + D\Gamma_\beta)^{-1} \\ &\quad \times (y(k) - \bar{\sigma}D\Theta_{Ie}(k-1)y(k) - Db(k-1)) \end{aligned} \quad (46)$$

と表されることから, 因果律に反することなく得ることができる. ここに,

$$\Gamma_e = \bar{\sigma}\Gamma_{Ie} + \Gamma_{Pe}, \quad \Gamma_\beta = \operatorname{diag} \{ \gamma_{\beta_1}, \gamma_{\beta_2}, \dots, \gamma_{\beta_p} \}$$

$$\gamma_{\beta_i} = \bar{\sigma}_{\beta_i}\gamma_{\beta_{Ii}} + \gamma_{\beta_{Pi}}, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

$$b(k-1) = \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{\beta_1}\beta_{I1}(k-1) \\ \bar{\sigma}_{\beta_2}\beta_{I2}(k-1) \\ \vdots \\ \bar{\sigma}_{\beta_p}\beta_{Ip}(k-1) \end{bmatrix}$$

である.

3. 安定性解析

以下によって与えられる理想入力を考える.

$$\underline{u}^*(k) = \underline{u}_e^*(k) + \underline{u}_r^*(k) \quad (47)$$

$$\underline{u}_e^*(k) = -\Theta_e^* y(k), \quad \underline{u}_r^*(k) = - \begin{bmatrix} \beta_1^* \text{sgn}(y_{a1}(k)) \\ \beta_2^* \text{sgn}(y_{a2}(k)) \\ \vdots \\ \beta_p^* \text{sgn}(y_{ap}(k)) \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\Theta_e^* = (I + \tilde{\Theta}_e^* D)^{-1} \tilde{\Theta}_e^* = \tilde{\Theta}_e^* (I + D \tilde{\Theta}_e^*)^{-1} \quad (49)$$

ここに、 $\tilde{\Theta}_e^*$ は、式 (27) で与えられた閉ループ系を SPR 化するフィードバックゲイン行列であり、 β_i^* , ($i=1, 2, \dots, p$) は、式 (26) を満足する (最小の) 正定数である。このとき、閉ループ系はつぎのように表される。

$$x(k+1) = \tilde{A}x(k) + B\Delta\underline{u}(k) \quad (50)$$

$$y_a(k) = \tilde{C}x(k) + D\Delta\underline{u}(k) - D\eta(k) \quad (51)$$

ここに、

$$\tilde{A} = A - B\Theta_e^* C, \quad \tilde{C} = (I - D\Theta_e^*) C \quad (52)$$

$$\Delta\underline{u}(k) = \Delta\underline{u}_e(k) + \Delta\underline{u}_r(k) + \eta(k) + \underline{u}_r^*(k) \quad (53)$$

$$\Delta\underline{u}_e(k) = \underline{u}_e(k) - \underline{u}_e^*(k) = -\Delta\Theta_e(k)y(k) \quad (54)$$

$$\Delta\underline{u}_r(k) = \underline{u}_r(k) - \underline{u}_r^*(k) = - \begin{bmatrix} \Delta\beta_1(k) \text{sgn}(y_{a1}(k)) \\ \Delta\beta_2(k) \text{sgn}(y_{a2}(k)) \\ \vdots \\ \Delta\beta_p(k) \text{sgn}(y_{ap}(k)) \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\Delta\Theta_e(k) = \Theta_e(k) - \Theta_e^*, \quad \Delta\beta_i(k) = \beta_i(k) - \beta_i^* \quad (56)$$

である。ここで、式 (49) より

$$I - D\Theta_e^* = I - D\tilde{\Theta}_e^* (I + D\tilde{\Theta}_e^*)^{-1} = (I + D\tilde{\Theta}_e^*)^{-1} \neq 0 \quad (57)$$

であることから、式 (49), (52) より、

$$\tilde{A} = A - B\tilde{\Theta}_e^* (I + D\tilde{\Theta}_e^*)^{-1} C = A_{ac}$$

$$\tilde{C} = (I + D\tilde{\Theta}_e^*)^{-1} C = C_{ac}$$

である。仮定 2 より、システム (A_{ac}, B, C_{ac}, D) が SPR であることから、Kalman-Yakubovich Lemma (33) を満たす正定対称行列 $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0$ および、行列 L, W が存在する。

そこで、つぎの正定値関数 $V(k)$ を考える。

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) \quad (58)$$

$$V_1(k) = x^T(k)Px(k) \quad (59)$$

$$V_2(k) = \text{tr} \{ \tilde{\sigma} \Delta\Theta_{Ie}(k-1) \Gamma_{Ie}^{-1} \Delta\Theta_{Ie}^T(k-1) \} \quad (60)$$

$$V_3(k) = \sum_{i=1}^p \tilde{\sigma}_{\beta_i} \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \Delta\beta_{ii}^2(k-1) \quad (61)$$

ここに、

$$\Delta\Theta_{Ie}(k) = \Theta_{Ie}(k) - \Theta_e^*, \quad \Delta\beta_{ii}(k) = \beta_{ii}(k) - \beta_i^*$$

である。ここで $\Delta V(k)$ を

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) = \sum_{i=1}^3 \Delta V_i(k) \quad (62)$$

$$\Delta V_i(k) = V_i(k+1) - V_i(k), \quad i = 1, 2, 3 \quad (63)$$

と定義する。

まず $\Delta V_1(k)$ について考える。 $\Delta V_1(k)$ は、 $\Delta V_1(k) = x(k+1)^T Px(k+1) - x(k)^T Px(k)$

$$\leq -\lambda_{\min}[Q] \|x(k)\|^2 - \|x^T(k)L + \Delta\underline{u}^T(k)W^T\|^2 + 2y_a^T(k)\Delta\underline{u}(k) + 2\eta^T(k)D^T\Delta\underline{u}(k) \quad (64)$$

と評価できる。

つぎに、 $\Delta V_2(k)$:

$$\Delta V_2(k) = \text{tr} \{ \tilde{\sigma} \Delta\Theta_{Ie}(k) \Gamma_{Ie}^{-1} \Delta\Theta_{Ie}^T(k) \} - \text{tr} \{ \tilde{\sigma} \Delta\Theta_{Ie}(k-1) \Gamma_{Ie}^{-1} \Delta\Theta_{Ie}^T(k-1) \} \quad (65)$$

について考える。式 (44) より、

$$\Delta\Theta_{Ie}(k-1) = \tilde{\sigma}^{-1} \Delta\Theta_{Ie}(k) - y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Ie} + \sigma\Theta_e^* \quad (66)$$

であることから、

$$\begin{aligned} \Delta V_2(k) = & -(\tilde{\sigma}^{-1} - \tilde{\sigma}) \text{tr} \{ \Delta\Theta_{Ie}(k) \Gamma_{Ie}^{-1} \Delta\Theta_{Ie}^T(k) \} \\ & + 2\text{tr} \{ \Delta\Theta_{Ie}(k)y(k)y_a^T(k) \} \\ & - 2\tilde{\sigma} \text{tr} \{ \Delta\Theta_{Ie}(k) \Gamma_{Ie}^{-1} (\Theta_e^*)^T \} \\ & - \tilde{\sigma} \text{tr} \{ (\sigma\Theta_e^* - y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Ie}) \Gamma_{Ie}^{-1} \\ & \times (\sigma\Theta_e^* - y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Ie})^T \} \end{aligned} \quad (67)$$

と表される。さらに、

$$\Delta\Theta_{Ie}(k) = \Delta\Theta_e(k) - y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Pe} \quad (68)$$

$$\Delta\Theta_e(k) = \Theta_e(k) - \Theta_e^* \quad (69)$$

$$\Delta\Theta_e(k)y(k) = -\Delta\underline{u}_e(k) \quad (70)$$

であることから、

$$\begin{aligned} \Delta V_2(k) \leq & -\{ (\tilde{\sigma}^{-1} - \tilde{\sigma}) \lambda_{\min}[\Gamma_{Ie}^{-1}] - \delta_{21} \} \|\Delta\Theta_{Ie}(k)\|^2 \\ & - \lambda_{\min}[\Gamma_{Pe}] \|y_a(k)\|^2 \|y(k)\|^2 \\ & - \tilde{\sigma} \lambda_{\min}[\Gamma_{Ie}^{-1}] \|\sigma\Theta_e^* - y_a(k)y^T(k)\Gamma_{Ie}\|^2 \\ & - \|y_a(k)\|^2 y^T(k)\Gamma_{Pe}y(k) - 2y_a^T(k)\Delta\underline{u}_e(k) \\ & + \frac{\sigma^2}{\delta_{21}} \|\Gamma_{Ie}^{-1}\|^2 \|\Theta_e^*\|^2 \end{aligned} \quad (71)$$

と評価できる。ここに、 δ_{21} は任意の微小正定数である。

つぎに $\Delta V_3(k)$:

$$\Delta V_3(k) = \sum_{i=1}^p \tilde{\sigma}_{\beta_i} \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \Delta\beta_{ii}^2(k) - \sum_{i=1}^p \tilde{\sigma}_{\beta_i} \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \Delta\beta_{ii}^2(k-1) \quad (72)$$

を考える。式 (45) より、

$$\begin{aligned} \Delta\beta_{ii}(k-1) = & \tilde{\sigma}_{\beta_i}^{-1} \Delta\beta_{ii}(k) \text{sgn}(y_{ai}(k)) - \gamma_{\beta_{ii}} y_{ai}(k) \\ & + \left(\tilde{\sigma}_{\beta_i}^{-1} \text{sgn}(y_{ai}(k)) - 1 \right) \beta_i^* \end{aligned} \quad (73)$$

であることから、

$$\begin{aligned} \Delta V_3(k) = & - \sum_{i=1}^p \left(\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \bar{\sigma}_{\beta_i} \right) \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \Delta \beta_{ii}^2(k) \\ & + 2 \sum_{i=1}^p \Delta \beta_{ii}(k) \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) y_{ai}(k) \\ & - 2 \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \left(\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) \right) \Delta \beta_{ii}(k) \beta_i^* \\ & - \sum_{i=1}^p \bar{\sigma}_{\beta_i} \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \left\{ \left(\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) - 1 \right) \beta_i^* - \gamma_{\beta_{ii}} y_{ai}(k) \right\}^2 \end{aligned} \quad (74)$$

と表される。さらに,

$$\Delta \beta_{ii}(k) = \Delta \beta_i(k) - \gamma_{\beta_{pi}} |y_{ai}(k)| \quad (75)$$

$$\Delta \beta_i(k) = \beta_i(k) - \beta_i^* \quad (76)$$

$$\Delta \beta_{ii}(k) \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) = -\Delta u_{ri}(k) \quad (77)$$

$$\left| \bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) \right| \leq 2 + \sigma_{\beta_i} \quad (78)$$

であることから,

$$\begin{aligned} \Delta V_3(k) \leq & - \sum_{i=1}^p \left\{ \left(\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \bar{\sigma}_{\beta_i} \right) \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} - \delta_{31} \right\} |\Delta \beta_{ii}(k)|^2 \\ & - 2 \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{pi}} |y_{ai}(k)|^2 - 2 \sum_{i=1}^p \Delta u_{ri}(k) y_{ai}(k) \\ & + \sum_{i=1}^p \frac{(2 + \sigma_{\beta_i})^2}{\delta_{31}} \gamma_{\beta_{ii}}^{-2} (\beta_i^*)^2 \\ & - \sum_{i=1}^p \bar{\sigma}_{\beta_i} \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \left\{ \left(\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) - 1 \right) \beta_i^* - \gamma_{\beta_{ii}} y_{ai}(k) \right\}^2 \end{aligned} \quad (79)$$

と評価できる。ここに, δ_{31} は任意の微小正定数である。よって $\Delta V(k)$ は,

$$\begin{aligned} \Delta V(k) \leq & -\lambda_{\min}[Q] \|x(k)\|^2 - \|x^T(k)L + \Delta \underline{u}^T(k)W^T\|^2 \\ & - \left\{ \left(\bar{\sigma}^{-1} - \bar{\sigma} \right) \lambda_{\min}[\Gamma_{le}^{-1}] - \delta_{21} \right\} \|\Delta \Theta_{le}(k)\|^2 \\ & - \lambda_{\min}[\Gamma_{pe}] \|y_a(k)\|^2 \|y(k)\|^2 \\ & - \bar{\sigma} \lambda_{\min}[\Gamma_{le}^{-1}] \|\sigma \Theta_e^* - y_a(k)y^T(k)\Gamma_{le}\|^2 \\ & - \|y_a(k)\|^2 y^T(k)\Gamma_{pe}y(k) - 2 \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{pi}} |y_{ai}(k)|^2 \\ & - \sum_{i=1}^p \left\{ \left(\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \bar{\sigma}_{\beta_i} \right) \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} - \delta_{31} \right\} |\Delta \beta_{ii}(k)|^2 \\ & - \sum_{i=1}^p \bar{\sigma}_{\beta_i} \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \left\{ \left(\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} \operatorname{sgn}(y_{ai}(k)) - 1 \right) \beta_i^* - \gamma_{\beta_{ii}} y_{ai}(k) \right\}^2 \\ & + 2\eta^T(k)D^T(\Delta \underline{u}_e(k) + \Delta \underline{u}_r(k) + \eta(k) + \underline{u}^*(k)) \\ & + 2y_a^T(k)(\eta(k) + \underline{u}^*(k)) \\ & + \frac{\sigma^2}{\delta_{21}} \|\Gamma_{le}^{-1}\|^2 \|\Theta_e^*\|^2 + \sum_{i=1}^p \frac{(2 + \sigma_{\beta_i})^2}{\delta_{31}} \gamma_{\beta_{ii}}^{-2} (\beta_i^*)^2 \end{aligned} \quad (80)$$

と評価できる。さて, 式(80)の第10, 11項に関し次式が成立する。

$$\begin{aligned} & 2y_a^T(k)(\eta(k) + \underline{u}^*(k)) \\ & \leq 2 \sum_{i=1}^p \{ |y_{ai}(k)| \beta_i^* + |y_{ai}(k)| (-\beta_i^*) \} = 0 \end{aligned} \quad (81)$$

$$2\eta^T(k)D^T\eta(k) \leq 2(\beta^*)^2 \|D\| \quad (82)$$

$$2\eta^T(k)D^T\underline{u}_r^*(k) \leq 2(\beta^*)^2 \|D\| \quad (83)$$

$$\begin{aligned} 2\eta^T(k)D^T\Delta \underline{u}_e(k) \leq & 2\beta^* \|D\| \|C\| \|\Delta \Theta_{le}(k)\| \|x(k)\| \\ & + 2\beta^* \|D\| \|y_a(k)\| \|y^T(k)\Gamma_{pe}y(k)\| \end{aligned} \quad (84)$$

ここに, $\beta^* = \left\{ \sum_{i=1}^p (\beta_i^*)^2 \right\}^{1/2}$ である。また,

$$\begin{aligned} 2\eta^T(k)D^T\Delta \underline{u}_r(k) \leq & 2 \sum_{i=1}^p \left\{ \sum_{j=1}^p (\beta_j^* |d_{ij}|) |\Delta \beta_{ii}(k)| \right\} \\ & + 2 \sum_{i=1}^p \left\{ \sum_{j=1}^p (\beta_j^* |d_{ij}|) \gamma_{\beta_{pi}} |y_{ai}(k)| \right\} \end{aligned} \quad (85)$$

である。ここに, $D = [d_{ij}]$, $i, j = 1, 2, \dots, p$ である。さらに, 式(80)の第6項および式(84)の第2項は,

$$\begin{aligned} -\|y_a(k)\|^2 y^T(k)\Gamma_{pe}y(k) + 2\beta^* \|D\| \|y_a(k)\| \|y^T(k)\Gamma_{pe}y(k)\| \\ \leq -\lambda_{\min}[\Gamma_{pe}] (\|y_a(k)\| - \beta^* \|D\|)^2 \|y(k)\|^2 \\ + \lambda_{\max}[\Gamma_{pe}] (\beta^*)^2 \|C\|^2 \|D\|^2 \|x(k)\|^2 \end{aligned} \quad (86)$$

であり, 式(80)の第7項, 式(85)の第2項は

$$\begin{aligned} - \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{pi}} |y_{ai}(k)|^2 + 2 \sum_{i=1}^p \left\{ \sum_{j=1}^p (\beta_j^* |d_{ij}|) \gamma_{\beta_{pi}} |y_{ai}(k)| \right\} \\ = - \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{pi}} \left\{ |y_{ai}(k)| - \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right) \right\}^2 \\ + \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{pi}} \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right)^2 \end{aligned} \quad (87)$$

と書き表せる。また, ある定数 $\delta_1, \delta_2 > 0$ に対し,

$$\begin{aligned} -\delta_1 \|x(k)\|^2 + 2\beta^* \|D\| \|C\| \|\Delta \Theta_{le}(k)\| \|x(k)\| \\ = -\delta_1 \left\{ \|x(k)\| - \beta^* \frac{1}{\delta_1} \|D\| \|C\| \|\Delta \Theta_{le}(k)\| \right\}^2 \\ + (\beta^*)^2 \frac{1}{\delta_1} \|D\|^2 \|C\|^2 \|\Delta \Theta_{le}(k)\|^2 \end{aligned} \quad (88)$$

$$\begin{aligned} -\delta_2 \sum_{i=1}^p |\Delta \beta_{ii}(k)|^2 + 2 \sum_{i=1}^p \left\{ \sum_{j=1}^p (\beta_j^* |d_{ij}|) |\Delta \beta_{ii}(k)| \right\} \\ = -\delta_2 \sum_{i=1}^p \left\{ |\Delta \beta_{ii}(k)| - \frac{1}{\delta_2} \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right) \right\}^2 \\ + \frac{1}{\delta_2} \sum_{i=1}^p \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right)^2 \end{aligned} \quad (89)$$

であることから, 結局 $\Delta V(k)$ は,

$$\begin{aligned} \Delta V(k) \leq & - \left\{ \lambda_{\min}[Q] - \lambda_{\max}[\Gamma_{pe}] (\beta^*)^2 \|C\|^2 \|D\|^2 - \delta_1 \right\} \|x(k)\|^2 \\ & - \left\{ \left(\bar{\sigma}^{-1} - \bar{\sigma} \right) \lambda_{\min}[\Gamma_{le}^{-1}] - \delta_{21} - \frac{(\beta^*)^2}{\delta_1} \|D\|^2 \|C\|^2 \right\} \|\Delta \Theta_{le}(k)\|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{i=1}^p \left\{ (\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \bar{\sigma}_{\beta_i}) \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} - \delta_{31} - \delta_2 \right\} |\Delta\beta_{ii}(k)|^2 \\
& + 4(\beta^*)^2 \|D\| + \frac{\sigma^2}{\delta_{21}} \|\Gamma_{le}^{-1}\|^2 \|\Theta_e^*\|^2 \\
& + \sum_{i=1}^p \frac{(2+\sigma_{\beta_i})^2}{\delta_{31}} \gamma_{\beta_{ii}}^{-2} (\beta_i^*)^2 + \frac{1}{\delta_2} \sum_{i=1}^p \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right)^2 \\
& + \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{ii}} \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right)^2 \quad (90)
\end{aligned}$$

と評価できる。

ここで $\delta_1, \delta_{21} > 0$ は,

$$\begin{aligned}
& \lambda_{\min}[Q] - \lambda_{\max}[\Gamma_{Pe}] (\beta^*)^2 \|C\|^2 \|D\|^2 - \delta_1 > 0 \\
& (\bar{\sigma}^{-1} - \bar{\sigma}) \lambda_{\min}[\Gamma_{le}^{-1}] - \delta_{21} - \frac{(\beta^*)^2}{\delta_1} \|D\|^2 \|C\|^2 > 0
\end{aligned}$$

を満足するように選ばれているものとする。すなわち,

$$\begin{aligned}
0 < \frac{(\beta^*)^2 \|C\|^2 \|D\|^2}{(\bar{\sigma}^{-1} - \bar{\sigma}) \lambda_{\min}[\Gamma_{le}^{-1}] - \delta_{21}} < \delta_1 \\
< \lambda_{\min}[Q] - \lambda_{\max}[\Gamma_{Pe}] (\beta^*)^2 \|C\|^2 \|D\|^2 \quad (91)
\end{aligned}$$

なるある定数 δ_1, δ_{21} が存在するように, $\bar{\sigma}, \Gamma_{le}$ および Γ_{Pe} が設定されているものとする。また, $\delta_2, \delta_{31} > 0$ は,

$$\sum_{i=1}^p \left\{ (\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \bar{\sigma}_{\beta_i}) \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} - \delta_{31} - \delta_2 \right\} > 0$$

すなわち,

$$0 < \delta_2 + \delta_{31} < \frac{\sum_{i=1}^p \left\{ (\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \bar{\sigma}_{\beta_i}) \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} \right\}}{p} \quad (92)$$

と設定するものとする, 式 (91), (92) を満足する $\delta_1, \delta_2, \delta_{21}, \delta_{31}$ に対し,

$$\Delta V(k) \leq -\alpha V(k) + R \quad (93)$$

$$\begin{aligned}
R & = 4(\beta^*)^2 \|D\| \\
& + \frac{1}{\delta_2} \sum_{i=1}^p \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right)^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_{\beta_{ii}} \left(\sum_{j=1}^p \beta_j^* |d_{ij}| \right)^2 \\
& + \frac{\sigma^2}{\delta_{21}} \|\Gamma_{le}^{-1}\|^2 \|\Theta_e^*\|^2 + \sum_{i=1}^p \frac{(2+\sigma_{\beta_i})^2}{\delta_{31}} \gamma_{\beta_{ii}}^{-2} (\beta_i^*)^2 \quad (94)
\end{aligned}$$

$$\alpha = \min \left[\frac{\left\{ \lambda_{\min}[Q] - \lambda_{\max}[\Gamma_{Pe}] (\beta^*)^2 \|C\|^2 \|D\|^2 - \delta_1 \right\}}{\lambda_{\max}[P]}, \frac{\left\{ (\bar{\sigma}^{-1} - \bar{\sigma}) \lambda_{\min}[\Gamma_{le}^{-1}] - \delta_{21} - \frac{(\beta^*)^2}{\delta_1} \|D\|^2 \|C\|^2 \right\}}{\lambda_{\max}[\bar{\sigma}\Gamma_{le}^{-1}]} \right],$$

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^p \left\{ (\bar{\sigma}_{\beta_i}^{-1} - \bar{\sigma}_{\beta_i}) \gamma_{\beta_{ii}}^{-1} - \delta_{31} - \delta_2 \right\}}{\sum_{i=1}^p \bar{\sigma}_{\beta_i} \gamma_{\beta_{ii}}^{-1}} \right] \quad (95)$$

と評価できる。以上より, つぎの定理が成り立つ。

定理 1 仮定 1~4 のもとで, 制御入力 (34) を考える。このとき, $\bar{\sigma}, \Gamma_{le}$ および Γ_{Pe} が式 (91) を満足するように設計されているなら, 制御系内の全信号は有界である。

おわりに

本論文では, 入力数が出力数よりも少ない不確かな多入出力系に対し, マルチレートサンプリングを用いたロバスト適応出力フィードバック制御系設計手法の提案を行った。本論文で取り扱われた適応制御手法はシステムの ASPR 性に基ついたものであり, システムが正方, すなわち, 入出力数が等しいシステムに対してのみ設計可能な手法である。そこで本論文では, マルチレートサンプリング手法とリフティング手法を用いることにより得られた正方なシステム表現に対し, 因果律に反しないロバスト適応制御系を設計することで, 入出力数の異なるシステムに対しても実行可能なロバスト適応制御器が構成できることを示した。さらに, 式 (91) を満たすように設計パラメータが設計されていれば, 有界外乱が印加される状況下でも構成された制御系内の全信号の有界性が保障されることを示した。

第2報では, 本報告で提案した手法の有用性を1入力2出力システムとして表現できるクレーン・台車系に対する数値シミュレーションおよび実験により検証する。

最後に, 本論文執筆にあたり, 特にマルチレートシステムに関して多大なるご助言を頂いたアルバータ大学(カナダ)I. Chen 教授に謝意を表す。

付 録

式 (15), (16) で表現される正方なプラント \underline{G} のパルス伝達関数を $G(z)$ とすると, 制御入力 (17) による閉ループパルス伝達関数は次式のように表現することができる。

$$G_{cl}(z) = (I + G(z)\Theta^*)^{-1} G(z) \quad (96)$$

この閉ループ系に対し, 任意のフィードバックゲイン $K > 0$ による出力フィードバックが加わることを考えると, つぎの新しい閉ループパルス伝達関数が得られる。

$$G_{ca}(z) = (I + G_{cl}(z)K)^{-1} G_{cl}(z) \quad (97)$$

また, $G_{ca}(z)$ はつぎのように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}
G_{ca}(z) & = (G_{cl}(z)^{-1} + K)^{-1} \\
& = (G(z)^{-1} + \Theta^* + K)^{-1} \quad (98)
\end{aligned}$$

ここで, $G_{cl}(z)$ が SPR であるならば, $G(z)^{-1} + \Theta^*$ も SPR である. したがって, 式 (98) より任意のフィードバックゲイン $K > 0$ で $G_{ca}(z)$ も SPR であることがわかる. このことは, ASPR なプラントが任意のフィードバックゲイン $\Theta^* > \Theta_b$ により SPR 化できることを意味している. ここで, Θ_b は $G_{cb}(z) = (I + G(z)\Theta_b)^{-1}G(z)$ が SPR となるようなフィードバックゲインである.

いま, \underline{y} から \hat{y} への入力変換を考えると, $G_{cl}(z)$ は次式で表現することができる.

$$G_{cl}(z) = G_s(z)(I + \Theta^*D)^{-1} \quad (99)$$

ここに,

$$G_s(z) = C_{cl}(zI - A_{cl})B + D \quad (100)$$

である. 閉ループ系 $G_{cb}(z)$ が SPR となるフィードバックゲイン Θ_b について, $\alpha D^{-1} > \Theta_b$ となるような正定数 α により, フィードバックゲイン Θ^* を $\Theta^* = \alpha D^{-1}$ と選ぶことによって以下が得られる.

$$G_{cl}(z) = (1 + \alpha)^{-1}G_s(z) \quad (101)$$

$D > 0$ であることから, そのようなフィードバックゲイン $\Theta^* = \alpha D^{-1}$ は常に存在する. したがって以下の結論を得る.

- $G_{cl}(z)$ を SPR 化する出力フィードバックゲインが存在するならば, Strongly ASPR に関する条件 (3)のもと, $G_s(z)$ を SPR 化する出力フィードバックゲインも必ず存在する.

文 献

- (1) Bar-Kana, I. and Kaufman, H., Global stability and performance of a simplified adaptive algorithm, *International Journal of Control*, Vol.42, No.6 (1985), pp.1491-1505.
- (2) Bar-Kana, I., Absolute stability and robust discrete adaptive control of multivariable systems, *Control and Dynamic Systems*, Vol.31, Academic-Press (1989), pp.157-183.
- (3) Iwai, Z. and Mizumoto, I., Realization of simple adaptive control by using parallel feedforward compensator, *International Journal of Control*, Vol.59, No.6 (1994), pp.1543-1565.
- (4) Shibata, H. and Kurebayashi, T., New discrete-time algorithm for simple adaptive control, *Transactions of The Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.31, No.2 (1995), pp.177-184 (in Japanese).
- (5) Kaufman, H. et al., *Direct Adaptive Control Algorithms: Theory and Applications (2nd Ed.)*, (1998), Springer-Verlag.
- (6) Chen, T. and Francis, B.A., *Optimal sampled-data Control Systems*, (1995), London: Springer.
- (7) Ohtsuka, H. et al., A discrete SAC system with parallel feedforward compensators, *Transactions of The Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.34, No.2 (1998), pp.96-104 (in Japanese).
- (8) Ohdaira, S. et al., Robust adaptive output feedback control of general MIMO systems using multirate sampling; 2nd report, application to a cart-crane system, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, (submitted to Trans. of JSME) (in Japanese).
- (9) Kranc, G.M., Input-output analysis of multirate feedback systems, *IRE Transactions on Automatic Control*, Vol.3 (1957), pp.21-28.
- (10) Khargonekar, P.P. et al., Robust control of linear time invariant plants using periodic compensation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.AC-30 (1985), pp.1088-1096.
- (11) Bar-Kana, I., Positive Realness in Multivariable Stationally Linear Systems, *Journal of Franklin Institute*, Vol.328, No.4 (1991), pp.403-417.
- (12) Iwai, Z. and Mizumoto, I., Robust and simple adaptive control systems, *International Journal of Control*, Vol.55, No.6 (1992), pp.1453-1470.
- (13) Chen, T. and Qiu, L., \mathcal{H}_∞ design of general multirate sampled-data control systems, *Automatica*, Vol.30, No.7 (1994), pp.1139-1152.
- (14) Sheng, J. et al., Generalized predictive control for non-uniformly sampled systems, *Journal of Process Control*, Vol.12, No.8 (2002), pp.875-885.
- (15) Mita, T. et al., Two-delay robust digital control and its applications; Avoiding the problem on unstable limiting zeros, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.35, No.8 (1990), pp.962-970.
- (16) Fujimoto, H. and Yao, B., Multirate adaptive robust control for discrete-time non-minimum phase systems and application to linear mortors, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol.10, No.4 (2005), pp.371-377.
- (17) Kabamba, P.T., Control of linear systems using generalized sampling-data hold functions, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.32, No.9 (1987), pp.772-783.
- (18) Miyasato, Y., Adaptive control by periodic time-varying feedback, *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.27, No.11 (1991), pp.1244-1250 (in Japanese).
- (19) Mizuno, N. and Fujiwara, Y., Extended 2-delay model reference adaptive controllers with reduced input amplitude, *Proceedings of the 13th World Congress of IFAC*, Vol.K, (1996), pp.7-12.
- (20) Ortega, R. and Kreisselmeier, G., Discrete-time model reference adaptive control for continuous-time systems using generalized sampled-data hold functions, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.35, No.3 (1990), pp.334-338.