

一対の曲がり部材で構成された構造体の  
強度および挙動特性に関する基礎的研究

2001年3月

熊本大学大学院自然科学研究科

石 原 元

# 目 次

|  | 頁  |
|--|----|
| 第1章 序論 -----                             | 1  |
| 1.1 研究の背景 -----                          | 1  |
| 1.2 既往の研究 -----                          | 2  |
| 1.3 本論文の構成 -----                         | 3  |
| 第2章 圧縮力を受ける一对の曲がり部材に対する弾性挙動特性と座屈強度 ----- | 5  |
| 2.1 序論 -----                             | 5  |
| 2.2 弾性解析 -----                           | 6  |
| 2.2.1 解析モデルと解析パラメータの概要 -----             | 6  |
| 2.2.2 解析結果と考察 -----                      | 8  |
| 2.3 弾性座屈強度の解析手法 -----                    | 13 |
| 2.3.1 提案法の解析理論 -----                     | 13 |
| 2.3.2 解析条件と解析モデル -----                   | 18 |
| 2.3.3 解析結果と考察 -----                      | 20 |
| 2.4 弾性実験 -----                           | 28 |
| 2.4.1 実験の概要 -----                        | 28 |
| 2.4.2 最大強度の比較 -----                      | 31 |
| 2.5 結論 -----                             | 32 |
| <参考> 区間座屈に対する検討 -----                    | 33 |
| 第3章 圧縮力に対する弾塑性挙動と最大強度 -----              | 34 |
| 3.1 序論 -----                             | 34 |
| 3.2 弾塑性解析 -----                          | 34 |
| 3.2.1 解析モデルと解析パラメータ -----                | 34 |
| 3.2.2 解析結果と考察 -----                      | 36 |
| 3.3 耐荷力実験 -----                          | 42 |
| 3.3.1 実験の概要 -----                        | 42 |
| 3.3.2 実験および解析結果と考察 -----                 | 45 |
| 3.4 結論 -----                             | 49 |
| 第4章 曲げに対する挙動特性 -----                     | 50 |
| 4.1 序論 -----                             | 50 |
| 4.2 解析モデル -----                          | 50 |
| 4.3 解析結果と考察 -----                        | 53 |
| 4.3.1 平面構造 -----                         | 53 |
| 4.3.2 立体構造 -----                         | 60 |
| 4.4 結論 -----                             | 66 |

|                                 |        |
|---------------------------------|--------|
| 第5章 振動特性に関する検討 -----            | 67     |
| 5.1 序論 -----                    | 67     |
| 5.2 解析理論 -----                  | 67     |
| 5.2.1 提案法による振動数の解析理論 -----      | 67     |
| 5.2.2 解析理論に基づく振動数の簡便な算出方法 ----- | 72     |
| 5.3 固有振動解析 -----                | 74     |
| 5.3.1 軸圧縮力を受ける柱の固有数と動的特性 -----  | 74     |
| 5.3.2 解析手法と解析モデル -----          | 76     |
| 5.3.3 解析結果と考察 -----             | 79     |
| 5.4 結論 -----                    | 87     |
| <br>第6章 終章 -----                | <br>89 |
| 6.1 総括 -----                    | 89     |
| 6.2 あとがき -----                  | 90     |
| 6.2.1 今後の課題 -----               | 90     |
| 6.2.2 将来への展望 -----              | 91     |

変数の略説

図表一覧

謝辞

# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景

従来から、コンクリートは圧縮力に対して、鋼材は引張力に対して強い材料とされてきた。鋼材を使用した鋼構造が圧縮力に対して弱いとされる第一の理由は、コンクリート構造と比べて同荷重に抵抗する断面を小さくできるため、細長比が大きくなることにより座屈を起こすという点にある。

軸圧縮力が作用する部材（柱）を想定した場合、その弾性座屈荷重はオイラーの座屈荷重として求められることはよく知られており、細長比がその決定の上でのパラメータとなる。加えて、部材の初期たわみや残留応力あるいは荷重の偏心などが影響を及ぼすことも周知の通りである。

オイラーの弾性座屈理論によると、両端ヒンジの1本柱が軸圧縮力を受けて座屈する場合の1次の変形モードは図1-1(a)に示す対称1次となる。この柱の座屈荷重を上昇させるためには、対称1次の変形を抑制し、1次座屈モードではなく他のモードになるようにして、有効座屈長を小さくすればよい。この点に着目して、図1-1(b)に示すように1本柱を縦方向に2本に分割して、中央をタイで結合した柱構造を考えたが、これでは片方の部材にもうひとつの部材が追従するように変形するので、1本柱と同様となる。そこで、図1-1(c)のように両部材を外側に凸になるよう放物線形状に曲げ、両者をタイで結合する構造にすることで、対称1次モードの変形を抑制することが可能ではないか、と着想したことが、曲がり部材で構成された構造体のアイデアの出発点である。すなわち、タイを配置することで部材の変形を抑制し、さらに曲がり部材においてはその形状によりアーチ効果を出現させようというねらいがある。

そこで、本研究では、主として圧縮力が作用するタイで結合した一对の曲がり部材で構成された構造体を対象とし、従来の1本の真直ぐな部材（図1-1(a)）や2本の真直ぐな部材をタイで結合した構造（図1-1(b)）と比較検討する形でその基本的な構造特性を明らかにしながら、有意性を探っていくことにする。なお、タイと曲がり部材との結合条件はピン結合で、できるだけ単純な構造にして曲がり部材の構造体の強度および挙動特性を調べることにする。

また、本構造形式を実構造として適用する可能性を検討するには、弾性域における強度や挙動特性のみならず、弾塑性、および残留応力や初期たわみ等の初期不整の影響を考慮して、強度および挙動特性を明らかにする必要があることを念頭に置いて、本論の展開を進める。

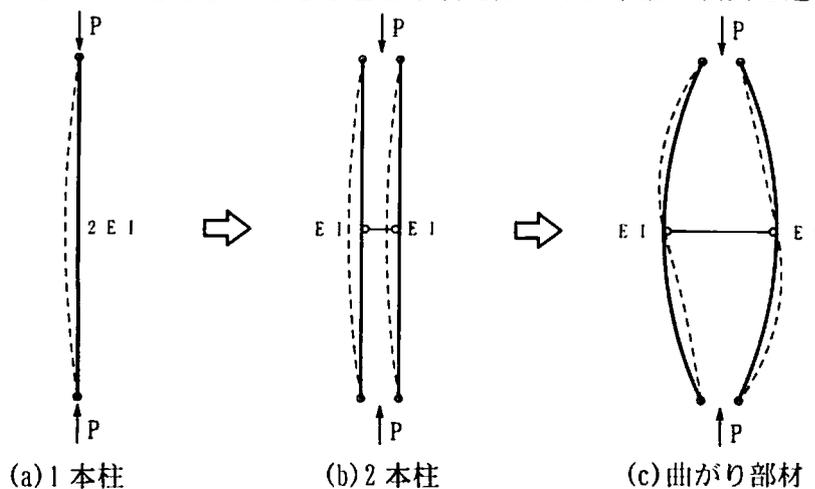


図1-1 軸圧縮力を受ける柱部材の概念図

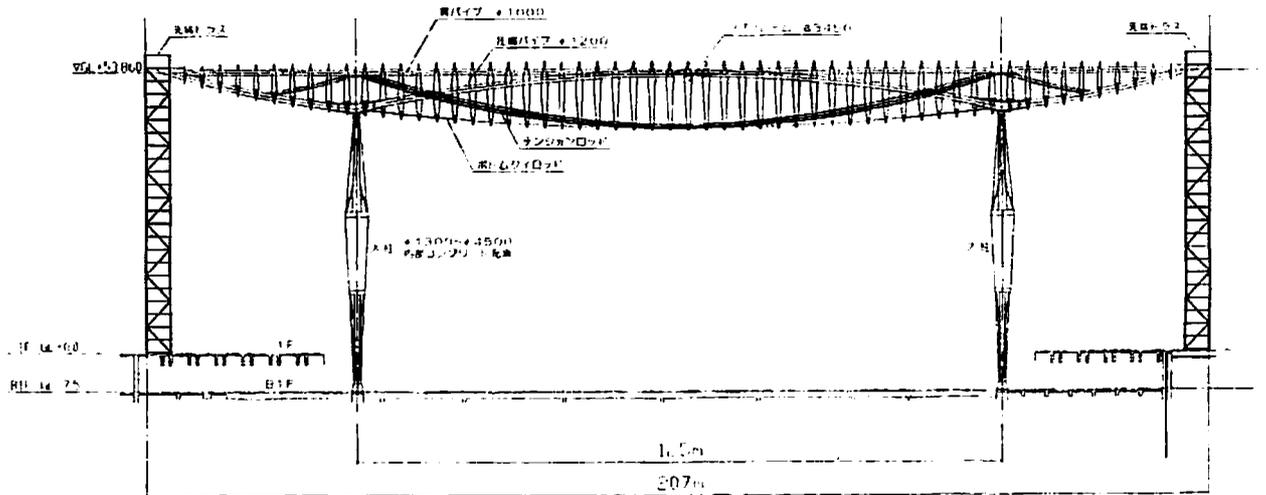
## 1.2 既往の研究

本研究で提案する曲がり部材をタイで結合した構造体は、特に軸圧縮力に抵抗する部材（柱）として新たに提案するものである。過去においてそのような研究は未だなされていないが、梁に代わる構造として、またアーチの面外補強あるいはデザインの一部として、似たような構造が採用された例が幾つかある。

前者としては、梁として用いる（曲がり部材柱を横にして使用するイメージ）ため、上弦材がアーチ効果を期待する圧縮部材、下弦材が引張部材となり、両者をストラットで結合するような構造である。このような構造は主に建築関係の屋根構造や小橋梁などで既に採用されており、図1-2に示す東京国際フォーラムガラス棟の屋根構造<sup>1-1)</sup>や斎藤らの研究<sup>1-2)</sup>、および写真1-1に示す小橋梁などに用いられた例がある。

次に、単弦アーチ橋の面外座屈に対する抵抗、あるいはデザインを意図して適用された例としては、図1-3に示す愛知県豊田市のひらち橋や、図1-4に示すドイツシュツットガルトのStabbogenbrückeなどがある。

また、曲がり部材としてではないが、圧縮力が作用する柱として、ティモシェンコはラチス柱を取り上げ、著書においてその座屈解析に関する理論を展開している<sup>1-3)</sup>。



南北2本の大柱で支持された屋根構造

図1-2 東京国際フォーラムガラス棟の屋根構造

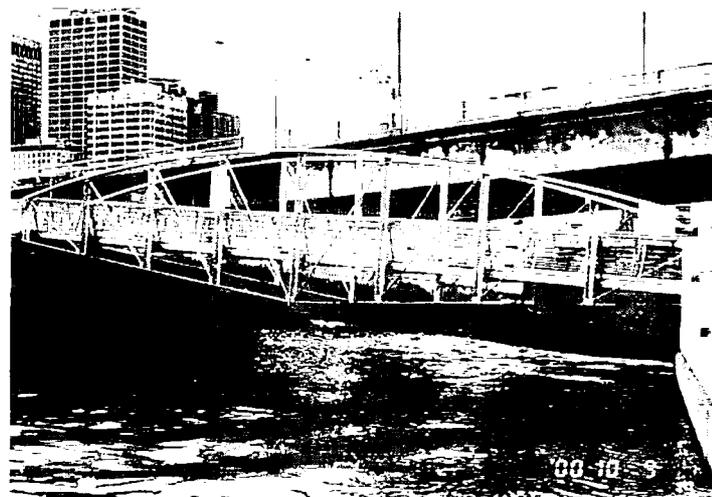


写真1-1 ヤラ川に架かる橋梁（オーストラリア メルボルン）

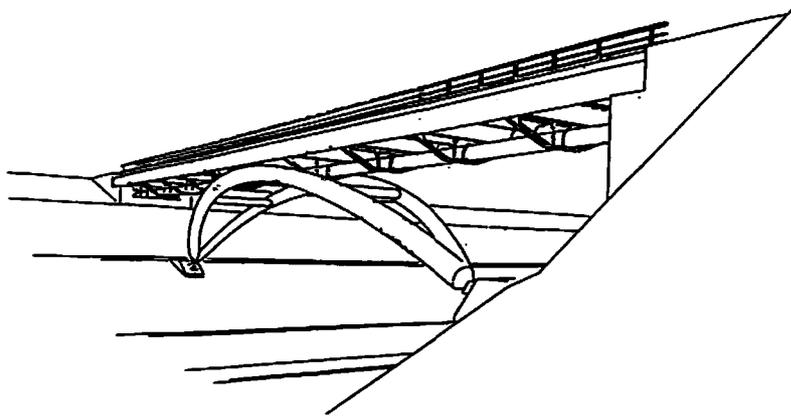


図1-3 ひらち橋（愛知県豊田市）

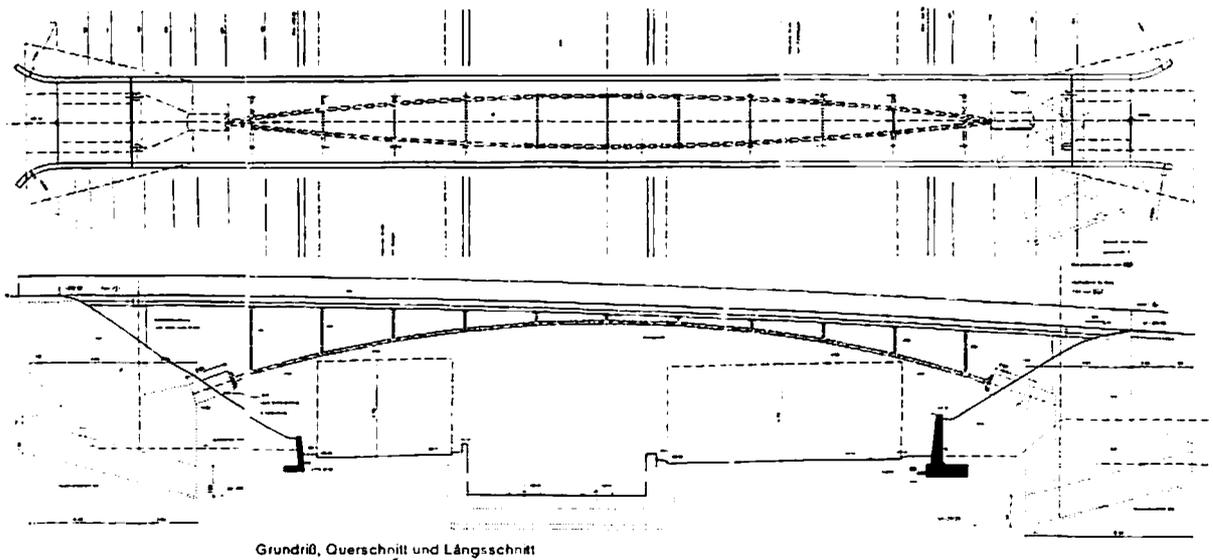


図1-4 Stabbogenbrücke（ドイツ シュツットガルト）

### 1.3 本論文の構成

このような背景のもとで、本研究はタイで結合した曲がり部材で構成された構造体の基本的な強度および挙動特性を調べることを主目的とした。ここで、本論文の構成をまとめて記す。

第2章では、「圧縮力を受ける一対の曲がり部材に対する弾性挙動特性と座屈強度」と題して、タイで結合した一対の曲がり部材で構成された柱構造が軸圧縮力を受ける場合の基本的な性状を、幾何学的非線形性を考慮した骨組要素を用いた弾性有限要素法（FEM）によるパラメト

リック解析で把握する。

次に、軸圧縮力が作用する場合の解析法をアーチ理論に基づいて展開し（提案法）、軸圧縮力に対する弾性挙動および座屈挙動について検討する。併せて同じモデルでFEM解析も行い、提案法の結果との比較検討を行う。

また、平鋼を用いた簡単な供試体を作製し、軸圧縮力を作用させた場合の弾性実験を実施し、最大強度について解析値との比較を行う。

第3章では、「圧縮力に対する弾塑性挙動と最大強度」と題して、タイで結合した一对の曲がり部材で構成された柱構造について、軸圧縮力を受ける場合の弾塑性を考慮した耐荷力特性を調べることを目的とする。具体的には、提案する構造体の耐荷力や変形挙動特性について、主部材のライズ-支間比や細長比をパラメータとして弾塑性FEM解析を行い、一对の真直ぐな部材で構成された柱の場合と比較検討する。さらに、解析結果との比較および実現象を確認するため、残留応力が測定可能な箱形断面を有する供試体を作製し、実験により最大強度や変形挙動を調べる。

第4章では、「曲げに対する挙動特性」と題して、実構造物への適用を想定し、平面および立体の曲がり部材で構成された柱構造の頭部に、風や地震などの水平力が作用したときの強度および挙動特性について弾塑性FEM解析を実施して、その基本的な性状を調べる。

第5章では、「振動特性に関する検討」と題して、曲がり部材で構成された構造体の振動特性について検討を行う。まずは、第2章での軸圧縮力に対する理論解析法（提案法）を発展させて、振動問題も一緒に取り扱えるような理論式を導入し、同時に数値解析との比較を行う。次に、曲がり部材で構成された平面および立体構造モデルを対象にして、部材端の境界条件を変えて軸方向に対する固有振動解析を実施し、真直ぐな部材の構造体と比較検討する。

## 参考文献

1-1) 俵 新:東京国際フォーラムガラス棟の設計と施工、JSSC No.18、1995

1-2) M. Saitoh, A. Okada, K. Maejima, T. Gohda: Study on Mechanical Characteristics of a Light-Weight Complex Structure Composed of a Membrane and a Beam String Structure, Proc. of IASS, 1994 pp632~pp641

1-3) Timoshenko, S. and Gere, J. (仲威雄、瀧川馨一、久保俊彦共訳) : 座屈理論、コロナ社、1961 pp97~pp101

## 第2章 圧縮力を受ける一対の曲がり部材に対する弾性挙動特性と座屈強度

### 2.1 序論

外力荷重に対して、主として軸圧縮力で抵抗することを意図した部材としてアーチがある。本論文では、部材のアーチ特性を考慮して、図2-1(a)に示すような2本の曲がり部材を数本のタイで簡単に結合した構造体を提案するものである。両端ヒンジの一対の曲がり部材（図2-1(a)）に軸圧縮力を作用させると、1本の真直ぐな部材（図2-1(b)）やタイで結合した2本の真直ぐな部材（図2-1(c)）に比べて、対称1次モードの変形が抑えられ、有効座屈長が短くなることにより、座屈強度が増加することが予想される。

ここで、両端ヒンジの部材（柱）の座屈強度増加と座屈変形モードの形状には、相互に関連性があることを確認しておく。まず、図2-1(b)に示す両端ヒンジ柱の座屈荷重は、オイラーの座屈荷重 $P_E$ として、次式で表せる。

$$P_E = n^2 \pi^2 2EI / L^2 \quad (2-1)$$

ここに、 $E$ : ヤング係数  $I$ : 断面2次モーメント  $L$ : 部材支間長（部材長）

通常の両端ヒンジ柱の最小座屈荷重 $P_{cr}$ は $n=1$ のときで、座屈変形モードは図2-2(a)に示す対称形をなす。次に、 $n=2$ をとる場合は、座屈荷重は $4P_{cr}$ となり、座屈変形モードは図2-2(b)に示す逆対称形となる。さらに、 $n=3$ をとると座屈荷重は $9P_{cr}$ となり、座屈変形モードは図2-2(c)のような対称2次となる。すなわち、 $n$ のとり方により部材の座屈強度および座屈変形モードが変化することになる。

提案する構造形式が圧縮力に強くなる理由を、オイラーの式と関連させてここで簡潔に述べる。タイで結合した一対の曲がり部材（図2-1(a)）に軸圧縮力 $P$ を作用させると、1本の真直ぐな部材（図2-1(b)）やタイで結合した2本の真直ぐな部材（図2-1(c)）に比べて、曲がり部材の方が引張材のタイが介在することでアーチ効果が表れ、座屈強度が増加する。また、座屈変形モードは、真直ぐな部材では図2-2(a)に示すような対称1次モードとなるが、曲がり部材ではライズと部材支間長との比（ライズ-支間比以降ライズ比とよぶ）、タイの本数などを妥当に与えれば、対称1次ではなく図2-2(b)のような逆対称1次モードとなる。このとき前者はオイラーの式で $n=1$ に、後者は $n=2$ に相当する。なお、詳述は本文に譲る。

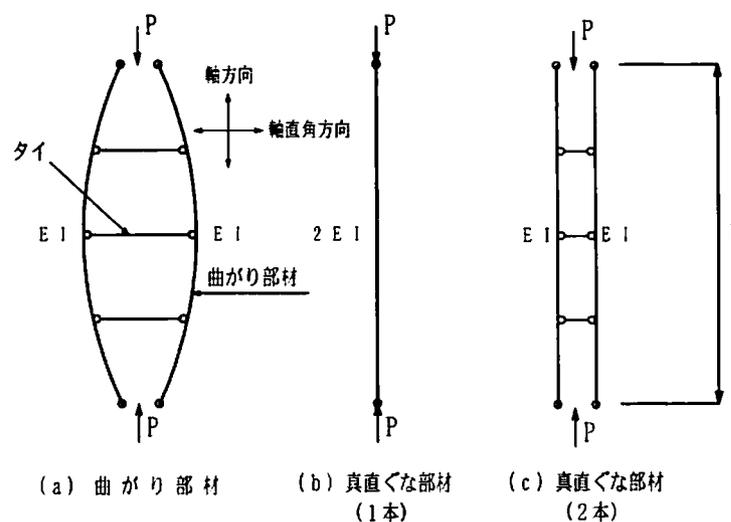
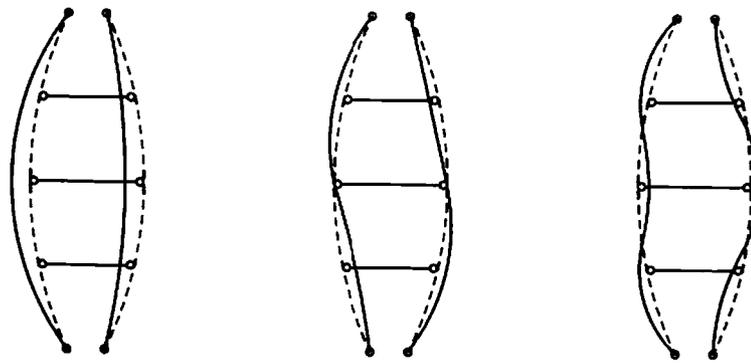


図2-1 真直ぐな部材と曲がり部材の概念図



(a) 対称1次モード      (b) 逆対称1次モード      (c) 対称2次モード

図 2-2 座屈時変形モード

本章では、まず本構造が軸圧縮力に強い部材であるという予測を立証するため、タイで結合した一对の曲がり部材で構成された柱構造について、軸圧縮力が作用する場合の基礎的な弾性座屈強度および挙動特性を、幾何学的非線形性を考慮した骨組要素を用いた弾性有限要素法 (FEM)<sup>2-1)</sup> で調べた。

次に、曲がり部材が軸圧縮力を受ける場合の解析法をアーチ理論に基づいて展開し (提案法)、軸圧縮力に対する挙動および座屈挙動について検討した。併せて弾性FEM解析も行い、提案法との比較を行った。

また、曲がり部材の座屈変形モードに対してライズ比が関係すると考え、ライズ比をパラメータに選んで解析し、両者の関係を明らかにした。さらに、部材製作上発生が避けられない初期たわみに関して、曲がり部材の軸圧縮力に対する挙動や座屈への影響についても調べた。

最後に、曲がり部材の軸圧縮力に対する強度を調べるため、簡単な供試体を作製して弾性実験を実施し、解析結果との比較検討を行った。

## 2.2 弾性解析

一对の曲がり部材をタイで結合した柱に軸圧縮力が作用する場合について、一对の真直ぐな部材をタイで結合した柱と比較しながら、その基本的な特性を把握するため、弾性パラメトリック解析を行った。

ここでは、圧縮力に対する曲がり部材の弾性座屈に関する特性を調べることを目的とした。まず、従来の1本の両端ヒンジを有する真直ぐな柱が軸圧縮力を受ける場合の変形挙動や弾性座屈荷重を求めた。次に初期たわみを有する2本の真直ぐな部材および2本の曲がり部材をタイで結合した柱について、弾性挙動並びに弾性座屈荷重を解析により求め、1本の両端ヒンジ柱の弾性座屈荷重を基本として比較検討を行った。なお、解析では主部材を結合するタイの本数、曲がり部材のライズ比および初期たわみ形状をパラメータにとった。

### 2.2.1 解析モデルと解析パラメータの概要

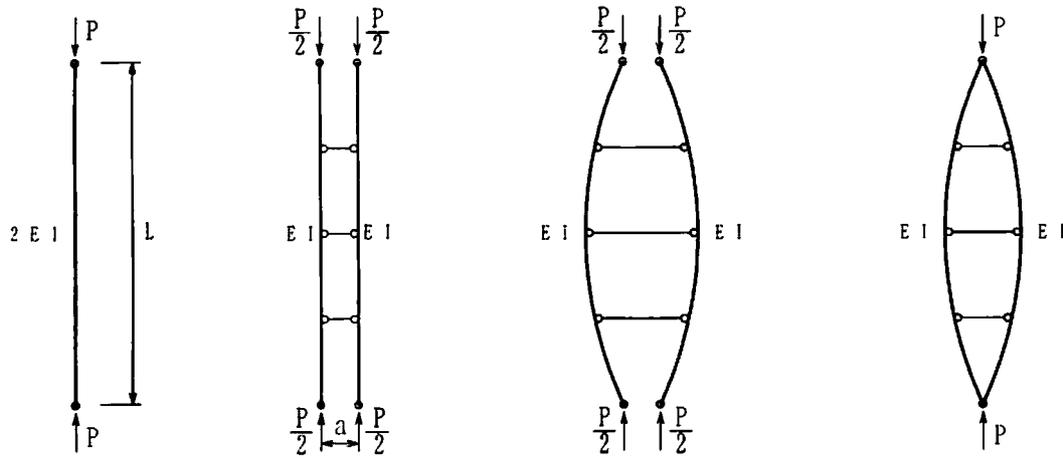
#### (1) 解析モデル

タイで結合した曲がり部材が軸圧縮力を受ける場合について、変形挙動および弾性座屈荷重をFEM解析により求める。

使用した解析モデルを図 2-3 に示すが、ここでは各解析モデルごとに Type0、Type I、Type II と

よぶことにする。Type0 は両端ヒンジの1本柱であり、他のモデルの両端部もすべてヒンジである。Type II-1 では両方の曲がり部材の端部が離れており、Type II-2 は両曲がり部材端部を結合してヒンジとしている。また、2本柱または曲がり部材の剛性は1本柱の剛性  $2EI$  ( $E$ : ヤング係数、 $I$ : 断面2次モーメント) の半分の  $EI$  とした。タイ両端部は2本の真直ぐな柱では剛結合またはピン結合、曲がり部材の柱ではすべてピン結合とした。

解析における座標系、Type I および Type II モデルの主部材1本の断面形状を図2-4に示す。曲がり部材の形状はすべて放物線とし、両部材の間隔は  $5\text{cm}(=a)$  で、 $L$  は部材長、 $f_1$  と  $f_2$  はライズ ( $f_1 > f_2$ ) を表す。初期たわみ形状は、図2-5に示すような正弦波半波の対称形状と1波の逆対称形状(2種類)について検討した。 $v_0$  は1本柱の最大初期たわみ量(軸直角方向)で、道路橋示方書<sup>2-2)</sup>で規定される  $L/1000$  とした。 $v_{01}$ 、 $v_{02}$  は一对の主部材の最大初期たわみ量を表し、解析上両部材に差を付け、 $v_{01}=L/1000$ 、 $v_{02}=L/900$  とした。2本の曲がり部材のモデルで図2-5に示す半波形状の初期たわみを与えることは、初期曲がり形状と同じ方向にたわみを付加することになるので、与えられた初期曲がり形状のまま解析した。また、1波-1、2の初期たわみを与える場合の最大初期たわみ量は  $v_{01}=v_{02}=L/1000$  とした。なお、残留応力は考慮していない。



(a) 1本柱(Type0) 真直ぐな部材 (b) 2本柱(Type I) 真直ぐな部材 (c) 曲がり部材(Type II-1) (d) 曲がり部材(Type II-2)

図2-3 解析モデル

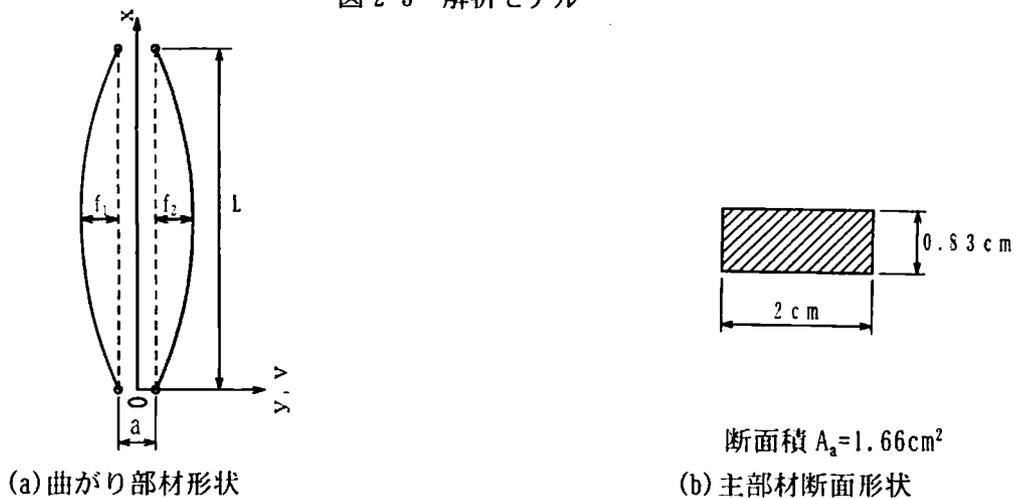


図2-4 座標系と断面形状

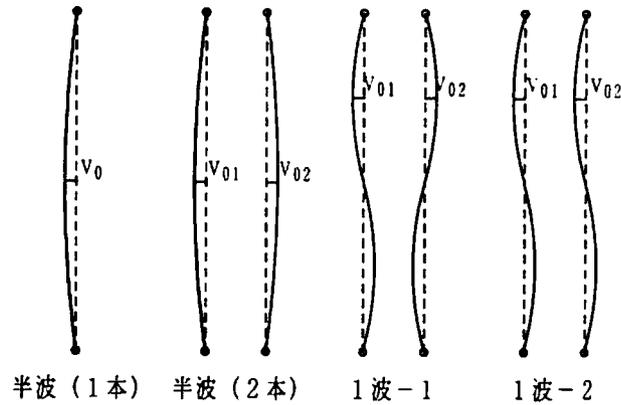


図 2-5 初期たわみ形状

表2-1 解析パラメータ諸元

|   |                       |                           |
|---|-----------------------|---------------------------|
| ヤング係数 E                                     | (kN/mm <sup>2</sup> ) | 206                       |
| 部材長 L                                       | (cm)                  | 48、96                     |
| 細長比 L/r                                     |                       | 200、400                   |
| タイ  | (本)                   | 3、7、11                    |
| ライズ f <sub>1</sub>                          | (mm)                  | 48、96、144                 |
| ライズ f <sub>2</sub>                          | (mm)                  | 46、94、142<br>40、88、136    |
| f/L = (f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub> ) / L |                       | 1/480、1/120               |
| タイの断面積 (cm <sup>2</sup> )                   |                       | 0.83 (0.1A <sub>2</sub> ) |

f<sub>2</sub> 上段：Δf = L/480 下段：Δf = L/120

## (2) 解析パラメータの設定

解析で設定したパラメータを表2-1に示す。部材の細長比 (L/r、r：弱軸まわりの断面2次半径) は200および400と、道路橋示方書での主圧縮部材の規定値 (L/r=120) より大きくとった。タイは両主部材を結合する部材であるので、その影響を把握するために本数を3~11と変化させて解析し、11本では両者の一体化が図れるものと予想した。ライズ比 f<sub>1</sub>/L は通常のアーチ構造で用いられる0.1、0.15 およびそれらより小さい0.05、の3種類とした。また、f<sub>2</sub> は表に示すような2種類を使用し、曲がり部材の製作誤差を考慮して、両部材に対するライズ差 Δf = (f<sub>1</sub>-f<sub>2</sub>) として、L/480 とその4倍程度の L/120 の2ケースについて比較検討を行った。

## 2.2.2 解析結果と考察

### (1) 座屈強度

まず、従来の両端ヒンジ1本柱Type0の解析結果における座屈荷重は、初期たわみ形状が半波および1波でも、n=1のときのオイラーの最小弾性座屈荷重 P<sub>cr</sub> とほぼ一致することを確認した。以降の解析で得られた座屈荷重 P<sub>max</sub> はすべて式 (2-1) で得られる最小座屈荷重 P<sub>cr</sub> を用いて無次元化した。

表 2-2 は、タイと主部材との結合条件ごとに、細長比 400 の Type I モデルの座屈荷重 (P<sub>max</sub>/P<sub>cr</sub>) について、初期たわみ形状とタイの本数を変化させて解析した結果である。なお、表における剛結合ではタイの剛性 (EI<sub>1</sub>) を主部材の剛性 EI の 1/10 および 1/100 とした。

表 2-2 Type I の座屈荷重 ( $P_{max}/P_{cr}$ )

|       | ピン結合 |      |     | 剛結合  |      |
|-------|------|------|-----|------|------|
|       | 1波-1 | 1波-2 | 半波  | 1波-1 | 半波   |
| タイ 3本 | 3.6  | 1.0  | 1.1 | 2.7  | 2.6  |
|       | ---  | ---  | --- | 1.5  | 1.4  |
| 7本    | 3.7  | 1.0  | 1.1 | 6.6  | 6.3  |
|       | ---  | ---  | --- | 2.0  | 1.8  |
| 11本   | 4.0  | 1.0  | 1.1 | 10.7 | 10.3 |
|       | ---  | ---  | --- | 2.2  | 2.2  |

剛結合時のタイの剛性 ( $EI_t$ ) 上段:  $EI/10$  下段:  $EI/100$

タイの両端をピン結合にしたモデルでは、タイの本数を増やしても座屈荷重にほとんど変化がなく、初期たわみ形状により変化することがわかる。図 2-5 に示す 1 波-1 の初期たわみを与えたピン結合のモデルでは、初期荷重の段階から両部材がタイにより一体化して逆対称の変形挙動を示し、最終状態まで続くことがわかった。つまり、圧縮を受ける部材にわずかでも初期曲がりが存在し、かつタイで結合されていれば座屈荷重の上昇が期待できるといえる。また、半波の初期たわみを与えたピン結合のモデルでも同様に両部材が一体化して挙動するが、1 波-1 を与えたモデルほど荷重の上昇はみられなかった。これは、2 本柱に半波の初期たわみを与えた場合、初期たわみと同じ方向に両部材とも変形を生ずることから、座屈モードが半波形状となり座屈荷重は上昇しなかったと考えられる。

一方、剛結モデルではタイの剛性が座屈荷重に大きく影響することがわかる。これは、剛結の場合は、タイの剛性が上がることで、間隔  $a$  で配置された両主部材の全体的な断面剛性が大きくなるためである。

表 2-3 と表 2-4 は、細長比が 200 と 400 の Type II-1 と Type II-2 の曲がり部材モデルの座屈荷重を示したものである。曲がり部材のライズ比  $f_1/L$  を 0.05~0.15、タイの本数を 3~11 と変化させた結果である。表からわかるように、一对の曲がり部材の柱の座屈荷重は、曲がり部材の細長比、ライズ比、ライズ差およびタイの本数の影響をあまり受けず、両端ヒンジ 1 本柱の 3 倍以上となる。なお、初期たわみは 1 波-1 の形状としたが、1 波-2 あるいは半波形状の初期たわみでも座屈荷重はほとんど変わらなかった。

座屈荷重とタイの本数の関係を示したのが図 2-6 および図 2-7 である。図より、タイの本数が 11 本あれば、両端ヒンジ 1 本柱の座屈荷重の 4 倍近くに達することがわかる。この 4 という値は式 (2-1) のオイラーの座屈荷重の  $n=2$  に対応しており、このときの座屈モードは逆対称 1 次になる。つまり 2 本の曲がり部材が軸圧縮力を受ける場合、数本のタイで両部材を繋ぐことにより軸直角方向の変形を抑える働きをして、両方の曲がり部材がアーチ効果を発揮することになる。また、タイを取り付けた 2 本の真直な柱でも適当な初期たわみを与えれば、座屈強度を上げることは可能であることを示唆している。

なお、座屈荷重をさらに上げるには、図 2-8 に示すように、中央部分に斜材を入れて軸直角変位を拘束し、逆対称 1 次座屈モードを生じないようなトラス形式にすればよい。一例として、細長比が 400 で、ライズ比  $f_1/L$ 、ライズ差  $\Delta f = (f_1 - f_2) = L/120$  で、斜材を追加した図 2-8 のモデルの場合、初期たわみを 1 波-1 の形状としたときの座屈荷重は、図中に示すように両端ヒンジ 1 本柱の 9 倍以上となり、対称 2 次の座屈モードとなった。(図 2-2(c) 参照)

表 2-3 Type II-1 の座屈荷重 ( $P_{max}/P_{cr}$ )

| $f_1/L$      | 0.05       |            | 0.1        |            | 0.15       |            |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $\Delta f/L$ | 1/480      | 1/120      | 1/480      | 1/120      | 1/480      | 1/120      |
| 3本           | 3.6<br>3.4 | 3.6<br>--- | 3.4<br>3.3 | 3.3<br>--- | 3.2<br>3.1 | 3.1<br>--- |
| 7本           | 3.9<br>3.8 | 4.0<br>--- | 3.7<br>3.6 | 3.9<br>--- | 3.4<br>3.4 | 3.5<br>--- |
| 11本          | 4.0<br>4.0 | 3.9<br>--- | 3.8<br>3.7 | 3.8<br>--- | 3.7<br>3.5 | 3.6<br>--- |

上段:  $L/r=400$  下段:  $L/r=200$  初期たわみ 1 波-1

表 2-4 Type II-2 の座屈荷重 ( $P_{max}/P_{cr}$ )

| $f_1/L$      | 0.05       |            | 0.1        |            | 0.15       |            |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $\Delta f/L$ | 1/480      | 1/120      | 1/480      | 1/120      | 1/480      | 1/120      |
| 3本           | 3.4<br>3.5 | 3.4<br>--- | 3.3<br>3.3 | 3.3<br>--- | 3.1<br>3.1 | 3.1<br>--- |
| 7本           | 3.8<br>3.8 | 3.9<br>--- | 3.8<br>3.7 | 3.8<br>--- | 3.6<br>3.5 | 3.6<br>--- |
| 11本          | 3.9<br>3.9 | 3.8<br>--- | 3.8<br>3.7 | 3.8<br>--- | 3.6<br>3.6 | 3.7<br>--- |

上段:  $L/r=400$  下段:  $L/r=200$  初期たわみ 1 波-1

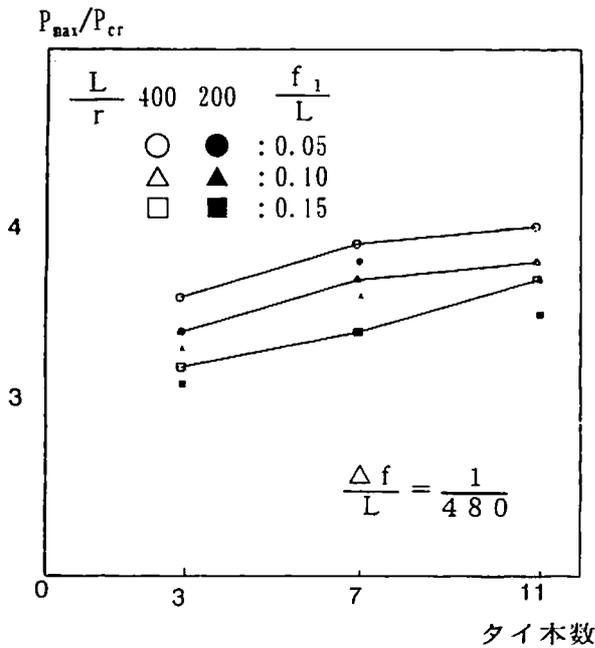


図 2-6 座屈荷重とタイの本数の関係  
(Type II-1 初期たわみ 1 波-1)

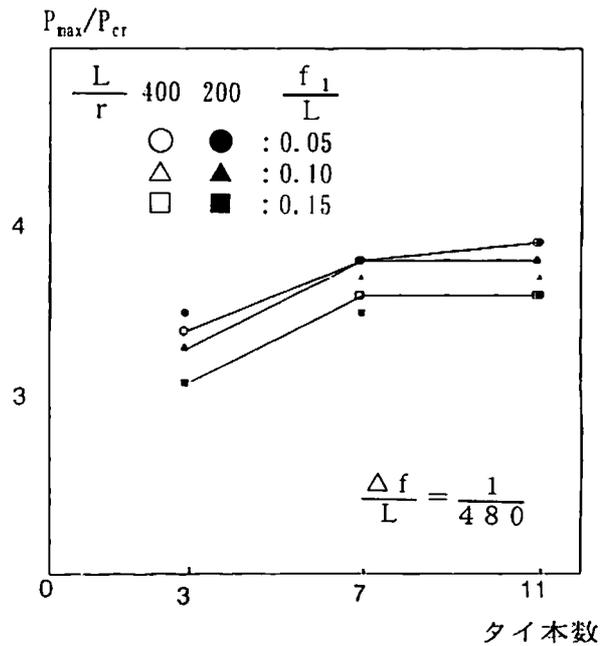
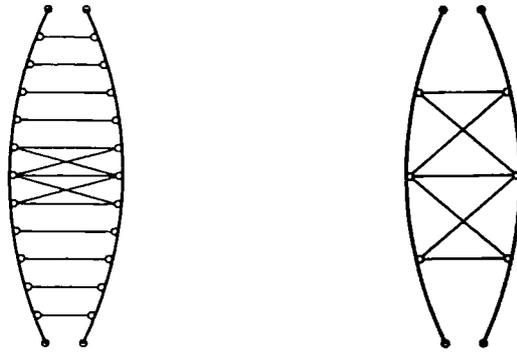


図 2-7 座屈荷重とタイの本数の関係  
(Type II-2 初期たわみ 1 波-1)



(a)  $P_{max}/P_{cr}=9.3$                       (b)  $P_{max}/P_{cr}=11.6$   
 図 2-8 斜材のある曲がり部材 (Type III) と座屈荷重

(2) タイの本数と変形挙動

表 2-5 は細長比 400 のモデルで主部材の弾性座屈荷重の半分 ( $P_{cr}/2$ ) の軸圧縮力を与えた場合の Type I モデルにおいて、軸直角変位 ( $v$ ) と同じ位置での両端ヒンジ 1 本柱 Type0 の軸直角変位 ( $v_1$ ) との比を示したものである。1 波の初期たわみ形状を与えた場合は基部から  $L/4$  点で、半波では  $L/2$  点での変位を用いた。

1 波-2 の初期たわみを与えた Type I のモデルでは、両端ヒンジ 1 本柱の変形よりも多少大きい変位が生じているが、座屈荷重は両端ヒンジ 1 本柱の座屈荷重と同様となった。また、大きな座屈荷重が得られた 1 波-1 の初期たわみを与えたモデルでは、ピン結でも剛結でも変形量は  $1/18 \sim 1/12$  程度に抑えられる。

一方、表 2-5 の Type I と同様に、細長比 400 のモデルで  $P_{cr}/2$  の軸圧縮力を与えた場合での、曲がり部材 Type II の解析結果を示した表 2-6 をみると、さらに変形量が抑えられ、平均で  $1/85 \sim 1/20$  と非常に小さくなった。また、ライズ差  $\Delta l$  が小さいほど変形量も小さくなり、Type I のモデルと比較しても小さくなることがわかる。その変形量は Type0 の  $1/20$  程度以下となる。

図 2-9、10 は、Type I および II-1 のモデルで、タイの本数が 3 本および 11 本のときの荷重と軸直角変位の関係を示したもので、変位は  $L/2$  点のものを用いた。各 Type の変形挙動の特徴がよく表れており、特に Type II-1 の場合は変形量が小さく抑えられ、かつ座屈荷重が約  $4P_{cr}$  と大きくなることが読みとれる。

表 2-5 Type I の変位 ( $v/v_1$ )

| 解析モデル<br>タイ本数 | ピン結合  |       |      | 剛結合   |      |
|---------------|-------|-------|------|-------|------|
|               | 1 波-1 | 1 波-2 | 半波   | 1 波-1 | 半波   |
| タイ 3 本        | 1/15  | 1.1   | 1/27 | 1/18  | 1/21 |
| 7 本           | 1/13  | 1.29  | 1/24 | 1/17  | 1/19 |
| 11 本          | 1/12  | 1.33  | 1/23 | 1/18  | 1/30 |

剛結時のタイの剛性 ( $EI_t$ ) =  $EI/100$

表 2-6 Type II-1 および Type II-2 の変位 ( $v/v_1$ )

| $f_1/L$      | 0.05  |       | 0.1   |       | 0.15  |       |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\Delta f/L$ | 1/480 | 1/120 | 1/480 | 1/120 | 1/480 | 1/120 |
| タイ<br>3本     | 1/121 | 1/46  | 1/66  | 1/24  | 1/49  | 1/24  |
|              | 1/122 | 1/32  | 1/56  | 1/19  | 1/54  | 1/19  |
| 7本           | 1/78  | 1/23  | 1/68  | 1/20  | 1/63  | 1/20  |
|              | 1/58  | 1/20  | 1/68  | 1/19  | 1/65  | 1/22  |
| 11本          | 1/76  | 1/20  | 1/71  | 1/20  | 1/73  | 1/24  |
|              | 1/54  | 1/18  | 1/55  | 1/19  | 1/59  | 1/22  |
| 平均           | 1/85  | 1/27  | 1/64  | 1/20  | 1/60  | 1/22  |

上段 : Type II-1      下段 : Type II-2  
(初期たわみなし)

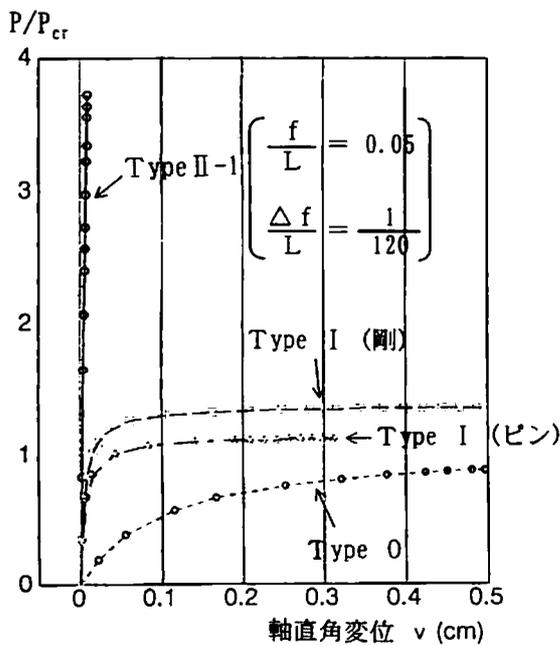


図 2-9 荷重-軸直角変位曲線 (タイ 3 本)

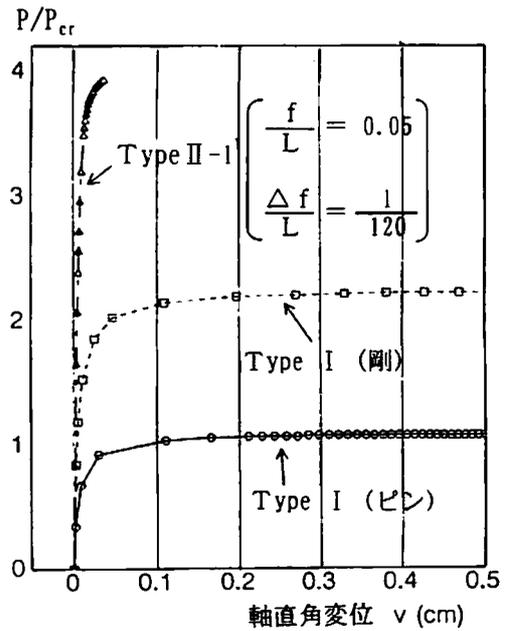


図 2-10 荷重-軸直角変位曲線 (タイ 11 本)

### 2.3. 弾性座屈強度の解析手法

2.2.弾性解析では、タイで結合した曲がり部材の座屈強度増加と座屈変形モードの形状には、相互に関連性があることを述べた。本章では、2.2.での解析結果を受けて、曲がり部材の座屈変形モードに対してライズ比が関係すると考え、ライズ比をパラメータに選んで解析し、両者の関係を明らかにすることを主な目的とする。

解析方法としては、以下の2方法を採用した。

①構造力学におけるアーチ理論を基本とし、軸方向の変形の適合条件式に基づいてアーチ部材を軸力部材と曲げ部材として別々に考え、後で合成して定式化する解析方法。（以下この解析方法を提案法とよぶ。）

②幾何学的非線形性を考慮した骨組要素を用いた弾性有限要素法による解析方法<sup>2-1)</sup>。（以下FEMとよぶ。）

なお、本章で取り上げるような弾性座屈荷重およびモードについては、座屈固有値解析で求めるのが一般的だが、提案法との比較にFEM解析を用いたのは、任意圧縮荷重作用時の変形挙動を比較検討するためである。加えて本研究では、弾性解析あるいは弾塑性解析等で一貫してFEM解析により挙動の比較検討を行うためでもある。

本章では、まず提案法の解析理論について述べ、その前提条件を確認するため、タイの断面積をパラメータにとり、提案法とFEMの結果比較を行った。

次に、解析結果の精度、座屈荷重算出の妥当性、座屈変形モード発生条件などの検討のため、曲がり部材のライズ比をパラメータにとり、提案法とFEMとの解析結果を対比した。

最後に、曲がり部材の製作上、発生が避けられない初期たわみを与えてFEM解析を行い、軸圧縮力に対する挙動への影響についても調べた。

#### 2.3.1 提案法の解析理論

曲がり部材をアーチ部材に直接対応させて解析できることは、両者の形状から判断しても直観的に理解できる。

一般にアーチ部材は、主に軸力が作用する部材として取り扱われるが、その曲げ剛性についても考慮する必要がある。アーチ部材を軸力部材と曲げ部材とに分離して別々に解析を行い、最終的に両者を合体することによって簡明な解析が可能となることはすでに発表されている<sup>2-3), 2-4)</sup>。

ここでは、このような分離、合体の手法を拡大して用いて、タイで結合した曲がり部材を解析する手法の定式化を行った。

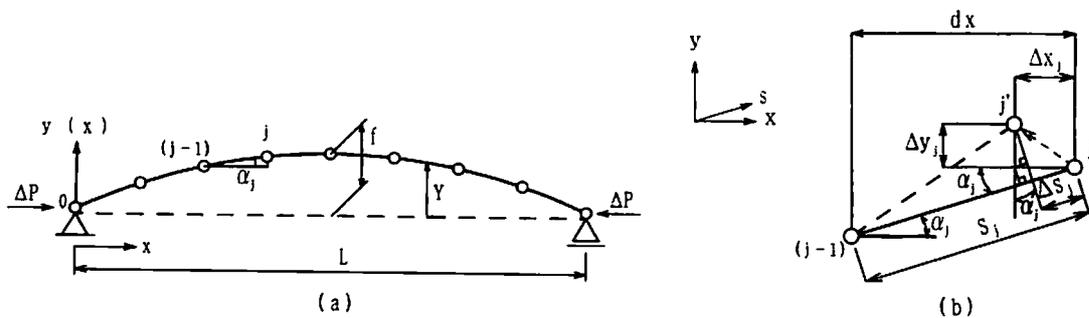


図2-11 アーチの形状と変形

(1) 1本の曲がり部材の適合条件式

曲がり部材を軸力部材（軸力に対してのみ抵抗する部材）として考える。今、図2-11(a)における曲がり部材の形状を、一般的なアーチの形状と同様に下式(2-2)で示すような放物線として表されるものとする。

$$Y(x) = \frac{4fx(L-x)}{L^2} \quad (2-2)$$

今、図2-11(a)のように、ひとつの曲がり部材を折線の滑節アーチと仮定する。図2-11(b)に示すように、その1部材の(j-1)～jが軸圧縮力 $\Delta P$ を受けて、材長 $s_j$ が $\Delta s_j$ だけ縮み、j点が(j-1)点に対して、x、y方向に $\Delta x_j$ 、 $\Delta y_j$ だけ変位してj'点に移動したとすると、部材の折曲がり角度を $\alpha_j$ として次の関係式が成立する。

$$\Delta s_j = \Delta y_j \sin \alpha_j - \Delta x_j \cos \alpha_j \quad (2-3)$$

これより、

$$\Delta x_j = \Delta y_j \tan \alpha_j - \Delta s_j \sec \alpha_j \quad (2-4)$$

このアーチの軸方向(x方向)変位を $\Delta L$ とする。この $\Delta L$ は上式の $\Delta x_j$ の総和として得られる。すなわち、

$$\Delta L = \sum_{j=1}^k \Delta x_j = \sum_{j=1}^k \Delta y_j \tan \alpha_j - \sum_{j=1}^k \Delta s_j \sec \alpha_j \quad (2-5)$$

と書き直せる。なお、kは格間数である。

式(2-2)のアーチ軸線の形状を用いると、 $\tan \alpha_j$ は次式となる。

$$\tan \alpha_j = \frac{dY(x)}{dx} = \frac{4f(L-2x)}{L^2} \quad (2-6)$$

滑節アーチの軸直角方向(y方向)の変形を、式(2-7)に示すような正弦級数により与えられる場合について考える。(図2-12(c)参照)

$$y_j(x) = a_1 \sin \frac{\pi x}{L} + a_2 \sin \frac{2\pi x}{L} + a_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + \dots = \sum_n a_n \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (2-7)$$

ここで、 $a_n$ は各正弦曲線の最大変位で、 $\pi$ に掛かる係数nは同曲線における半波形の波の数を示す。

この変形に対して、

$$\Delta y_j(x) = \sum_n a_n \frac{n\pi}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} \Delta x \quad (2-8)$$

となり、式(2-5)の右辺第1項は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^k \Delta y_j \tan \alpha_j &= \sum_n a_n \frac{n\pi}{L} \int_0^L \cos \frac{n\pi x}{L} \cdot \frac{4f(L-2x)}{L^2} dx \\ &= \frac{16}{\pi} \cdot \frac{f}{L} \sum_n \frac{a_n}{n} \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \\ &= 0 \quad (n = 2, 4, 6, \dots) \end{aligned} \quad (2-9)$$

同様に、式(2-5)の右辺第2項は次式となる。

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^k \Delta s_j \sec \alpha_j &= \sum_{j=1}^k \frac{\Delta P \sec^3 \alpha_j}{A_a E} \Delta x = \frac{\Delta P}{A_a E} \int_0^L \sec^3 \alpha_j dx \\ &= \frac{\Delta P}{A_a E} \int_0^L \left(1 + \frac{3}{2} \tan^2 \alpha_j + \frac{3}{8} \tan^4 \alpha_j + \dots\right) dx\end{aligned}\quad (2-10)$$

ここで、

$$\int_0^L \tan^2 \alpha_j dx = \frac{16f^2}{L^4} \int_0^L (L-2x)^2 dx = \frac{16f^2}{3L}\quad (2-11-1)$$

$$\int_0^L \tan^4 \alpha_j dx = \left(\frac{4f}{L^2}\right)^4 \int_0^L (L-2x)^4 dx = \frac{256f^4}{5L^3}\quad (2-11-2)$$

とおくことにより、式(2-10)を次式で近似する。

$$\frac{\Delta P}{A_a E} \int_0^L \sec^3 \alpha_j dx \approx \frac{\Delta PL}{A_a E} \left\{1 + 8\left(\frac{f}{L}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f}{L}\right)^4\right\}\quad (2-12)$$

これより、式(2-5)の $\Delta L$ は、式(2-13)で表せる。

$$\Delta L = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{f}{L} \sum_n \frac{a_n}{n} - \frac{\Delta PL}{A_a E} \left\{1 + 8\left(\frac{f}{L}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f}{L}\right)^4\right\} \quad (n = 1, 3, 5, \dots)\quad (2-13)$$

ただし、式(2-13)での $n$ は奇数を取り、対称変形であることに注意する必要がある。

## (2) 一对の曲がり部材(曲げ剛性=0)の適合条件式

図2-12(a)において、曲げ剛性が0である一对の曲がり部材に、軸圧縮力 $P_0$ が作用する状態を考える。このとき、左側のライズ $f_1$ の曲がり部材に作用する圧縮力を $\Delta P_1$ 、この力による上端軸方向変位を $\Delta L_1$ とし、同様に右側のライズ $f_2$ の曲がり部材に作用する圧縮力を $\Delta P_2$ 、対応する上端軸方向変位を $\Delta L_2$ とする。これからは、 $\Delta P_1$ 、 $\Delta L_1$ 、 $\Delta P_2$ 、 $\Delta L_2$ 、およびその圧縮力により生じる軸直角方向の変位 $v$ を求める式について、適合条件式を導きながら考える。(ただし、 $f_1 > f_2$ とする。)

両部材に作用する圧縮力の合計を $P_0$ とすると次式となる。

$$P_0 = \Delta P_1 + \Delta P_2\quad (2-14)$$

一方、タイの伸びは無視して、2本の曲がり部材が軸直角方向に同じ変形をすると仮定すると、2本の曲がり部材の上端軸方向変位 $\Delta L_1$ 、 $\Delta L_2$ は、式(2-13)を参考にして、次式で表すことができる。

$$\Delta L_1 = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{f_1}{L} \sum_n \frac{a_n}{n} - \frac{\Delta P_1 L}{A_a E} \left\{1 + 8\left(\frac{f_1}{L}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f_1}{L}\right)^4\right\}\quad (2-15-1)$$

$$\Delta L_2 = \frac{-16}{\pi} \cdot \frac{f_2}{L} \sum_n \frac{a_n}{n} - \frac{\Delta P_2 L}{A_a E} \left\{1 + 8\left(\frac{f_2}{L}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f_2}{L}\right)^4\right\}\quad (2-15-2)$$

つまり、式(2-15)において $a_n$ がわかれば、 $\Delta L_1$ 、 $\Delta L_2$ は求まることになる。

さらに、2本の曲がり部材は軸方向に同じ変形( $\Delta L_1 = \Delta L_2$ )をすると考えると、次式が得られる。

$$\frac{16(f_1 + f_2)}{\pi L} \sum_n \frac{a_n}{n} = \frac{\Delta P_1 L R_1}{A_a E} - \frac{\Delta P_2 L R_2}{A_a E}\quad (2-16)$$

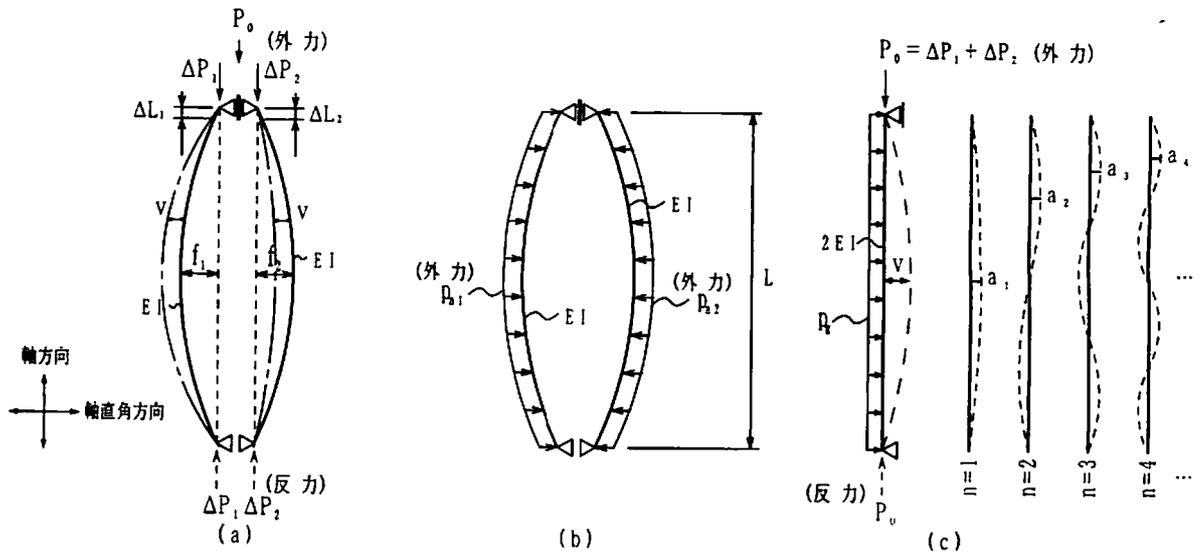


図2-12 曲がり部材に作用する荷重

ここで、

$$R_1 = 1 + 8\left(\frac{f_1}{L}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f_1}{L}\right)^4 \quad R_2 = 1 + 8\left(\frac{f_2}{L}\right)^2 + 19.2\left(\frac{f_2}{L}\right)^4 \quad (2-17)$$

曲がり部材に軸圧縮力  $\Delta P_1$ 、 $\Delta P_2$  を作用させたこれまでの状態では、曲がり部材の曲げ剛性を0と仮定してきたので、式(2-2)の放物線で与えられるこの2本の曲がり部材を安定保持させるためには、図2-12(b)に示す等分布荷重  $p_{a1}$ 、 $p_{a2}$  を作用させる必要がある。その大きさは次式で表せる。

$$p_{a1} = \frac{8f_1}{L^2} \Delta P_1 \quad p_{a2} = \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \quad (2-18)$$

しかし、この状態では両曲がり部材のライズが異なるので、等分布荷重の差  $p_a$  が不均衡荷重として残る。

$$p_a = p_{a1} - p_{a2} \quad (2-19)$$

### (3) 曲げ剛性を有する曲がり部材の変形

次に、1本の曲がり部材の曲げ剛性を  $EI$  とするとき、一对の逆向きの放物線形状の曲がり部材は、ライズ比が小さければ、これを図2-12(c)に示すように、直線状の単純梁に近似的に置換できる。一对の曲がり部材は数本の両端ピンの部材(タイ)で結合されているだけなので、曲がり部材の間隔には影響されない。つまり、一对の曲がり部材は一体としてでなく、独自に挙動できるものとしているので、曲げ剛性  $2EI$  を持つ単純梁として置換できる。この単純梁に等分布荷重  $p_g$  と軸圧縮力  $P_0$  が作用するとき、その変形  $v$  は次式で与えられる<sup>2-5)</sup>。

$$v = \frac{4p_g L^4}{\pi^5 2EI} \sum_n \frac{1}{n^5} \left( \frac{1}{1 - \zeta/n^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (2-20)$$

ここに、

$$\zeta = \frac{P_0 L^2}{2EI\pi^2} \quad P_0 = \frac{2EI\pi^2 \zeta}{L^2} \quad \frac{\zeta}{n^2} = \frac{P_0}{P_E} \quad (2-21)$$

この等分布荷重 $p_g$ を受ける単純梁に式(2-19)の $p_a$ を考慮すると、この梁は $p_a + p_g$ の等分布外力を受けている。実際にはこの外力は作用していないので、次の関係が得られる。

$$p_g + p_a = 0 \quad p_g = -p_a = -p_{a1} + p_{a2} \quad (2-22)$$

式(2-22)を式(2-20)に代入すると、軸圧縮力が作用するときの、軸直角変位 $v$ が次式のように求まる。

$$v = \frac{4L^4}{\pi^5 2EI} \left( \frac{-8f_1}{L^2} \Delta P_1 + \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \right) \times \sum_n \frac{1}{n^5} \left( \frac{1}{1-\zeta/n^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (2-23)$$

#### (4) 軸力部材と曲げ部材との合成

軸力部材としての曲がり部材は、曲げ剛性 $EI$ を無視した図2-11(a)に示す滑節アーチであるので、軸直角方向の変形を拘束するものはない。(このことは式(2-15)中の $a_n$ 値を自由に選択できることを意味する。)

今、軸力部材としての曲がり部材に、強制的に式(2-20)の変形を与えることを考える。この操作により軸力部材と曲げ部材の両者の剛性を一對の曲がり部材に取り入れることができる。

式(2-23)の梁の変形と式(2-7)とを対応させて、 $a_n$ について表すと次式となる。

$$y = \sum_n a_n \sin \frac{n\pi x}{L} = v \quad (2-24)$$

$$a_n = \frac{4L^4}{\pi^5 2EI} \left( \frac{-8f_1}{L^2} \Delta P_1 + \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \right) \times \frac{1}{n^5} \left( \frac{1}{1-\zeta/n^2} \right) \quad (2-25)$$

式(2-25)の $a_n$ を式(2-16)に代入する。

$$\frac{16(f_1 + f_2)}{\pi L} \times \frac{4L^4}{\pi^5 2EI} \left( \frac{-8f_1}{L^2} \Delta P_1 + \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \right) \times \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1-\zeta/n^2} \right) = \frac{L}{A_a E} (\Delta P_1 R_1 - \Delta P_2 R_2) \quad (2-26)$$

式(2-14)の関係を上式に代入して、次式が得られる。

$$\Delta P_2 = \frac{R_1 + \frac{512ff_1 A_a}{\pi^6 2I} \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1-\zeta/n^2} \right)}{R_1 + R_2 + \frac{512f^2 A_a}{\pi^6 2I} \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1-\zeta/n^2} \right)} P_0 \quad (2-27-1)$$

同様に、

$$\Delta P_1 = \frac{R_2 + \frac{512ff_2 A_a}{\pi^6 2I} \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1-\zeta/n^2} \right)}{R_1 + R_2 + \frac{512f^2 A_a}{\pi^6 2I} \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1-\zeta/n^2} \right)} P_0 \quad (2-27-2)$$

ここに、 $f = f_1 + f_2$

$P_0$ の軸圧縮力が作用したときの各曲がり部材に作用する力 $\Delta P_1$ 、 $\Delta P_2$ は、部材支間長 $L$ 、曲がり部材の断面積 $A_a$ 、断面2次モーメント $I$ 、ライズ $f_1$ 、 $f_2$ がわかれば、式(2-27)より求めることが可能となる。また、軸方向変位 $\Delta L_1$ 、 $\Delta L_2$ は式(2-15)で、軸直角変位 $v$ は式(2-23)でそれぞれ計算できることになる。

曲がり部材が対称モードで座屈する場合には $\Delta P_1 = \Delta P_2 = \infty$ となるので、式(2-27)の分母=0とすればよい。

すなわち、

$$R_1 + R_2 + \frac{512f^2 A_a}{\pi^6 2I} \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1 - \zeta/n^2} \right) = R_1 + R_2 + \frac{256}{\pi^6} \left( \frac{f}{L} \right)^2 \left( \frac{L}{r} \right)^2 \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1 - \zeta/n^2} \right) = 0 \quad (2-28)$$

ここで、

$$R_1 + R_2 = R \quad \frac{512f^2 A_a}{\pi^6 2I} = \alpha \quad \sum_n \frac{1}{n^6} \left( \frac{1}{1 - \zeta/n^2} \right) = F(\zeta) \quad (2-29)$$

とすると、式(2-28)は次式で表せる。

$$F(\zeta) = -\frac{R}{\alpha} \quad (2-30)$$

### 2.3.2 解析条件と解析モデル

続いてFEM解析結果を含めて比較検討を行う。対象とする一対の曲がり部材の解析モデルの構造諸元を図2-13および表2-7に示す。本研究における解析モデルや実験供試体を参考にして、部材支間長Lは207cm、48cmの2種類とし、両曲がり部材端の間隔aを16cm、6cmとした。また、1本の部材の細長比を200と一定とし、ライズ差( $\Delta f = f_1 - f_2$ )と支間長(L)との比 $\Delta f/L$ を一律1/500として、提案法およびFEMにより解析を行った。以下に解析の諸条件を箇条書きで記す。

- CASE①：提案法ではタイの伸びを無視することを前提としているので、FEMと比較してタイの伸びの影響を調べた。部材支間長L=207cmでライズ比 $f_1/L$ を0.05と固定し、パラメータとしてタイの断面積を部材の1/3から1/1000へと変化させた。
- CASE②：提案法による解析値の精度、提案法により算出した座屈荷重の妥当性、ライズ比と座屈変形モードの関係を調べた。タイの断面積を主部材の1/10と固定し、部材支間長L=207cm、48cmの場合について、解析パラメータとしてライズ比 $f_1/L$ を0.05から0.01まで変化させた。
- CASE③：圧縮力に対する挙動や座屈に及ぼす初期たわみの影響を調べた。部材支間長L=207cmの場合について、タイの断面積、ライズ比 $f_1/L$ をCASE②と同様とし、図2-14に示す4種類の形状の初期たわみ $v_0$  ( $=L/1000=0.207\text{cm}$ )を与えた。

提案法は「2.3.1. 提案法の解析理論」で誘導した式に基づいた解析である。一方、FEMは幾何学的非線形性を考慮した弾性有限要素解析プログラムを使用し、曲がり部材の両上端の軸方向変位を等しくして荷重が作用するよう変位制御により行った解析である。

なお、本解析ではモデルの細長比が大きく弾性範囲で考えてよい範疇にあり、かつ煩雑な要因をできるだけ排除するため、材料非線形性ならびに残留応力は考慮しないものとした。

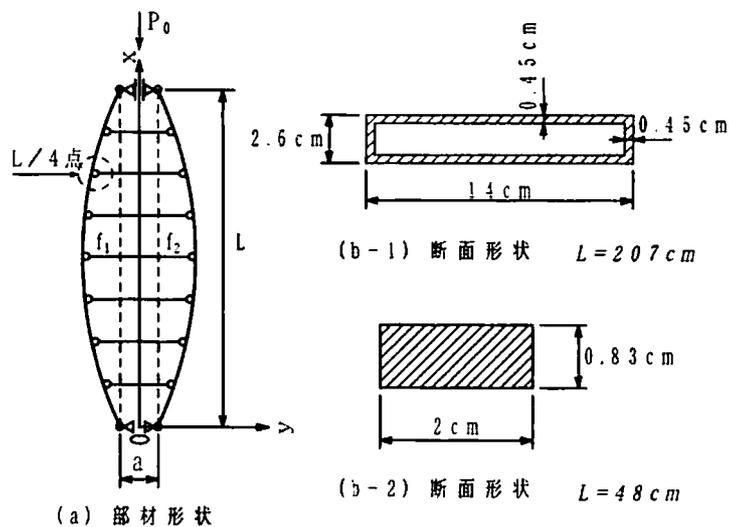


図2-13 解析モデル図

表2-7 解析モデルの構造諸元

|               |                                     |                         |            |   |
|---------------|-------------------------------------|-------------------------|------------|---|
| 部材支間長         | L (cm)                              | 207                     | 48         |   |
| ヤング係数         | E (kN/mm <sup>2</sup> )             | 205.940                 |            |   |
| 主部材 断面積       | A <sub>a</sub> (cm <sup>2</sup> )   | 14.13                   | 1.66       | 1本あたり                                       |
| 主部材 断面2次モーメント | I <sub>a</sub> (cm <sup>4</sup> )   | 15.142                  | 0.0953     | "   |
| 細長比           | L/γ <sub>a</sub>                    | 200                     |            | "   |
| タイ 本数         | (本)                                 | 7                       |            |   |
| タイ 断面積        | A <sub>t</sub> (cm <sup>2</sup> )   | 1.413<br>(0.01413~4.71) | 0.166      | 1本あたり<br>( )内はタイ断面積をパラメーターとした場合             |
| ライズ           | f <sub>1</sub> (cm)                 | 2.07 ~ 10.35            | 0.48 ~ 2.4 | f <sub>1</sub> /L = 0.01 ~ 0.05             |
| ライズ-支間比       | f <sub>1</sub> /L                   | 0.01 ~ 0.05             |            |   |
| 両主部材 ライズ差     | f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub> (cm) | 0.414                   | 0.096      | (f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub> )/L = 1/500 |
| 主部材 端部間隔      | a (cm)                              | 16                      | 6          |   |

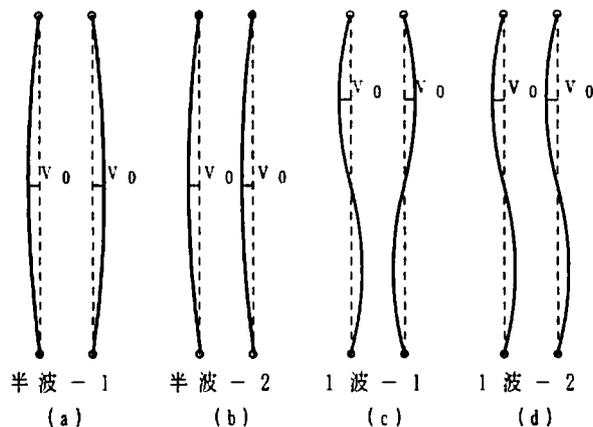


図2-14 初期たわみ形状 ( $v_0=0.207\text{cm}$ )

### 2.3.3 解析結果と考察

#### (1) タイの断面積による影響

提案法ではタイの伸びを無視するという条件で定式化しているため、タイの伸びが大きくなる場合には、FEMと比較して結果に差が生じてくると考えられる。

タイの伸びには、曲がり部材の剛性、タイの本数や剛性が関係すると考えられるが、ここではタイの断面積をパラメータとして解析を行った。解析条件はCASE④であり、提案法およびFEMによる解析結果を比較したものを表2-8に示す。表では、FEMでの最大荷重 ( $P_{0f}$ ) を提案法での最大荷重 ( $P_{0p}$ ) と等しいとして、両部材の作用軸力と軸方向変位を求め、FEMの結果と比較した。また、FEMによる解析結果として、荷重と左側主部材の上端からL/4点の軸直角変位との関係を図2-15に示す。図2-15では、外側への変位を正とし、作用荷重 $P_0$ と式(2-1)で $n=1$ としたオイラーの弾性座屈荷重 $P_{cr}$ との比を縦軸にとり、座屈荷重 $P_0/P_{cr}$ の値も記した。

表2-8では、主部材に作用する軸圧縮力 $\Delta P_1$ 、 $\Delta P_2$ は、タイの断面積に影響を受けることはほとんどない。また、提案法とFEMの結果は概ね一致する。部材の軸方向変位 $\Delta L_1$ 、 $\Delta L_2$ は、タイの断面積が主部材の1/3から1/50の範囲までは、提案法とFEMの結果はよい対応をしているが、さらにタイの断面積が小さくなると、タイの伸びの影響が無視できなくなり、提案法とFEMの結果に誤差が生じてくる。このことは、図2-15において、タイの断面積が主部材の1/100以下になると軸直角変位が大きくなることと対応している。

したがって、提案法ではタイの伸びが無視できるという前提で定式化していることを考えると、今回のモデルをFEMで解析する場合には、タイの断面積は主部材の1/50程度以上までは提案法と対応すると考えられる。これを踏まえて、以下のFEM解析ではタイの断面積を主部材の1/10とした。

表2-8 タイの断面積を変化させた場合の提案法とFEMとの比較 ( $f_t/L=0.05$ )

| タイの断面積 (対主部材比) |   |   | 1/3A <sub>a</sub> | 1/10A <sub>a</sub> | 1/50A <sub>a</sub> | 1/100A <sub>a</sub> | 1/500A <sub>a</sub> | 1/1000A <sub>a</sub> |
|----------------|---|---|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| 荷重             | $P_{0f}(=P_{0p})$ (kN)                            |   | 559.493           | 560.681            | 559.222            | 562.253             | 559.100             | 559.597              |
|                | $\zeta(=P_{0f}/P_{cr})$                           |   | 3.895             | 3.903              | 3.893              | 3.914               | 3.892               | 3.896                |
| 作用力            | 左側  | $\Delta P_{1p}$ (kN)                              | 273.693           | 274.273            | 273.561            | 275.041             | 273.501             | 273.744              |
|                |   | $\Delta P_{1f}$ (kN)                              | 273.709           | 274.246            | 273.598            | 275.092             | 274.006             | 274.778              |
|                |   | $(\Delta P_{1f}-\Delta P_{1p})/\Delta P_{1p}$ (%) | 0.01              | -0.01              | 0.01               | 0.02                | 0.18                | 0.38                 |
|                | 右側  | $\Delta P_{2p}$ (kN)                              | 285.800           | 286.407            | 285.661            | 287.212             | 285.598             | 285.853              |
|                |   | $\Delta P_{2f}$ (kN)                              | 285.784           | 286.435            | 285.625            | 287.160             | 285.094             | 284.818              |
|                |   | $(\Delta P_{2f}-\Delta P_{2p})/\Delta P_{2p}$ (%) | -0.01             | 0.01               | -0.01              | -0.02               | -0.18               | -0.36                |
| 軸変位            | $\Delta L_{1p}=\Delta L_{2p}$ (cm)                |   | -0.203            | -0.203             | -0.203             | -0.204              | -0.203              | -0.203               |
|                | $\Delta L_{1f}=\Delta L_{2f}$ (cm)                |   | -0.204            | -0.206             | -0.216             | -0.230              | -0.338              | -0.498               |
|                | $(\Delta L_{1f}-\Delta L_{1p})/\Delta L_{1p}$ (%) |   | 0.49              | 1.48               | 6.40               | 12.75               | 66.50               | 145.32               |

条件:  $L=207\text{cm}$ ,  $P_{cr}=143.652\text{kN}$

※ 上段は提案法による結果 (添字 p)  
 中段はFEMによる結果 (添字 f)  
 下段は提案法とFEMによる結果の誤差

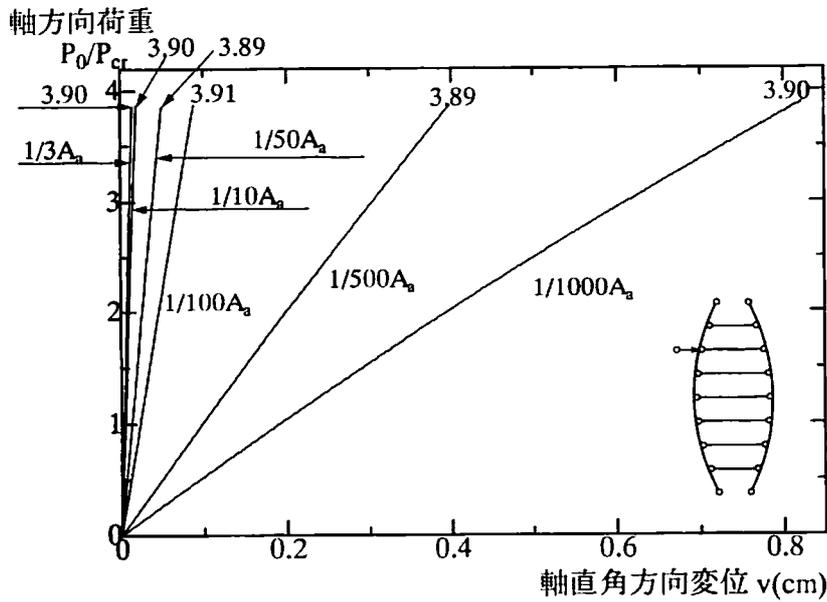


図2-15 荷重-軸直角変位曲線 (L=207cm、 $f_1/L=0.05$ 、左側部材 L/4点)

表2-9 提案法とFEMとの結果比較

| ライズ-支間比 $f_1/L$ |   | 0.050   |          |          | 0.030    |          |          | 0.020    |          |          |  |
|-----------------|---|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| 荷重              | $P_{0f}(=P_{0p})$ (kN)                            | 554.778   |          |          | 561.178  |          |          | 562.144  |          |          |  |
|                 | $\zeta(=P_{0f}/P_{cr})$                           | 3.862   |          |          | 3.907    |          |          | 3.913    |          |          |  |
| 作用力             | 左側  | $\Delta P_{1p}$ (kN)                              | 271.391  |          |          | 269.035  |          |          | 257.101  |          |  |
|                 |   | $\Delta P_{1f}$ (kN)                              | 271.405  |          |          | 269.047  |          |          | 257.196  |          |  |
|                 |   | $(\Delta P_{1f}-\Delta P_{1p})/\Delta P_{1p}$ (%) | 0.01     |          |          | 0.00     |          |          | 0.04     |          |  |
|                 | 右側  | $\Delta P_{2p}$ (kN)                              | 283.387  |          |          | 292.143  |          |          | 305.043  |          |  |
|                 |   | $\Delta P_{2f}$ (kN)                              | 283.373  |          |          | 292.130  |          |          | 304.948  |          |  |
|                 |   | $(\Delta P_{2f}-\Delta P_{2p})/\Delta P_{2p}$ (%) | 0.00     |          |          | 0.00     |          |          | -0.03    |          |  |
| 軸変位             | $\Delta L_{1f}=\Delta L_{2p}$ (cm)                | -0.201  |          |          | -0.201   |          |          | -0.201   |          |          |  |
|                 | $\Delta L_{1f}=\Delta L_{2f}$ (cm)                | -0.204  |          |          | -0.202   |          |          | -0.202   |          |          |  |
|                 | $(\Delta L_{1f}-\Delta L_{1p})/\Delta L_{1p}$ (%) | 1.49  |          |          | 0.50     |          |          | 0.50     |          |          |  |
| 直角変位            | 部材位置 (上端より)                                       | 3L/4点   | L/2点     | L/4点     | 3L/4点    | L/2点     | L/4点     | 3L/4点    | L/2点     | L/4点     |  |
|                 | $v_p$ (cm) (式(2-23)より 符号逆)                        | -0.01189  | -0.01748 | -0.01189 | -0.03868 | -0.05695 | -0.03868 | -0.12344 | -0.18173 | -0.12344 |  |
|                 | $v_f$ (cm) (両主部材の平均値)                             | -0.01184  | -0.01693 | -0.01125 | -0.03847 | -0.05650 | -0.03882 | -0.12216 | -0.17961 | -0.12268 |  |
|                 | $(v_f-v_p)/v_p$ (%)                               | 0.40  | 3.17     | 5.39     | 0.54     | 0.80     | -0.36    | 1.04     | 1.17     | 0.62     |  |

条件: L=207cm,  $P_{cr}=143.652\text{kN}$ ,  $A_1/A_a=1/10$

※ 上段は提案法による結果 (添字 p)  
 中段はFEMによる結果 (添字 f)  
 下段は提案法とFEMによる結果の誤差

## (2) 提案法とFEMとの結果比較

解析条件CASE②の場合について、提案法とFEMによる解析を行った。ここでは、提案法による解析結果の精度を確認するため、FEMでの座屈直前の状態を例にとり両者の比較を行い、ライズ比  $f_1/L=0.05$ 、 $0.03$ 、 $0.02$ の場合について表2-9にまとめた。表2-9では表2-8と同様、FEMでの荷重 ( $P_{0f}$ ) を提案法での荷重 ( $P_{0p}$ ) と等しいとして、両部材の作用軸力、軸方向変位、軸直角変位を算出し、FEMの結果と対比して示した。提案法とFEMによる結果をみると、両者の誤差は非常に小さく、特に作用圧縮力  $\Delta P_1$ 、 $\Delta P_2$  と軸方向変位  $\Delta L_1$ 、 $\Delta L_2$  についてはよく対応していることがわかる。最大の誤差でも、 $f_1/L=0.05$ の場合のL/4点での軸直角変位で、5.39%である。しかし、このときの変位は非常に小さく、実用上問題ないといえる。

この比較表より、タイで結合した曲がり部材が弾性領域で任意の軸圧縮力を受ける状態において、部材作用力や上端部軸方向変位、および主部材任意点の軸直角変位の大きさを、提案法により精度よく求めることができることがわかった。

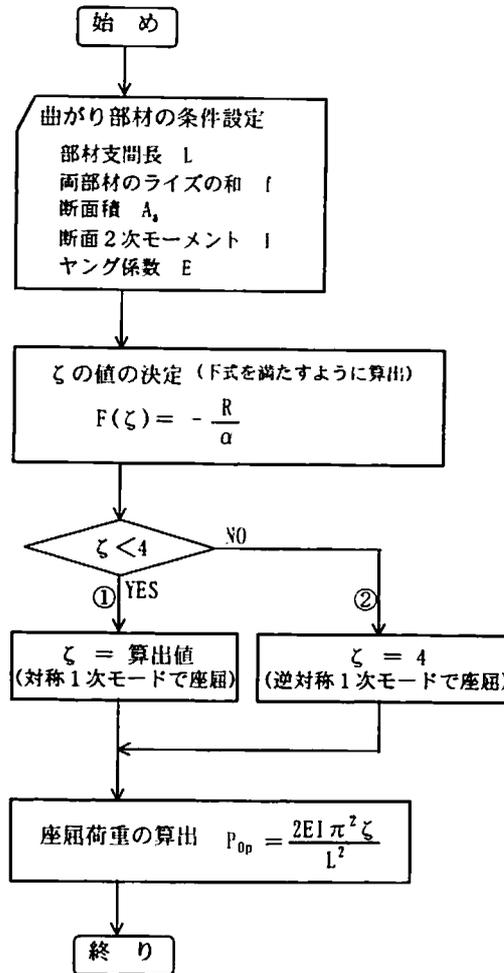


図2-16 提案法による座屈荷重算出のフロー

表2-10 提案法とFEMで求めた座屈および最大荷重の比較

| 部材支間長           |   |      | L=207cm |         |         |         |          | L=48cm |        |        |        |          |
|-----------------|---|------|---------|---------|---------|---------|----------|--------|--------|--------|--------|----------|
| ライズ-支間比 $f_1/L$ |   |      | 0.050   | 0.030   | 0.020   | 0.015   | 0.010    | 0.050  | 0.030  | 0.020  | 0.015  | 0.010    |
| 荷重              | $P_{0p}$                                      | (kN) | 574.609 | 574.609 | 574.609 | 574.609 | 390.332  | 67.257 | 67.257 | 67.257 | 67.257 | 45.785   |
|                 | $P_{0f}$                                      | (kN) | 560.681 | 567.671 | 568.189 | 563.887 | 378.143  | 65.873 | 66.059 | 66.923 | 66.554 | 44.262   |
|                 | $(P_{0f}-P_{0p})/P_{0p}$                      | (%)  | -2.42   | -1.21   | -1.12   | -1.87   | -3.12    | -2.06  | -1.78  | -0.50  | -1.05  | -3.33    |
| 作用側             | $\Delta P_{1p}$                               | (kN) | 281.074 | 275.399 | 262.334 | 212.945 | $\infty$ | 32.899 | 32.236 | 30.712 | 25.008 | $\infty$ |
|                 | $\Delta P_{1f}$                               | (kN) | 274.246 | 272.097 | 259.613 | 213.613 | -291.032 | 32.226 | 31.671 | 30.587 | 25.077 | -33.921  |
|                 | $(\Delta P_{1f}-\Delta P_{1p})/\Delta P_{1p}$ | (%)  | -2.43   | -1.20   | -1.03   | 0.31    | —        | -2.05  | -1.76  | -0.41  | 0.27   | —        |
| 力側              | $\Delta P_{2p}$                               | (kN) | 293.535 | 299.210 | 312.275 | 361.664 | $\infty$ | 34.358 | 35.021 | 36.544 | 42.249 | $\infty$ |
|                 | $\Delta P_{2f}$                               | (kN) | 286.435 | 295.573 | 308.547 | 350.274 | 669.175  | 33.648 | 34.388 | 36.336 | 41.477 | 78.184   |
|                 | $(\Delta P_{2f}-\Delta P_{2p})/\Delta P_{2p}$ | (%)  | -2.42   | -1.22   | -1.19   | -3.15   | —        | -2.07  | -1.81  | -0.57  | -1.83  | —        |
| 座屈変形モード         |   |      | 逆対称1次   |         |         |         | 対称1次     | 逆対称1次  |        |        |        | 対称1次     |

条件： $P_{cr}=143.652\text{kN}(L=207\text{cm})$ 、 $P_{cr}=16.814\text{kN}(L=48\text{cm})$ 、 $A_1/A_0=1/10$

※ 上段は提案法による結果 (添字 p)

中段はFEMによる結果 (添字 f)

下段は提案法とFEMによる結果の誤差

### (3) 提案法による座屈荷重の算出法とその妥当性

提案法により曲がり部材の弾性座屈荷重を計算することを検討する。

曲がり部材の支間長 $l$ とライズの和 $l$  ( $=l_1+l_2$ ) および断面積 $A_s$ と断面2次モーメント $I$ が与えられれば、式(2-30)より $\zeta$ が決まり、式(2-21)を用いて座屈荷重 $P_{0p}$ を求めることができる。ここで、式(2-30)が対象としているのは対称座屈モードであり、逆対称座屈モードに対しては別に考慮する必要がある。なぜなら、第2章における一連の式中の $n$ が偶数をとる場合、すなわち逆対称変形を考慮する場合は式(2-9)において $\sum \Delta y_j \tan \alpha_j = 0$ となり、推力は作用せず( $\Delta P=0$ となる)、アーチとしての作用効果は現れてこない。したがって、逆対称1次モードの座屈荷重は別の方法、すなわち式(2-1)において $n=2$ として、または式(2-21)において $\zeta=4$ として求められる。これより式(2-30)を満足する $\zeta$ に対して次の2つの場合に分けて考える必要があり、それぞれにおいて曲がり部材の座屈荷重を計算することになる。

#### ① $\zeta < 4$ のとき

$\zeta$ の値より、座屈荷重 $P_{0p}$ を式(2-21)により算出する。この場合の座屈モードは対称1次となる。

#### ② $\zeta > 4$ のとき

$\zeta > 4$ ということは、対称1次モードでの座屈荷重よりも逆対称1次モードでの座屈荷重 ( $\zeta=4$ のとき)の方が小さいことを意味するので、 $\zeta=4$ とにおいて座屈荷重 $P_{0p}$ を式(2-21)により算出する。この場合の座屈モードは逆対称1次となる。

上記の手法で、 $\zeta$ の値により、対称1次モード、逆対称1次モードでの座屈荷重を提案法により計算できる。図2-16にこの計算過程のフロー図を示す。

この計算手法の妥当性を確認するために、CASE②で行った解析結果より、ライズ比 $l_1/L$ ごとの座屈および最大荷重の比較を表2-10に示す。提案法については、各 $l_1/L$ に対して $\zeta$ を求め、上述した手法で座屈荷重 $P_{0p}$ を算出した。FEMについては、 $l_1/L$ が0.05から0.015の場合は座屈時について、0.01の場合は最大荷重時の結果(図2-18参照)を記し、提案法と対比した。

これをみると、両者の結果の誤差は最大でも3.15%で、 $l_1/L$ により微少な差はあるものの、提案法とFEMとはよく対応しているものと判断できる。したがって、提案法により弾性座屈荷重を求める手法は妥当であるといえる。

なお、表では $l_1/L=0.015\sim 0.01$ で座屈荷重が著しく小さくなるが、これはこの間におけるあるライズ比を境に、支配的な座屈モードが逆対称1次モードから対称1次モードへと変化し、座屈荷重が極端に小さくなるためである。

ところで、FEMは個々の構造物の特性を精確に計算できるが、たとえば設計の際のように、いくつかのパラメータがある複数の構造物の弾性座屈荷重および最大荷重を計算する場合は、提案する方法における式(2-30)のような表記式を用いれば簡単に求めることができる。すなわち、曲がり部材の構造条件(主部材の断面積、断面2次モーメント、支間長、ライズ)が与えられ、式(2-30)の $F(\zeta) (=R/\alpha)$ を計算し、図2-17のグラフを用いて $\zeta$ を決めれば、弾性座屈荷重や最大荷重を手計算で求めることができる。たとえば、表2-10における $L=207\text{cm}$ でライズ比0.05と0.01の場合について実際に計算してみると、表2-11に示すように、 $-\alpha/R=-0.0199$ 、 $-0.5801$ となり、図よりそれらに対応する $\zeta=8.88$ 、 $2.72$ を読みとり、これらに条件を考慮して決定された $\zeta$ 値( $\zeta=4$ 、 $2.72$ )を式(2-21)に代入することにより座屈荷重 $P_E=574.6\text{kN}$ 、 $390.7\text{kN}$ が求められる。また同時に、座屈時および最大荷重時のモードも予測可能となる。

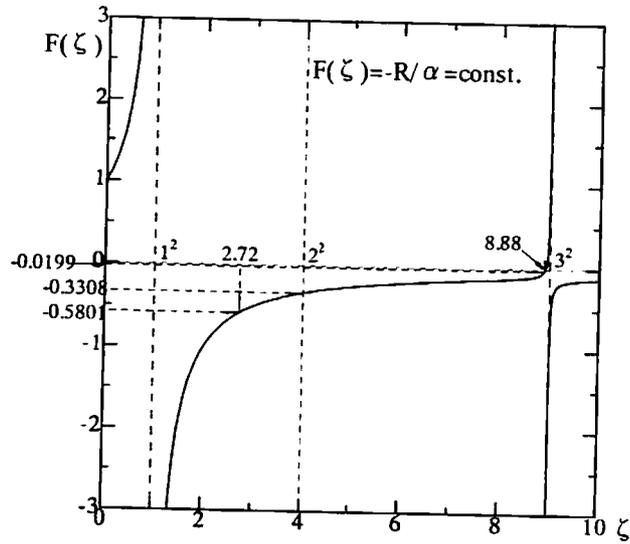


図2-17  $F(\zeta) = -R/\alpha$  のグラフ

表2-11 提案法による座屈荷重の計算例

|                          |           |           |
|--------------------------|-----------|-----------|
| L (cm)                   | 207       | 207       |
| $f_1/L$                  | 0.05      | 0.01      |
| $f_1$ (cm)               | 10.350    | 2.070     |
| $f_2$ (cm)               | 9.936     | 1.656     |
| $A_a$ (cm <sup>2</sup> ) | 14.13     | 14.13     |
| I (cm <sup>4</sup> )     | 15.142    | 15.142    |
| $R_1$                    | 1.02012   | 1.00080   |
| $R_2$                    | 1.01853   | 1.00051   |
| $R=R_1+R_2$              | 2.03865   | 2.00131   |
| $\alpha$                 | 102.25687 | 3.44973   |
| $-R/\alpha$              | -0.0199   | -0.5801   |
| $\zeta$ (グラフより)          | 8.88 (>4) | 2.72 (<4) |
| $\zeta$ (座屈荷重計算用)        | 4         | 2.72      |
| $P_{cr}$ (kN)            | 574.6     | 390.7     |

$$R_1 = 1 + 8 \left( \frac{f_1}{L} \right)^2 + 19.2 \left( \frac{f_1}{L} \right)^4$$

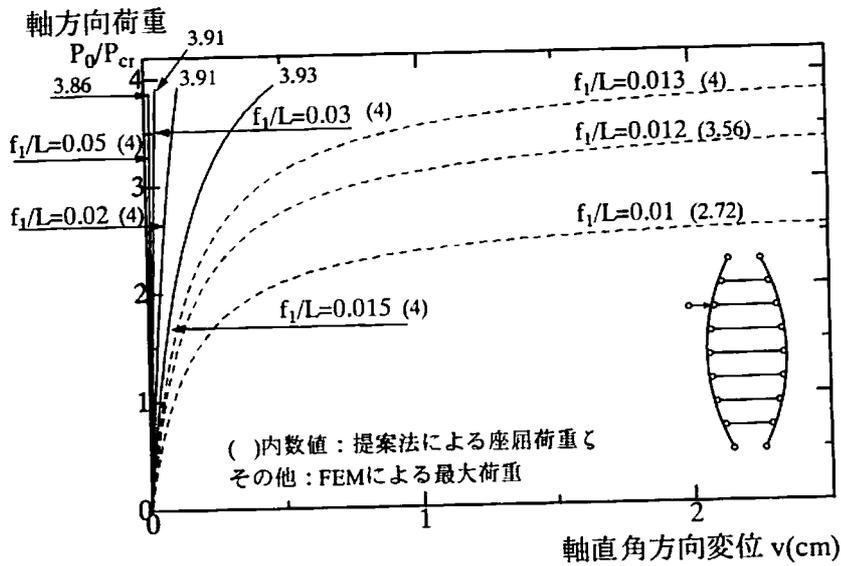
$$R_2 = 1 + 8 \left( \frac{f_2}{L} \right)^2 + 19.2 \left( \frac{f_2}{L} \right)^4$$

$$\alpha = \frac{512 f^2 A_a}{\pi^6 2I} \quad P_{cr} = \frac{2EI \pi^2 \zeta}{L^2}$$

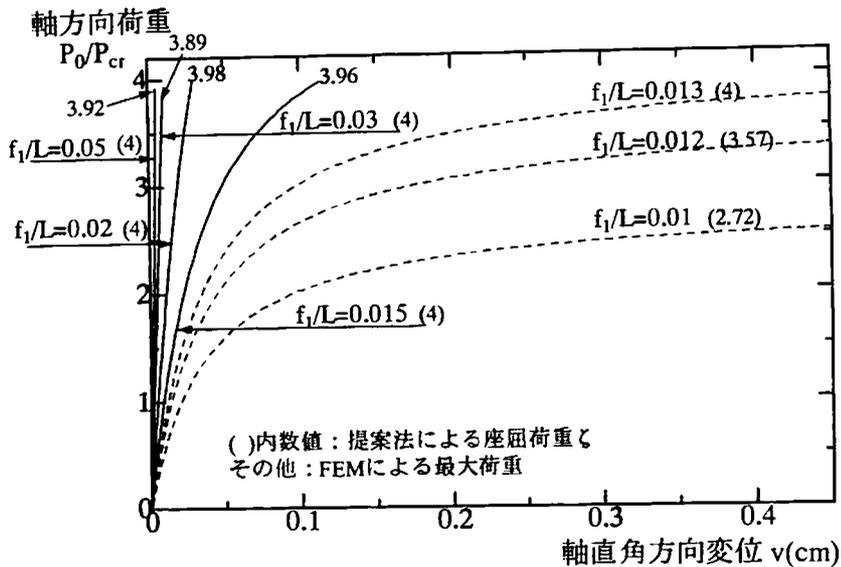
#### (4) ライズ比の座屈モードに及ぼす影響

曲がり部材の座屈変形モードとライズ比との関係を調べるため、CASE②によるFEM解析結果をもとに考察する。

図2-18に、ライズ比 $f_1/L$ ごとに曲がり部材の上端からL/4点の荷重と軸直角変位の関係を示した。



(a)  $L=207\text{cm}$



(b)  $L=48\text{cm}$

図2-18 荷重-軸直角変位曲線 (左側部材  $L/4$ 点)

また、図2-19には、ライズ比 $f_1/L$ が0.01および0.015の場合について荷重増加に伴う左側部材の変形図を示す。

図2-18より、部材支間長 $L=207\text{cm}$ 、 $48\text{cm}$ の場合とも $f_1/L=0.015$ 以上であれば、実線で示すような変形が急激に大きくなる極大点(分岐点)が現れる。そのときの(座屈)荷重 $P_0/P_{cr}$ はグラフに記すように3.9前後で、前節で述べたの提案法において逆対称1次座屈モードとなる条件の4(=ξ)に近い値をとるという結果が得られた。また、 $f_1/L=0.015$ 以上では、図2-19の $f_1/L=0.015$ の場合に示すように、荷重増加とともに対称モードの変形が大きくなって、最終状態では逆対称1次の変形モードとなる。これより、座屈変形モードも逆対称1次になると予想される。

一方、図2-18の $f_1/L=0.013$ 以下の場合をみると、点線で示すように明確な極大点は現れないで、

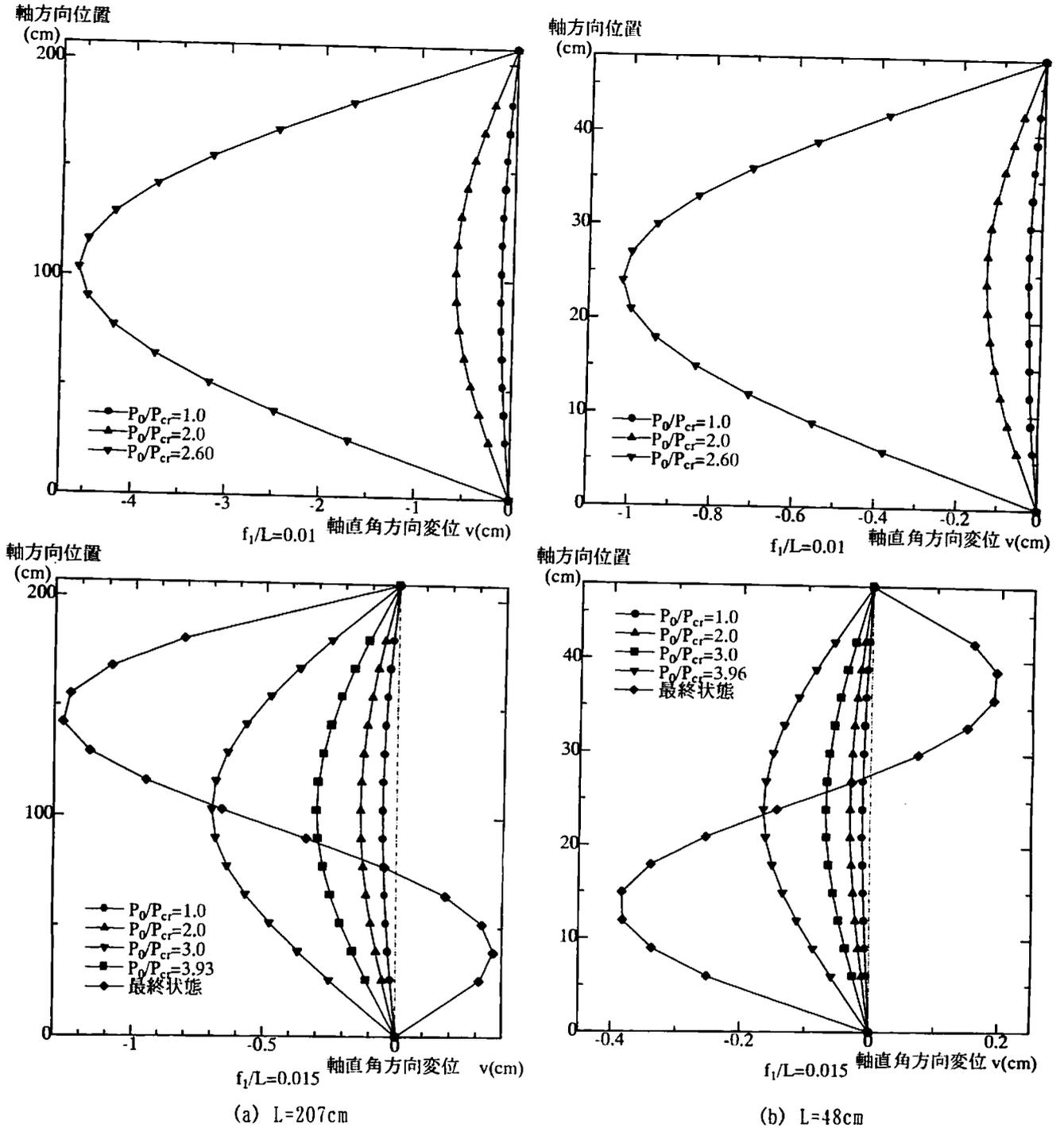


図2-19 左側部材変形図

荷重増加に伴い徐々に変形が大きくなるような挙動を示す。これら各々の座屈荷重を提案法で求めた結果を図中の（）内に記したが、FEM による解析結果とよい対応がみられる。 $f_1/L=0.013$  以下では、図 2-19 の  $f_1/L=0.01$  の場合に示すように、荷重増加とともに対称 1 次の変形が大きくなるモードとなる。

提案法と FEM の解析結果を比較するため、両者を対比させて、座屈および最大荷重とライズ比の関係を図 2-20 にグラフ化した。

図では、 $L=207\text{cm}$  の場合について、縦軸には対数目盛で座屈荷重および最大荷重と  $(P_0/P_{cr})$  を、

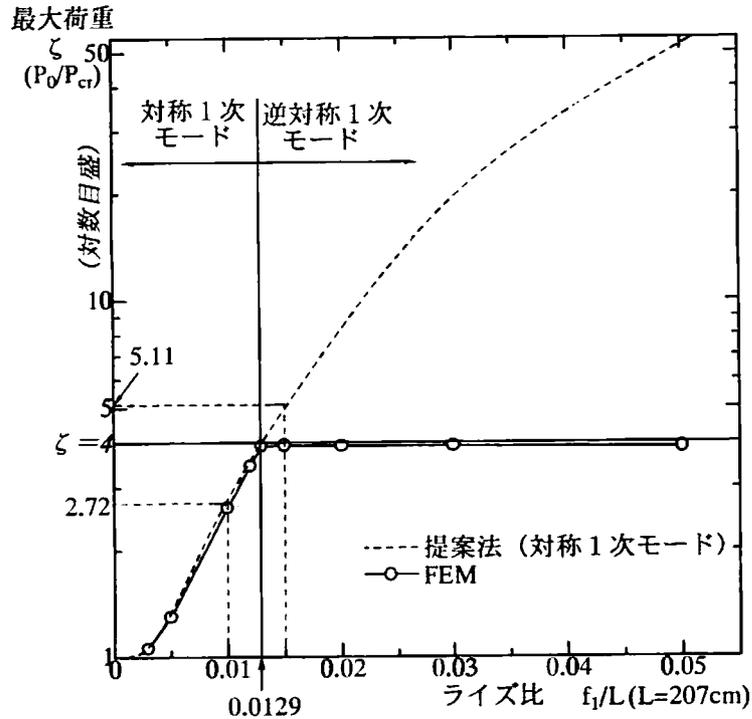


図 2-20 ライズ比と座屈モードの変化

横軸にはライズ比 $f_1/L$ をとった。グラフをみると、提案法では $f_1/L$ が大きくなるにしたがいは漸増し、 $f_1/L=0.0129$ において $z=4$ をとる。FEMでは、 $f_1/L=0.013$ 付近まで $P_0/P_{cr}$ は漸増し、それ以上の $f_1/L$ での座屈変形モードは逆対称1次となり、座屈荷重は一定 ( $P_0/P_{cr} \approx 3.9$ ) となる。

すなわち、ライズ比 $f_1/L=0.0129$ が $z=4$ となる座屈変形モードの変化点であり、それより小さい場合は $z$ =算出値とし、それ以上の場合は $z=4$ として提案法により座屈荷重を計算でき、それがFEMの結果と対応することを確認できた。

ここで図2-19(a) $L=207\text{cm}$ の場合の座屈モードの発生現象を、図2-20を利用して考察してみる。提案法による対称1次モード座屈が発生する $z$ をそれぞれのライズ比に対してグラフ(破線)から読みとると、 $f_1/L=0.01$ では $z=2.72$ 、 $f_1/L=0.015$ では $z=5.11$ となる。図2-16のフロー図より、前者は $z < 4$ で対称1次モード座屈が逆対称1次モード座屈より先に発生し、後者は $z > 4$ で逆対称1次モード座屈が対称1次モード座屈より先に発生する。このことは、図2-19(a)での発生座屈モードと対応していることは明らかである。

#### (5) 初期たわみによる影響

解析条件CASE③により行ったFEM解析の結果において、左側曲がり部材の上端から $L/4$ 点の荷重と軸直角変位の関係をライズ比 $f_1/L$ ごとに示した結果を図2-21に示す。なお、 $f_1/L=0.05 \sim 0.015$ の1波-2(図2-14(d))の場合は内側への変形(その他は外側への変形)となるが、ここでは比較しやすいよう絶対値をとってグラフ化した。

図2-21より、ライズ比 $f_1/L$ が大きくなるにしたがって、初期たわみが軸直角変位や座屈および最大荷重に与える影響は1波-2以外は小さくなる傾向があり、 $f_1/L=0.05$ になるとその影響はほとんどなくなる。

しかし、1波-2の初期たわみを与えると、ライズ比によらず同荷重下での軸直角変位が大きくなり、座屈および最大荷重が減少するので、実用の際には注意を要する。

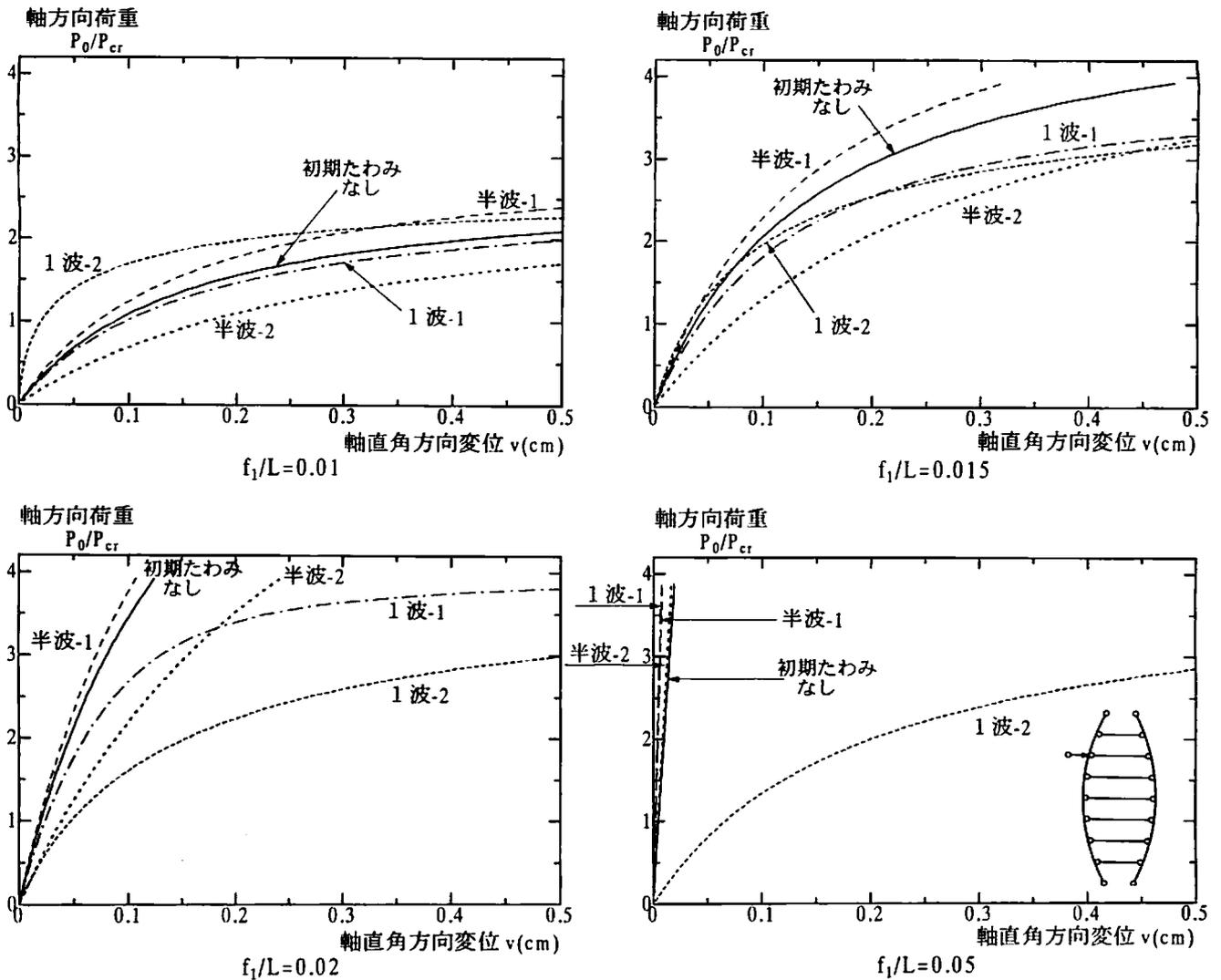


図2-21 荷重-軸直角変位曲線  
 (初期たわみあり、 $L=207\text{cm}$ 、左側部材 $L/4$ 点、ライズ差 $\Delta f=L/500=0.414\text{cm}$ )

## 2.4 弾性実験

提案するタイで結合した一対の曲がり部材からなる柱の座屈強度や変形挙動特性について、先述した解析理論による結果との比較および実現象を確認するため、平鋼を用いた弾性実験を実施した。

### 2.4.1 実験の概要

実験で使用した供試体は、一対の直線材および曲がり材をタイで結合したモデルとし、タイの本数は3および5本、両端の主部材間隔は製作上10cmとし、材料は平鋼で、断面は図2-22(a)に示す長方形断面とした。実験では、主部材の細長比を231、289、385、ライズ比を0.0~0.1と変化させた計14体の供試体を製作した。いずれの供試体も両曲がり部材のライズ差を一律 $\Delta f=L/500$ とした。これらの諸元を表2-12にまとめて示す。

実験装置の概念図を図2-23に示す。供試体の両端部は、弱軸まわりにヒンジとなるよう先端を尖らせ、平面柱として挙動する構造とした。タイには径6mmの丸鋼を使用し、タイと主部材とはすべてピン結合となるよう治具を介した。なお、実験供試体の初期形状を計測した結果、各供試体によりライズに微小な製作誤差はあるものの、ほぼ放物線形状であった。また、より微小な初期たわみ量の測定も試みたが、供試体自体が小さく測定は困難であった。

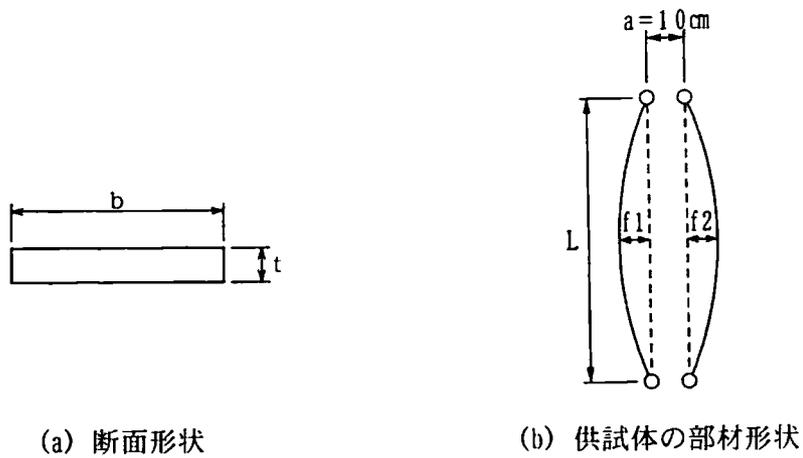


図 2-22 実験供試体

表 2-12 供試体諸元

| 供試体<br>番号 | ライズ比<br>$f_1/L$ | 部材長<br>L<br>(cm) | 部材厚<br>t<br>(cm) | 部材幅<br>b<br>(cm) | 断面積<br>A<br>(cm <sup>2</sup> ) | 断面2次モーメント<br>I<br>(cm <sup>4</sup> ) | 細長比<br>L/r | タイ本数<br>(本) |
|-----------|-----------------|------------------|------------------|------------------|--------------------------------|--------------------------------------|------------|-------------|
| E 0 - 1   | 0               | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 1 - 1   | 0.01            | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 1 - 2   | 0.01            | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 2 - 1   | 0.02            | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 2 - 2   | 0.02            | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 3 - 1   | 0.05            | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 3 - 2   | 0.05            | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 4 - 1   | 0.10            | 50               | 0.45             | 3.8              | 1.71                           | 0.02885625                           | 385        | 5           |
| E 11 - 1  | 0.01            | 50               | 0.6              | 3.8              | 2.28                           | 0.0684                               | 289        | 3           |
| E 12 - 1  | 0.02            | 50               | 0.6              | 3.8              | 2.28                           | 0.0684                               | 289        | 3           |
| E 13 - 1  | 0.03            | 50               | 0.6              | 3.8              | 2.28                           | 0.0684                               | 289        | 3           |
| E 14 - 1  | 0.05            | 50               | 0.6              | 3.8              | 2.28                           | 0.0684                               | 289        | 3           |
| E 21 - 1  | 0.01            | 40               | 0.6              | 3.8              | 2.28                           | 0.0684                               | 231        | 3           |
| E 22 - 1  | 0.02            | 40               | 0.6              | 3.8              | 2.28                           | 0.0684                               | 231        | 3           |

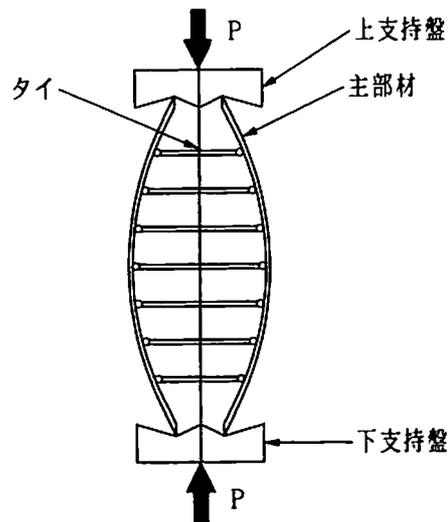


図 2-23 実験装置

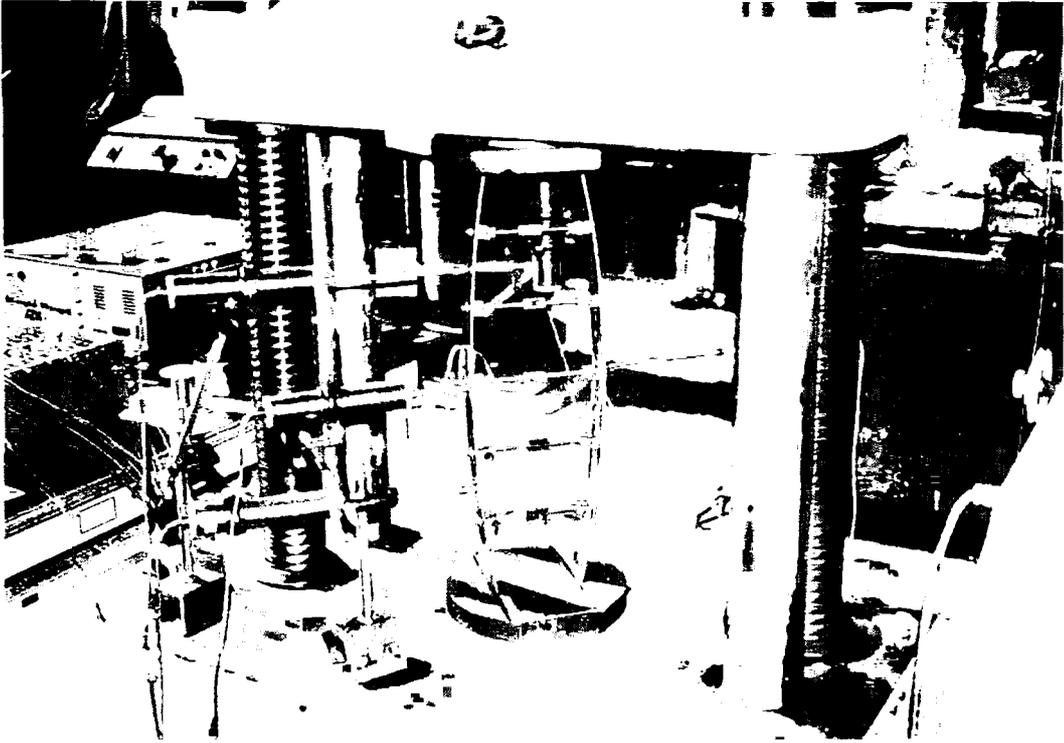


写真 2-1 実験状況



写真 2-2 実験状況 (載荷後、 $f_1/L=0.05$ )

表 2-13 弾性実験結果のまとめ

| 供試体<br>番号 | ライズ比<br>$f_1/L$ | 実験結果値                      |   |           | 理論値              |              |         |                   |             |                  |
|-----------|-----------------|----------------------------|---|-----------|------------------|--------------|---------|-------------------|-------------|------------------|
|           |                 | 最大荷重<br>$P_{max}$<br>(kgf) | 応力度<br>$\sigma$<br>(kgf/cm <sup>2</sup> ) | 破壊<br>モード | 弾性座屈荷重<br>(対称1次) | $=-R/\alpha$ | $\zeta$ | $P_{cr}$<br>(kgf) | 座屈破壊<br>モード | $P_{max}/P_{cr}$ |
| E 0 - 1   | 0               | 420                        | 123                                       | 対称1次      | 478.5            | $\infty$     | 1.0     | 478.5             | 対称1次        | 0.878            |
| E 1 - 1   | 0.01            | 800                        | 234                                       | 対称1次      | 478.5            | -0.1566      | 4.0     | 1913.9            | 逆対称1次       | 0.418            |
| E 1 - 2   | 0.01            | 850                        | 249                                       | 対称1次      | 478.5            | -0.1566      | 4.0     | 1913.9            | 逆対称1次       | 0.444            |
| E 2 - 1   | 0.02            | 1300                       | 380                                       | 対称1次      | 478.5            | -0.0352      | 4.0     | 1913.9            | 逆対称1次       | 0.679            |
| E 2 - 2   | 0.02            | 1300                       | 380                                       | 対称1次      | 478.5            | -0.0352      | 4.0     | 1913.9            | 逆対称1次       | 0.679            |
| E 3 - 1   | 0.05            | 1660                       | 485                                       | 逆対称1次     | 478.5            | -0.0054      | 4.0     | 1913.9            | 逆対称1次       | 0.867            |
| E 3 - 2   | 0.05            | 1760                       | 515                                       | 逆対称1次     | 478.5            | -0.0054      | 4.0     | 1913.9            | 逆対称1次       | 0.920            |
| E 4 - 1   | 0.10            | 1350                       | 395                                       | 逆対称1次     | 478.5            | -0.0014      | 4.0     | 1913.9            | 逆対称1次       | 0.705            |
| E 11 - 1  | 0.01            | 1480                       | 325                                       | 対称1次      | 1134.1           | -0.2784      | 4.0     | 4536.5            | 逆対称1次       | 0.326            |
| E 12 - 1  | 0.02            | 2900                       | 636                                       | 対称1次      | 1134.1           | -0.0016      | 4.0     | 4536.5            | 逆対称1次       | 0.639            |
| E 13 - 1  | 0.03            | 3120                       | 684                                       | 逆対称1次     | 1134.1           | -0.0270      | 4.0     | 4536.5            | 逆対称1次       | 0.688            |
| E 14 - 1  | 0.05            | 3340                       | 732                                       | 逆対称1次     | 1134.1           | -0.0096      | 4.0     | 4536.5            | 逆対称1次       | 0.736            |
| E 21 - 1  | 0.01            | 1600                       | 351                                       | 対称1次      | 1772.1           | -0.4349      | 3.287   | 5824.9            | 対称1次        | 0.275            |
| E 22 - 1  | 0.02            | 5080                       | 1114                                      | 逆対称1次     | 1772.1           | -0.0978      | 4.0     | 7088.3            | 逆対称1次       | 0.717            |

※  $-R/\alpha > -0.33078 \rightarrow \zeta = 4.0$   
 $< -0.33078 \rightarrow \zeta = \text{計算値}$

実験最大荷重  $P_{max}/P_{cr}$

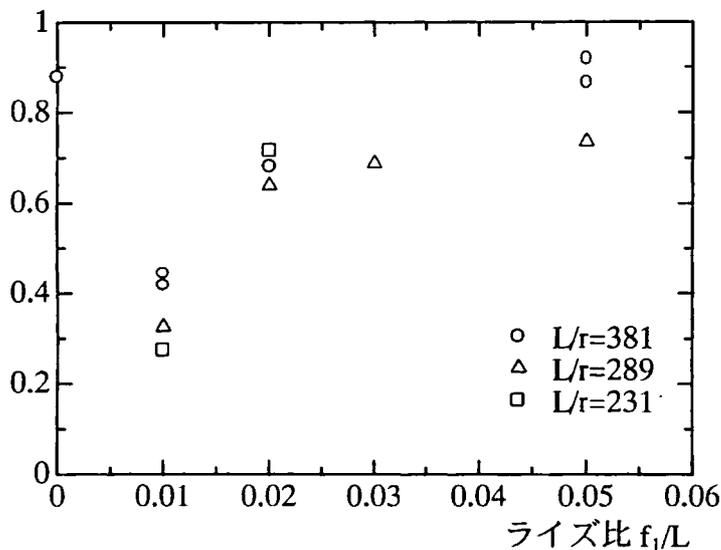


図 2-24 弾性実験における最大荷重

#### 2.4.2 最大強度の比較

表 2-13 に、実験より得られた各供試体の最大強度を示す。また、図 2-24 には、各細長比ごとに、ライズ比と実験による最大強度と提案法により求めた理論値との比 ( $P_{max}/P_{cr}$ ) との関係を示す。

真直ぐな部材 ( $f_1/L=0$ ) の供試体数は 1 本のみだが、実験結果は提案法による理論値の 88% となった。一方、曲がり部材の最大強度を理論値と比較すると、ライズ比 0.01 の場合は理論値よりかなり小さくいずれも 45% 以下となるが、それより大きいライズ比になると理論値の 60% 以上まで上昇する。このように、ライズ比が大きくなるほど最大強度が増加することが確認できた。実験においては、初期たわみ、尖った主部材先端の変形、主部材のねじれ、曲げによる部分降伏などの影響が介入してきたようで、必ずしも理論値に近くなるとはいえない。しかし、道路橋示方書ではオイラーの座屈荷重に対して 1.7 の安全率を見込んでいる点から考えて、ライズ比 0.02 以上になるとその条件に適合できそうなことが把握できた。逆にライズ比 0.01 では、1.7 以上の安全率をとる必要があることも、この実験結果から窺われる。

## 2.5 結論

圧縮力を受けるタイで結合した一对の曲がり部材で構成された構造体（柱）の座屈強度および挙動特性について、有限変位を考慮した弾性FEM解析を実施し、1本柱および真直ぐな2本柱の結果と比較しながら検討を行った。得られた結論を以下にまとめる。

- ①曲がり部材2本をタイで簡単に結合した構造形式は、主部材のライズ、細長比やタイの本数にあまり影響されずに、同じ剛性をもつ両端ヒンジ1本柱の座屈荷重の3倍以上の強度を有する。
- ②真直ぐな2本柱をタイで結合した場合、与える初期たわみ形状に座屈強度は依存するが、曲がり部材では初期たわみ形状にはほとんど影響されない。
- ③曲がり部材をタイで結合した構造形式において、軸圧縮力を受ける場合の軸直角変位は非常に小さく、同じ剛性をもつ1本柱の1/20程度以下にすることができる。
- ④タイの本数が11本あれば、曲がり部材では1本柱のほぼ4倍の座屈強度を有する。また、座屈モードは逆対称1次となる。
- ⑤タイの他に中央部分に斜材を入れると、座屈時の変形が対称2次モードとなり、座屈荷重は両端ヒンジ1本柱の9倍以上となる。

続いて、タイで結合した曲がり部材の軸圧縮力に対する挙動について、提案法による解析方法を示し、FEMによる結果との整合性の検討を踏まえて、検証を行った。また、簡単な弾性実験を実施し、解析結果との比較検討を行った。得られた結論を以下にまとめる。

- ⑥タイの伸びが無視できる範囲で、任意の軸圧縮力が作用して対称1次モードで変形する弾性曲がり部材について、提案法を用いて部材作用力および変形量を精度よく求めることができた。
- ⑦ $\xi$ を決定することにより、タイで結合した曲がり部材の弾性座屈荷重を提案法で計算できることがわかり、その有用性を示すことができた。初期たわみを考慮せず、弾性範囲という条件においては、解析対象の曲がり部材では、ライズ比0.015~0.01（0.013付近）を境にして、それより小さい場合は対称1次モード、大きい場合は逆対称1次モードと、座屈変形モードが変化する結果となり、それ以上のライズ比を与えても座屈荷重はほとんど増加しなかった。
- ⑧曲がり部材のライズ比が大きくなるほど、軸圧縮力に対する挙動に及ぼす初期たわみ（1波-2（図2-14(d)）以外）の影響は小さくなり、 $f_1/L=0.05$ になるとその影響はほとんどなくなった。
- ⑨真直ぐな部材や曲がり部材で構成された柱の最大強度は、提案法による結果と弾性実験結果とはあまりよく対応していないが、ライズ比が大きくなるほど最大強度が上昇することは実験で確認できた。

## 参考文献

- 2-1) 三本木茂夫、吉村信敏 共著：コンピュータによる構造工学講座 I-1-B 有限要素法による構造解析プログラム 考え方と解説、日本鋼構造協会編
- 2-2) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編、1996.12
- 2-3) 吉村虎蔵、平井一男：ランガー桁の動的解析、土木学会論文集第101号、1964.1
- 2-4) 吉村虎蔵、平井一男：補剛アーチ橋の動的共通解析（鉛直振動）、土木学会論文集第115号、1965.3
- 2-5) Timoshenko, S.: Strength of Materials Part II, pp50-53, Van Nostrand. 2-6) H. Ishihara, T. Yamao, I. Hirai: An Analytical Method for Analysis of Curved Pair Members tied with Struts, IMPLAST2000 (7<sup>th</sup> International Symposium on Structural Failure and Plasticity), 2000.10. pp845~850
- 2-6) 山尾敏孝、石原 完、平井一男：タイで結合した2本の曲がり部材の座屈強度と挙動について、構造工学論文集、Vol.41A、pp.229-234、1995

<参考> 区間座屈に対する検討

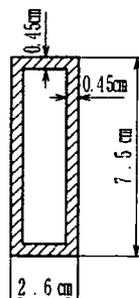
タイで結合した一对の曲がり部材で構成される柱構造は、軸圧縮力に対して構造全体で抵抗しようと試みるものである。したがって、曲がり部材（主部材）におけるタイで支持された区間の座屈よりは、構造自体の全体座屈が先に発生し、全体座屈で強度が決まることが前提となる。すなわち、曲がり部材の全体座屈荷重が部材の区間座屈荷重より小さいことを確認しておく必要がある。そうでなければ、区間座屈が全体座屈より先に起こり、曲がり部材の軸圧縮力に対する特性を生かせなくなる。

下表は、細長比（部材長  $L_{cm}$ ）200 および 120 の場合の、弾性座屈荷重に関して、全体および区間座屈の比較を行った結果である。部材断面形状は下図に示す長方形箱形断面を想定し、簡単のため断面 2 次半径  $r \approx 1$  となるよう、断面積値と弱軸まわりの断面 2 次モーメント値をほぼ等しく設定した。下表の結果はオイラーの弾性座屈荷重式 ( $P_E = n^2 \pi^2 EI / L^2$ ) から求めているが、曲がり部材の逆対称 1 次モードでの全体座屈荷重 ( $n=2$  のとき) は、タイを中央に 1 本のみ配置した場合の区間座屈荷重と等しく、タイの本数をそれ以上配置すると全体座屈で座屈荷重が決まってくるのがわかる。これより、区間座屈に対しては弾性座屈理論上はタイ本数を 1 本以上配置（均等に 2 区間に分割）すればよいといえる。しかし、タイにはそれ以外にも曲がり部材の水平方向の変形を抑制しアーチ効果を出現させる目的があることなどから、実際はそれより多くのタイ本数が必要になってくる。

表 区間座屈に対する検討結果

| 部材長<br>L<br>(cm) | ヤング係数<br>E<br>(kN/mm <sup>2</sup> ) | 断面 2 次<br>モーメント<br>I<br>(cm <sup>4</sup> ) | 全体座屈                                     |   | タイ本数 | 区間長<br>(均等分割)<br>L'<br>(cm) | 区間座屈<br>弾性座屈荷重<br>対称 1 次<br>P <sub>cr</sub> (kN) | 判定<br>(全体座屈が<br>クリティカルか?) |
|------------------|-------------------------------------|--|--|---|------|-----------------------------|--|---------------------------|
|                  |                                     |  | 弾性座屈荷重<br>対称 1 次<br>P <sub>cr</sub> (kN) | 弾性座屈荷重<br>逆対称 1 次<br>P <sub>E</sub> = 4P <sub>cr</sub> (kN) |      |                             |  |                           |
| 200              | 205.94                              | 8.28285                                    | 42.1                                     | 168.4   | 7    | 25.0                        | 2693.6   | OK                        |
|                  |                                     |  |  |   | 5    | 33.3                        | 1515.2   | OK                        |
|                  |                                     |  |  |   | 3    | 50.0                        | 673.4  | OK                        |
|                  |                                     |  |  |   | 1    | 100.0                       | 168.4  | OK                        |
| 120              | 205.94                              | 8.28285                                    | 116.9                                    | 467.6   | 7    | 15.0                        | 7482.3   | OK                        |
|                  |                                     |  |  |   | 5    | 20.0                        | 4208.8   | OK                        |
|                  |                                     |  |  |   | 3    | 30.0                        | 1870.6   | OK                        |
|                  |                                     |  |  |   | 1    | 60.0                        | 467.6  | OK                        |

※タイは本数分を均等に割付けて配置



主部材断面積  $A_a = 8.280 \text{ cm}^2$   
 主部材断面 2 次モーメント  $I_a = 8.283 \text{ cm}^4$

図 区間座屈検討用の主部材の断面形状

### 第3章 圧縮力に対する弾塑性挙動と最大強度

#### 3.1 序論

一对の曲がり部材をタイで結合した柱構造に軸圧縮力を作用させると、真直ぐな部材で構成された柱に比べて、座屈および最大強度が増加し、軸直角方向の変形量も抑えられることを、弾性領域での解析および実験、そして新たに導入した理論式を通して前章で明らかにしてきた。

このような構造形式の実用化の可能性を探るには、弾塑性および残留応力や初期たわみ等の初期不整の影響を考慮した、実際に用いられる柱に近い状態での、耐荷力および変形挙動の特性を明らかにする必要がある。本章では、一对の曲がり部材で構成された柱構造について、軸圧縮力を受ける場合の弾塑性を考慮した耐荷力および挙動特性を調べることを目的とした。具体的には、提案する構造の耐荷力や変形挙動特性について、主部材のライズ比や細長比をパラメータにとって、有限変位を考慮した弾塑性FEM<sup>3-1), 3-2)</sup>により解析を行い、一对の真直ぐな部材で構成された柱の場合と比較検討した。さらに、解析による結果との比較および実現象を確認するため、残留応力が測定可能な箱形断面の供試体を作製し、弾塑性実験を実施し、耐荷力や変形挙動を調べた。

#### 3.2 弾塑性解析

##### 3.2.1 解析モデルと解析パラメータ

主部材の細長比は、道路橋示方書<sup>3-3)</sup>に規定されている主圧縮部材の細長比 ( $L/r$ ,  $r$ :弱軸まわりの断面2次半径) の上限の120、副圧縮部材の細長比の上限の150、それよりさらに大きい200の3種類に近い値とした。解析に使用したモデルは、図3-1に示す3タイプとした。Type I は2本の真直ぐな部材をタイでピン結合した柱であり、Type II は曲がり部材をタイでピン結合した柱である。Type III はType II の中央部分に斜材を取り付けたものである。全ての解析モデルでの主部材両端部の境界条件はヒンジであり、タイと主部材とはピン結合とした。また、主部材1本の曲げ剛性は  $EI$  ( $E$ : ヤング係数、 $I$ : 断面2次モーメント) とした。

解析に使用した座標系、主部材の断面形状を図3-2に示す。主部材の断面形状は長方形箱形で、断面積を一定とし、部材長を120cm、150cm、200cmと変化させた。また、構成板に局部座屈が生じないように構成板の幅厚比を小さくし、断面寸法はフランジ幅を14cm、ウェブ幅を2.6cm、板厚を0.45cmとした。曲がり部材は放物線形状で、両部材端部の間隔は5cm(=a)、部材長はL、ライズは  $f_1$  と  $f_2$  ( $f_1 > f_2$ ) である。ライズ比  $f_1/L$  は通常のアーチ構造で用いられる値、および前章の結果も参考

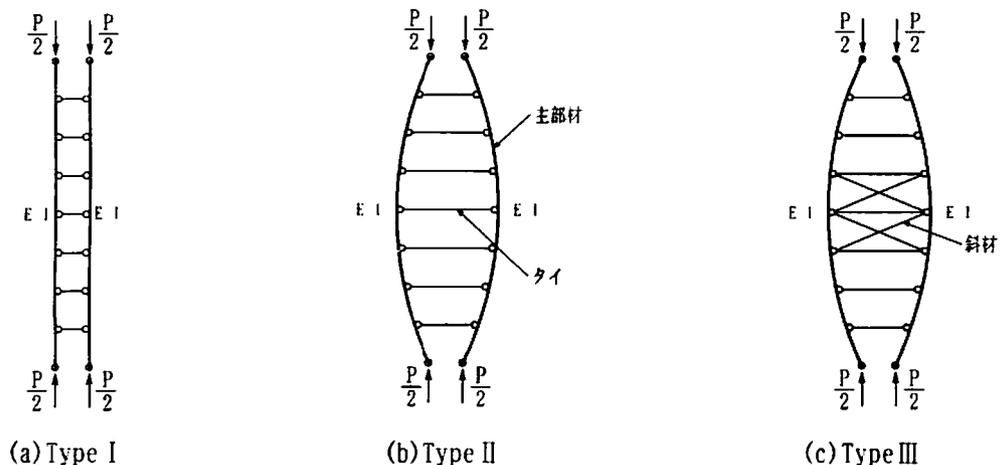


図3-1 解析モデル

にして、0.02、0.05、0.1 (Type II のみ) の3種類とした。また、両部材のライズ差  $\Delta f = (f_1 - f_2)$  を  $L/480$ 、 $L/120$ 、 $L/48$  の3種類とし、タイ本数は前章での結果を参考にして、最大強度に影響がないと考えられる7本、タイ断面積  $A_t$  および斜材断面積  $A_d$  は主部材1本当当たりの断面積の20%とした。以上の解析パラメータを表3-1に示す。

解析で初期たわみを考慮する場合は、図3-3(a)に示すように、半波および1波とした。 $v_{01}$ 、 $v_{02}$  は両部材の最大初期たわみ量であり、両部材に差を付け  $v_{01} = L/1000$ 、 $v_{02} = L/900$  とした。また、残留応力を考慮する場合には、図3-3(b)に示す一般に用いられる残留応力分布を仮定し、引張残留応力は  $(\sigma_{r1}/\sigma_y) = 0.9$  ( $\sigma_y$  : 部材の降伏応力)、圧縮残留応力は  $(\sigma_{rc}/\sigma_y) = 0.4$  として解析を行った。なお、両主部材上端の軸方向変位が等しくなるよう、荷重は変位制御で漸次载荷するものとした。

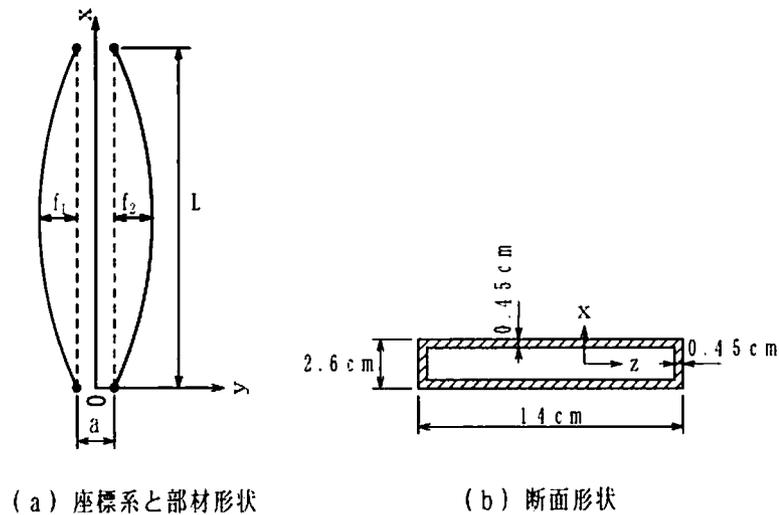


図3-2 座標系と断面形状

表3-1 解析パラメータ諸元

|                                      |                            |
|--------------------------------------|----------------------------|
| ヤング係数 $E$ ( $\text{kN/mm}^2$ )       | 206                        |
| 降伏応力 $\sigma_y$ ( $\text{N/mm}^2$ )  | 294                        |
| 部材長 $L$ (cm)                         | 120、150、200                |
| 部材断面積 $A_s$ ( $\text{cm}^2$ )        | 14.13                      |
| 細長比 $L/r$                            | 116、145、193                |
| タイ本数 (本)                             | 7                          |
| $f_1/L$                              | 0.02、0.05、0.1 (Type II のみ) |
| $\Delta f/L = (f_1 - f_2) / L$       | 1/480、1/120、1/48           |
| タイ断面積 $A_t/A_s$ 、斜材断面積 $A_d/A_s$ (%) | 20                         |
| 細長比パラメータ $\bar{\lambda}$             | 1.39、1.74、2.32             |

$$* \bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y L}{E r}}$$

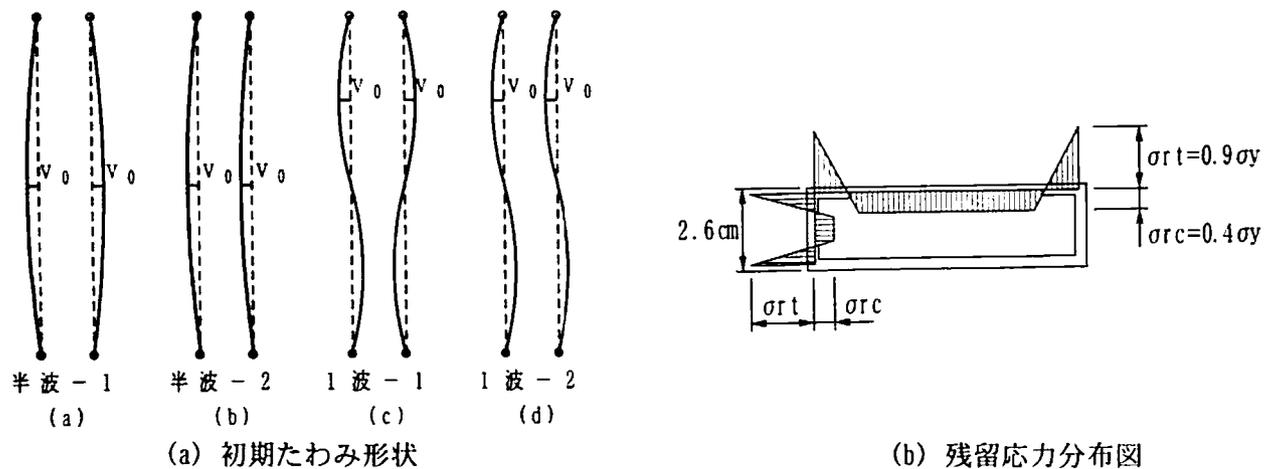


図3-3 初期不整

表3-2 最大強度 ( $P_{max}/P_y$ ,  $L/r=116$ )

| 初期たわみ形状<br>解析モデル | 初期たわみ形状 |      |      |      | $f_1/L$ |
|------------------|---------|------|------|------|---------|
|                  | 半波-1    | 半波-2 | 1波-1 | 1波-2 |         |
| Type I           | 0.52    | 0.45 | 0.82 | 0.50 | 0       |
|                  | 0.48    | 0.38 | 0.50 | 0.49 | 0       |
| Type II          | 0.85    | 0.94 | 0.95 | 0.82 | 0.05    |
|                  | 0.64    | 0.68 | 0.75 | 0.67 | 0.05    |

上段：残留応力なし 下段：残留応力あり

表3-3 Type II ( $L/r=116$ )の最大強度 ( $P_{max}/P_y$ )

| $f_1/L$ | 0.02  |       | 0.05  |       | 0.1   |       |      |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|         | L/480 | L/120 | L/480 | L/120 | L/480 | L/120 |      |
| 残留応力 なし | 0.87  | 0.62  | 0.95  | 0.83  | 0.75  | 0.93  | 0.90 |
| 残留応力 あり | 0.67  | 0.53  | 0.73  | 0.73  | 0.68  | 0.73  | 0.73 |

### 3.2.2 解析結果と考察

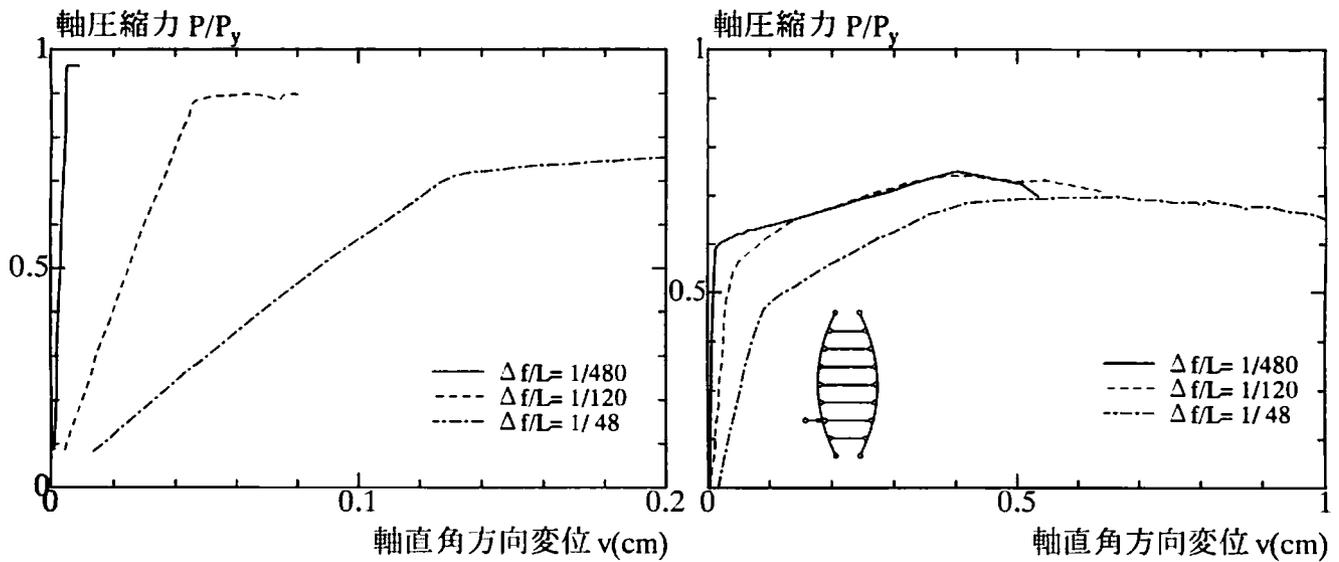
#### (1) 最大強度と初期たわみおよび残留応力の関係

表3-2は細長比116のType I およびType II の最大強度( $P_{max}/P_y$ ,  $P_y$ :降伏軸圧縮荷重)についてタイの本数と初期たわみ形状を変化させて解析した結果である。Type II に関してはライズ比を0.05、両主部材のライズ差をL/480としている。さらに、残留応力を考慮した結果も表中に示す。Type I の供試体に逆対称の初期たわみ(1波-1)を与えたモデル以外の最大強度はほぼ同程度であるのに対し、Type II の場合はいずれもType I の強度の2倍近くに大きくなるのがわかった。

次に残留応力を考慮した場合では、初期たわみ形状を変えても最大強度にあまり変化はみられなかったことから、初期たわみ形状より残留応力の方が最大強度に及ぼす影響は大きいといえる。

#### (2) 最大強度とライズ比との関係

表3-3は細長比116のType II のモデルでライズ比 $f_1/L$ と、両部材のライズ差 $\Delta f/L$ を変化させたときの最大荷重 $P_{max}$ を降伏荷重 $P_y$ で無次元化して示したものである。加えて、残留応力の有無による影響も調べた。初期たわみは与えていない。



(a) 残留応力なし (b) 残留応力あり

図3-4 ライズ差の変化による挙動 ( $L/r=116$ ,  $f_1/L=0.05$ )

表より、ライズ比が0.05以上でライズ差が小さければ最大強度に差異はみられない。ライズ比および両部材のライズ差の影響より、残留応力の存在による影響の方が最大強度に対しては大きく、残留応力のない場合と比べて25%程度低下している。また自明ながら、両部材のライズ差を大きくするにつれて最大強度が低下することから、両者のライズ差は小さい方が好ましい。

ここで残留応力の有無によって、ライズ差を変化させたときの変形挙動を調べた結果を図3-4に示す。図は $L/r=116$ 、 $f_1/L=0.05$ としたモデルで、縦軸は軸圧縮荷重を降伏荷重 $P_y$ で無次元化したものを、横軸には下端から $L/4$ 点での軸直角変位をとった。残留応力がない場合は、ライズ差が大きくなるとライズの大きい部材に他方の部材が引張られるような形で変位量が大きくなり、両部材とも同じ方向に変形する対称1次のモードになる。しかし、残留応力がある場合では、ライズ差が $L/480$ と $L/120$ とではあまり差異がみられなかった。これは、圧縮残留応力 ( $\sigma_{rc}=0.4\sigma_y$ ) の存在により早期に降伏が起り、ライズ差による影響を上回ったためと推測される。

以上の結果より、以降の解析では解析モデルのライズ差を $L/480$ とした。

### (3) 荷重-変位挙動と残留応力の影響

図3-5には、細長比145と193のType I、IIおよびIIIのモデルで、残留応力の有無を考慮し、ライズ比を変化させたときの荷重-軸直角変位曲線を示した。初期たわみは与えていない。図の縦、横軸は図3-4と同様である。Type IIのライズ比0.1のモデルは、残留応力の有無に関わらず、最大荷重や変形挙動はライズ0.05とほぼ同じ結果となったため図示していない。

図からわかるように、残留応力の有無に関わらず、Type II、IIIにおいては、Type Iの最大強度を大きく上回り、最大荷重に達するまでの変形量もかなり小さくなる。また、Type IIIに着目すると、斜材を使用する効果は細長比145のモデルではほとんどみられないが、細長比193のモデルでは顕著に現れ、強度上昇と変形を抑制する働きがあることがわかる。これはモデルの中央部分に斜材を入れてトラス形式としたため、中央部付近の軸方向変形とせん断変形が拘束され、対称2次の変形モードが生じるためと考えられる。(後述3.3.2(4)参照)

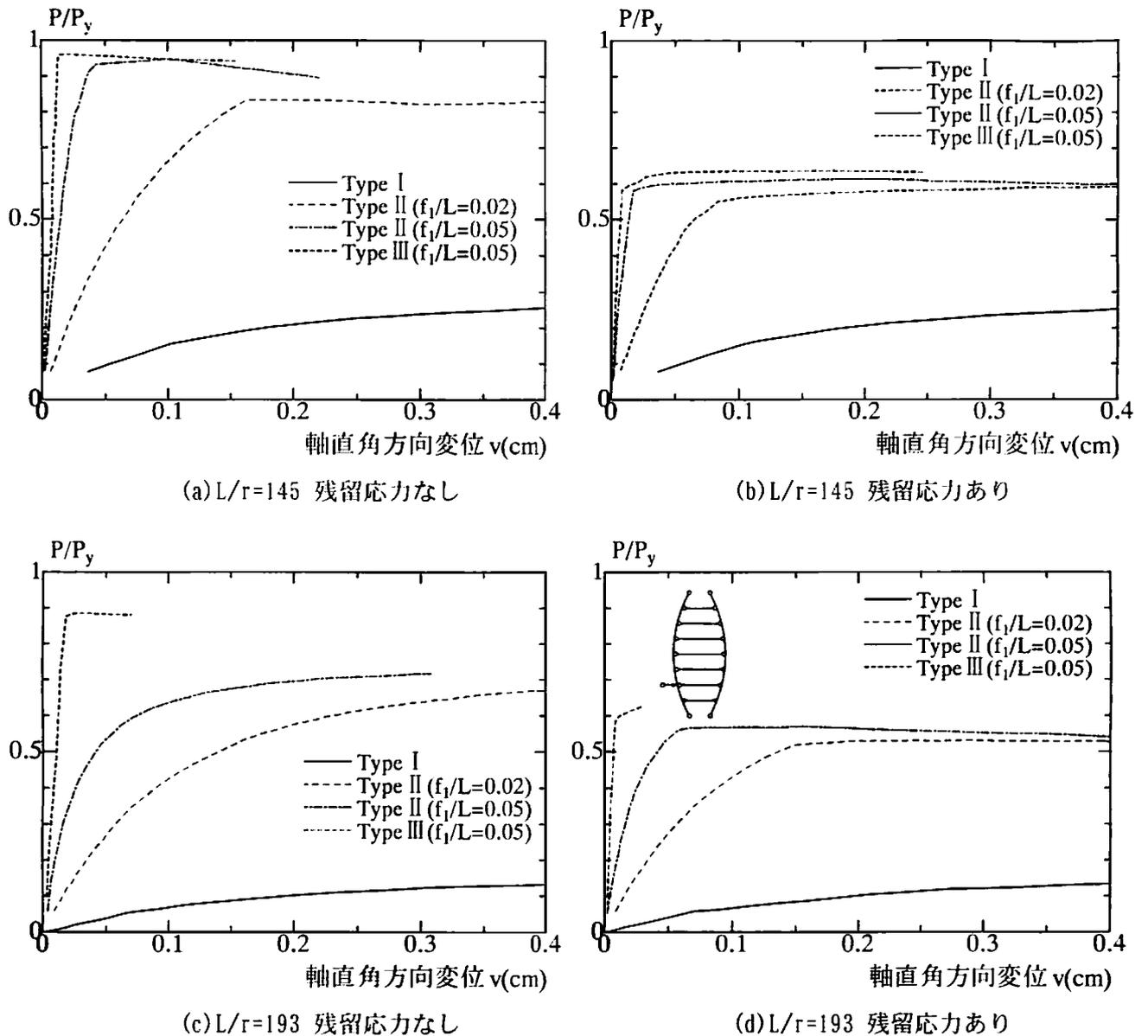


図3-5 残留応力と変形挙動の関係

また、図より、Type I の真直ぐな部材の変形挙動は、残留応力の有無より部材の細長比の大小が影響するのに対し、Type II の曲がり部材においては圧縮残留応力の存在は最大強度を20~40%低下させるが、主部材に細長比の大きな部材を用いてもかなりの強度を有することがわかる。

以上の結果より、細長比145より大きいモデルでは、ライズ比が0.05以上あれば、残留応力が存在しても変形を小さく抑えることができ、最大強度は真直ぐな部材の2~3倍に上昇する。この0.05というライズ比は、第2章の弾性解析で初期たわみを考慮した場合にその影響を受けなくなるライズ比と同程度となることに留意されたい。また、細長比193という細長い部材でも、弾性解析の場合と同様にタイの他に斜材を中央部に配置することで、強度の上昇、変形量の抑制が可能となる。

#### (4) 変形モードとライズ比の関係

図3-6は、図3-5における残留応力を考慮した細長比145の各Typeにおける荷重段階毎の片方の主部材の変形モードを示したもので、縦軸に軸方向位置を、横軸に軸直角方向の変形量をとった。Type II に関してはライズ比が0.02、0.05のモデルの、Type IIIについては0.05のモデルの結果を示す。ライズ比が0.1のモデルの変形モードは、0.05の場合とほぼ同様であった。

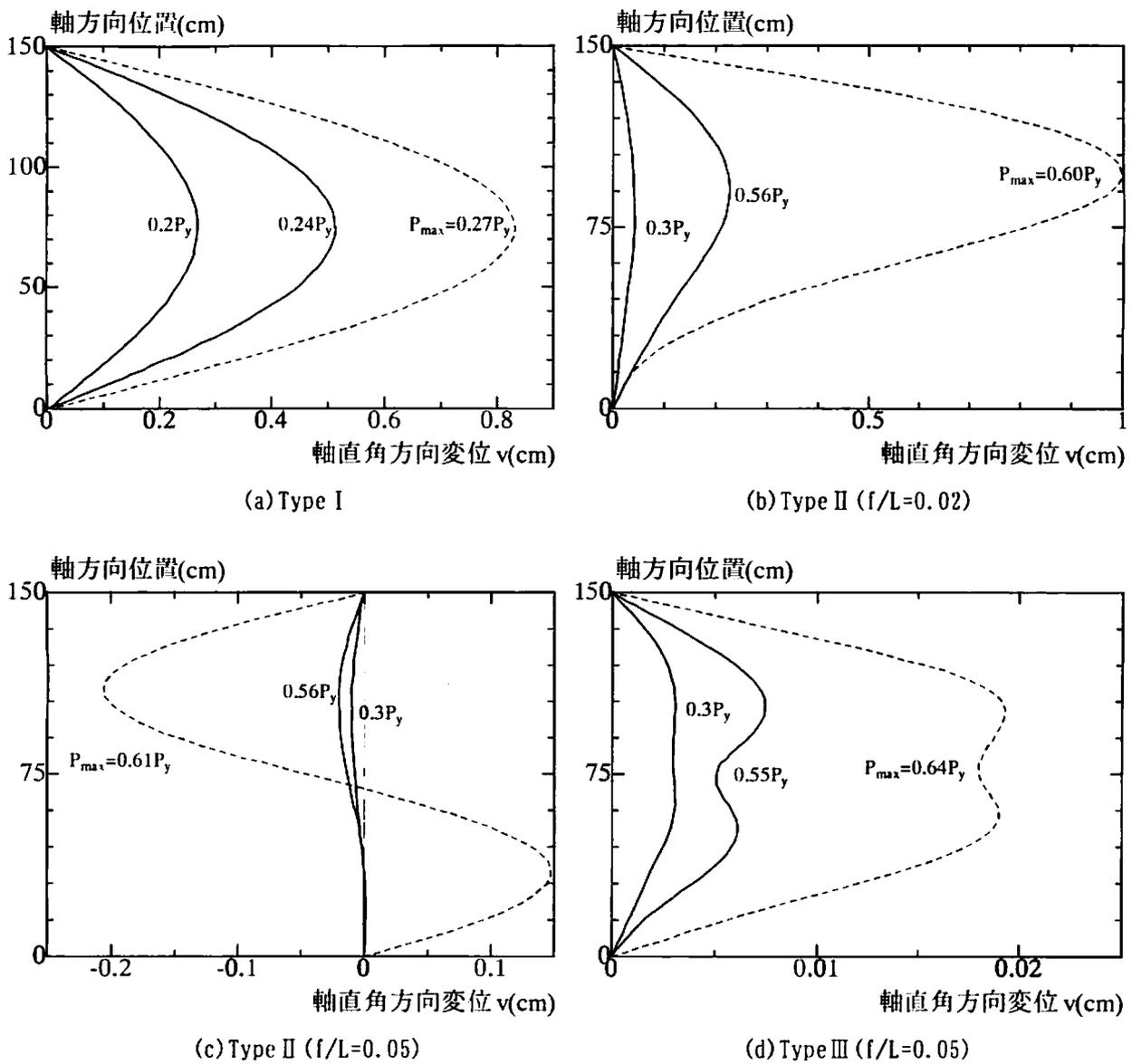


図3-6 変形モード (L/r=145)

図3-6をみると、図(a)のType Iは一般的な両端ヒンジ柱の座屈モードと同じような対称1次モードで変形が進んでいるのがわかる。また、図(b)のライズ比0.02のType IIのモデルもType Iと同じように対称1次モードで変形が進む。変形モードのピークが部材中央点からずれる傾向がみられるが、これはライズ差による両曲がり部材の曲率の相違による影響と考えられる。しかし、ライズ比を0.05としたType IIのモデルでは逆対称1次モードで変形が進行し、最大強度は上昇する。つまり、曲がり部材をタイで結合した構造の変形モードはライズ比に大きく影響されることが弾塑性挙動特性を解析で調べていくことで確認できた。

中央部分に斜材を入れた図(d)に示すライズ比0.05のType IIIでは逆対称1次の変形モードは現れず、部材中央部分で変形量が小さくなる対称2次モードで変形が進む。また、Type I、IIに比べて最大強度は上昇し、変形量も非常に小さくなった。

### (5) 最大強度の評価

図3-7は、ライズ比を0.05として各Typeで細長比を変化させ、残留応力の有無を考慮して最大強度を道路橋示方書における圧縮部材（柱）の基準強度曲線<sup>3-3)</sup>と比較して示したものである。図よりType II、IIIのモデルの最大強度は基準強度曲線より2~5倍程度大きくなっていることがわかる。

しかし、曲がり部材の方が強くなることがわかってもらかじめ予測できなければ、汎用性を要する次の設計段階には入っていかず、実構造への適用の可能性も閉ざされる。ここでは、曲がり部材の強度算定について検討してみる。

道路橋示方書<sup>3-3)</sup>での基準強度曲線は、初期たわみ、残留応力、部材断面形状を考慮し、荷重は偏心なく作用するという条件で、G. Schulzによって提案された4ケースの強度曲線のほぼ下限値に相当する曲線を採用しており、下式で表される。

$$\begin{aligned}\sigma_{\max}/\sigma_y &= 1.0 && (\bar{\lambda} \leq 0.2) \\ \sigma_{\max}/\sigma_y &= 1.109 - 0.545\bar{\lambda} && (0.2 < \bar{\lambda} \leq 1.0) \\ \sigma_{\max}/\sigma_y &= 1.0 / (0.773 + \bar{\lambda}^2) && (1.0 < \bar{\lambda})\end{aligned}$$

この式は局部座屈を考慮しない許容軸圧縮応力度の基本として位置づけられていることは周知のとおりである。

ここでの、細長比パラメータは以下で表せる。

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A\sigma_y}{P_E}}$$

A: 部材断面積  $\sigma_y$ : 降伏応力度  $P_E$ : 座屈荷重

一方、鋼構造物設計指針<sup>3-4)</sup>においては、局部座屈を考慮しない軸圧縮強度を算定する上での一変数として、上式のような細長比パラメータを用いることを規定している。軸圧縮強度は、アーチの面外座屈等の設計を行う上での重要な変数のひとつとなる。

図3-7におけるType II 残留応力ありの結果（□プロット）について、第2章で述べた提案法を用いて弾性座屈荷重 $P_E (=P_{0p})$ を計算し上式に代入すると、曲がり部材を真直ぐな部材に置き換えた場合と等価な細長比パラメータ $\bar{\lambda}$ が求められる。これらの計算結果を図中にプロット（■）すると、基準強度曲線上に近い値で若干外側にくるような安全側の傾向となる。このことは、初期不整を考慮した曲がり部材の強度算定が可能であることを示すものである。これに関しては、後述の3.3 耐荷力実験においても触れる。

また、別のアプローチとして、残留応力を考慮した細長比145 ( $\bar{\lambda}=1.74$ )のType IIのモデルの最大強度と同じとなる強度を基準強度曲線より求めると、細長比が約78 ( $\bar{\lambda}=0.93$ )のType Iの柱に相当すると予想される。そこで残留応力があるType Iのモデルで、主部材の細長比を78とした場合の挙動を細長比145のType IIのモデルの挙動と比較し、その結果を図3-8に示した。図をみると、細長比145のType IIの強度や変形挙動は、細長比78のType Iとよく対応していることがわかる。すなわち、軸圧縮力を受ける場合、細長比の大きな曲がり部材を用いた構造でも、同荷重条件下では、通常の細長比の小さな真直ぐな柱と同様な最大強度を得ることができる。このことは、より小さな断面の部材の使用を可能ならしめるといえ、それにより使用材料ならびに自重の軽減を図ることができる。

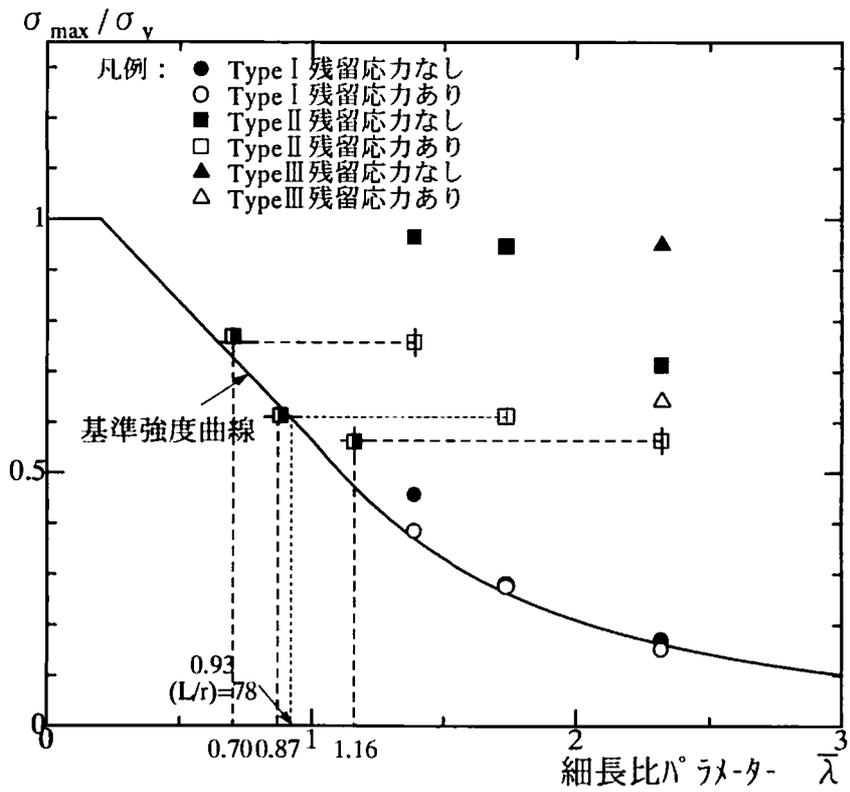


図3-7 弾塑性解析における最大強度

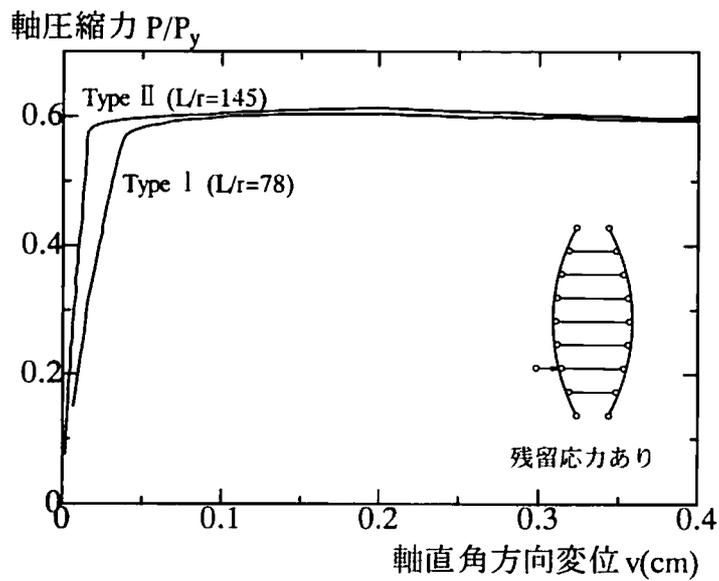


図3-8 荷重-軸直角変位曲線

### 3.3 耐荷力実験

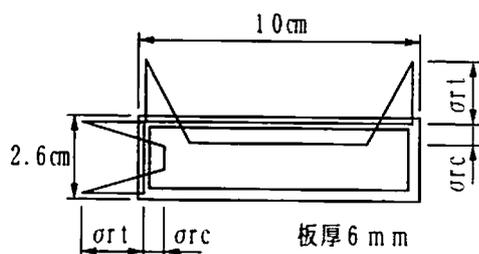
#### 3.3.1 実験の概要

実験供試体は、図3-1に示す解析モデルと同じタイプとし、一對の直線材で構成されたものをType I、曲がり材のものをType II、Type IIの中央部分に斜材を取り付けたものをType IIIとした。各タイプのタイ本数は7本、両端部の部材間隔は製作上15cmとし、部材断面は図3-9(a)に示す長方形箱形断面を用いた。また、曲がり部材の形状は図3-9(b)に示すような放物線形状とした。実験では、主部材の細長比を120、150、200、ライズ比を0.0、0.02および0.06と変化させた計7体の供試体を製作した。これらの諸元を表3-4にまとめて示す。

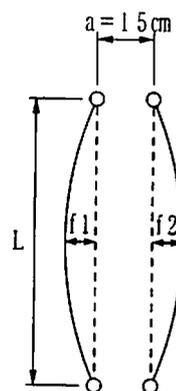
供試体名の最初の数字は細長比を、次はタイプ名、添字A、Bはライズ比( $f_1/L$ および $f_2/L$ )がそれぞれ0.02、0.06を表す。また、Type IIIは細長比200の主部材に、タイと同断面積を有する円形断面の斜材を中央部分に配置した供試体である。

本実験に先駆けた予備試験として、使用鋼材の引張試験および残留応力の測定を行った。引張試験より得られた主部材など使用鋼材(SS400)の応力-ひずみ関係を図3-10に示す。得られた降伏応力は公称値よりかなり大きな値であった。残留応力分布についても図3-9(a)に示すが、フランジにおける圧縮残留応力 $\sigma_{rc}$ は $0.46\sigma_y$ と比較的大きな値であった。また、実験供試体の初期形状を測定した結果、各供試体とも軸方向位置でのライズに微小な差はあるものの、放物線形状に近いものであった。

| 残留応力          | フランジ           | ウェブ            |
|---------------|----------------|----------------|
| $\sigma_{rt}$ | $0.9\sigma_y$  | $0.39\sigma_y$ |
| $\sigma_{rc}$ | $0.46\sigma_y$ | $0.08\sigma_y$ |



(a) 断面形状



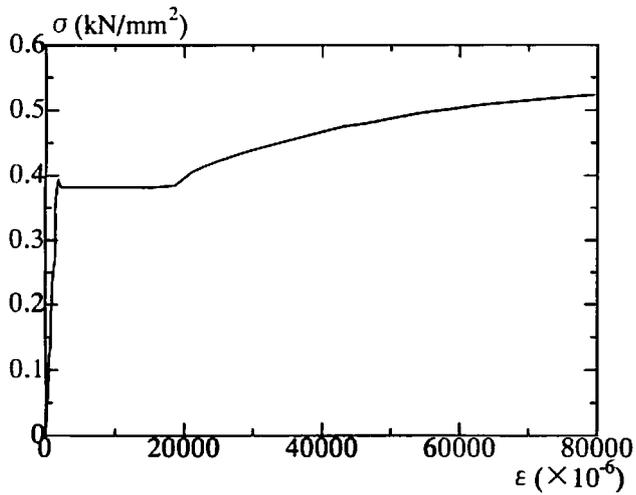
(b) 供試体の部材形状

図3-9 実験供試体

表3-4 実験供試体諸元

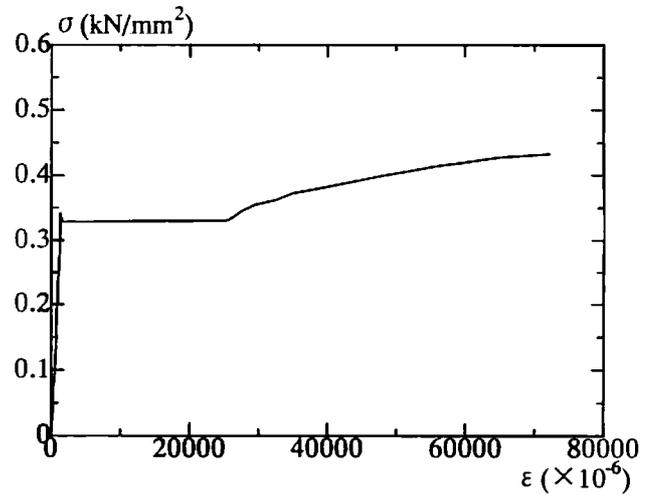
| 試体名          | L/r | L (cm) | $f_1/L$ | $f_2/L$ |
|--------------|-----|--------|---------|---------|
| 120Type I    | 121 | 116.5  | 0.00    | 0.00    |
| 120Type II A | 121 | 116.6  | 0.02    | 0.02    |
| 120Type II B | 121 | 116.3  | 0.06    | 0.06    |
| 150Type II A | 150 | 144.4  | 0.02    | 0.02    |
| 150Type II B | 150 | 144.1  | 0.06    | 0.06    |
| 200Type II B | 200 | 192.1  | 0.06    | 0.06    |
| 200Type III* | 200 | 192.0  | 0.06    | 0.06    |

\*斜材あり



|       |                        |
|-------|------------------------|
| ヤング係数 | 216 kN/mm <sup>2</sup> |
| 降伏応力  | 382 N/mm <sup>2</sup>  |
| せん断係数 | 82 kN/mm <sup>2</sup>  |

(a) 主部材



|       |                        |
|-------|------------------------|
| ヤング係数 | 216 kN/mm <sup>2</sup> |
| 降伏応力  | 316 N/mm <sup>2</sup>  |

(b) タイおよび斜材

図3-10 使用鋼材の材料特性

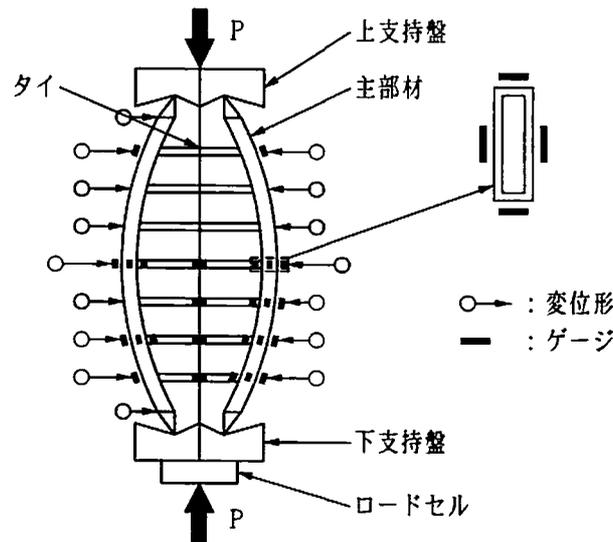


図3-11 実験装置と変位計・ひずみゲージ取付位置

図3-11には実験装置と変位計やひずみゲージの取り付け位置を示す。供試体の両端部には、弱軸まわりのヒンジとなるよう先端が尖った取り外しの可能な治具を設け、平面柱として挙動する構造とした。なお、タイ材および斜材と主部材とはすべてピン結合とした。

軸直角変位の測定のため、タイと部材の全ての結合部分に、また軸方向の変位を測定するため载荷治具近傍に、それぞれ変位計を設置した。

実験の状況を次頁の写真3-1、2に示す。

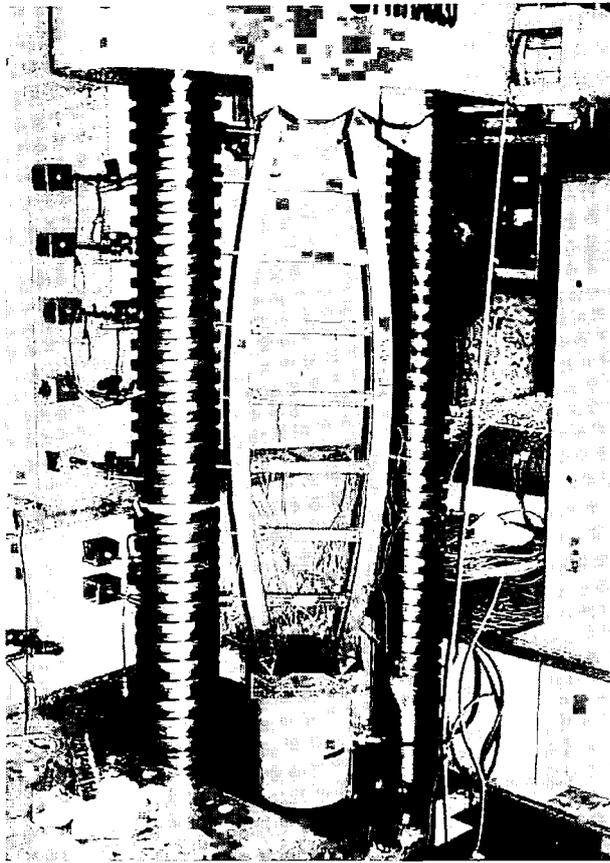


写真3-1 実験状況

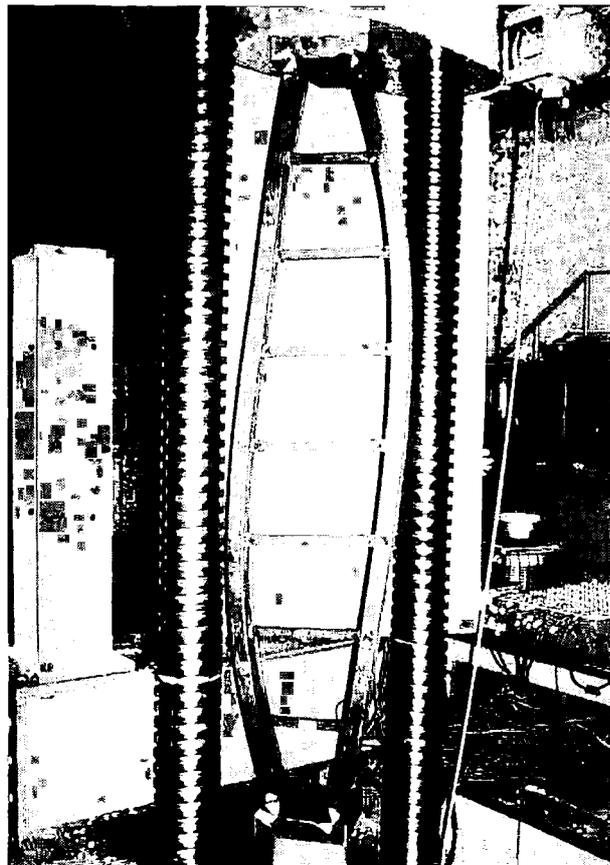


写真3-2 実験状況 (載荷後、 $L/r=200$ 、 $f_1/L=0.06$ )

### 3.3.2 実験および解析結果と考察

#### (1) 最大強度の比較

はじめに、実験で得られた材料係数や形状寸法等を入力値とし、3.2.で述べた方法により弾塑性解析を行った。

その解析および実験より得られた各供試体の最大強度を細長比パラメータとともに表3-5に、最大強度と基準強度曲線とを比較してグラフ化したものを図3-12に示した。

Type I に関しては実験供試体数が1本のみであるが、実験結果は基準強度曲線に比べやや大きくなった。一方、曲がり部材のType II とType III のモデルの最大強度は基準強度曲線と比較すると、細長比120の場合は約1.5～1.8倍、細長比150の場合は約2.5～3倍、細長比200の場合は約3.8倍となった。さらに斜材を中央部分に入れた場合は約5倍に強度が上昇し、その最大強度は細長比150や120の斜材を配置しない曲がり部材と同程度まで上昇することがわかった。

次に解析結果と実験結果を比較してみると、Type II A、Type II BおよびType III の最大強度については、解析および実験結果ともType I を大きく上回っていることがわかる。さらに、解析値および実験値の最大強度を比較すると、両者はよい対応を示している。

また、曲がり部材の場合は、細長比が大きくなっても強度の低下は小さくなる。これは曲がり部材を圧縮部材として用いる場合の有意性を示すもので、特に細長比が大きい領域で顕著となる。

ここで、今回の解析および実験より得られた結果を参考にして、得られたデータのほぼ下限値を結ぶと、図中に示す一点鎖線のようになる。この曲線は、次式のように表すことができる。

$$\sigma_{max}/\sigma_y = -0.03\bar{\lambda}^3 + 0.28\bar{\lambda}^2 - 0.93\bar{\lambda} + 1.44 \quad (3-1)$$

この式は曲がり部材で構成された柱の強度曲線であるが、あくまでライズ比0.0～0.06、細長比120～200、タイ断面積 $0.2A_a$  ( $A_a$ は主部材の断面積)、タイ本数7本、両主部材間隔15cmという条件で行った今回の解析および実験に基づいたものであることを銘記しておく。

今回の解析および実験では、細長比が小さい領域や極端に大きい領域でのデータが得られていないため、曲がり部材の強度曲線の両端部分がどうなるか、さらに降伏強度で決まる基準強度曲線の棚域に相当する部分 ( $0 \leq \bar{\lambda} \leq 0.2$ ) がどうなるかについては、解析および実験データを積み上げて今後の研究で明らかにする必要がある。

ここで、図3-12におけるType II Bの実験結果 (◆プロット) について、弾性座屈荷重 $P_E (=P_{Op})$ を計算し、曲がり部材を真直ぐな部材に置き換えた場合の等価細長比パラメータ $\bar{\lambda}$ を求める。これらの計算結果を図中にプロット (◇) すると、それらは、基準強度曲線上の近傍で若干外側にくるような安全側の傾向となる。このことは、初期不整のある実構造として曲がり部材の強度算定が可能なることを実験的にも裏付けるものである。

3.2.2(5)での弾塑性解析における最大強度に関する考察結果も含めて、この等価細長比パラメータを利用して曲がり部材の最大強度を予測し、設計に適用していく可能性があることが判明した。今後は解析および実験等でのデータの蓄積が必要になるが、次段階での試設計レベルではこの等価細長比パラメータを利用することができると考えられる。これより、曲がり部材の細長比を大きくした場合でも、最大強度を低下させることなしに、実構造に適用する可能性が見いだせた。

#### (2) 変形挙動の比較

図3-13は、各細長比においてライズ比 $l/L$ を変化させた場合における、実験および解析から得られた荷重-軸直角変位曲線である。縦軸に荷重 $P$ を降伏荷重 $P_y$ で除して無次元化したものを、横軸に軸直角方向の最大変位量としてType I は $L/2$ 点、Type II とType III は $L/4$ 点での値を用いた。

表3-5 最大強度と細長比パラメータ

| 供試体名                    | 最大荷重 $P_{max}$ (kN) | 最大強度 ( $\sigma_{max}/\sigma_y$ ) |      |      | $\bar{\lambda}$ |
|-------------------------|---------------------|----------------------------------|------|------|-----------------|
|                         |                     | 実験値                              | 解析値  | 基準強度 |                 |
| 120Type I               | 430.5               | 0.37                             | 0.29 | 0.31 | 1.56            |
| 120Type II <sub>A</sub> | 599.2               | 0.54                             | 0.60 | 0.29 | 1.63            |
| 120Type II <sub>B</sub> | 708.0               | 0.64                             | 0.66 | 0.29 | 1.62            |
| 150Type I               | —                   | —                                | 0.20 | 0.21 | 2.00            |
| 150Type II <sub>A</sub> | 712.0               | 0.64                             | 0.62 | 0.21 | 2.00            |
| 150Type II <sub>B</sub> | 617.8               | 0.55                             | 0.63 | 0.21 | 2.01            |
| 200Type I               | —                   | —                                | 0.11 | 0.21 | 2.68            |
| 200Type II <sub>B</sub> | 542.3               | 0.49                             | 0.45 | 0.13 | 2.68            |
| 200Type III             | 689.4               | 0.62                             | 0.66 | 0.13 | 2.68            |

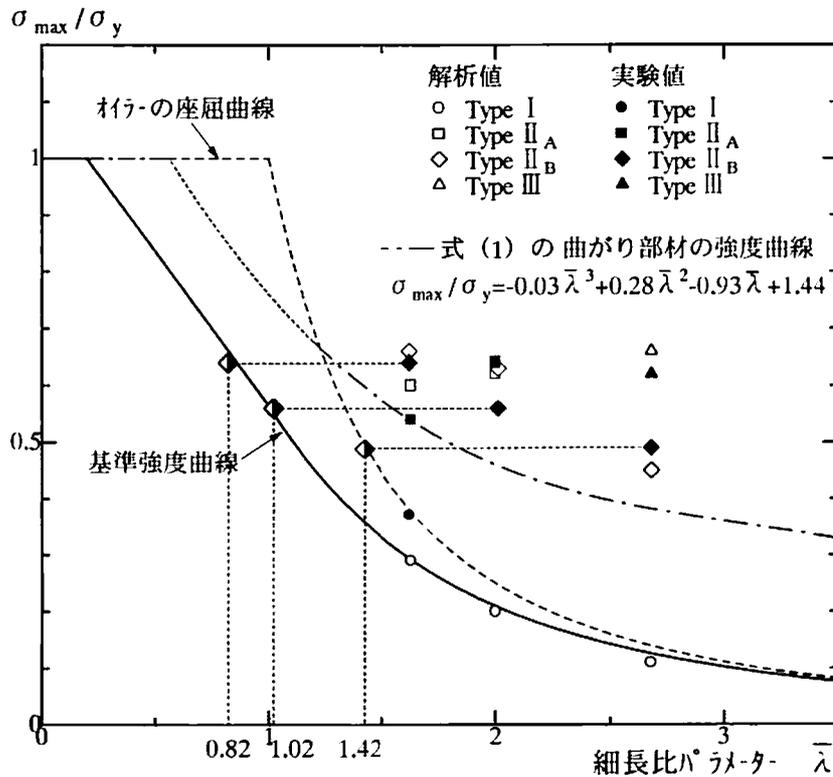
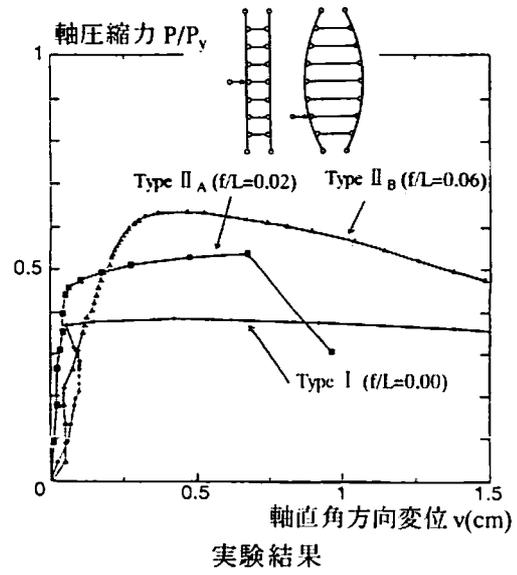
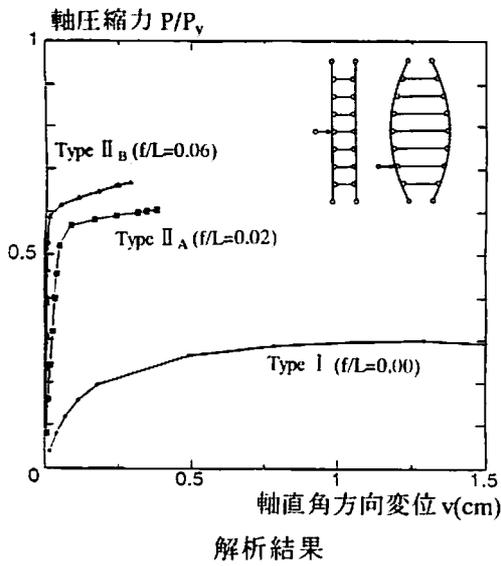
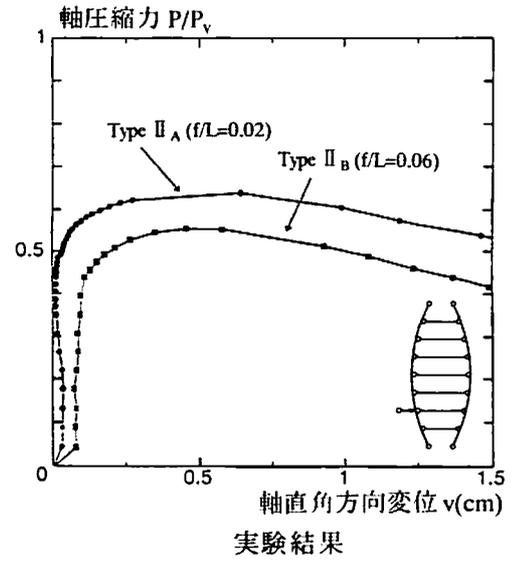
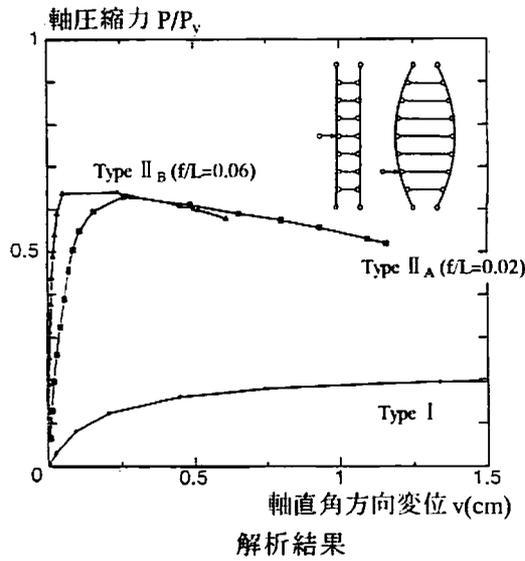


図3-12 最大強度とその比較

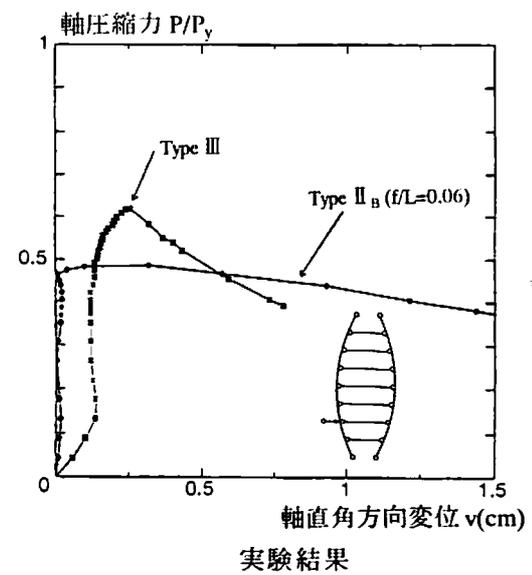
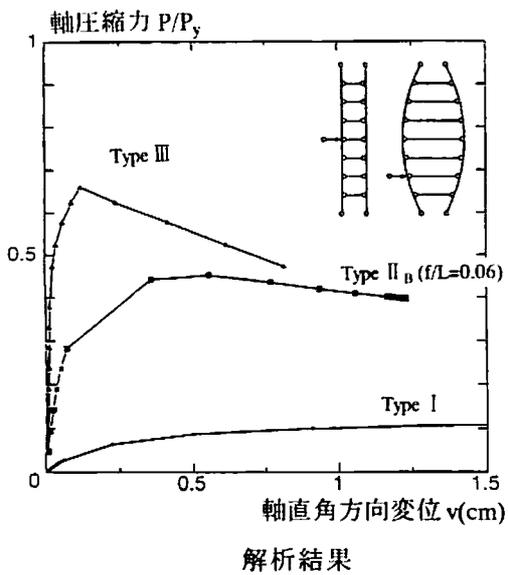
図より、実験および解析結果を比較すると、最大強度や変位量に多少差があるものの、似通った傾向の挙動を示しており、よい対応がみられる。細長比120の供試体では、最大荷重に達するまでの変位量は、Type I よりもType IIの方が若干大きく、解析結果と逆の結果となっている。このような実験での現象が解析と対応しない部分はあるものの、一对の曲がり部材を用いた柱は、真直ぐな部材の柱より最大強度が上昇することを実験結果からも確認できた。また、Type IIIのように中央部分を斜材で結合することで、さらに最大強度を高めることもわかった。ただし、同図(c)のType IIIの場合で、荷重が急激に落ちたのは、圧縮を受ける斜材が座屈したためと考えられる。



(a)  $L/r=120$



(b)  $L/r=150$



(c)  $L/r=200$

図3-13 荷重-軸直角変位曲線

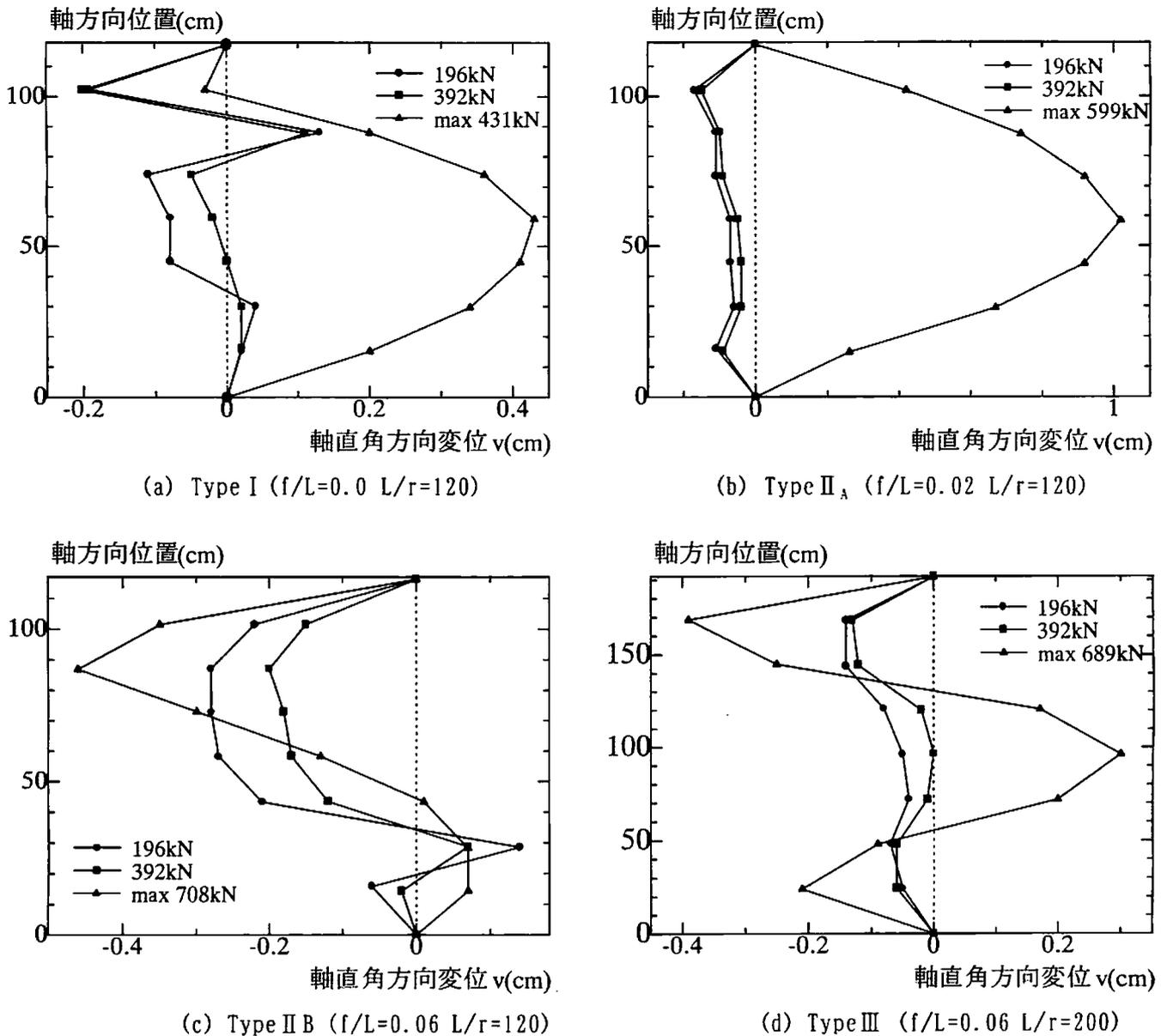


図3-14 変形モード

### (3) 変形モード

図3-14は細長比120の供試体Type I、II A、II Bと細長比200のType IIIについての実験における変形モード曲線を、 $P=196\text{kN}$ 、 $392\text{kN}$ 、および最大荷重の時点について、縦軸に部材位置、横軸に軸直角変位をとって示したものである。

最大荷重時の変形モードに注目すると、Type I はの両端ヒンジ柱の座屈モードと同じような対称1次モードになり、ライズ比 $f/L=0.02$ のType II AのモデルもType I と同様な対称1次モードになることが確認された。また、ライズ比が大きい $f/L=0.06$ のType II Bのモデルでは、逆対称1次に似た変形モードになり、さらに斜材を中央部に配置したType IIIの場合は、対称2次の変形モードになった。なお、ここには示さないが、細長比150のType II A( $f/L=0.02$ )の場合も最終的には対称1次モードとなり、Type II B( $f/L=0.06$ )の場合は逆対称1次モードとなった。

(2)でも述べたように、実験結果での変形モードの傾向は、図3-6で示した解析結果ともよく対応していることがわかる。

このように、ライズ比 $f/L$ の変化に伴い強度並びに変形モードが変化することが弾塑性実験よ

り確認できた。また、弾性解析の場合と同様に、斜材を入れることによって座屈モードは対称2次へと変わり、強度上昇が期待できることがわかった。しかし、実際にはそれ以前に、主部材の塑性化や斜材の座屈および塑性化が生じる可能性があることに注意を要する。

### 3.4 結論

本章では、曲がり部材を実構造に適用する可能性を探るため、現実的な条件にできるだけ近い形で、弾塑性を考慮した基本的な耐荷力や挙動特性を探ってきた。タイで結合した一对の曲がり部材で構成された柱構造が軸圧縮力を受ける場合の耐荷力特性について、主に解析パラメータに曲がり部材のライズ比、細長比を選んで、真直ぐな部材の柱と比較しながら検討した。

本章の検討より得られた結論を以下にまとめる。

- ①真直ぐな部材や曲がり部材で構成された柱の最大強度や変形挙動について、解析結果と実験結果は概ねよく対応していた。
- ②一对の曲がり部材で構成された柱では、各部材のライズ比や細長比によって最大荷重や変形挙動に違いはあるが、真直ぐな部材で構成された柱より最大強度は上昇した。
- ③提案法で求めた弾性座屈荷重を用いて等価細長比パラメータを算出することにより、設計時に使用する曲がり部材の最大強度を予測できる可能性が見いだせた。
- ④曲がり部材のライズ比を大きくすると、変形モードが対称1次モードから逆対称1次モードへ変化する。
- ⑤曲がり部材中央に斜材を配置した場合、最大強度はさらに上昇し、そのときの変形モードは対称2次モードとなる。
- ⑥今回の解析および実験結果より、0.05程度以上のライズ比があれば、曲がり部材で構成された柱の特性により最大強度の上昇が期待できる。
- ⑦残留応力の存在が最大強度に及ぼす影響が大きいことが解析結果より明らかになった。

### 参考文献

- 3-1) 三本木茂夫、吉村信敏 共著：コンピュータによる構造工学講座 I-1-B 有限要素法による構造解析プログラム 考え方と解説、日本鋼構造協会編
- 3-2) Komatsu, S. and Sakimoto, T. : Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members with Closed Cross Sections, Proc. of JSCE No.252, pp143-157, 1976.8
- 3-3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編、1996.12
- 3-4) 土木学会 鋼構造委員会編：鋼構造物設計指針 PART A 一般構造物（平成9年版）、1997.5.
- 3-5) 山尾敏孝、石原完、平井一男：タイで結合した2本の曲がり部材の座屈強度と挙動について、構造工学論文集、1995
- 3-6) 土木学会編：座屈設計ガイドライン、1987
- 3-7) Timoshenko, S. and Gere, J. (仲威雄、瀧川馨一、久保俊彦共訳)：座屈理論、コロナ社、1961
- 3-8) 土木学会編：鋼構造物の終局強度と設計、1995

## 第4章 曲げに対する挙動特性

### 4.1 序論

図 4-1 (a) に示す 2 本の曲がり部材を数本のタイで結合した柱構造が軸圧縮力を受ける場合、真直ぐな部材を単に 2 本組み合わせた柱に比べて、引張材のタイが介在することによるアーチの変形効果で耐荷力の上昇、および最大荷重までの軸直角方向の変形量の抑制などの特性を持つ構造形式であることを、前章までの解析および実験を通して明らかにしてきた。

しかし、我々が普段見受ける現存の構造物を念頭に置くと、圧縮力だけに対して決まる部材や構造は少なく、曲げモーメントが作用する場合についても考慮して設計がなされるものが大多数である。したがって、曲がり部材で構成された構造（柱）を実構造物に適用する可能性を探るには、軸圧縮力に対してのみならず、軸直角方向（水平方向）の力を受けて曲げモーメントが発生する場合の耐荷力や変形挙動の特性を明らかにすることが必要となる。

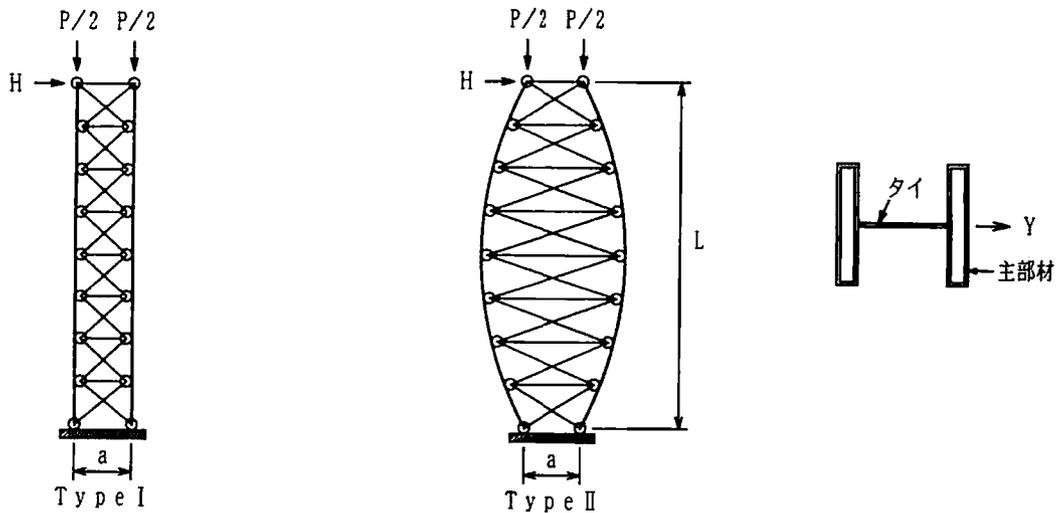
ここでは、曲がり部材で構成された構造体を橋脚として適用することを想定する。日本の国土条件を鑑みると、将来はどうしても山岳道路が多くならざるを得ず、それに伴い高橋脚を有する橋梁が必要になると予測される。高橋脚になると、一般的な高さの橋脚に比べて自重による圧縮力が卓越する柱構造となるので、曲がり部材で構成された構造体を適用する可能性があると考えた。

本章では、風力や地震力を想定した水平力が頭部に作用する曲がり部材柱において、柱（主部材）に生じる曲げモーメントや軸力分布等を検討し、終局に至るまでの特性を解析を通して明らかにすることによって、曲がり部材を柱構造として活用する可能性を探ろうとするものである。解析では平面および立体構造モデルを用い、真直ぐな部材の結果と比較する形で検討を行った。

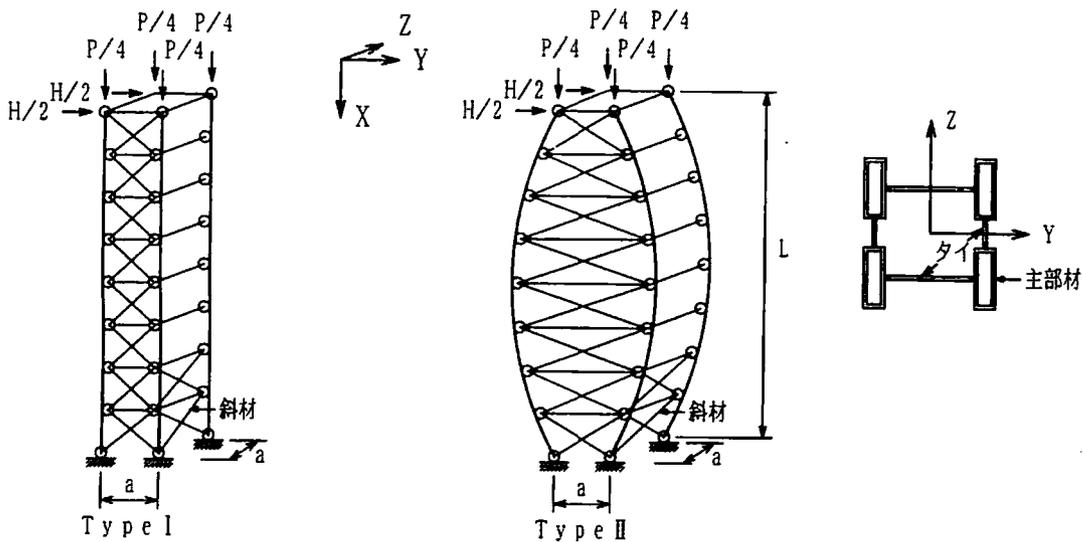
### 4.2 解析モデル

本章では、提案する曲がり部材で構成された構造形式を、頭部に地震慣性力や風力等の水平力が作用する橋脚などの構造へ適用する可能性を探るため、有限変位を考慮した弾塑性骨組解析法 (FEM)<sup>4-1), 4-2)</sup> を使用し、水平力を受ける場合の弾塑性性を考慮した耐荷力特性を調べた。解析モデルを図 4-1 に示す。

前章までのモデルのような主部材端部をヒンジ固定して圧縮力を載荷する場合については、タイをピン結合するだけで十分な強度が発揮できたが、頭部水平力載荷に対しては、タイのみを結合しただけでは耐荷力にはあまり効果はないと考えられるので、図 4-1 に示す面内 (XY 平面) に斜材を配置したトラス構造のモデルとした。解析モデル図に示すように、2 本（および 4 本）の真直ぐな部材をタイおよび斜材で結合したものを Type I、主部材を放物線形状の曲がり部材としたものを Type II とする。Type I のモデルは Type II の比較対象として採用した。境界条件は柱頭部を自由、基部を固定とし、タイおよび斜材と主部材との結合部は今までのモデルと同様にピン結合とした。モデルの主部材 1 本の断面は、局部座屈および立体構造でのねじり変形を抑えるため、幅厚比の小さな長方形箱形断面とし、曲げ剛性は  $EI$  ( $E$ : ヤング係数,  $I$ : 弱軸回りの断面 2 次モーメント) とした。



(a) 平面解析モデル

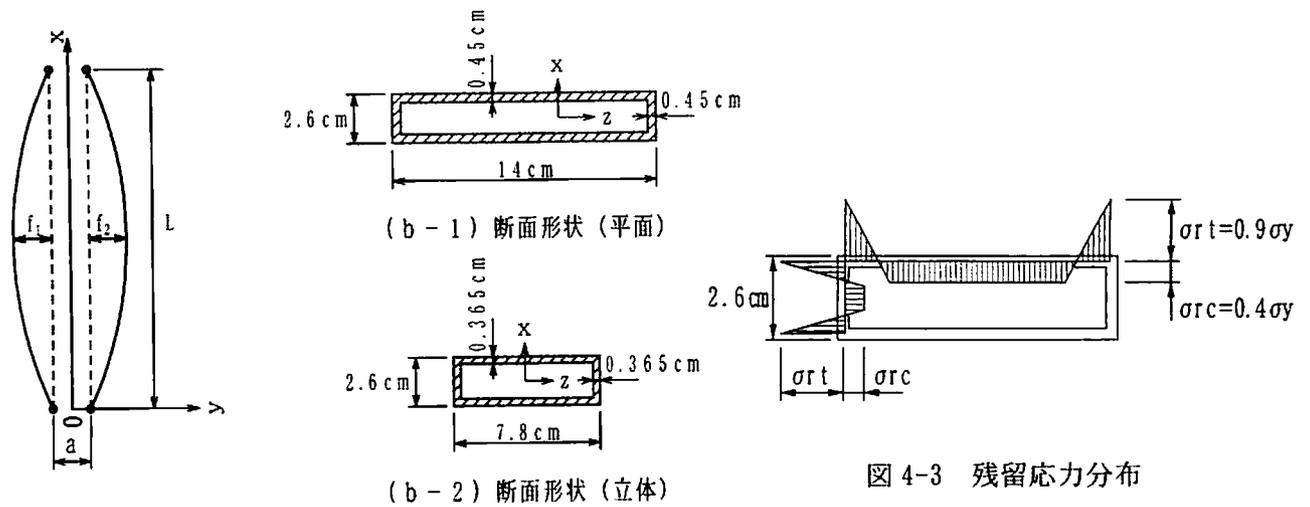


(b) 立体解析モデル

図 4-1 解析モデル

図 4-2 には解析モデルの断面寸法および形状を示した。L は部材長、 $r_1$  と  $r_2$  はそれぞれの主部材のライズ ( $r_1 > r_2$ )、a は基部の間隔を示す。主部材をつなぐタイの本数は 7 本、断面形状は正方形断面とした。なお、本章でのねらいはあくまで主部材に関する耐荷力の違いを真直ぐな部材および曲がり部材で比較検討しようとするので、タイおよび斜材の断面積は主部材が降伏する前に終局に至らないように適宜決定するものとした。

解析では、地震力等を想定して図 4-1 に示すような水平力 H を頭部に載荷した。また、初期軸力を考慮する場合は、同じく図 4-1 に示すように、上部構造の荷重を想定して、主部材の弾性座屈荷重の 40% に相当する鉛直荷重  $P (=0.4P_{cr})$  を作用させた。初期不整として主部材の残留応力を考慮する場合は、図 4-3 に示す一般的な残留応力分布を用い、通常取り扱われる初期たわみおよびライズ差は水平力載荷時には大きく影響しないと考え、煩雑さを避けるためもあり、考慮しないものとした。なお、タイおよび斜材には初期たわみおよび残留応力はないものとして取り扱った。



(a) 座標系と部材形状 (b) 主部材1本の断面形状  
 図 4-2 解析モデルの断面寸法と形状

表 4-1 解析諸元およびパラメータ

| 解析方法                                       | 平面解析               | 立体解析          |
|--|--------------------|---------------|
| ヤング係数 E (kN/mm <sup>2</sup> )              | 206                |               |
| 降伏応力 $\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )         | 314                |               |
| 細長比 L/r                                    | 116, 145, 193      | 116, 145, 193 |
| 主部材の断面積 A <sub>a</sub> (cm <sup>2</sup> )  | 14.13              | 7.06          |
| 主部材の断面2次モーメント I (cm <sup>4</sup> )         | 15.142             | 7.572         |
| タイと斜材1本の断面積 A <sub>i</sub> /A <sub>a</sub> | 0.2. 0.3. 0.4. 0.5 | 0.4           |
| 基部の間隔 a (cm)                               | 5, 10, 15          | 15            |
| ライズ比 f/L                                   | 0.01, 0.03, 0.05   | 0.05          |

表 4-2 立体解析モデルの種類

| 解析モデル呼称             | 供試体の構成            |
|---------------------|-------------------|
| Type I-TX (真直ぐな部材)  | 面内にタイと斜材有         |
| Type I-TXD (真直ぐな部材) | 奥行き方向下側 L/4 に斜材付加 |
| Type II-TX (曲がり部材)  | 面内にタイと斜材有         |
| Type II-TXD (曲がり部材) | 奥行き方向下側 L/4 に斜材付加 |

平面および立体解析におけるモデルの解析諸元およびパラメータをまとめて表 4-1 に示す。主部材の細長比 L/r は 116、145、193 とし、基部の間隔 a は 5cm、10cm、15cm (平面解析) を考えた。

ここで、立体解析モデルの主部材1本の断面性能 (A<sub>a</sub> および I) は平面解析モデルのそれのほぼ半分になるよう意図的に設定した。このことは、構造全体としての弱軸まわりの断面性能は平面あるいは立体解析モデルでもほぼ等価であることを意味する。

立体構造のモデルでは、奥行き方向 (面外、XZ 平面) にはタイ (水平材) のみを配置し、基部において斜材を配置するモデルと配置しないモデルを設定した。便宜上、面外にタイのみを配置した前者を Type I (II)-TX、それに加えて下側 L/4 区間に斜材を配置した後者を Type I (II)-TXD とする。これら解析モデルの呼称を種類ごとにまとめて表 4-2 に示す。

### 4.3 解析結果と考察

平面解析モデルおよび立体解析モデルごとに、その解析結果を示すとともに考察を加える。

#### 4.3.1 平面構造

##### (1) 事前解析

##### (a) タイおよび斜材の断面積の影響

タイおよび斜材でピン結合した主部材の頭部に水平力を作用させる場合の挙動特性を調べる本研究において、タイあるいは斜材が主部材よりも先に降伏に達して破壊に至るようでは、主部材を対象としたここでの研究目的にそぐわないので、それらの妥当値に対する検討を事前に行った。

図 4-4 は軸力なし、細長比 116、ライズ比 0.05、端部間隔 15cm のモデルにおける水平荷重と水平変位の関係を示したもので、タイおよび斜材の断面積をパラメータにとって、弾塑性 FEM 解析を実施した結果である。縦軸に頭部載荷水平荷重  $H$  を、横軸には主部材頭部の水平変位をとった。これをみると、真直ぐな部材では、タイおよび斜材の断面積によらずほぼ同様の曲線を描くのにに対し、曲がり部材ではタイおよび斜材の断面積が大きくなるに従い、若干ではあるが最大荷重が大きくなり、水平変位も抑えられる。しかし、断面積が大きくなるほど、最大荷重の増分は小さくなっていくのがわかる。また、タイおよび斜材の断面積が大きくなるほど、同断面積のタイおよび斜材を有する真直ぐな部材と曲がり部材との最大荷重の差が大きくなり、タイおよび斜材の断面積 30% くらいから曲がり部材としての有意性が現れてくる。解析結果を調べると、タイおよび斜材の断面積 30% までは斜材が先に降伏し、40% 以上になると主部材基部が先に降伏に至ることがわかった。

これより、本章における以降の解析では、主部材がタイおよび斜材より先に降伏することや曲がり部材が真直ぐな部材より有意性が現れる点を重視し、タイおよび斜材の断面積を、主部材の 40% とすることとした。

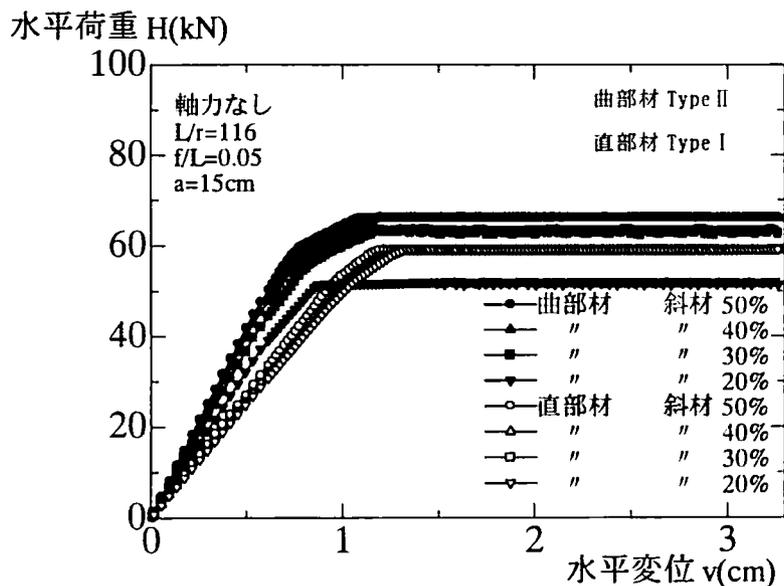


図 4-4 タイおよび斜材の断面積の変化による水平荷重-水平変位曲線

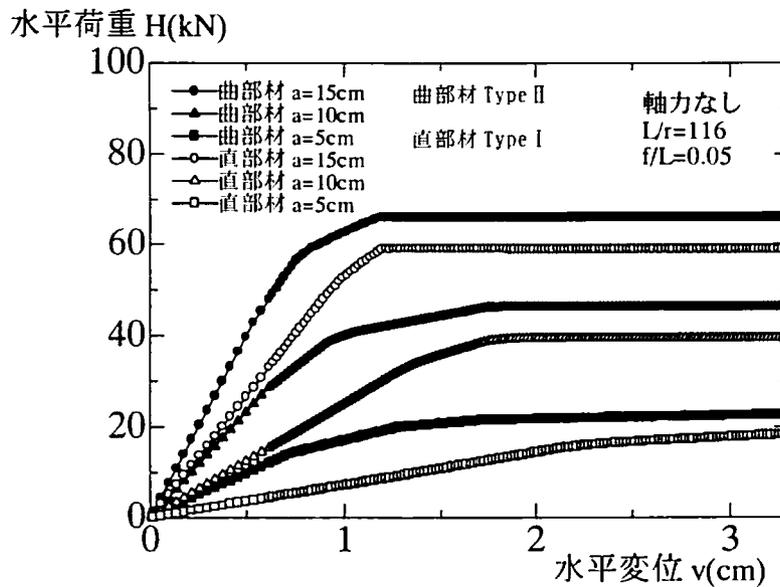


図 4-5 主部材端部間隔の変化による水平荷重-水平変位曲線

(b) 両主部材の端部間隔の影響

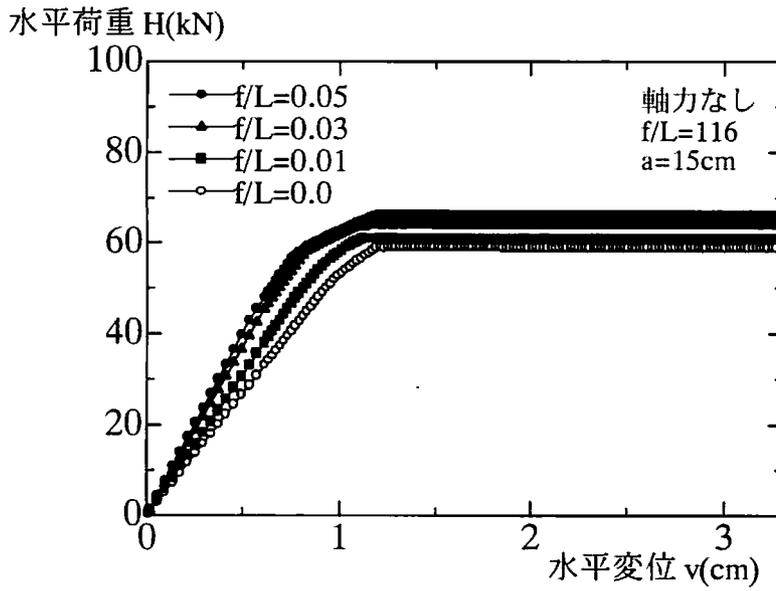
次に、頭部水平荷重に対する耐荷力に対しては、基部の部材間隔  $a$  による部材全体の曲げ剛性が影響すると考えられる。ここでは、軸力なし、細長比 116、ライズ比 0.05 のモデルで両主部材間隔を 5、10、15cm と変化させて解析を行った。その水平荷重-水平変位曲線を図 4-5 に示す。グラフの縦・横軸は図 4-4 と同様である。

これをみると、いずれの場合においても端部が同間隔であれば、曲がり部材の方が真直ぐな部材よりも最大荷重は大きく、水平変位も抑えられる。また、真直ぐな部材、曲がり部材とも両主部材間隔が大きくなるにつれ、最大荷重は増加し、水平変位も抑えられる。これは間隔が広がると、水平荷重に対して抵抗する断面 2 次モーメントが構造全体としては大きくなることが主要因と考えられ、真直ぐな部材、曲がり部材ともに共通する性状で、自明の結果といえる。

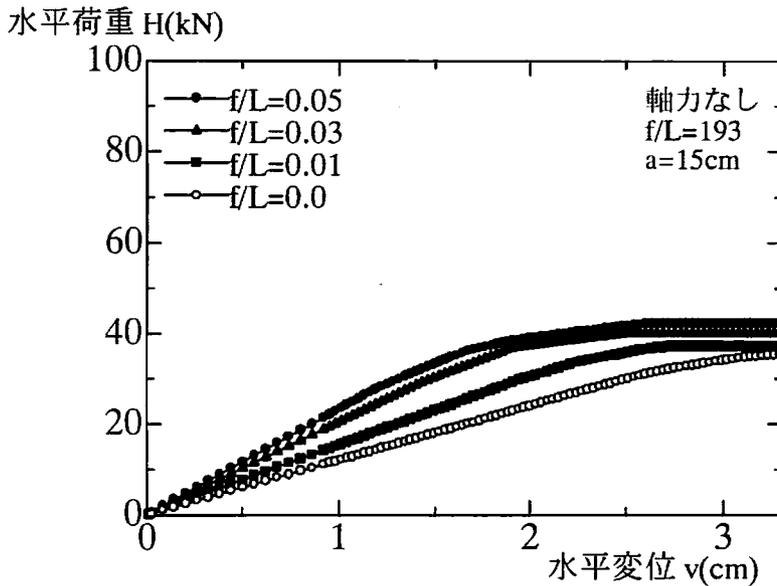
本章における以降の解析では、柱構造としてのプロポーションを考慮した上で、耐荷力ができるだけ大きくなるよう、両主部材の間隔を 15cm にすることとした。

(c) ライズ比の影響

さらに、細長比 116 と 195 のモデルで、ライズ比を 0.0~0.05 と変化させた場合の、水平荷重-水平変位曲線の結果を図 4-6 に示す。グラフの縦・横軸は図 4-4 と同様である。図より、各細長比において、ライズ比が大きくなると若干ではあるが、最大荷重が増加し、水平変位が抑えられることがわかる。また、細長比が変化しても、曲がり部材としての挙動特性の傾向はあまり変わらないこともわかる。本章における以降の解析では、両主部材のライズ比は、前章までの圧縮力に対する影響を踏まえ、かつ耐荷力が大きくなるよう  $f/L=0.05$  とした。



(a)  $L/r=116$



(b)  $L/r=193$

図 4-6 ライズ比を変化させた場合の水平荷重-水平変位曲線

## (2) 水平荷重に対する挙動特性の検討

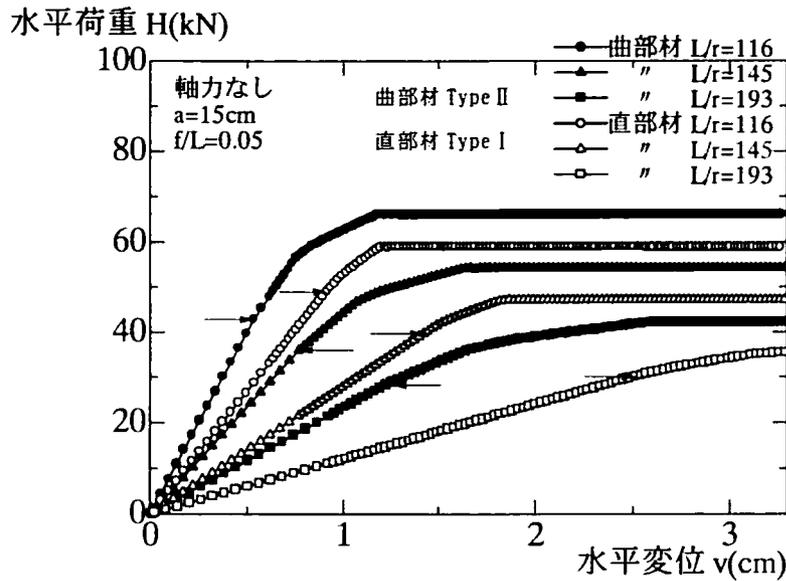
### (a) 最大強度および水平変位

図 4-7 は、初期軸圧縮力の有無に着目して、細長比 116~193 の場合の真直ぐな部材 (Type I)、曲がり部材 (Type II) の水平荷重-水平変位曲線を示したものである。縦・横軸は図 4-4 と同様である。図中の矢印は各モデルで基部断面が部分的に塑性化し始めた点である。図をみると、初期軸力がない場合は、各細長比において Type I より Type II の方が最大水平荷重で 10%以上上回り、水

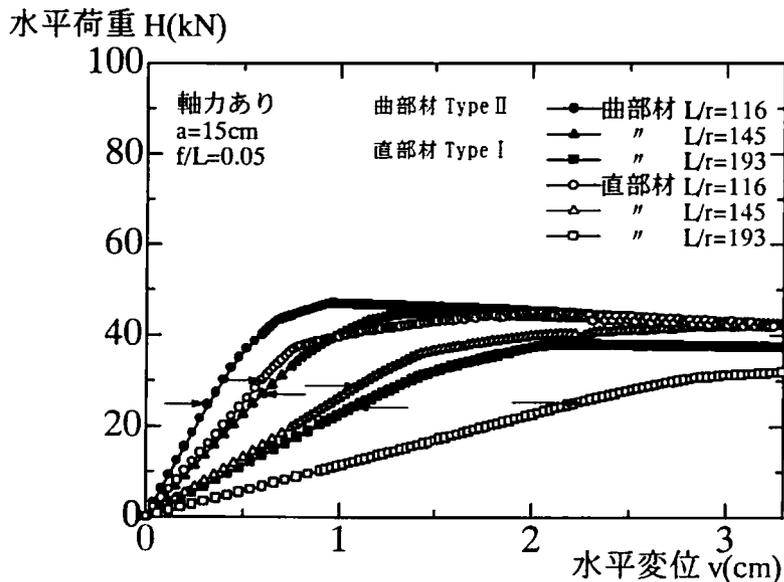
平変位も抑えられることがわかる。一方、主部材の基部に塑性化が始まる時点は、Type IIの方がType Iよりも早く、降伏点は小さいことがグラフから読みとれる。このことは、弾性域で実際に設計を行う場合においては、十分配慮しておく必要がある。

このように、曲がり部材は真直ぐな部材より初期降伏には早く至るが最大強度は大きく、より広く塑性域を考慮できるため、限界状態設計や性能照査型設計を行うことでその利点が出てくると予想される。

一方、初期軸力を与えた場合は、頭部水平力に対する最大強度は70%程度に減少し、かなり大きな影響があることがわかる。この初期軸力 ( $0.4P_{cr}$ ) は、 $L/r=116$  では  $0.19P_y$ 、 $L/r=145$  では  $0.12P_y$ 、 $L/r=193$  では  $0.07P_y$  に相当し、細長比が大きくなるほど部材の降伏応力からみると比較的小さな初期軸力となる。



(a) 初期軸力なし



(b) 初期軸力あり

図 4-7 初期軸力の有無による水平荷重-水平変位曲線

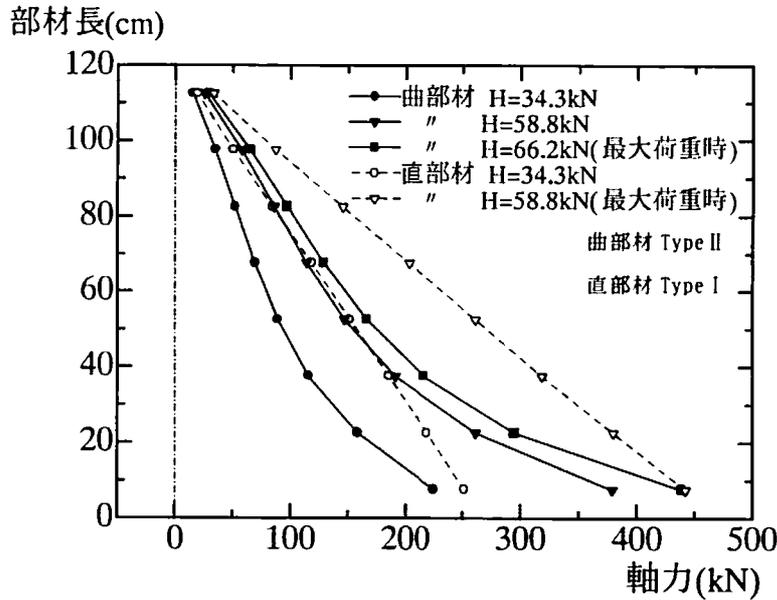


図 4-8 主部材の軸力分布 ( $L/r=116$ 、 $f/L=0.05$ 、初期軸力なし)

(b) 軸力分布

図 4-8 には、初期軸力なし、細長比 116、ライズ比 0.05 の解析モデルにおける主部材の軸力分布を示す。縦軸は主部材の位置を表し、横軸には主部材に作用する軸力をとった。真直ぐな部材の場合、主部材に作用する軸力は、頭部から基部にかけてその距離に比例して増加する。曲がり部材の主部材に作用する軸力は真直ぐな部材と比較すると小さくなり、頭部から主部材中央部付近までは軸力上昇の度合は比較的緩やかであるが、主部材の中央部近辺から基部にかけて軸力の上昇の度合は大きくなる。曲がり部材の形状をみると、軸力の増加傾向に変化がみられる中央部で両主部材間隔が最も広くなるので、真直ぐな部材との軸力の差はその形状の違いに関係すると推測される。

このような挙動を示すことは、斜材やタイへの軸力の分散の仕方に関係するとの見地から、その斜材およびタイの軸力の分布状況を調べた。図 4-9 は、図 4-8 と同モデルで圧縮力が生じる斜材およびタイの軸力分布を図示したものである。引張力が生じる斜材における軸力分布も逆方向に同様となる。Type I では基部から頭部まで斜材に作用する軸力が一定であるのに対して、Type II での斜材に作用する軸力は頭部から主部材中央部付近にかけて Type I より小さく、基部に向かうに従い大きくなる。真直ぐな部材で構成された Type I では斜材と主部材とはすべて同じ角度で構成されるため、斜材に作用する軸力は頭部から基部までほぼ一定となるが、曲がり部材で構成されたモデルでは主部材間の広さが変化して斜材と主部材がなす角度も変化するため、主部材から斜材に伝わる力は一定にならず、図のような軸力分布になると考えられる。

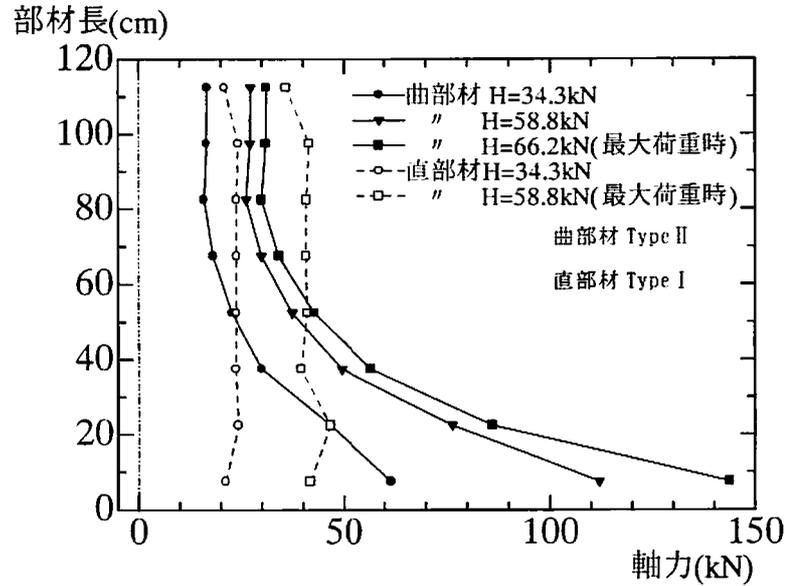
一方、タイの軸力分布は両モデルとも頭部で大きく、あと下方の基部まであまり変化はない。頭部で軸力が大きくなるのは水平荷重  $H$  が載荷されるためである。軸圧縮力のみを受ける曲がり部材の場合、タイは主部材保持という役割を果たすが、水平荷重を載荷する場合は、タイの役割は前者の場合ほど大きくないといえる。

(c) 主部材の曲げモーメント分布とせん断力分布

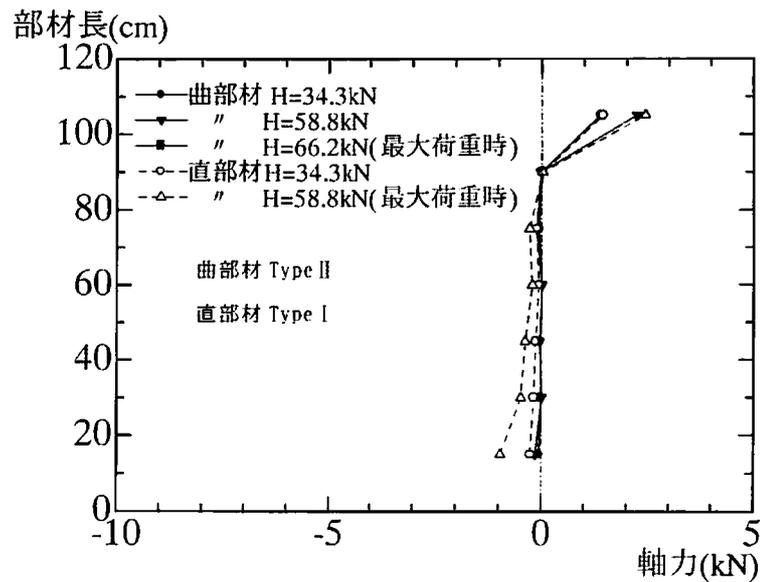
図 4-10 は図 4-8 と同モデルで、主部材に作用する曲げモーメントの分布を示したものである。縦軸に主部材の位置を、横軸に主部材に作用する曲げモーメントをとった。真直ぐな部材では水平

荷重作用点からのアーム長に比例するような形で基部に向かうに従って曲げモーメントは増加するのに対し、曲がり部材では頭部から一定していた曲げモーメントが、基部より L/4 点付近の位置から基部にかけて著しく大きくなる。水平力  $H=34.3\text{kN}$  作用時には、曲がり部材 Type II では真直ぐな部材 Type I の 2 倍強の曲げモーメントが基部に作用する。Type II の主部材基部に生じる曲げモーメントが大きくなる原因として、斜材やタイからの軸力により主部材に作用するせん断力が大きいことが考えられる。それは斜材およびタイの軸力分布においても、基部付近に大きな軸力が作用することからもわかる。

図 4-11 には主部材のせん断力分布を示すが、主部材の曲げモーメントと同じような分布となり、上の考察の妥当性が確認できた。



(a) 斜材



(b) タイ

図 4-9 タイおよび斜材の軸力分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)

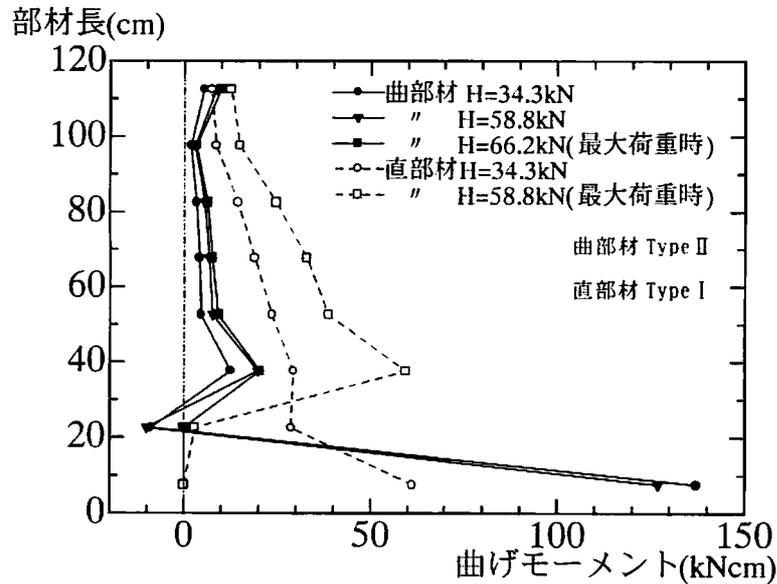


図 4-10 主部材の曲げモーメント分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)

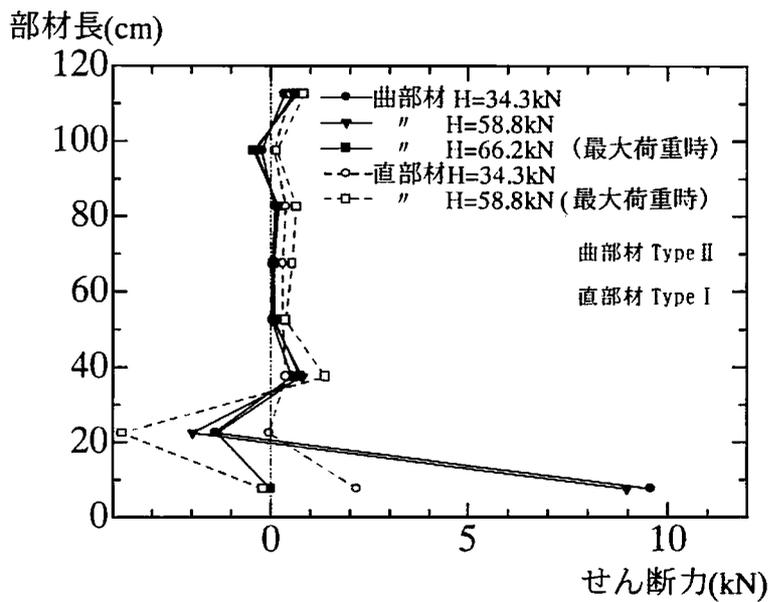


図 4-11 主部材のせん断力分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)

(d) 変形モード

図 4-12 には図 4-8 と同じモデルにおける主部材の変形モードを示す。図をみると、弾性域と考えられる曲がり部材では基部からの距離に比例して全部材が一体として大きく変位するが、Type I での変位は部材位置により異なり、基部から頭部へと近づくにつれて大きくなる。

また、同荷重作用時においては、曲がり部材の方が真直ぐな部材よりも水平変位は抑えられ、最大荷重時での頭部水平変位は Type I、II とも同程度になった。

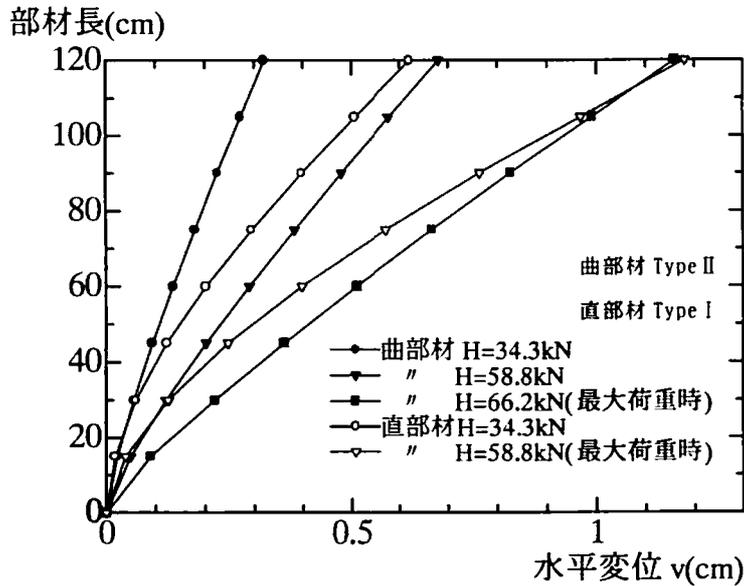


図 4-12 主部材の変形モード ( $L/r=116$ 、 $f/L=0.05$ 、初期軸力なし)

#### 4.3.2 立体構造

##### (1) 最大水平荷重と変形挙動

図 4-13 は、真直ぐな部材で構成された立体モデルと曲がり部材で構成された立体モデルに、初期軸力を与えないで、水平力のみを頭部に作用させたときの水平荷重と頭部水平変位の関係を表したものである。ここでは残留応力は考慮していない。グラフの縦軸には、作用させた水平荷重  $H$  を、横軸には主部材頭部の水平方向変位  $v$  をとった。

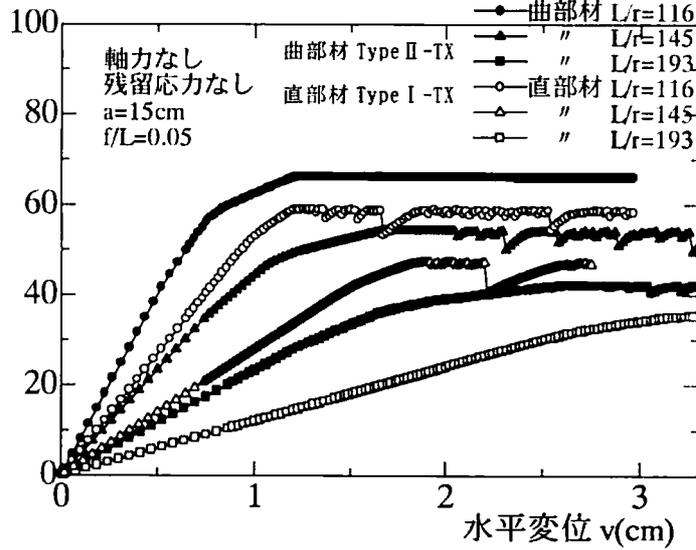
図 4-13(a)には、基部間隔 15cm、細長比 116~193 のモデルの真直ぐな部材 Type I-TX と曲がり部材 Type II-TX の水平荷重-水平変位曲線を、(b)では同様のモデルで、基部から  $L/4$  まで奥行き方向 ( $Z$  軸方向) に斜材を配置した Type I-TXD と Type II-TXD の水平荷重-水平変位曲線を示した。

奥行き方向の斜材の有無によらず、曲がり部材の Type IIの方が真直ぐな部材の Type Iより水平荷重に対する最大強度は上昇する。また、(b)図に示すように、奥行き方向に斜材を入れた曲がり部材 Type I-TXD のモデルではさらに最大強度が上昇し、細長比 116 の場合で 20%強上昇する。また、その増加分も真直ぐな部材よりも大きくなることから、曲がり部材では奥行き方向に斜材を配置することによる効果がより発揮されることが確認できた。

なお、今回は奥行き方向の斜材はその他のタイおよび斜材と同断面積 (主部材の 40%) としたが、解析結果をみると、奥行き方向の斜材が最初に降伏して、構造全体の終局に至るので、奥行き方向斜材断面を大きくすると最大強度はより大きくなると予想される。

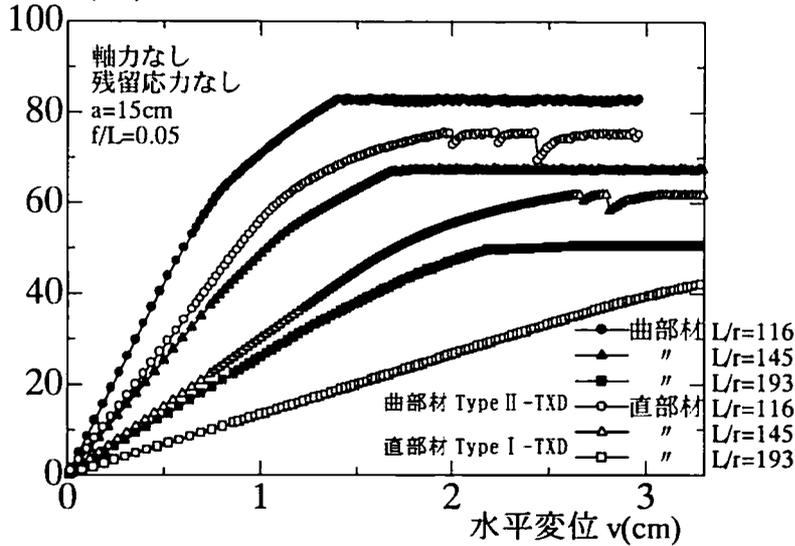
次に図 4-13(a)と同じモデルで、主部材に弾性座屈荷重の 40% ( $0.4P_{cr}$ ) の初期軸力を与えた状態で、モデル頭部に水平力を作用させたときの水平荷重-水平変位曲線を図 4-14 に示す。縦・横軸は図 4-13 と同じである。

水平荷重 H(kN)



(a) 奥行き方向斜材なし (-TX タイプ)

水平荷重 H(kN)



(b) 奥行き方向斜材あり (-TXD タイプ)

図 4-13 水平荷重-水平変位曲線 (f/L=0.05、初期軸力なし、残留応力なし)

初期軸力なしの場合 (図 4-13(a)) と比較すると、初期軸力の存在のために、頭部に水平力が作用する場合、最大荷重は大幅に減少し、初期軸力の影響が大きいことがわかる。

図 4-15 は図 4-13(a)と同じ解析モデルで、残留応力がある場合についての、奥行き方向斜材なしの Type I-TX と Type II-TX の水平荷重-水平変位曲線を示したものである。縦・横軸は図 4-13 と同じである。残留応力を考慮した場合、同荷重下での水平変位量が残留応力がない場合 (図 4-13(a)) より多少大きく生じるものの、最大荷重にはほとんど変化はなく、耐荷力に大きな影響はないことがわかる。これは主部材の残留応力よりは、斜材およびタイの影響が本構造全体の耐荷力に対して占める割合が大きいためと考えられる。

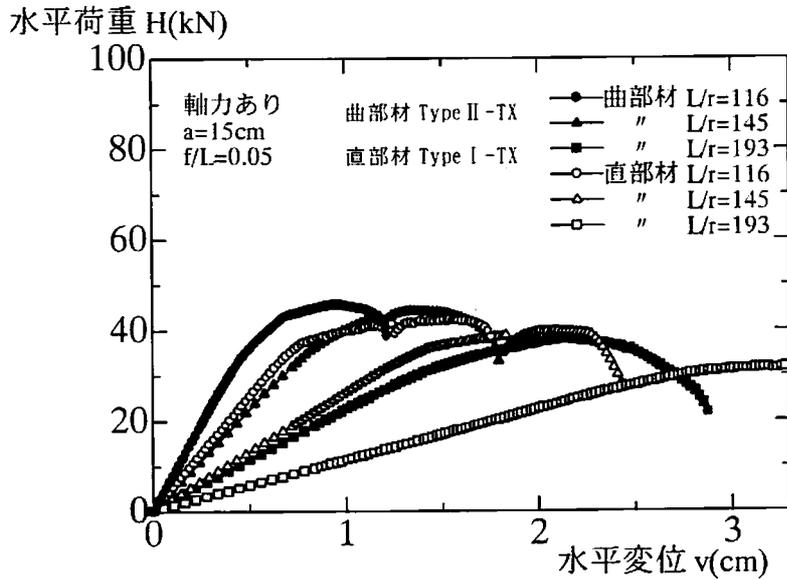


図 4-14 水平荷重-水平変位曲線 ( $f/L=0.05$ 、初期軸力あり、残留応力なし)

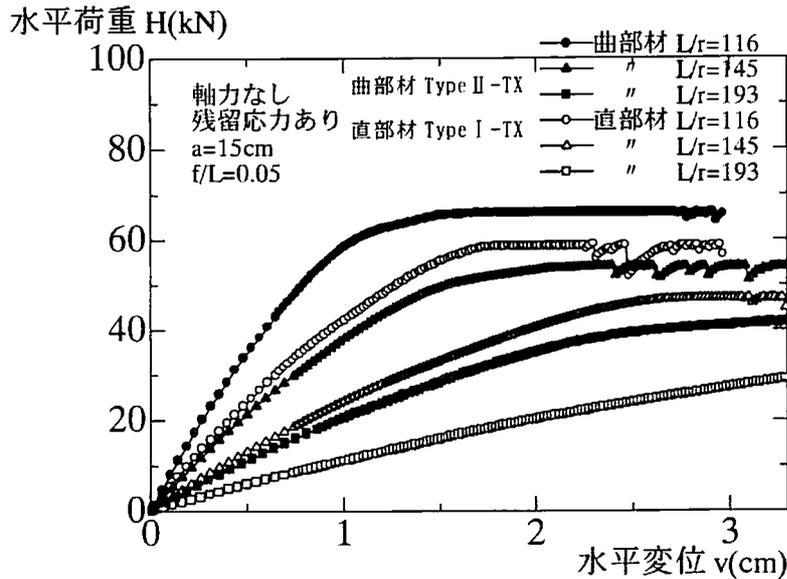


図 4-15 水平荷重-水平変位曲線 ( $f/L=0.05$ 、初期軸力なし、残留応力あり)

## (2) 斜材および主部材の軸力分布

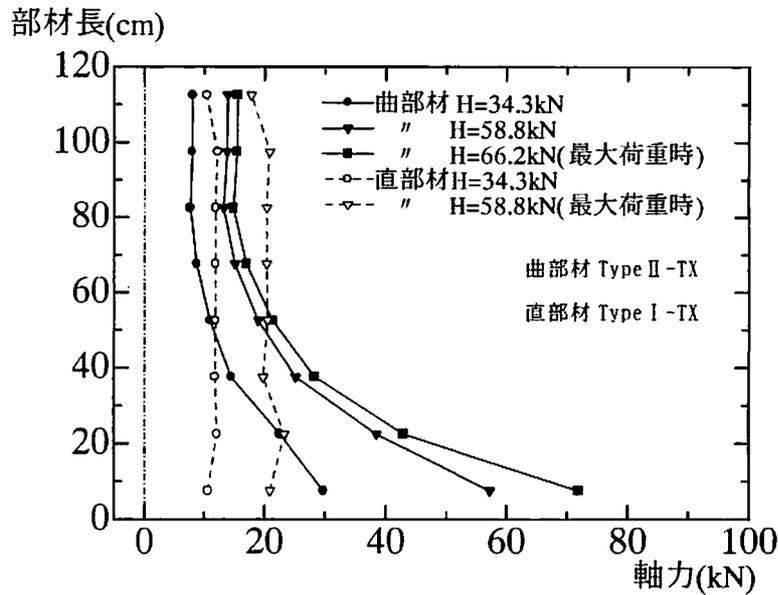
図 4-16 には、細長比 116、初期軸力なし、残留応力なしの場合で、頭部に水平力を作用させたときの斜材と主部材の軸力分布を示している。なお、ここでは斜材および主部材に圧縮力が生じる部材の軸力を図示したが、引張力が生じる部材も逆向きに同様であったので省略した。図の縦軸には斜材および主部材の位置を、横軸には軸力をとった。

斜材における軸力分布の傾向は平面解析の場合と似通っている。曲がり部材では基部の斜材に軸

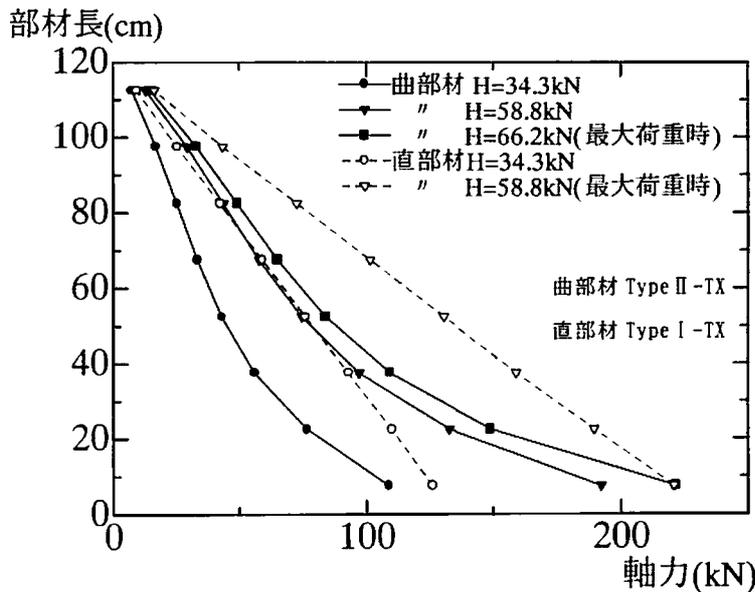
力が集中しており、基部から頭部にかけては真直ぐな部材より軸力は小さい。これは主部材基部に曲げモーメントが集中することと関係している。

また、真直ぐな部材では基部から頭部にかけて軸力分布状況に変化はみられず、ほぼ等しくなることがわかった。曲がり部材では頭部から中央部近辺の斜材には基部と比べるとあまり軸力が生じていないので、中央部の斜材は断面を小さくしたり、ピッチを大きくすることが可能と考えられる。

次に図(b)の主部材の軸力分布をみると、曲がり部材では真直ぐな部材に比べて軸力が抑えられることがわかる。水平力を作用させた場合において、斜材には主部材の形状を維持させようとする効果があり、特に曲がり部材ではその形状を保ったまま水平方向に変位していくことと関連性がある。



(a) 斜材



(b) 主部材

図 4-16 軸力分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし、残留応力なし)

(3) 主部材の曲げモーメント分布と変形モード

図 4-17 は主部材の曲げモーメント分布を、図 4-18 は主部材の変形モードを示したものである。どちらの傾向も、平面解析の場合とほぼ同様な結果となった。

真直ぐな部材で構成された柱は基部に近くなるに従って徐々に曲げモーメントは大きくなるが、曲がり部材では曲げモーメントが基部に集中して発生し、頭部から L/4 点付近まではほとんど生じていない。また、真直ぐな部材よりは曲がり部材の方が構造全体としての水平変位量が抑えられていることもわかる。

ところで、曲がり部材では主部材の軸力分布および曲げモーメント分布に応じて、主部材の基部断面積を大きくし頭部にかけて断面積を小さくした構造とする方が合理的と考えられるが、構造的に有利な断面形状を詳細に検討する必要がある。同時に、橋脚としての利用を考えると、基部の曲げモーメントを減少させるための対処方法もひとつの課題となる。

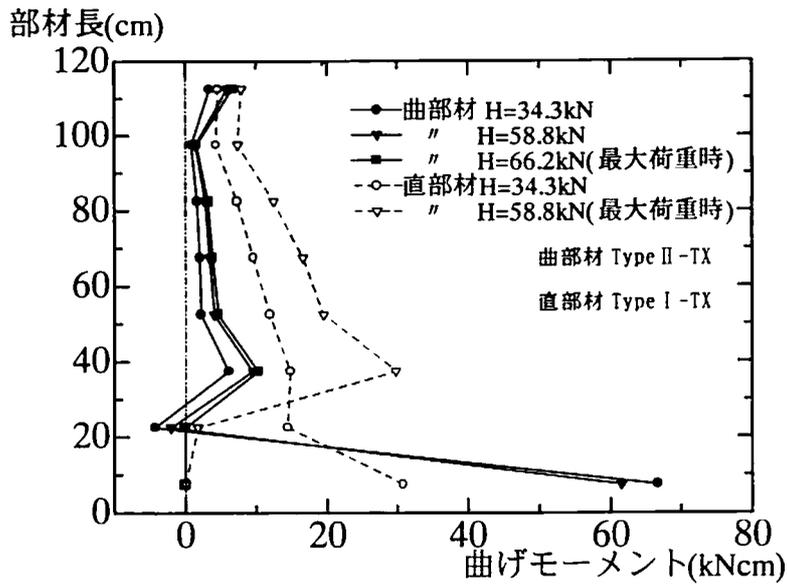


図 4-17 主部材の曲げモーメント分布 ( $L/r=116$ 、 $f/L=0.05$ 、初期軸力なし、残留応力なし)

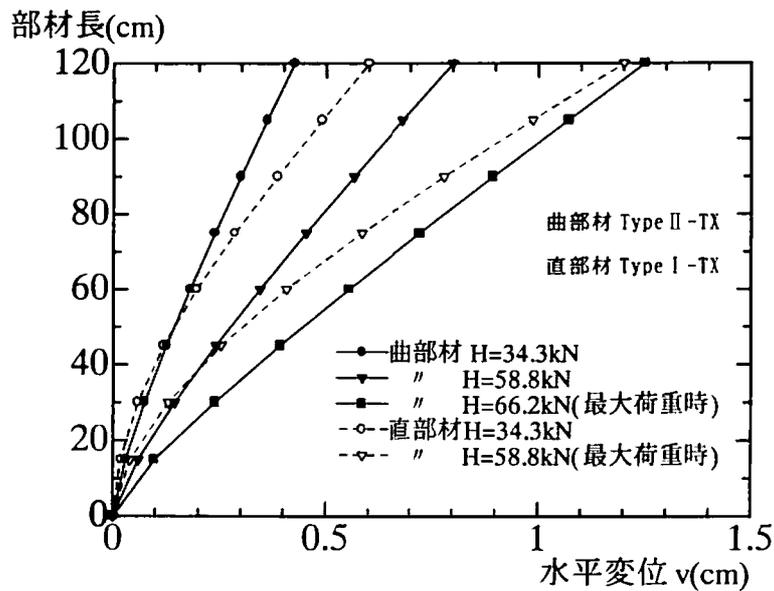
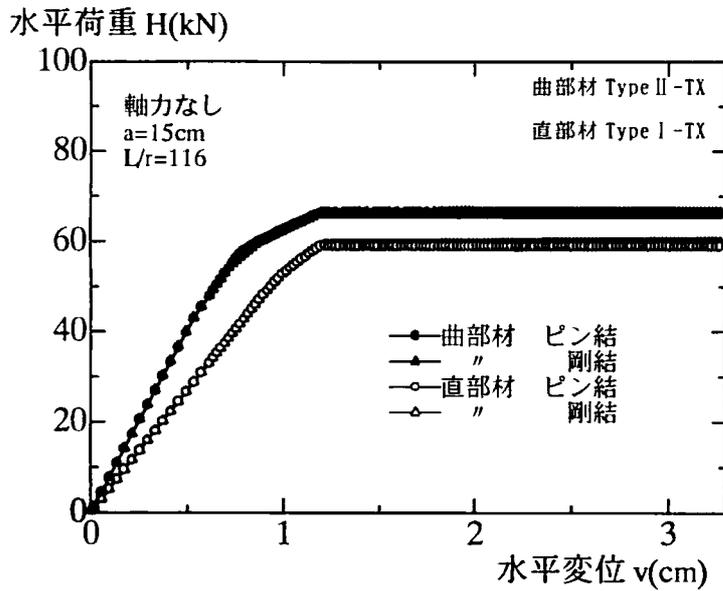
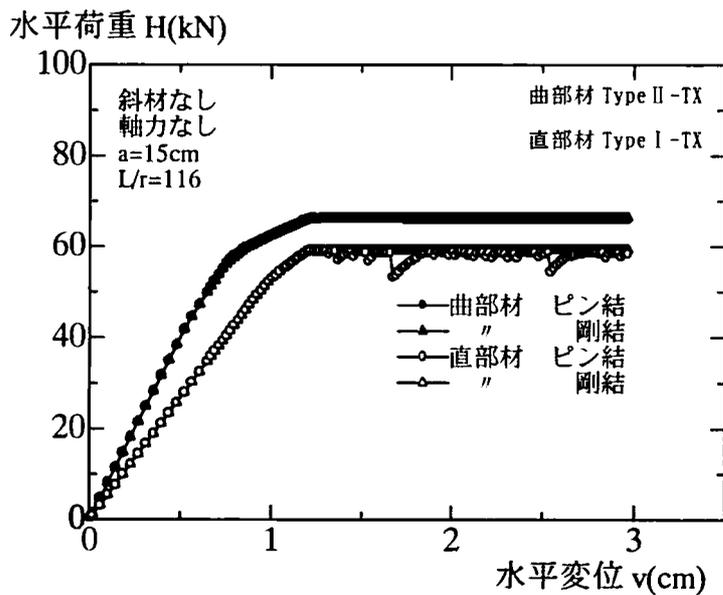


図 4-18 主部材の変形モード ( $L/r=116$ 、 $f/L=0.05$ 、初期軸力なし、残留応力なし)



(a) 平面解析



(b) 立体解析

図 4-19 タイおよび斜材の結合条件に着目した水平荷重-水平変位曲線 ( $L/r=116$ )

(4) 平面および立体モデル、タイおよび斜材の結合条件の違いによる比較

立体解析モデルでは4本の主部材で構成されるが、その断面積および弱軸まわりの断面2次モーメントは平面解析の断面の半分になるよう設定し、水平荷重が作用する弱軸まわりについて等価な剛性を持つように設定した。

また、既往の研究の応用であることや簡単な構造にするため、タイおよび斜材の結合条件をすべてピン結合としてきたが、現実に製作する場合、結合を完全なピンにすることは困難なので、タイおよび斜材の結合条件の差異による比較検討をここで行う。

図 4-19 には、細長比 116、初期軸力なし、奥行き方向斜材なしでの平面および立体解析モデル

において、タイおよび斜材と主部材との結合条件をピン結合とした場合と、剛結合にした場合の水平荷重-水平変位曲線の結果を比較して示した。縦・横軸は図 4-13 と同様である。

図からわかるように、平面および立体解析では、最大強度および変形挙動はほとんど同じである。このことは、本構造を通常の柱部材などに適用して水平荷重が作用する解析において、最大強度および変形挙動を求める場合は、奥行き方向の剛性を等価に評価して平面に置き換えることが可能であることを示している。

また、タイおよび斜材と主部材との結合条件が変わっても差異がみられなかったことから、実用上は多数を占める剛結にした構造においても、モデル頭部に水平力が作用する柱ではピン結合と同等の強度や挙動特性を有するといえる。

#### 4.4 結論

一対の曲がり部材をタイおよび斜材で結合した柱構造が、頭部に水平力を受ける場合の強度および変形挙動特性について、平面および立体構造モデルに対して有限変位を考慮した弾塑性骨組解析を実施し、真直ぐな部材をタイおよび斜材で結合した柱と比較しながら検討を行った。本章より得られた結論を以下にまとめる。

- ①曲がり部材をタイおよび斜材で結合した柱構造では、水平力を与えた場合、真直ぐな部材で構成された柱と比べて、降伏には若干早く至るが、最大強度は上昇し、水平変位も抑えられる。
- ②初期軸圧縮力 ( $0.4P_{cr}$ ) を与えた場合の最大強度は大幅に減少する。
- ③曲がり部材では基部に曲げモーメントが集中するが、頭部にかけては曲げモーメントがかなり抑えられる。
- ④斜材の軸力は、真直ぐな部材では均等に作用するが、曲がり部材では主部材軸力と同様に基部に集中し、頭部にかけてはあまり作用しない。
- ⑤タイおよび斜材と主部材の結合条件がピン結合あるいは剛結合であっても、最大強度および変形挙動は同等である。また、立体モデルでは平面モデルと同様な挙動を示すので、平面に置き換えて解析することが可能であることがわかった。

本章では、頭部に水平力が作用する場合の曲がり部材の柱の耐荷力について検討してきたが、真直ぐな部材の柱と比べて最大強度の上昇がみられたことは、少なくとも曲がり部材独自の特性により、真直ぐな部材と同等以上の耐荷力を有することが裏付けられたといえる。これより、例えば高橋脚などのように圧縮力がより支配的で、しかも自重による水平慣性力を小さくしたい場合に曲がり部材で構成された柱を適用できる可能性があると考えられる。

ただし、曲がり部材で構成された柱構造の特性を生かして実構造物に適用していくには、基部に集中する曲げモーメントに対してどのような構造形式あるいは断面形状が適切かを調べる必要がある。

#### 参考文献

- 4-1) 三本木茂夫、吉村信敏 共著：コンピュータによる構造工学講座 I-I-B 有限要素法による構造解析プログラム 考え方と解説、日本鋼構造協会編
- 4-2) Komatsu, S. and Sakimoto, T. : Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members with Closed Cross Sections, Proc. of JSCE No. 252, pp143-157, 1976. 8
- 4-3) 山尾敏孝、石原完、平井一男 : タイで結合した 2 本の曲がり部材の座屈強度と挙動について、構造工学論文集、Vol. 41A、1995
- 4-4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編、1996. 12

## 第5章 振動特性に関する検討

### 5.1 序論

一对の曲がり部材を数本のタイで結合した構造体を提案し、軸圧縮力および水平力が作用する場合の基本的な強度および挙動特性について明らかにしてきた。

前章までは曲がり部材で構成された構造の静的な特性について検討してきたが、その実用化の可能性を探るためには、静的特性のみならず基本的な振動特性を調べる必要があると考えられ、本章ではそのことを目的とした。

まずは、第2章での軸圧縮力に対する理論解析法（提案法）を発展させて、軸方向に関する振動問題も同様に取り扱えるような理論式を導入し、同時に固有振動解析結果との比較を行った。

次に、曲がり部材で構成された平面および立体構造モデルを対象にして、部材端の境界条件を変えて軸方向に対する固有振動解析を実施した。解析では、その基本的な振動特性である固有振動数や固有振動モードを調べるため、パラメータとして部材の細長比、初期軸力やライズ比を変化させることとした。

### 5.2 解析理論

#### 5.2.1 提案法による振動数の解析理論

曲がり部材の軸圧縮力に対する理論解析法である第2章2.3.1で述べた提案法は、両端ヒンジの曲がり部材をアーチ部材に対応させて解析できることを前提にしている。

一般にアーチ部材は、主に軸力が作用する部材として取り扱われるが、その曲げ剛性についても考慮する必要がある。2.3.1.では、アーチ部材を軸力部材と曲げ部材とに分離して別々に解析を行い、最終的に両者を合体することで、タイで結合した曲がり部材について解析する簡明な手法の定式化を提案した。

本章ではそれをもとにして、単純梁に作用する等分布荷重 $p_0$ （第2章 図2-12(c)）を等分布周期力 $p_0 \sin \omega t$ と置き換えることで、軸方向に関する曲がり部材の固有振動数（以下固有振動数は固有円振動数として扱う。）や固有振動モードを求める定式化を行う。

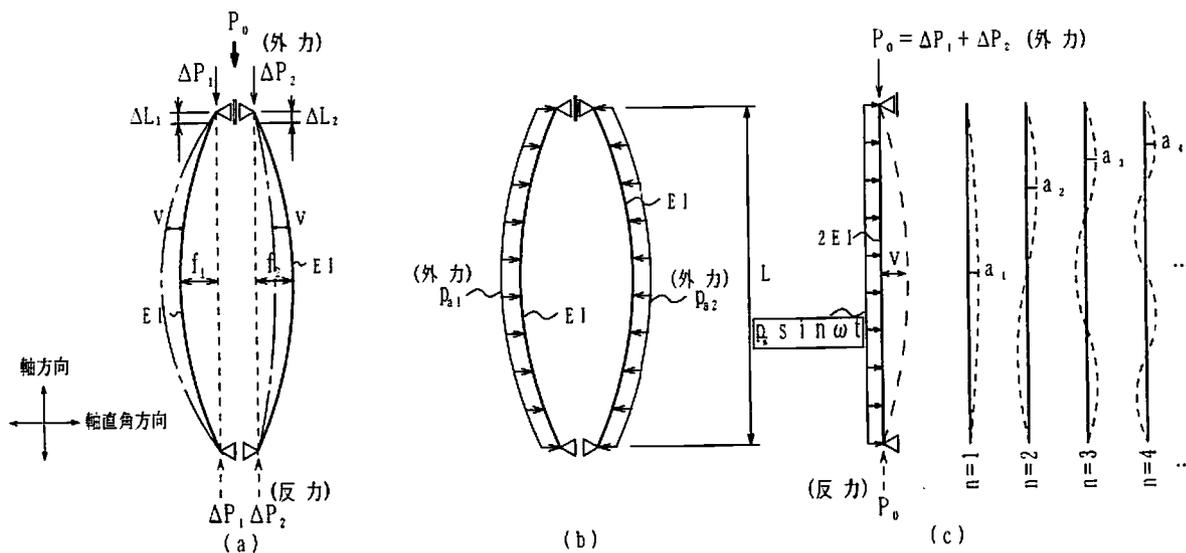


図5-1 曲がり部材に作用する荷重

まず、図5-1(c)に示すように、単純梁に等分布周期力  $p_g \sin \omega t$  を作用させると、等分布周期力と圧縮力を受ける単純梁の任意点のたわみは、式(5-1)で表すことができる。

$$v = \sum \frac{4p_g}{n\pi\rho(\omega'_{gn}{}^2 - \omega^2)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin \omega t \quad (5-1)$$

ここに

$$\omega'_{gn}{}^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 \frac{2EI}{\rho} \left(1 - \frac{\zeta}{n^2}\right) \quad \zeta = \frac{P_0 L^2}{2EI \pi^2} \quad (5-2-1, 2)$$

一方、圧縮力  $P_0$  と静的等分布荷重  $p_g$  が作用する場合の単純梁の任意点のたわみは、

$$v = \sum \frac{4p_g}{n\pi\rho\omega'_{gn}{}^2} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (5-3)$$

で表すことができる。

式(5-1)を  $\omega'_{gn}{}^2$  を使用して書き換えると、下式が得られる。

$$\begin{aligned} \therefore v &= \sum \frac{4p_g L^4}{n\pi^5 2EI} \frac{1}{\left\{n^4 \left(1 - \frac{\zeta}{n^2}\right) - \lambda\right\}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin \omega t \\ &= \frac{4p_g L^4}{\pi^5 2EI} \sum \frac{1}{n \left\{n^4 \left(1 - \frac{\zeta}{n^2}\right) - \lambda\right\}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin \omega t \quad n = 1, 3, 5, \dots \end{aligned} \quad (5-4)$$

ここに、

$$\lambda = \left(\frac{\omega}{\omega_{g1}}\right)^2 \quad \omega_{g1} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{2EI}{\rho}} \quad (5-5-1, 2)$$

式(5-4)での  $n$  は奇数を取り、対称変形であることに注意する必要がある。

放物線状アーチの自由振動条件より、第2章式(2-22)と同じ解析過程を考えることができ、次式が得られる。

$$p_g + p_a = 0 \quad (5-6)$$

$$\therefore p_g = -p_a = -p_{a1} + p_{a2} \quad (5-7)$$

ここで、

$$p_{a1} = \frac{8f_1}{L^2} \Delta P_1 \quad p_{a2} = \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \quad (5-8-1, 2)$$

であるから、式(5-8)を式(5-7)に代入すると、

$$p_g = -\frac{8f_1}{L^2} \Delta P_1 + \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \quad (5-9)$$

式(5-9)を式(5-4)に代入すると

$$v = \frac{4L^4}{\pi^5 2EI} \left(-\frac{8f_1}{L^2} \Delta P_1 + \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2\right) \sum \frac{1}{n \left\{n^4 \left(1 - \frac{\zeta}{n^2}\right) - \lambda\right\}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin \omega t \quad (5-10)$$

この変形をアーチに強制的に与える。このために、式(5-10)の変形を、

$$y = \sum y_n = \sum a_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin \omega t \quad (5-11)$$

と表す(第2章式(2-24)に対応)と、 $a_n$  は次式のようになる。

$$a_n = \frac{4L^4}{\pi^5 2EI} \left( -\frac{8f_1}{L^2} \Delta P_1 + \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \right) \frac{1}{n \left\{ n^4 \left( 1 - \frac{\xi}{n^2} \right) - \lambda \right\}} \quad (5-12)$$

式(5-12)を、第2章での両端の軸方向変位が等しいという次の適合条件式(2-16)に代入する。

$$\frac{16(f_1 + f_2)}{\pi L} \sum \frac{a_n}{n} = \frac{\Delta P_1 L R_1}{AE} - \frac{\Delta P_2 L R_2}{AE} \quad (2-16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{16(f_1 + f_2)}{L} \frac{4L^4}{\pi^5 2EI} \left( -\frac{8f_1}{L^2} \Delta P_1 + \frac{8f_2}{L^2} \Delta P_2 \right) \sum \frac{1}{\pi n^2 \left\{ n^4 \left( 1 - \frac{\xi}{n^2} \right) - \lambda \right\}} \\ & = \frac{\Delta P_1 L R_1}{AE} - \frac{\Delta P_2 L R_2}{AE} \end{aligned} \quad (5-13)$$

ここに、

$$R_1 = 1 + 8 \left( \frac{f_1}{L} \right)^2 + 19.2 \left( \frac{f_1}{L} \right)^4 \quad R_2 = 1 + 8 \left( \frac{f_2}{L} \right)^2 + 19.2 \left( \frac{f_2}{L} \right)^4 \quad (2-17-1, 2)$$

ここで

$$f = f_1 + f_2$$

とおき、

$$\Delta P_2 = P_0 - \Delta P_1 \quad (5-14)$$

の関係を用いて、式(5-13)を書き換えて整理すると、以下の式が得られる。

$$\frac{\Delta P_1}{P_0} = \frac{\frac{512ff_2 A}{\pi^6 2I} \sum \frac{1}{n^2 \left\{ n^4 \left( 1 - \frac{\xi}{n^2} \right) - \lambda \right\}} + R_2}{\frac{512f^2 A}{\pi^6 2I} \sum \frac{1}{n^2 \left\{ n^4 \left( 1 - \frac{\xi}{n^2} \right) - \lambda \right\}} + R_1 + R_2} \quad (5-15-1)$$

$$\frac{\Delta P_2}{P_0} = \frac{\frac{512ff_1 A}{\pi^6 2I} \sum \frac{1}{n^2 \left\{ n^4 \left( 1 - \frac{\xi}{n^2} \right) - \lambda \right\}} + R_1}{\frac{512f^2 A}{\pi^6 2I} \sum \frac{1}{n^2 \left\{ n^4 \left( 1 - \frac{\xi}{n^2} \right) - \lambda \right\}} + R_1 + R_2} \quad (5-15-2)$$

ここで $\Delta P_1$ 、 $\Delta P_2$ が無限大の値をとるとき、すなわち、式(5-15)における右辺の分母が0となることによって、この構造系は不安定状態となる。

これより、この構造体における動的不安定問題での振動方程式は次式で表される。

$$\frac{256}{\pi^6} \left(\frac{f}{L}\right)^2 \left(\frac{L}{r}\right)^2 \sum \frac{1}{n^2 \left\{ n^4 \left(1 - \frac{\xi}{n^2}\right) - \lambda \right\}} + R_1 + R_2 = 0 \quad (5-16)$$

さらに、式(5-16)を次式のように簡単に置き換えると、この式を満足する振動数比 $\lambda$ より求まる $\omega$ が系の固有振動数となり、以下のように表せる。

$$F(\xi, \lambda) = -\frac{R}{\alpha} \quad (5-17)$$

ここに、

$$\alpha = \frac{256}{\pi^6} \left(\frac{f}{L}\right)^2 \left(\frac{L}{r}\right)^2$$

$$F(\xi, \lambda) = \sum \frac{1}{n^2 \left\{ n^4 \left(1 - \frac{\xi}{n^2}\right) - \lambda \right\}} \quad (5-18-1, 2, 3)$$

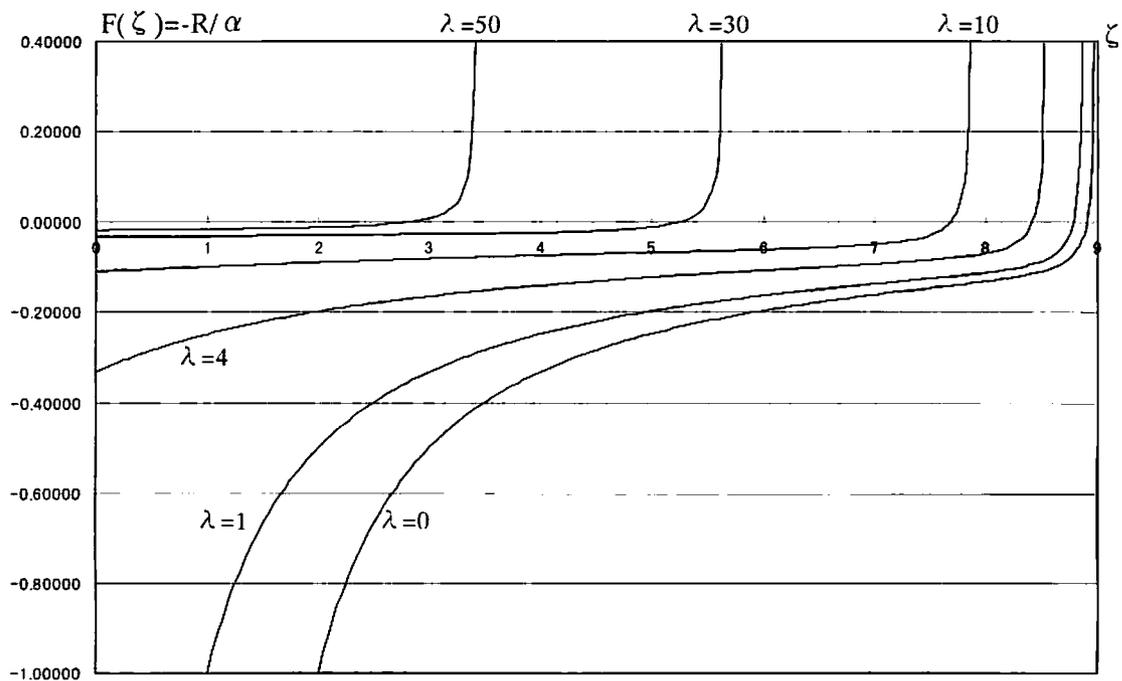
$$R = R_1 + R_2$$

なお、このときの振動モードは、式(5-10)に求めた振動数比 $\lambda$ を代入し、 $\sin \omega t = 1$ として求めることができる。

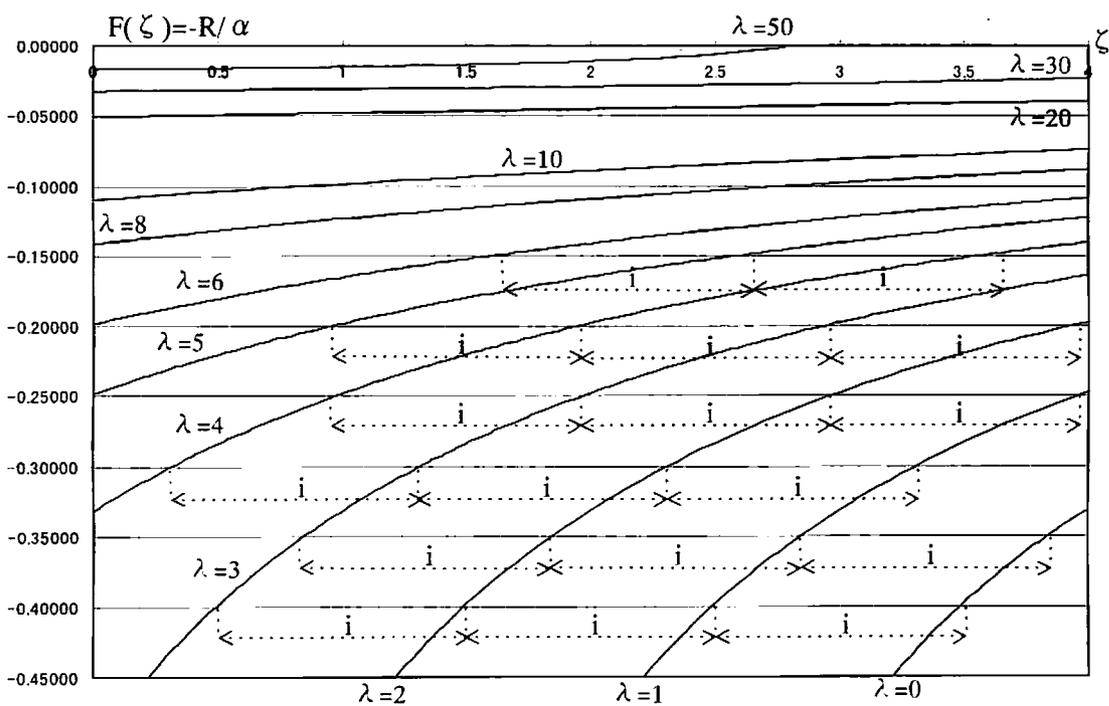
式(5-17)の右辺は、作用軸圧縮力 $P_0$ が決まれば、構造体全体に関するひとつの無次元パラメータであり、 $F(\xi, \lambda)$ は $\xi$ と $\lambda$ という2つの変数を持つ。しかし、構造設計の場合一般的には部材に作用する荷重 $P_0$ がまず求められることになるので、その作用荷重さえ決まれば曲がり部材の構造体の軸方向に関して、対称1次モードに相当する固有振動数比 $\lambda$ を式(5-17)より計算で求めることができる。

ところで、ライズ比が大きくなると、対称1次モードの振動数は逆対称1次モードの振動数より大きくなることが考えられる。しかし、逆対称1次モードの変形では、アーチとしての補剛効果は作用しない(式(2-9)および式(2-13)参照)ので、曲がり部材のライズが小さいと考えると構造体全体を単なる単純梁として取り扱え、式(5-2-1)において $n=2$ として近似した固有振動数として求めることができる。

対称1次モードおよび逆対称1次モードの固有振動数が各々求めれば、固有振動数の大小を比べて小さい方が1次振動数に相当することになる。



(a) 広範囲



(b) 限定範囲

図 5-2  $F(\zeta, \lambda)$  と  $\zeta$  の関係

### 5.2.2 解析理論に基づく振動数の簡便な算出方法

上記の解析理論による対称1次モードに相当する固有振動数の算出では、上の式(5-17)を満足するよう繰返し計算を実施して $\lambda$ を目標値に漸近させていくことが必要となり、手間がかかることは否めない。そこで、 $F(\zeta, \lambda)$ と $\zeta$ （軸圧縮力）の関係をグラフ化（図 5-2）して、より簡便な求解法がないか検討を行った。

図 5-2 は  $F(\zeta, \lambda)$  と  $\zeta$  の関係を示し、縦軸に  $F(\zeta, \lambda)$  を、横軸に  $\zeta$  をとった。図(a)はある程度広い範囲における全体的な傾向を示すもので、図(b)は実用上必要と考えられる範囲に焦点を絞ったものである。その範囲については、逆対称1次の座屈荷重に相当する  $\zeta=4$  以上は軸圧縮力を与えることは現実的にみられないこと、また  $F(\zeta, \lambda)$  の値は、 $\zeta=4, \lambda=0$  のときの  $F(\zeta, \lambda)=-0.3308$  より小さい値（絶対値の大きい値）をとることは実用上はほぼないと判断したことなどの理由から、図(b)のように設定した。

図(b)のグラフより、 $F(\zeta, \lambda)$  を一定としたときの  $\zeta$  の変化量と  $\lambda$  の変化量の間には、一定の関係（図における  $i$  がほぼ等しい）があることが窺える。

したがって、 $F(\zeta, \lambda)$  と  $\zeta$  の変化量、 $\lambda$  の変化量との関係に着目し、以下に示すような式の展開を図り、簡便に  $\zeta, \lambda$  を求める方法を定式化することを考える。

式 (5-17) において、 $n=1, 3$  までとすると次式のようなになる。

$$F(\zeta, \lambda) = \frac{1}{1-\zeta-\lambda} + \frac{1}{3^2(3^4-3^2\zeta-\lambda)} \quad (5-19)$$

$\zeta, \lambda$  が任意の  $\zeta_0, \lambda_0$  を基準として、 $\Delta\zeta, \Delta\lambda$  変化すると考える。

$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta_0 + \Delta\zeta & \lambda &= \lambda_0 + \Delta\lambda \\ F(\zeta_0, \lambda_0) &= \frac{1}{1-\zeta_0-\lambda_0} + \frac{1}{3^2(3^4-3^2\zeta_0-\lambda_0)} \end{aligned} \quad (5-20-1)$$

$$F(\zeta, \lambda) = \frac{1}{1-\zeta_0-\Delta\zeta-\lambda_0-\Delta\lambda} + \frac{1}{3^2(3^4-3^2\zeta_0-3^2\Delta\zeta-\lambda_0-\Delta\lambda)} \quad (5-20-2)$$

ここで、図 5-2 (b) のグラフより、

$$F(\zeta_0, \lambda_0) = F(\zeta, \lambda) \quad (5-21)$$

としたときの  $\Delta\zeta, \Delta\lambda$  の関係を求める。ここで、

$$\left. \begin{aligned} X &= \Delta\zeta + \Delta\lambda \\ Y &= 3^2\Delta\zeta + \Delta\lambda \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a &= 1 - \zeta_0 - \lambda_0 \\ b &= 3^4 - 3^2\zeta_0 - \lambda_0 \end{aligned} \quad (5-22)$$

とおくと、式(5-21)は次のような関係で表される。

$$\frac{-X}{a(a-X)} = \frac{Y}{3^2(b-Y)b} \quad (5-23)$$

$$Y = \frac{-3^2b^2X}{a^2 - (a+3^2b)X} \quad (5-24)$$

ここで  $X = \Delta\zeta + \Delta\lambda$  を微小にとると、 $a^2 - (a+3^2b)X \approx a^2$  となるので、上式は次式のようなになる。

$$Y = \frac{-3^2b^2}{a^2} X \quad (5-25)$$

これに、式(5-22)の関係をを使用すると、 $\Delta\zeta$  と  $\Delta\lambda$  との関係が求まる。

$$\frac{\Delta \zeta}{\Delta \lambda} = \frac{a^2 + 3^2 b^2}{3^2(a^2 + b^2)} = \frac{-3^2 b^2 \{1 + \frac{1}{3^2} (\frac{a}{b})^2\}}{3^2 b^2 \{1 + (\frac{a}{b})^2\}} \doteq -1 = -C_1 \quad (5-26)$$

ここで、a は b に比べて小さく、b は 3<sup>4</sup> が大きいので、変化は小さいと考えられる。

$$\frac{a}{b} \ll 1 \quad b = 3^4 - 3^2 \zeta_0 - \lambda_0 \doteq 3^4$$

$\Delta \zeta \doteq -\Delta \lambda$  の関係は図 5-2 (b) よりわかる。また、図中の i は  $\Delta \zeta = 1$  と  $\Delta \lambda = -1$  の関係で単純な表現が可能である。一方、式 (5-26) では  $\Delta \zeta$  と  $\Delta \lambda$  は異符号であり、 $\Delta \lambda$  の係数が一定であれば直線の勾配が一定になるが、構造諸元が決定すれば係数の a、b は決まるので、 $\Delta \zeta$  と  $\Delta \lambda$  の関係は一定の勾配 (式 (5-26) 内の  $-C_1$ ) をもつ直線となる。ここに、図 5-2 (b) および式 (5-26) について求める解の性状の一致をみることができる。

以上により求める方法をこれ以降では簡便法とよぶことにする。

次に、先程導入した提案法に従って求めた固有振動数を厳密解として、上記で展開した簡便法による算出値と比較する形で表 5-1 に示した。表では、曲がり部材の細長比が 80、120、200 で、 $\zeta = 0$ 、0.4、0.8 の軸圧縮力が作用している場合の各ケースの振動数比  $\lambda$  を示している。各細長比およびライズ比に対して、簡便法では  $\zeta = 0$  の厳密解をベースとし (すなわち簡便法の式で  $\zeta_0 = 0$  とおく)、それに相当する振動数比を  $\lambda_0$  として、 $\zeta$  が 0.4、0.8 の場合を  $\Delta \zeta$ 、 $\Delta \lambda$  の関係から算出した。

これより、 $\Delta \zeta$ 、 $\Delta \lambda$  の関係から  $\lambda$  を求めた簡便法による値と厳密解との誤差は、大きくても 0.4% 程度と非常に小さく、精度良く一致しているといえる。また、細長比が大きくなる、あるいはライズ比が大きくなるなどして  $\lambda$  が大きくなるほど、 $\lambda$  の誤差は大きくなる傾向がある。

以上、 $F(\zeta, \lambda)$  と  $\lambda$  の変化量の関係より、ある曲がり部材の構造 (部材支間長 L、両部材のライズ、断面積  $A_0$ 、断面 2 次モーメント I、ヤング係数 E) が決まれば、上式の関係より任意の軸圧縮力 ( $\zeta$ ) が作用する曲がり部材の振動数比  $\lambda$  が容易に求められることが判明した。

表 5-1 提案法における厳密解と簡便法による解との比較

| 軸圧縮力 $\zeta = P/P_{cr}$ |             | $C_1$  | 0.0 ( $\zeta_0$ )     | 0.4                |         |        | 0.8                |         |        |
|-------------------------|-------------|--------|-----------------------|--------------------|---------|--------|--------------------|---------|--------|
| 細長比<br>(支間長 cm)         | ライズ比<br>f/L |        | 振動数比 (= $\lambda_0$ ) | 振動数比 ( $\lambda$ ) |         |        | 振動数比 ( $\lambda$ ) |         |        |
|                         |             |        | 厳密解                   | 簡便法                | 厳密解     | 誤差     | 簡便法                | 厳密解     | 誤差     |
| 80                      | 0.00        | 1.0000 | 1.000                 | 0.600              | 0.600   | 0.00%  | 0.200              | 0.200   | 0.00%  |
|                         | 0.02        | 0.9997 | 2.356                 | 1.956              | 1.956   | 0.00%  | 1.556              | 1.555   | -0.06% |
|                         | 0.04        | 0.9954 | 6.337                 | 5.936              | 5.935   | -0.02% | 5.534              | 5.533   | -0.02% |
|                         | 0.06        | 0.9747 | 12.682                | 12.272             | 12.271  | -0.01% | 11.862             | 11.859  | -0.03% |
|                         | 0.08        | 0.9118 | 20.932                | 20.494             | 20.491  | -0.01% | 20.055             | 20.045  | -0.05% |
|                         | 0.10        | 0.7759 | 30.388                | 29.872             | 29.856  | -0.05% | 29.357             | 29.326  | -0.11% |
| 120                     | 0.00        | 1.0000 | 1.000                 | 0.600              | 0.600   | 0.00%  | 0.200              | 0.200   | 0.00%  |
|                         | 0.02        | 0.9986 | 4.042                 | 3.642              | 3.642   | 0.00%  | 3.241              | 3.241   | 0.00%  |
|                         | 0.04        | 0.9738 | 12.865                | 12.454             | 12.453  | -0.01% | 12.043             | 12.041  | -0.02% |
|                         | 0.06        | 0.8421 | 25.382                | 25.907             | 25.902  | -0.02% | 25.432             | 25.413  | -0.07% |
|                         | 0.08        | 0.5327 | 42.030                | 41.279             | 41.256  | -0.06% | 40.528             | 40.435  | -0.23% |
|                         | 0.10        | 0.2769 | 55.098                | 53.653             | 53.605  | -0.09% | 52.209             | 52.017  | -0.37% |
| 200                     | 0.00        | 1.0000 | 1.000                 | 0.600              | 0.600   | 0.00%  | 0.200              | 0.200   | 0.00%  |
|                         | 0.02        | 0.9880 | 9.375                 | 8.970              | 8.970   | 0.00%  | 8.565              | 8.564   | -0.01% |
|                         | 0.04        | 0.7426 | 32.171                | 31.632             | 31.623  | -0.03% | 31.094             | 31.057  | -0.12% |
|                         | 0.06        | 0.2567 | 56.457                | 54.899             | 54.850  | -0.09% | 53.340             | 53.147  | -0.36% |
|                         | 0.08        | 0.2834 | 157.983               | 156.526            | 156.521 | 0.00%  | 155.114            | 155.149 | 0.02%  |
|                         | 0.10        | 0.3726 | 226.712               | 225.638            | 225.553 | -0.04% | 224.564            | 224.411 | -0.07% |

※ 簡便法での解は  $\zeta = 0$  のときの厳密解  $\lambda_0$  を基本値として算出した。

ここで取り扱う振動数は対称 1 次モードに対するものである。

$$C_1 = -\frac{\Delta \zeta}{\Delta \lambda}$$

### 5.3 固有振動解析

提案する曲がり部材で構成された構造体の基本的な振動特性を調べるため、曲がり部材で構成された平面および立体構造モデルを対象にして、部材端の境界条件を変えて軸方向に対する固有振動解析を実施した。解析では、その基本的な振動特性である固有振動数や固有振動モードを調べるため、解析パラメータとして部材の細長比、初期軸力やライズ比を変化させることとした。

#### 5.3.1 軸圧縮力を受ける柱の固有振動数と動的特性

まず、図 5-3 示す軸圧縮力  $P$  を受ける単純支持された梁（柱）（図 5-3）の曲げ振動の固有振動数と軸圧縮力の関係を調べる。この柱の曲げ振動の振動方程式は、次式で表される。

$$\frac{\delta^2 y}{\delta t^2} + \frac{2EI}{wA} \frac{\delta^4 y}{\delta x^4} + \frac{Pg}{wA} \frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = 0 \quad (5-27)$$

ここに、 $w$ ：単位体積重量、 $EI$ ：曲げ剛性、 $g$ ：重力加速度  
 $A$ ：断面積  $t$ ：時間

この方程式の解、すなわち固有振動数  $\omega_n$  は次式で与えられる。

$$\omega_n = n^2 \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{2EIg}{wA} \frac{1}{n^2} \left\{ 1 - \frac{P}{2EI \left( \frac{\pi}{L} \right)^2} \right\}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5-28)$$

式(5-28)中の  $n$  はモード次数である。式(5-28)をオイラーの最小座屈荷重  $P_{cr}$ 、単純支持された柱の曲げ 1 次固有振動数  $\omega_{g1}$  を用いて表すと、

$$\frac{\omega_n}{\omega_{g1}} = n^2 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \left( \frac{P}{P_{cr}} \right)} \quad (5-29)$$

ここに、

$$\omega_{g1} = \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{2EIg}{wA}} \quad P_{cr} = 2 \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 EI \quad (5-30)$$

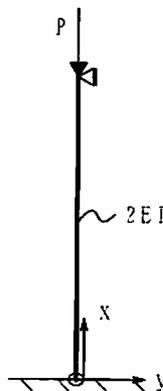


図 5-3 軸圧縮力を受ける柱

式(5-29)をグラフ化すると、図 5-4 のようになる。縦軸は軸圧縮力をオイラーの座屈荷重で除した無次元量、横軸は固有振動 $\omega$ を単純支持された柱の1次固有振動数 $\omega_{r1}$ で除した無次元量、 $n$ は固有振動数の次数を表す。 $\omega/\omega_{r1}=0$ のときが静的状態に相当し、このときの作用軸圧縮力 $P$ はオイラーの座屈荷重と同じであることを表している。また、 $P=0$ のときは、軸圧縮力の作用しない柱の固有振動数となり $\omega=\omega_{r1}$ となる。

固有振動数と動的剛性の関係を図 5-5 の軸圧縮力 $P$ と横荷重 $P_j \sin \omega t$ を受ける単純支持された柱について考える。この柱の固有振動数を $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ 、正規化モードを $\Phi_1(x), \Phi_2(x), \dots, \Phi_N(x)$ とすると、 $x_j$ 点に荷重 $P_j \sin \omega t$ が静的に作用するときの定常状態における $x_i$ 点の変位 $y_i$ は次式で表される。

$$y_i = \sum_{n=1}^N \frac{\Phi_n(x_i)\Phi_n(x_j)}{\omega_n^2 - \omega^2} P_j \sin \omega t \quad (5-31)$$

式(5-31)より、固有モードの大きさに変化がなければ、固有振動数 $\omega_n$ が大きくなると変位 $y_i$ は小さくなることがわかる。 $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N$ の関係があるから、固有振動数 $\omega_n$ が大きくなれば変位は小さくなる。特に、最小固有振動数 $\omega_1$ が変位に及ぼす影響は大きい。

荷重による変位が小さくなることは曲げ変形に対する抵抗力が大きくなり、軸圧縮力が作用した場合の面外変位も小さくなる。このような理由から、動的剛性の面から柱の強さを検討する場合、図 5-3 に示す柱の最小固有振動数の大小を比較することで、動的剛性が大きくなったか、小さくなったかを判断することが可能である。

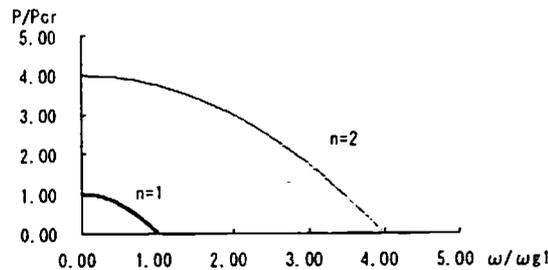


図 5-4 柱の固有振動数と軸圧縮力

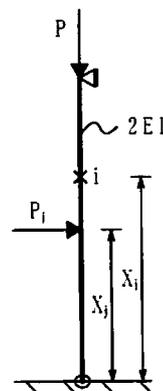


図 5-5 軸圧縮力と荷重を受ける柱

### 5.3.2 解析手法と解析モデル

#### (1) 固有振動解析手法

解析では、平面および立体構造モデルを対象に幾何剛性を考慮した棒理論に基づく有限要素法を用いており、固有値解析には QR 法<sup>5-1)</sup>を使用した。なお、定式化の概要は次のようであるが、詳細は参考文献 5-1) を参照されたい。

多自由度系の運動方程式をマトリックス表示すれば、

$$M\ddot{y} + Ky = 0 \quad (5-32)$$

となる。ここに、 $M$  は質量マトリックス、 $K$  は剛性マトリックス、 $y$ 、 $\ddot{y}$  はそれぞれ変位ベクトル、加速度ベクトルである。なお、 $K$  には幾何剛性マトリックスも考慮する。

自由振動するときの変位ベクトルを

$$y = Y \sin \omega t \quad (5-33)$$

と置いて、これを式(5-32)に代入すると次式が得られる。

$$(K - \lambda M)Y = 0 \quad (5-34)$$

このとき、 $Y$  が 0 でない有意義な解を持つには、係数行列式が 0 になる必要があり、次式となる。

$$|K - \lambda M| = 0 \quad (5-35)$$

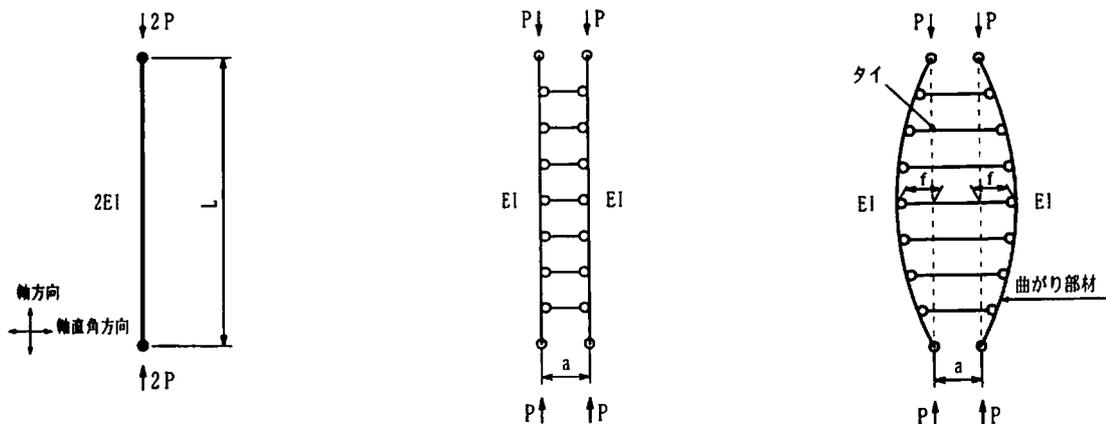
上式を解くことにより固有値および固有振動数が求まる。

#### (2) 解析モデル

平面解析に用いたモデルは図 5-6 に示すように、Type I として剛性  $EI$  ( $E$ : ヤング係数  $I$ : 断面 2 次モーメント) を持つ 2 本の真直ぐな部材をタイで結合したモデル、Type II は 2 本の曲がり部材をタイで結合したモデルとした。解析結果を比較検討する上で必要な、剛性  $2EI$  を持つ 1 本の真直ぐな部材のモデルについても Type 0 としても併記した。

立体解析に用いたモデルは図 5-7 に示すように、4 本の主部材で構成され、Type I として 4 本の真直ぐな部材をタイで結合したモデル、Type II として 4 本の曲がり部材をタイで結合したモデルの 2 タイプを用いることとした。座標系もあわせて同図に示す。

ここでは、3 種類の境界条件について、解析パラメータとして、主部材の細長比、ライズ比および初期軸力を選んで解析を行った。



(a) 真直ぐな部材 (1本) Type 0

(b) 真直ぐな部材 (2本) Type I

(c) 曲がり部材 Type II

図5-6 平面解析モデル

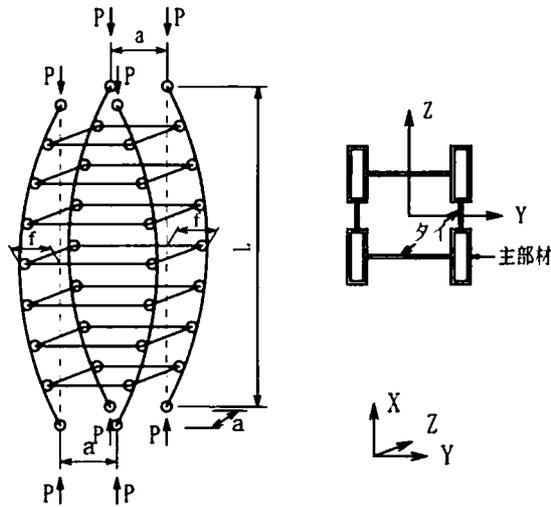
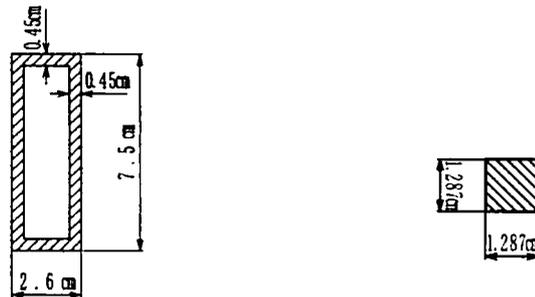


図5-7 立体解析モデル



主部材断面積  $A_s = 8.280 \text{ cm}^2$

タイ断面積  $A_t = 1.656 (0.2A_s) \text{ cm}^2$

主部材断面2次モーメント  $I = 8.283 \text{ cm}^4$

(a) 主部材断面形状

(b) タイ断面形状

図5-8 断面形状

細長比は道路橋示方書<sup>5-2)</sup>に定められている主圧縮部材の細長比の上限である 120、それより小さい 80、そしてよりスレンダーな断面を想定して、上限より大きい 200 の 3 種類とした。主部材の断面は、図 5-8 に示すように便宜上断面 2 次半径  $r=1$  となるような長方形箱形断面とし、断面積を一定にして部材長をそれぞれ 80、120、200cm とした。また、局部座屈が生じないよう断面の構成板の幅厚比を小さくした。

曲がり部材のライズ比  $f/L$  については、通常のアーチ構造で用いられる 0.1 と、それより小さい 0.0~0.08 とした。 $f/L=0.0$  とは真直ぐな部材 (Type I) のことである。

主部材両端の境界条件は、図 5-9 に示すように、構造部材への適用を想定して、両端固定および両端ヒンジ、また橋脚などへの適用を想定して、一端固定・他端自由と、計 3 ケースについて解析を行った。なお、立体構造での両端ヒンジでは、できるだけ平面解析と等価になるよう、部材端の軸方向 (X 軸) まわりの回転を拘束した。また、各主部材の初期軸圧縮力  $P$  については、初期軸力なし、主部材の弾性座屈荷重  $P_{cr}$  の 0.4 倍および 0.8 倍を与えた 3 ケースとし、部材はすべて弾性範囲内とした。

以上の諸元を表5-2にまとめて示す。

主部材の間隔は  $a=15\text{cm}$ 、タイの断面積は主部材の 20%で、7 本を均等に配置し、すべての解析で一定とした。曲がり部材の形状は放物線で、ライズ差、初期たわみおよび残留応力は与えていない。

また、解析では図 5-10 に示すように全体モデルを等分割して離散モデル化し、各部材の質量は各節点に集中しているものとみなした。

なお、タイの両端と主部材とはすべてピン結合としている。これまでと同様に、本構造の基本的な振動特性をできるだけ簡潔に把握するため、今回もこの結合条件のもとで解析を行った。ただし、通常の構造物に適用することを想定すると、タイ両端を剛結とすることが一般的で、その際にタイは曲げモーメントも伝達する部材となるので、本構造はより複雑な挙動を示すと予想される。

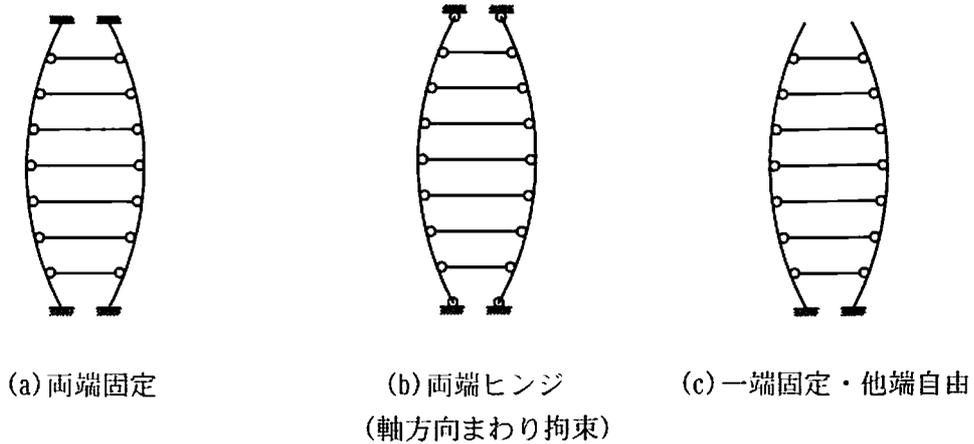


図 5-9 構造体端部境界条件

表 5-2 解析諸元と解析パラメータ

| 解析次元           |                           | 平面および立体解析                               |
|----------------|---------------------------|---|
| ヤング係数          | $E$ (kN/mm <sup>2</sup> ) | 206                                     |
| 単位体積重量         | $w$ (kN/m <sup>3</sup> )  | 77                                      |
| 部材長            | $L$ (cm)                  | 80、120、200                              |
| 細長比            | $L/r$                     | 80、120、200                              |
| ライズ-支間比        | $f/L$                     | 0.0、0.01、0.02、0.04、0.06、0.08、0.1        |
| 部材端部間隔         | $a$ (cm)                  | 15                                      |
| 部材端境界条件        |                           | 両端固定、両端ヒンジ、一端固定・他端自由                    |
| 初期軸力 (1 主部材当り) | $P$ (kN)                  | $0.0P_{cr}$ 、 $0.4P_{cr}$ 、 $0.8P_{cr}$ |

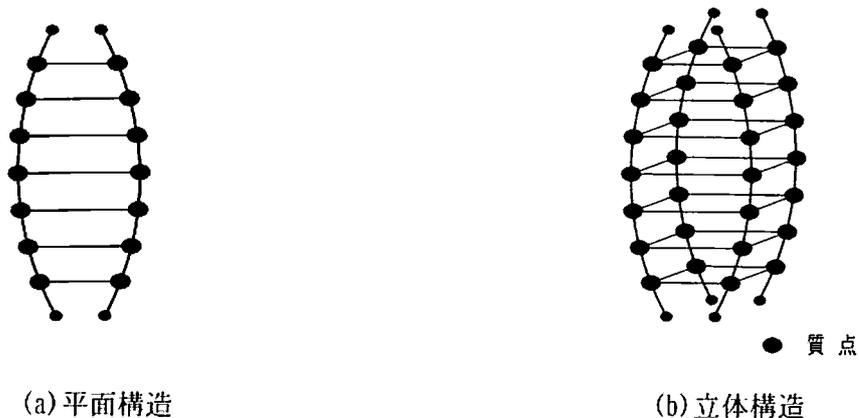


図 5-10 離散化モデル

### 5.3.3 解析結果と考察

今回実施した固有振動解析結果について、初期軸力と1次固有振動数比との関係を図5-12~13に、ライズ比と固有振動数との関係を図5-14~15に、固有振動モードを図5-16~17に、それぞれ平面および立体解析ごとにまとめて示す。

#### (1) 提案法で求めた固有振動数の妥当性の検討

まず、先述の提案法に基づいて求めた固有振動数の妥当性を検討するため、 $\zeta=0.0, 0.4, 0.8$ 、細長比 80、120、200、ライズ比 0.00~0.06 の場合について、固有振動解析値と比較した結果を表5-3に、ライズ比ごとの誤差を図5-11に示した。ここでの解析値とは5.3.2.で示したQR法で求めた固有振動数のことで、上記理論と条件を合わせるためにタイの重量は考慮していない。なお、解析諸元は5.2.2の平面解析(図5-6、8、表5-2参照)のモデルと同じとした。

表および図からわかるように、両者の誤差は大きくても4%弱で、良い精度で一致しており、提案法により固有振動数を求めることについては実用上問題ないといえる。ところで、表5-3をみると、ライズ比が大きい方が、また対称1次モードに比べ逆対称1次モードの方が、振動数の誤差が大きくなる傾向にある。逆対称1次モードの振動数を求める場合は真直ぐな単純梁(柱)のそれ(式(5-5-1))と対応させているので、ライズ比が大きくなると誤差も大きくなる。

表5-3 提案法とQR法の固有振動数の比較(平面モデル、両端ヒンジ)

※ 上段は提案法により求めた振動数  
中段はQR法により求めた振動数  
下段は両者の誤差

| 軸圧縮力 $\zeta=P/P_{c1}$ |             | 0.0                   |                       | 0.4                   |                       | 0.8                   |                       |
|-----------------------|-------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 細長比<br>(支間長cm)        | ライズ比<br>f/L | 1次<br>振動数( $\omega$ ) | 2次<br>振動数( $\omega$ ) | 1次<br>振動数( $\omega$ ) | 2次<br>振動数( $\omega$ ) | 1次<br>振動数( $\omega$ ) | 2次<br>振動数( $\omega$ ) |
| 80                    | 0.00        | 790.0                 | (3160.0)              | 611.9                 | (2997.9)              | 353.3                 | (2826.4)              |
|                       |             | 789.1                 | (3148.4)              | 611.3                 | (2987.0)              | 352.9                 | (2816.2)              |
|                       |             | -0.11%                | -0.37%                | -0.11%                | -0.36%                | -0.10%                | -0.36%                |
|                       | 0.02        | 1212.5                | (3160.0)              | 1104.8                | (2997.9)              | 985.3                 | (2826.4)              |
|                       |             | 1200.8                | (3136.9)              | 1092.5                | (2975.7)              | 972.3                 | (2805.2)              |
|                       |             | -0.97%                | -0.73%                | -1.11%                | -0.74%                | -1.32%                | -0.75%                |
|                       | 0.04        | 1988.8                | (3160.0)              | 1924.7                | (2997.9)              | 1858.3                | (2826.4)              |
|                       |             | 1961.4                | (3103.1)              | 1897.5                | (2942.6)              | 1831.3                | (2772.8)              |
|                       |             | -1.38%                | -1.80%                | -1.41%                | -1.84%                | -1.45%                | -1.90%                |
|                       | 0.06        | 2813.4                | (3160.0)              | 2767.4                | (2997.9)              | 2720.6                | (2826.4)              |
|                       |             | 2772.0                | (3048.5)              | 2727.1                | (2889.2)              | 2681.4                | (2720.5)              |
|                       |             | -1.47%                | -3.53%                | -1.46%                | 3.63%                 | -1.44%                | -3.75%                |
| 120                   | 0.00        | 351.1                 | (1404.5)              | 272.0                 | (1332.4)              | 157.0                 | (1256.2)              |
|                       |             | 350.9                 | (1401.6)              | 271.8                 | (1329.7)              | 156.9                 | (1253.7)              |
|                       |             | -0.07%                | -0.20%                | -0.07%                | -0.20%                | -0.06%                | -0.20%                |
|                       | 0.02        | 705.9                 | (1404.5)              | 670.1                 | (1332.4)              | 632.1                 | (1256.2)              |
|                       |             | 698.3                 | (1396.6)              | 662.2                 | (1324.8)              | 624.0                 | (1248.9)              |
|                       |             | -1.08%                | -0.56%                | -1.17%                | -0.57%                | -1.29%                | -0.58%                |
|                       | 0.04        | 1259.4                | (1404.5)              | 1239.1                | (1332.4)              | 1218.4                | (1256.2)              |
|                       |             | 1244.1                | (1381.6)              | 1224.0                | (1310.1)              | 1203.5                | (1234.5)              |
|                       |             | -1.21%                | -1.63%                | -1.22%                | -1.67%                | -1.22%                | -1.72%                |
|                       | 0.06        | 1803.5                | (1404.5)              | 1787.0                | (1332.4)              | 1770.2                | (1256.2)              |
|                       |             | (1374.9)              | 1786.5                | (1286.5)              | 1770.9                | (1211.4)              | 1755.0                |
|                       |             | -2.11%                | -0.94%                | -3.41%                | 0.90%                 | -3.56%                | -0.86%                |
| 200                   | 0.00        | 126.4                 | (505.6)               | 97.9                  | (479.7)               | 56.5                  | (452.2)               |
|                       |             | 126.2                 | (502.6)               | 97.7                  | (476.8)               | 56.4                  | (449.6)               |
|                       |             | -0.17%                | -0.59%                | 0.17%                 | -0.59%                | -0.16%                | 0.59%                 |
|                       | 0.02        | 387.0                 | (505.6)               | 378.6                 | (479.7)               | 369.9                 | (452.2)               |
|                       |             | 382.7                 | (503.2)               | 374.2                 | (477.3)               | 365.5                 | (449.9)               |
|                       |             | -1.11%                | -0.48%                | -1.14%                | 0.49%                 | -1.18%                | -0.50%                |
|                       | 0.04        | 716.9                 | (479.7)               | 710.8                 | (452.2)               | 704.4                 | (452.2)               |
|                       |             | (497.8)               | 713.0                 | (472.0)               | 707.2                 | (444.8)               | 701.3                 |
|                       |             | -1.55%                | -0.55%                | -1.59%                | -0.50%                | -1.64%                | -0.45%                |
|                       | 0.06        | 949.7                 | (479.7)               | 936.1                 | (452.2)               | 921.5                 | (452.2)               |
|                       |             | (489.1)               | 954.4                 | (463.5)               | 940.7                 | (436.4)               | 925.8                 |
|                       |             | -3.27%                | 0.49%                 | -3.37%                | 0.48%                 | -3.49%                | 0.47%                 |

1つの曲がり部材の断面諸値  $A_1$  (cm<sup>2</sup>) = 8.280  $I$  (cm<sup>4</sup>) = 8.28285  $E$  (kN/mm<sup>2</sup>) = 206

※ 1次振動数 < 2次振動数 ※ 値のみは対称1次モード  
ここでの振動数とは固有角振動数 ( ) は逆対称1次モード

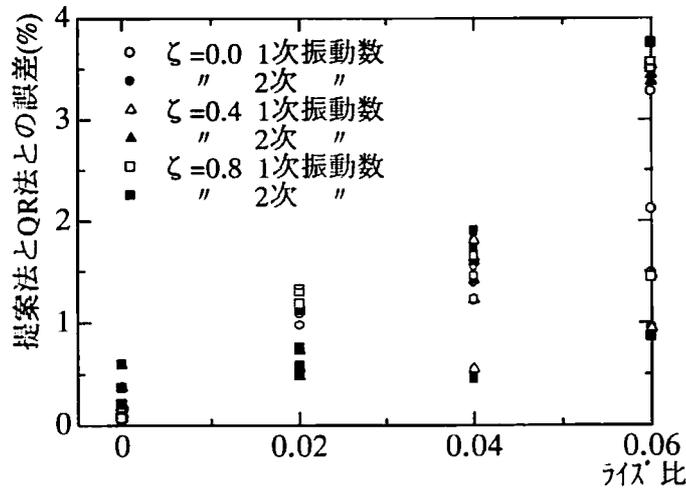


図 5-11 提案法と QR 法の固有振動数の誤差 (平面モデル、両端ヒンジ)

(2) 初期軸力と固有振動数との関係

(a) 平面解析の場合

図5-12には、平面構造で細長比 $L/r=120$ の場合について、初期軸力と1次固有振動数との関係を主部材のスライス比ごとに示した。図5-12での(a)、(b)、(c)はそれぞれ両端固定、両端ヒンジ、一端固定・他端自由という主部材端部の境界条件である。グラフの縦軸には剛性 $EI$ を持つ真直ぐな部材のオイラーの座屈荷重 $P_{cr}$  (式(5-36)) で各主部材に作用させる初期軸力 $P$ を除して無次元化したものを、横軸には同条件の細長比 $L/r=120$ 、初期軸力なしの2本の真直ぐな部材 (Type I) の1次振動数 $\omega_{1-1}$ と各ケースの1次固有振動数 $\omega$ との比をとった。

$$\text{ここで、} \quad P_{cr} = \pi^2 EI / L^2 \quad (\text{1部材当たり}) \quad (5-36)$$

である。

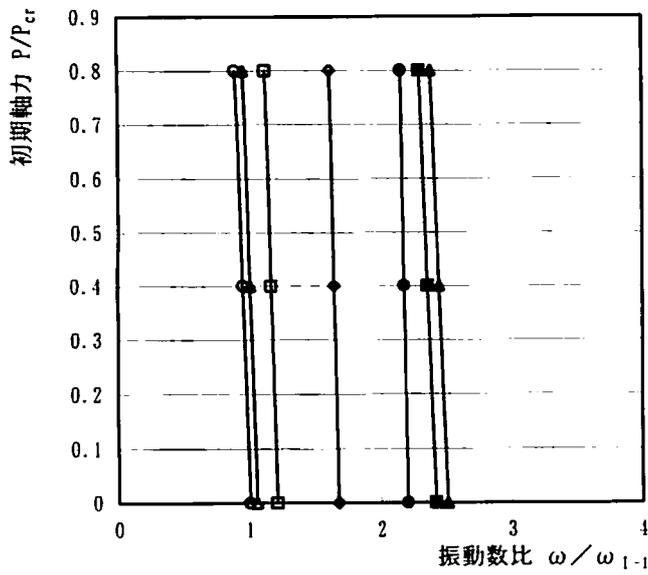
なお、細長比80や200の場合については、グラフの傾向が特に変わらなかったため、代表して細長比120の場合を示した。

まず、境界条件が両端固定の場合は、曲がり部材の1次固有振動数は真直ぐな部材より上昇し、たとえば曲がり部材 (Type II) の  $f/L=0.08$ 、軸力なしの場合は真直ぐな部材 (Type I) の約 2.5 倍の1次固有振動数を有する。また、グラフの傾きに注目すると、初期軸力の増加に伴い1次固有振動数は減少するが、各スライス比におけるグラフの傾きには大きな差異はなく、初期軸力  $P/P_{cr}$  を大きくしても、真直ぐな部材の1次固有振動数に対する曲がり部材のそれとの割合はほとんど変わらない。

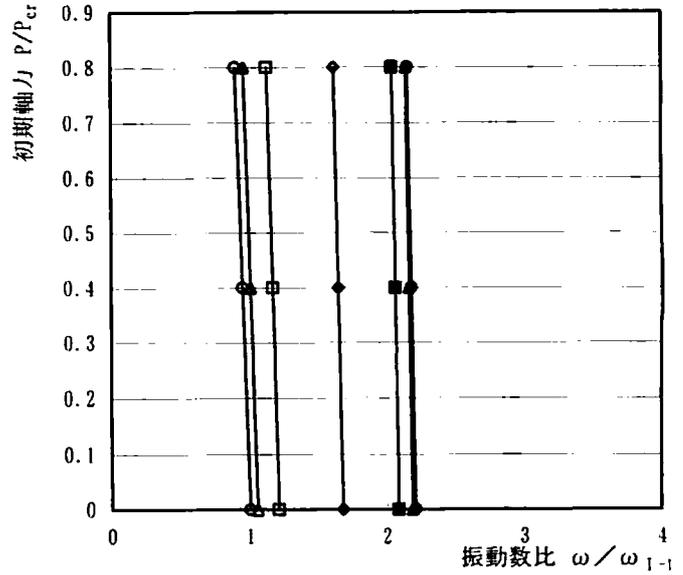
次に、両端ヒンジの場合についてであるが、図5-12(b)中において点線で示す曲線は $2EI$ の剛性を持つ1本の真直ぐな部材Type0 (図5-6(a)) の1次固有振動数比 $\omega/\omega_{g1}$  ( $\omega_{g1}$ :軸圧縮力を受ける単純梁の1次固有振動数) で、先述の式(5-29)で表される。

$$\frac{\omega}{\omega_{g1}} = n^2 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \left( \frac{P}{P_{cr}} \right)} \quad (5-29)$$

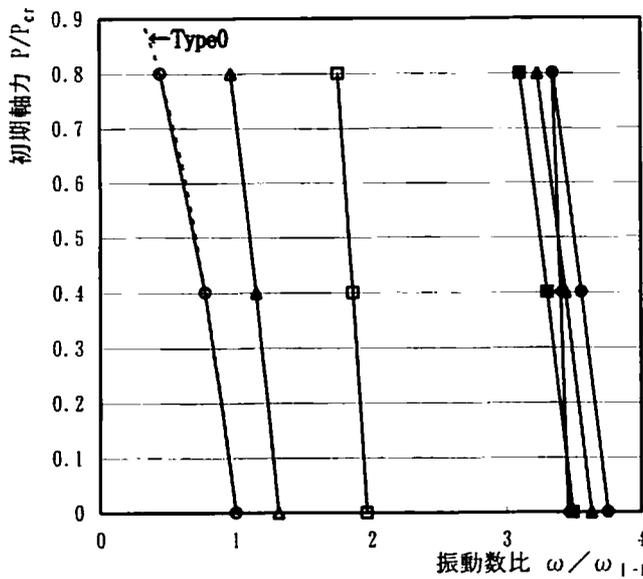
ここで、 $P$ は1部材当りの初期軸力である。図からわかるように、2本の真直ぐな部材 (Type I) の値はほぼこの曲線上にあり、1本の真直ぐな部材 (Type0) と同等の1次固有振動数を有する。両端ヒンジでは、たとえばスライス比が0.02で初期軸力がない場合、Type0およびType I の1次固有振動数の約2倍の、また0.08で約3.6倍の固有振動数となる。



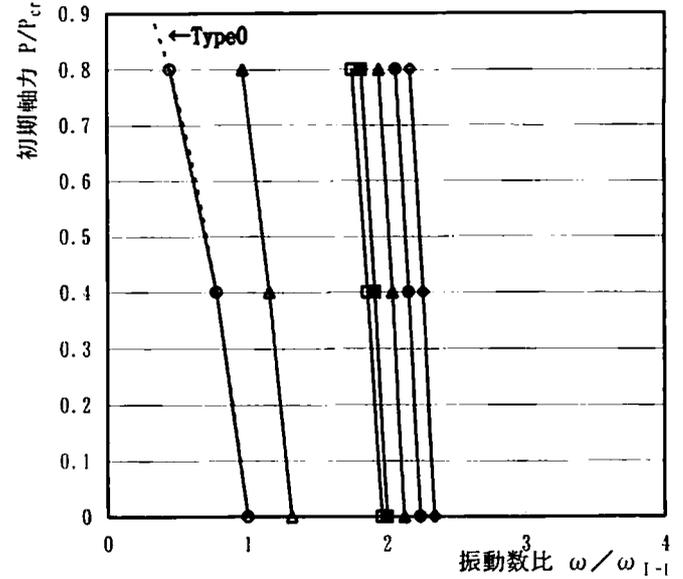
(a) 両端固定



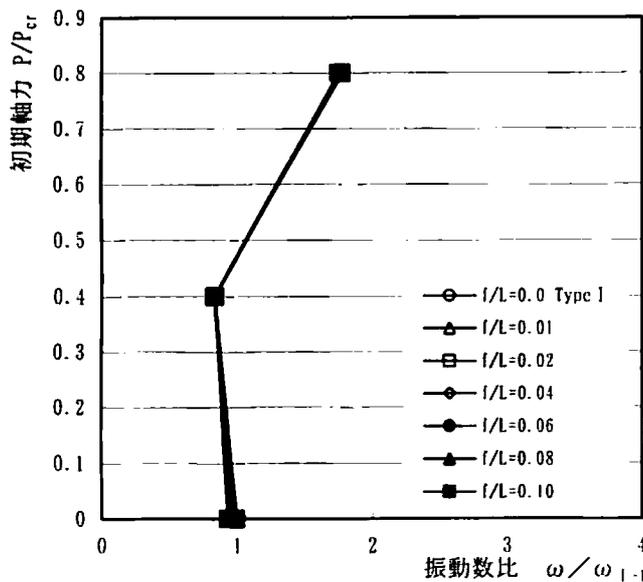
(a) 両端固定



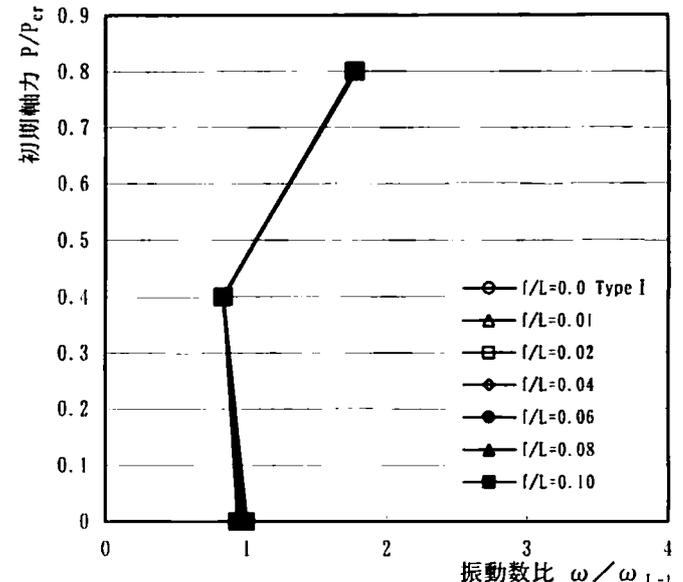
(b) 両端ヒンジ



(b) 両端ヒンジ



(c) 一端固定・他端自由



(c) 一端固定・他端自由

図5-12 初期軸力と振動数比 (平面解析,  $L/r=120$ )

図5-13 初期軸力と振動数比 (立体解析,  $L/r=120$ )

ここで注目すべきは、両端固定および両端ヒンジでは、あるライズ比を境にそれ以上ライズ比を大きくしても逆に1次固有振動数が下がる現象がみられることである。特に両端ヒンジで軸力なしの場合は、ライズ比を大きくしてもType I の1次固有振動数の4倍を越えることはなく、この傾向は細長比80や200の場合も同様であった。このことは、第2章での平面弾性座屈に対する検討結果<sup>5-3)</sup>において、曲がり部材ではあるライズ比を越えると対称1次モードから逆対称1次モードによる座屈が支配的になり、最小座屈荷重の4倍( $4P_{cr}$ )以上にはならないという結果と対応している。

一方、一端固定・他端自由の場合には、図5-12(c)のようにほとんど線が重なっていることから、ライズ比が大きくなっても1次固有振動数は上昇せず、真直ぐな部材とほぼ同等であるといえる。初期軸力については、 $0.4P_{cr}$ までは減少傾向を示し、 $0.8P_{cr}$ と大きくすると1次固有振動数が上昇するので、初期軸力 $0.4\sim 0.8P_{cr}$ 間に1次固有振動数の増減の分岐点が存在すると予想される。

### (b) 立体解析の場合

図5-13には、立体構造で細長比 $L/r=120$ について、初期軸力と1次固有振動数の関係を主部材のライズ比ごとに示した。縦軸、横軸は図5-12と同様である。

立体解析の場合の傾向は、平面解析と同様であるが、立体解析における両端ヒンジのライズ比を大きくしても振動数が上がらない限界の振動数比は両端固定と同じくらいの $2.2\sim 2.5$ になり、平面解析の4付近まではいかない。これは立体のため、奥行き方向(Z方向)の剛性が影響したものと考えられる。その他の詳述は(a)と同様なので省略した。

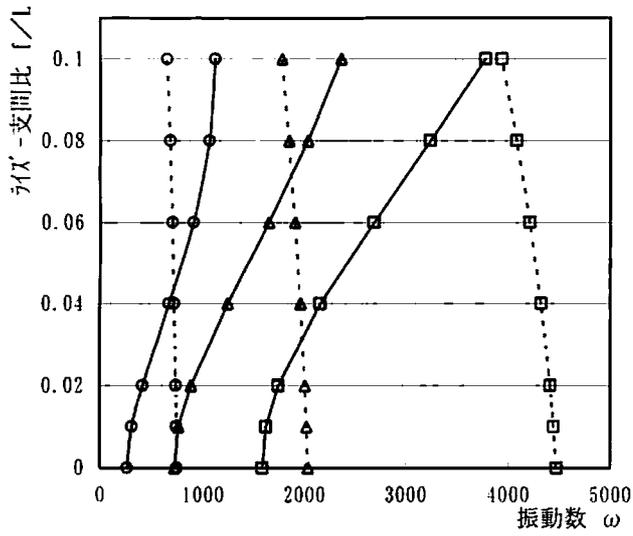
## (3) ライズ比と固有振動数および固有振動モードとの関係

### (a) 平面解析の場合

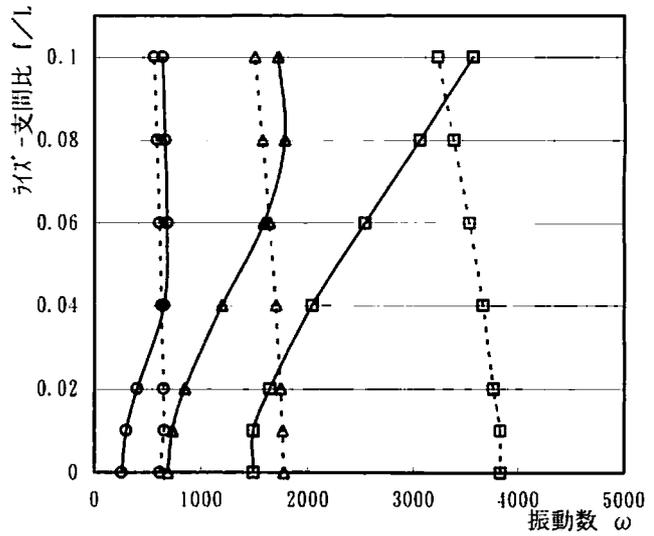
平面構造の曲がり部材におけるライズ比と固有振動数の関係を調べるため、代表して初期軸力 $P=0.4P_{cr}$ を与えたモデルについて図5-14に示した。なお、初期軸力 $P=0$ および $0.8P_{cr}$ の解析結果は、 $P=0.4P_{cr}$ の場合とほぼ同様であった。当然であるが、どのケースにおいても細長比が小さくなるほど1次振動数は大きくなった。

両端固定および両端ヒンジの場合は、どの細長比においてもライズ比が大きくなるに従い対称1次モードに対応する振動数は増加し、逆対称1次モードに対応する振動数は減少した。また、あるライズ比において、1次固有振動モードが対称1次モードから逆対称1次モードに変化する。このときのライズ比を限界ライズ比( $(f/L)_{lim}$ )とよぶことにすると、この限界ライズ比(対称1次モードと逆対称1次モードの交点)は細長比が小さくなるにつれて大きくなる。2.3.3での曲がり部材(Type II)のモデルの弾性座屈解析では、あるライズ比以下では変形モードが対称1次モードになり、それ以上とした場合は逆対称1次モードで座屈するという結果<sup>5-3), 5-4)</sup>が得られたが、今回の振動解析結果でも同様な傾向となった。

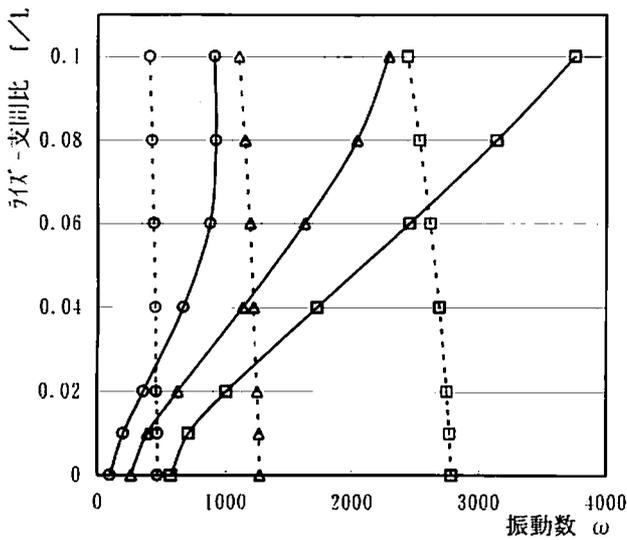
図5-16は、初期軸力 $P=0.4P_{cr}$ を与えたType I およびType II の片側主部材の固有振動(正規化)モードである。たとえば、両端固定の場合の図5-14(a)で、細長比 $L/r=120$ の1次振動モードが対称1次から逆対称1次に変化する交差点が $0.072$ であることと対応するように、図5-16(a)の振動モードも $0.06$ と $0.08$ との間で変化する。すなわち曲がり部材のライズ比 $0.06$ のときの1次振動モードは対称1次モード、 $0.08$ のときは逆対称1次モードとなり、このことは弾性座屈荷重時の変形モードの変化と共通することがわかる。両端ヒンジの場合についても同様のことがいえる。(図5-14(b)および図5-16(b)参照)



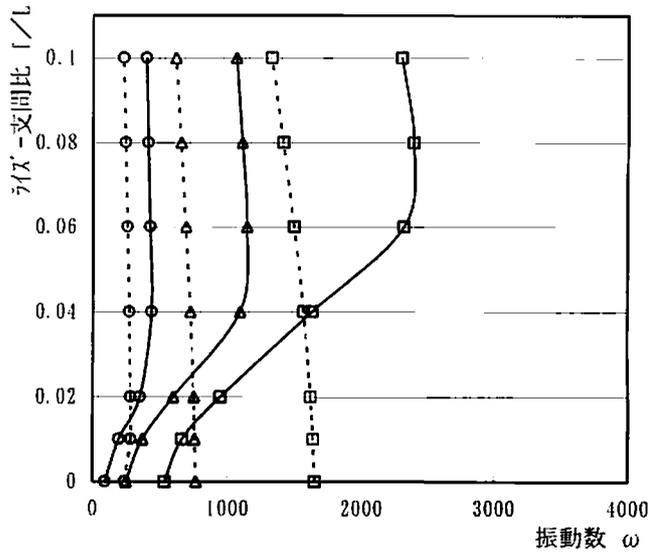
(a) 両端固定



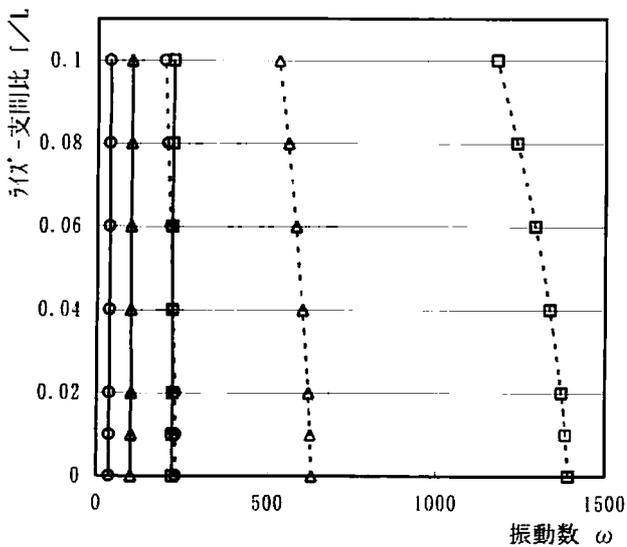
(a) 両端固定



(b) 両端ヒンジ

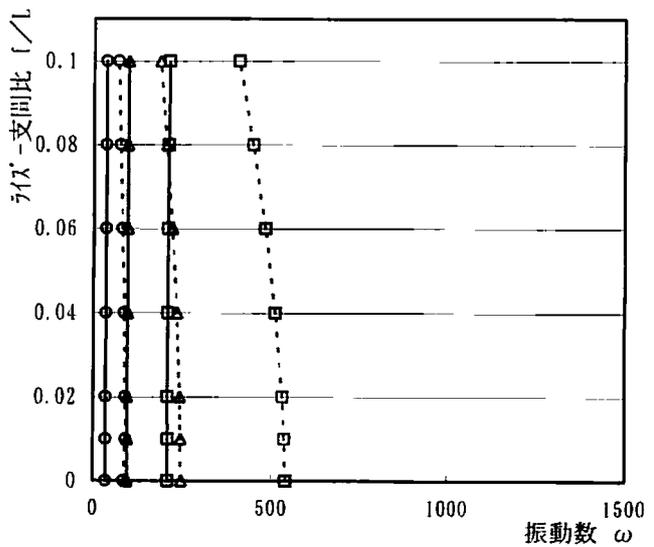


(b) 両端ヒンジ



(c) 一端固定・他端自由

図5-14 ライズ比と振動数 (平面解析、 $P=0.4P_{cr}$ )

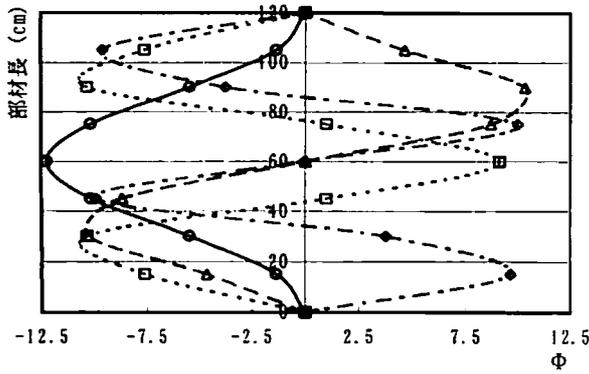


(c) 一端固定・他端自由

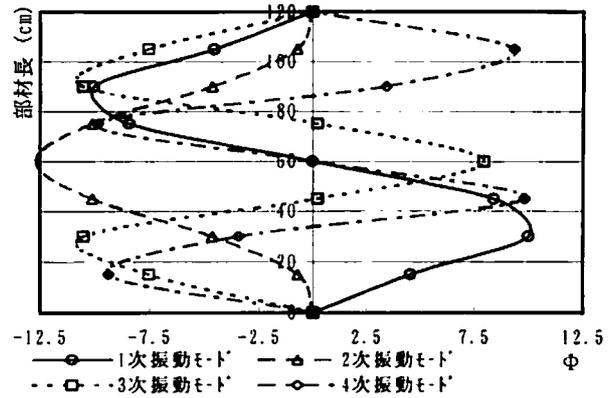
図5-15 ライズ比と振動数 (立体解析、 $P=0.4P_{cr}$ )

—△—  $L/r=120$  対称1次E-F    - - △ - -  $L/r=120$  逆対称1次E-F  
 —○—  $L/r=200$  対称1次E-F    - - ○ - -  $L/r=200$  逆対称1次E-F  
 —□—  $L/r=80$  対称1次E-F    - - □ - -  $L/r=80$  逆対称1次E-F

—△—  $L/r=120$  Y方向対称1次E-F    - - △ - -  $L/r=120$  Z方向対称1次E-F  
 —○—  $L/r=200$  Y方向対称1次E-F    - - ○ - -  $L/r=200$  Z方向対称1次E-F  
 —□—  $L/r=80$  Y方向対称1次E-F    - - □ - -  $L/r=80$  Z方向対称1次E-F

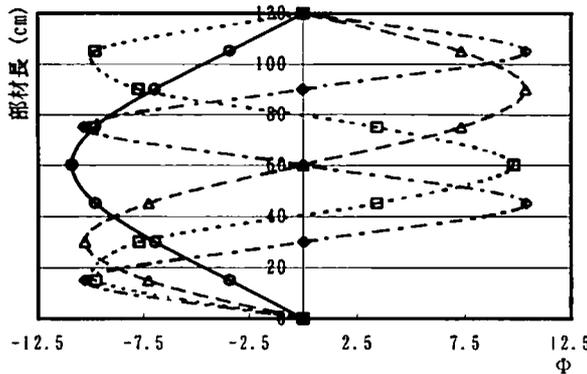


(a-1)  $f/L=0.06$

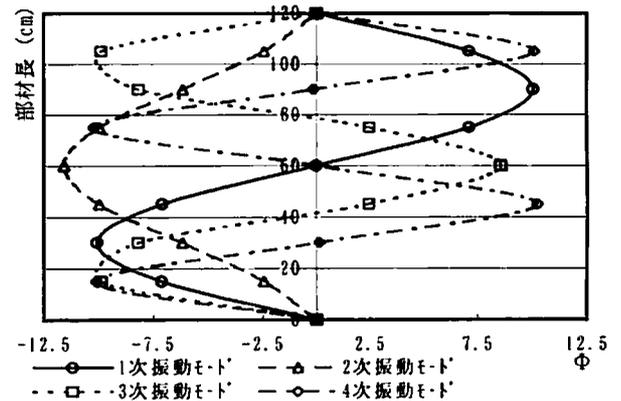


(a-2)  $f/L=0.08$

(a) 両端固定



(b-1)  $f/L=0.04$



(b-2)  $f/L=0.06$

(b) 両端ヒンジ

図5-16 固有振動モード (正規化モード) (平面解析、 $L/r=120$ 、 $P=0.4 P_{cr}$ )

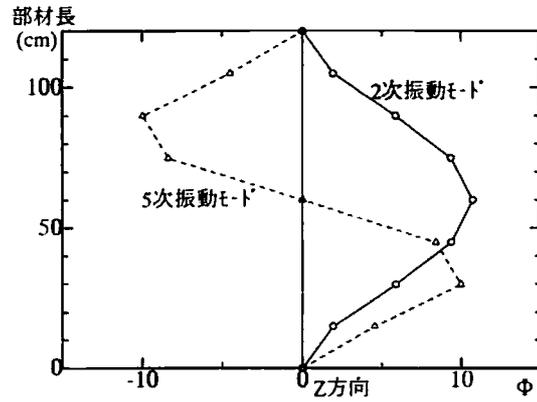
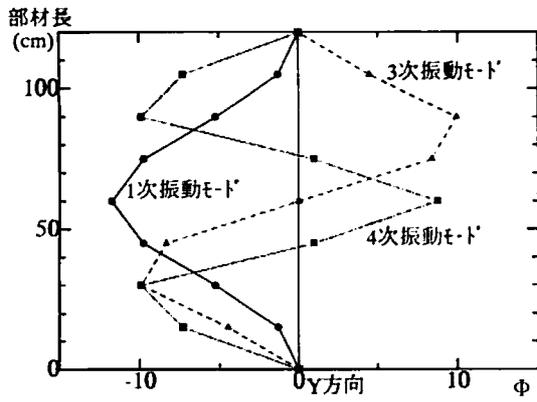
一方、一端固定・他端自由とした場合 (図5-14(c)) では、各ライズ比で大きな差異はみられず、曲がり部材は真直ぐな部材と同じような振動数となることがわかった。一端固定・他端自由の場合の主部材は片持ち状態で、両端固定などよりは揺れやすいことになるが、このことは曲がり部材、真直ぐな部材ともに共通のことであるので、曲がり部材と真直ぐな部材との間であまり差異がなかったと考えられる。

### (b) 立体解析の場合

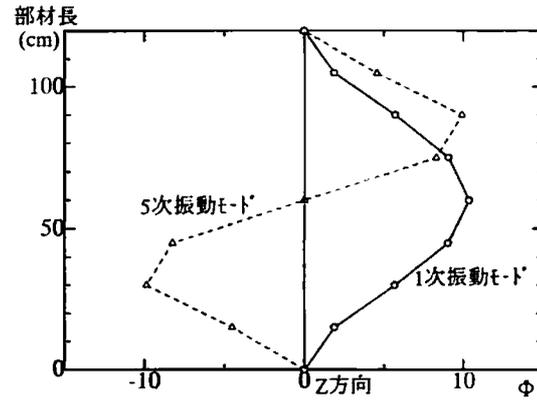
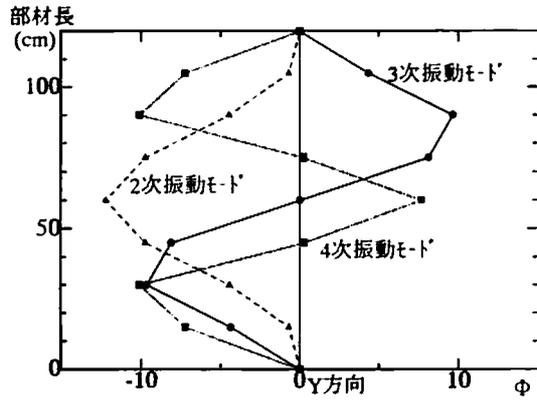
図5-15では、立体構造の曲がり部材で初期軸力  $P=0.4 P_{cr}$  を与えたモデルのライズ比と固有振動数の関係を示す。

両端固定および両端ヒンジの場合、平面解析結果と同様に、どの細長比においても、Y方向対称1次モードとZ方向対称1次モードの曲線が交差する限界ライズ比が存在することが認められる。また、細長比が小さいほど固有1次振動数は上昇する。

ここで、前述の平面構造の両端固定の解析結果と比較してみると、たとえば細長比  $L/r=120$  で初期軸力  $P=0.4 P_{cr}$  の場合、平面構造では限界ライズ比が0.072であるのに対し、立体構造では0.064あった。その他の細長比でも同じように10%程度の誤差はあるものの、図の傾向はほぼ一致している。これより、両端固定の場合は、立体を平面に等価に置き換えて解析することが可能であることが窺われる。

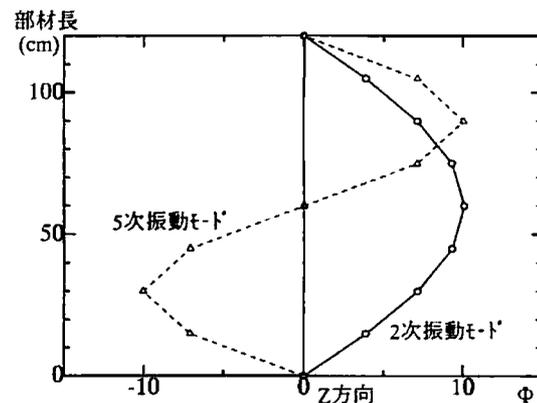
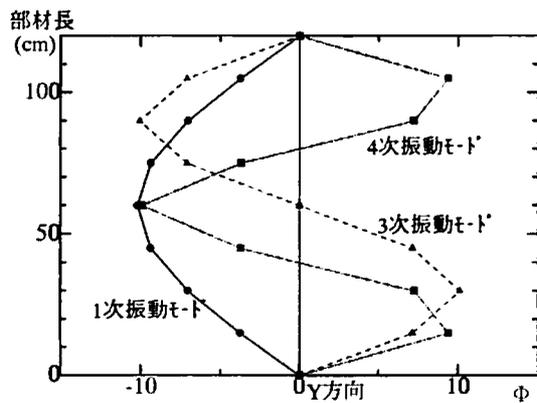


(a-1)  $f/L=0.06$

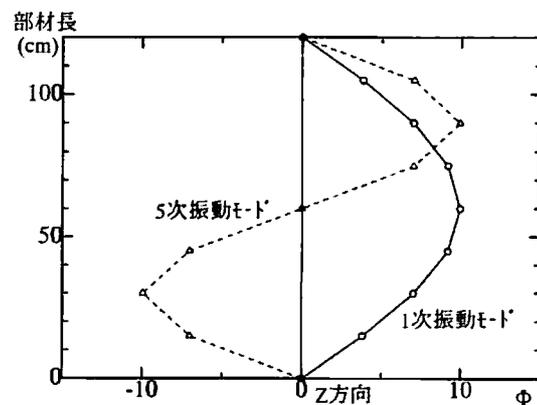
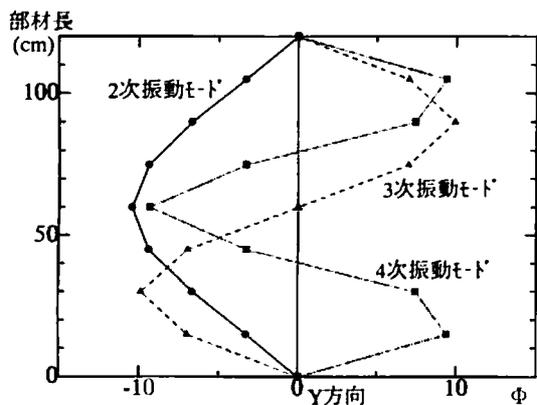


(a-2)  $f/L=0.08$

(a) 両端固定



(b-1)  $f/L=0.02$



(b-2)  $f/L=0.04$

(b) 両端ヒンジ

図5-17 固有振動モード (正規化モード) (立体解析、 $L/r=120$ 、 $P=0.4P_{cr}$ )

図5-17(a)には、両端固定とした曲がり部材の固有振動モードを示した。ここで、すべての軸直角方向（Y軸方向）の低次のモードで共通しているのは、曲がり部材で構成された前後2面（X-Y平面）が、ともに大きく変位することではなく、前面あるいは後面のみが変形することである。このことは主に、Z方向に配置されたタイがすべてピン結合されていることに起因していると考えられる。

また、両端固定の場合、平面解析ではライズ比の上昇により、1次振動モードが対称1次から逆対称1次に変化するのに対し、立体解析ではY方向の対称1次モードより先にZ方向の対称1次モードが出現するようになった。たとえば、細長比  $L/r=120$  で初期軸力  $P=0.4 P_{cr}$  の場合、限界ライズ比が 0.064 であることと対応するように、固有振動モードも 0.06（図 5-17(a-1)）と 0.08（同図(a-2)）では1次振動モードがY方向の対称1次からZ方向の対称1次へと変化するの認められる。ちなみに、本研究のモデルと比べて、Y方向よりZ方向に高い剛性を持つような断面のモデルでは、平面解析のようにY方向の対称1次から逆対称1次という振動モードの現れ方となる。

両端ヒンジの場合については、両端固定の場合と同様の傾向を示した。（図5-15(b)、図5-17(b)参照）ただ、平面解析結果と傾向は似通っているが、結果値に差異があるので、立体を平面に等価に置換して解析するには、奥行き方向の適切な評価が必要と考えられる。その他詳述は省略した。

図5-16(c)の一端固定・他端自由の場合は、平面解析の場合と同様で、曲がり部材で構成された部材は真直ぐな部材と同じような振動特性を有する。

表5-4 限界ライズ比

|      |       | 解析     | L/r     |         |         |
|------|-------|--------|---------|---------|---------|
|      |       |        | 80      | 120     | 200     |
| 境界条件 | 両端固定  | 平面     | 0.104   | 0.072   | 0.044   |
|      |       | 立体     | 0.090   | 0.064   | 0.039   |
|      | 両端ヒンジ | 平面     | 0.064   | 0.044   | 0.026   |
|      |       | 立体     | 0.038   | 0.025   | 0.015   |
|      |       | 平面弾性率屈 | (0.030) | (0.020) | (0.012) |
|      |       |        |         |         |         |

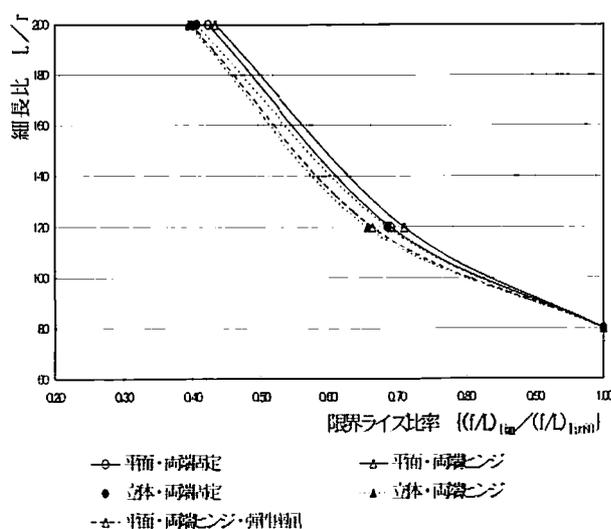


図5-18 限界ライズ比の比率

#### (4) 限界ライズ比の検討

今まで述べてきたように、両端固定および両端ヒンジの境界条件の場合は1次振動モードは対称1次から他のモードに変化する限界ライズ比が存在する。表5-4には各細長比ごとのこれらの限界ライズ比をまとめて示し、図5-18には縦軸に細長比、横軸に各ケースの限界ライズ比を細長比80のときの限界ライズ比で除したものをとってグラフ化した。これより、部材端の境界条件（両端固定および両端ヒンジ）、平面および立体解析、初期軸力などの条件が相違しても、限界ライズ比の各細長比ごとの割合は、ほぼ一定となる。参考のため先の研究<sup>5-3)</sup>に準じて、平面弾性座屈に対する限界ライズ比の計算結果についても表および図に追加して示したが、これともよく対応している。このことより、部材長が与えられひとつの細長比に対する限界ライズ比を算出すれば、このグラフを利用して、細長比をパラメータとしたときの限界ライズ比が予想できるので、曲がり部材設計時の断面やライズ比決定の際に、振動特性に関する一指標として利用することが期待できる。

#### 5.4. 結論

一対の曲がり部材で構成された構造体の振動特性について、平面で両端ヒンジモデルにおける解析理論を導き出した。また、平面および立体での固有振動解析を実施し、真直ぐな部材の構造体と比較しながら検討を行った。最後に、本章より得られた結論を以下にまとめる。

- ①アーチ理論を応用した解析理論に基づき、平面で両端ヒンジの一対の曲がり部材で構成された構造体の固有振動解析を精度良く行うことが確認でき、加えて固有振動数の簡便な求解法を見つけたことができた。
- ②一対の曲がり部材の構造体の振動特性は両端部の境界条件によって異なる。すなわち、両端固定、両端ヒンジの場合には真直ぐな部材より1次固有振動数は上昇するが、一端固定・他端自由の場合は両者の差異はみられなかった。
- ③両端固定、両端ヒンジの曲がり部材では、同じ細長比に対して、ライズ比が大きくなるほど1次固有振動数は上昇するが、限界ライズ比を境にそれ以上は上昇しないことがわかった。
- ④限界ライズ比においては、1次振動モードが対称1次モードから他のモード（平面では逆対称1次モード、立体ではZ方向対称1次モード）へと変化する。また、部材両端の境界条件、解析次元（平面・立体）、初期軸力などが相違しても各細長比ごとの限界ライズ比の比率はほぼ一定であることがわかった。

提案法等で求めたある曲がり部材で構成された構造体の固有振動数に対して、それに近い振動数を持った振動が発生すると、それを受けた構造体は共振を起こす可能性が高いということがいえ、この構造体の振動に関する設計上のひとつの目安を設定できる。

本章では、5.3.1.で述べたように、軸方向の振動特性の上昇を最小固有振動数の上昇として捉えたが、このことは動的挙動に対する軸方向剛性が大きくなることを意味するので、軸方向部材としてこの曲がり部材の構造体を組み込むことにより、構造全体の振動特性を向上させたり、他部材の剛性を落として重量軽減を図って同じ振動特性を保つように利用することが考えられる。

また、細長比が大きくなるに伴い限界ライズ比が小さくなることは、同じ圧縮力に対してより大きな細長比およびより小さなライズで耐荷することを意図する本構造体にとっては好都合であるといえる。

なお、一般的な橋脚のような現存する構造物の設計を想定すると、水平地震力すなわち軸直角方向の振動特性が問題になるケースが多い。曲がり部材の構造体においては、軸直角方向の振動特性

が問題になるケースについては、真直ぐな部材と同等で振動特性上のメリットはあまり現れないと予想される。また、軸方向荷重に対する曲がり部材としての構造的な特性を主に研究してきた経緯もあり、今回は軸方向に焦点を絞り、固有振動数の解析や定式化を行った。軸直角方向についての振動特性については、今後の検討課題としたい。

#### 参考文献

- 5-1) 平井一男、水田洋司：耐震工学入門、森北出版、1994
- 5-2) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編、1996.12
- 5-3) 石原元、山尾敏孝、平井一男：タイで結合した一对の曲がり部材の圧縮力に対する挙動と一解析法、土木学会論文集、2000.4
- 5-4) 山尾敏孝、石原完、平井一男：タイで結合した2本曲がり部材の座屈強度と挙動について、構造工学論文集、Vol.41A、pp.229-234、1995
- 5-5) 水田洋司、中尾学、山尾敏孝、平井一男：圧縮を受ける部材の振動特性について、土木学会西部支部研究発表会講演概要集、I-61、pp.118-119、1996.3

## 第6章 終章

### 6.1 総括

各章で得られた結論はそれぞれの章末に述べたが、本章ではそれらの内主要な結論を要約する。

#### <第2章 圧縮力を受ける一対の曲がり部材に対する弾性挙動特性と座屈強度>

タイで結合した一対の曲がり部材で構成された構造体（柱）に軸圧縮力が作用する場合について、その基本的な特性を把握するため、真直ぐな部材の柱と比較する形で、曲がり部材のライズ比および初期たわみ形状などをパラメータにとって、弾性領域で有限変位を考慮した有限要素法（FEM）解析を行った。

また、曲がり部材が軸圧縮力を受ける場合の解析法をアーチ理論に基づいて展開し（提案法）、圧縮力に対する挙動および座屈挙動について検討し、併せて弾性FEM解析との比較を行った。

これより本章では以下のような結論を得た。

- ・曲がり部材で構成された両端ヒンジ柱は、同じ剛性を持つ真直ぐな部材の柱と比べて、タイやライズを妥当に設定すれば、座屈強度は約4倍、さらに中央部分に斜材を入れると9倍以上となり、軸直角方向の変形量も抑えられる。
- ・提案法とFEMの結果の誤差は小さく、よく対応しており、その妥当性を確認した。また、提案法を用いて、部材作用力および変形量を精度よく求めることができ、曲がり部材の圧縮力に対する弾性挙動を把握できる。さらに、与えられた曲がり部材の構造に対して座屈変形モードおよび対応する弾性座屈荷重を近似的に計算できる。
- ・ライズ比の大きな曲がり部材（ライズ比が0.05程度）では圧縮力に対する挙動に及ぼす初期たわみの影響は小さくなる。

#### <第3章 圧縮力に対する弾塑性挙動と最大強度>

タイで結合した一対の曲がり部材で構成された柱において、弾塑性および残留応力や初期たわみ等の初期不整の影響を考慮して、軸圧縮力を受ける場合の強度および挙動特性を調べた。ライズ比や主部材の細長比をパラメータとして、有限変位を考慮したFEM解析を行い、一対の真直ぐな部材で構成された柱の場合と比較検討した。

次に、解析結果との比較および実現象を確認するため、残留応力が測定可能な箱形断面を有する供試体を作成し、弾塑性実験を実施して耐荷力や変形挙動を調べた。

これより本章では以下のような結論を得た。

- ・真直ぐな部材や曲がり部材で構成された柱の最大強度や変形挙動に関して、解析結果と実験結果は概ね対応していた。
- ・解析および実験結果より、軸圧縮力が作用する一対の曲がり部材の柱では、ライズ比により、変形モードが対称1次モードから逆対称1次モードへ変化し、真直ぐな部材で構成された柱より最大強度は上昇した。
- ・残留応力の存在の有無が最大強度に及ぼす影響が大きいことが解析結果より明らかになった。
- ・解析および実験から得られた最大強度の結果をもとに算出した等価細長比パラメータは基準強度曲線の値と近似しており、曲がり部材の構造体に対して等価細長比パラメータを用いて設計できる可能性を見出すことができた。

## <第4章 曲げに対する挙動特性>

圧縮力が卓越する柱構造に曲がり部材で構成された構造形式を適用することを想定し、風や地震などの水平力を受ける場合の基本的な耐荷力や変形挙動の特性について、平面および立体モデルで弾塑性解析を実施して、真直ぐな部材と比較しながら検討を行った。本構造は曲げに対して耐荷することが主目的ではないが、真直ぐな部材と同等以上の耐荷力があることを裏付けることで、活用範囲が広がると考えられる。

本章では以下のような結論を得た。

- ・曲がり部材をタイおよび斜材で結合した柱構造は、頭部に水平力を受けると、真直ぐな部材で構成された構造と比べて降伏には若干早く到るものの、最大強度は上昇し、軸直角変位も抑えられる。
- ・基部奥行き方向に斜材を設けた立体モデルでは、設けないモデルと比べて最大強度は上昇し、軸直角変位が抑制できる。
- ・曲がり部材では基部に曲げモーメントが集中するが、頭部にかけてはかなり抑えられ、斜材の軸力分布についても、同様の傾向となる。

## <第5章 振動特性に関する検討>

本章では、曲がり部材で構成された構造体（柱）の基本的な軸方向振動特性を調べることを目的とした。まず、第2章での提案法を応用した固有振動数の求解法（提案法）を提案し、さらに平面および立体構造モデルで、部材端境界条件、細長比、ライズ比等を変化させて、軸方向に対する固有振動解析を実施した。なお、固有振動数の上昇は動的挙動に対する剛性が大きくなることを意味するので、それにより曲がり部材の軸方向振動特性における有意性を示すことを意図した。

- ・提案法により、平面で両端ヒンジの柱モデルの軸方向固有振動数を精度良く行うことができる。
- ・両端固定、両端ヒンジの境界条件では、曲がり部材は真直ぐな部材より1次固有振動数は上昇する。
- ・同じ細長比ではライズ比が大きくなるほど1次固有振動数は上昇するが、1次振動モードが対称1次モードから他のモードへと変化する限界ライズ比を境にそれ以上は上昇しない。

## 6.2 あとがき

本研究では、タイで結合した一対の曲がり部材で構成された構造体について、その発想の原点から始まり、解析や実験を通して基礎的な強度や挙動特性に関する検討および考察を行い、実構造への適用の可能性を探ってきた。

最後に、今後の課題と将来への展望について述べる。

### 6.2.1 今後の課題

今後の研究を進めていく上で、以下のような課題が考えられる。

- ・タイおよび斜材と主部材との結合条件に関して、ピン結合にする場合における詳細な結合部の構造検討を行う。
- ・タイおよび斜材と主部材との結合条件が剛結になった場合の曲がり部材の強度や挙動特性を把握する。
- ・部材両端位置が安定でなければ、曲がり部材のアーチ効果は発揮されないため、それを保つ

ための手法を考案する。

- ・ 曲がり部材の軸直角方向に対する振動特性を調べる。
- ・ 初期不正を考慮した弾塑性解析および実験によりデータを蓄積して基準強度曲線との対比を行い、実設計での強度算定式に使用する等価細長比パラメータをより信頼性の高いレベルで位置付ける。
- ・ 本研究では局部座屈を考慮しなくてよいよう幅厚比の小さな断面で解析、実験を行ってきたが、実際にはそのような断面になるとは限らないので、幅厚比が大きい断面における局部座屈を考慮した強度および挙動特性を把握する。
- ・ 今後は、具体的な構造物に適用することを想定した試設計を通して問題点を洗い出し、検討を加えていくことが必要になる。本構造体は最大強度が大きいことが判明したが、実設計では弾性領域における照査事項があり、それにより断面が決定されると有意性が出ない可能性もある。

試設計段階での問題点がクリアできれば、設計法を確立して従来構造との比較を行い、提案する構造体の有意性を確認して、実用化に向けた提案を行う。

### 6.2.2. 将来への展望

本構造は、部材両端の位置が安定で圧縮力が卓越する部材として、また特に座屈強度で圧縮強度が決まるような細長比の大きな領域で有用な構造体である。この構造を利用することで、部材の断面積を減少したり、同じ断面で圧縮強度を大きくすることができるという利点がある。

解析や実験より上記のような特性が判明したため、詳細な検討を加える必要はあるが、現存する構造物へ適用できる可能性が見出せた。具体的な適用例としては、

- ・ 高橋脚（特に我が国の国土条件を鑑みると今後の橋梁では 50～100m にも及ぶ高橋脚を有する山岳橋梁となるケースが多くなり、この新しい構造形式の適用が有利であると予想される。）
- ・ 斜張橋の主塔
- ・ 圧縮力が卓越する構造部材（トラスの圧縮部材、土留工の切梁、クレーンブームなど）
- ・ アーチの面外に対する補強や圧縮構造部材の補強
- ・ 建築構造などにおける両端ヒンジの支柱
- ・ 主として軸圧縮力を考慮すればよい（短期的な）仮設構造

などとしての利用が考えられ、同時に部材を曲線にすることによるデザイン的な効果もねらえる。

さらに、曲がり部材の構造体には以下のような利点もあると考えられる。

- ・ 軸圧縮力が作用する場合の軸直角変位が抑えられるので、変動軸力などが作用する場合における付加曲げモーメントの軽減。
- ・ 真直ぐな部材より初期たわみ量のある程度許容できる製作上のメリット。

ところで、現在の社会情勢からみて今後の構造物においてはそのコストを下げるものが求められる。そのような時代の要請に対して、構造物の目標としては、所定の機能や耐荷力を持つという前提で、小断面化および可能な限りメンテナンス、リプレイス、リサイクルし易い構造や材料の採用が必要となる。そのために、土木構造物設計の現在の動向としては限界状態設計法や性能照査型設計法に移行する段階で、必ずしも規定値にとらわれない設計ができるようになりつつある。

このような時代の流れの中で将来を見通すと、経済性という条件から安易に選択されがちであったコンクリート材料に対して、更新後再利用という面において鋼やその他の材料を用いた構造は優れているといえる。それらが使用される際に、圧縮力が卓越する部材や構造として、この曲がり部材で構成された構造体を適用することが期待される。

## 変数の略説

|                                    |  |
|------------------------------------|--|
| $E$ (kN/mm <sup>2</sup> )          | : 鋼材のヤング係数   |
| $A_a$ (cm <sup>2</sup> )           | : 主部材の断面積  |
| $I$ (cm <sup>4</sup> )             | : 主部材の断面 2 次モーメント  |
| $A_t$ (cm <sup>2</sup> )           | : タイ (および斜材) の断面積  |
| $A_d$ (cm <sup>2</sup> )           | : 斜材の断面積   |
| $f$ (cm)                           | : 曲がり部材のライズ ( $f_1$ , $f_2$ )                                    |
| $\Delta f$ (cm)                    | : 一对の曲がり部材のライズ差 ( $f_1 - f_2$ )                                  |
| $a$ (cm)                           | : 一对の真直ぐな部材および曲がり部材 (主部材) の端部部材間隔                                |
| $L$ (cm)                           | : 主部材の支間長 (真直ぐな部材では=部材長、曲がり部材では≒部材長)                             |
| $P_{cr}$ (kN)                      | : オイラーの弾性 (最小) 座屈荷重 ( $P_{cr} = n^2 \pi^2 EI / L^2$ で $n=1$ のとき) |
| $r$ (cm)                           | : 断面 2 次半径   |
| $\bar{\lambda}$                    | : 細長比パラメータ   |
| $P_{max}$ (kN)                     | : 軸方向最大 (圧縮) 荷重  |
| $f/L$                              | : ライズ-支間比 (ライズ比)   |
| $P$ (kN)                           | : 軸方向作用荷重 (圧縮)   |
| $H$ (kN)                           | : 軸直角方向作用荷重 (モデル頭部に作用)   |
| $v$ (cm)                           | : 軸直角方向 (水平) 変位  |
| $v_0$ (cm)                         | : (最大軸直角方向) 初期たわみ量   |
| $\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )    | : 鋼材の降伏応力度   |
| $\sigma_{rc}$ (N/mm <sup>2</sup> ) | : 圧縮残留応力度  |
| $\sigma_{rt}$ (N/mm <sup>2</sup> ) | : 引張残留応力度  |
| $\lambda$                          | : 固有振動数比   |
| $(f/L)_{lim}$                      | : 固有振動数に関する限界ライズ比  |

## 図表一覧

### 第1章 序論

- 図 1-1 軸圧縮力を受ける柱部材の概念図
- 図 1-2 東京国際フォーラムガラス棟の屋根構造
- 図 1-3 ひらち橋（愛知県豊田市）
- 図 1-4 Stabbogenbrücke（ドイツ シュツットガルト）

写真 1-1 ヤラ川に架かる橋梁（オーストラリア メルボルン）

### 第2章 圧縮力を受ける一对の曲がり部材に対する弾性挙動特性と座屈強度

- 図 2-1 真直ぐな部材と曲がり部材の概念図
- 図 2-2 座屈時変形モード
- 図 2-3 解析モデル
- 図 2-4 座標系と断面形状
- 図 2-5 初期たわみ形状
- 図 2-6 座屈荷重とタイの本数の関係（Type II-1、初期たわみ 1 波-1）
- 図 2-7 座屈荷重とタイの本数の関係（Type II-2、初期たわみ 1 波-1）
- 図 2-8 斜材のある曲がり部材（Type III）と座屈荷重
- 図 2-9 荷重-軸直角変位曲線（タイ 3 本）
- 図 2-10 荷重-軸直角変位曲線（タイ 11 本）
- 図 2-11 アーチの形状と変形
- 図 2-12 曲がり部材に作用する荷重
- 図 2-13 解析モデル図
- 図 2-14 初期たわみ形状（ $v_0=0.207\text{cm}$ ）
- 図 2-15 荷重-軸直角変位曲線（ $L=207\text{cm}$ 、 $f_1/L=0.05$ 、左側部材 L/4 点）
- 図 2-16 提案法による座屈荷重算出のフロー
- 図 2-17  $F(\zeta)=-R/\alpha$  のグラフ
- 図 2-18 荷重-軸直角変位曲線（左側部材 L/4 点）
- 図 2-19 左側部材変形図
- 図 2-20 ライズ比と座屈モードの変化
- 図 2-21 荷重-軸直角変位曲線（初期たわみあり、 $L=207\text{cm}$ 、左側部材 L/4 点 …）
- 図 2-22 実験供試体
- 図 2-23 実験装置
- 図 2-24 弾性実験における最大荷重

- 表 2-1 解析パラメータ諸元
- 表 2-2 Type I の座屈荷重（ $P_{\max}/P_{cr}$ ）
- 表 2-3 Type II-1 の座屈荷重（ $P_{\max}/P_{cr}$ ）
- 表 2-4 Type II-2 の座屈荷重（ $P_{\max}/P_{cr}$ ）
- 表 2-5 Type I の変位（ $v/v_1$ ）
- 表 2-6 Type II-1 および Type II-2 の変位（ $v/v_1$ ）

- 表 2-7 解析モデルの構造諸元
- 表 2-8 タイの断面積を変化させた場合の提案法と FEM との比較 ( $f_1/L=0.05$ )
- 表 2-9 提案法と FEM との結果比較
- 表 2-10 提案法と FEM で求めた座屈および最大荷重の比較
- 表 2-11 提案法による座屈荷重の計算例
- 表 2-12 供試体諸元
- 表 2-13 弾性実験結果のまとめ

写真 2-1 実験状況

写真 2-2 実験状況 (載荷後  $f/L=0.05$ )

### 第 3 章 圧縮力に対する弾塑性挙動と最大強度

- 図 3-1 解析モデル
- 図 3-2 座標系と断面形状
- 図 3-3 初期不整
- 図 3-4 ライズ差の変化による挙動 ( $L/r=116$ ,  $f_1/L=0.05$ )
- 図 3-5 残留応力と変形挙動の関係
- 図 3-6 変形モード ( $L/r=145$ )
- 図 3-7 弾塑性解析における最大強度
- 図 3-8 荷重-軸直角変位曲線
- 図 3-9 実験供試体
- 図 3-10 使用鋼材の材料特性
- 図 3-11 実験装置と変位計・ひずみゲージ取付位置
- 図 3-12 最大強度とその比較
- 図 3-13 荷重-軸直角変位曲線
- 図 3-14 変形モード

- 表 3-1 解析パラメータ諸元
- 表 3-2 最大強度 ( $P_{max}/P_y$ ,  $L/r=116$ )
- 表 3-3 Type II ( $L/r=116$ ) の最大強度 ( $P_{max}/P_y$ )
- 表 3-4 実験供試体諸元
- 表 3-5 最大強度と細長比パラメータ

写真 3-1 実験状況

写真 3-2 実験状況 (載荷後、 $L/r=200$ ,  $f/L=0.06$ )

### 第 4 章 曲げに対する挙動特性

- 図 4-1 解析モデル
- 図 4-2 解析モデルの断面寸法と形状
- 図 4-3 残留応力分布
- 図 4-4 タイおよび斜材の断面積の変化による水平荷重-水平変位曲線
- 図 4-5 主部材端部間隔の変化による水平荷重-水平変位曲線

- 図 4-6 ライズ比を変化させた場合の水平荷重-水平変位曲線
- 図 4-7 初期軸力の有無による水平荷重-水平変位曲線
- 図 4-8 主部材の軸力分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)
- 図 4-9 タイおよび斜材の軸力分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)
- 図 4-10 主部材の曲げモーメント分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)
- 図 4-11 主部材のせん断力分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)
- 図 4-12 主部材の変形モード ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし)
- 図 4-13 水平荷重-水平変位曲線 ( $f/L=0.05$ , 初期軸力なし, 残留応力なし)
- 図 4-14 水平荷重-水平変位曲線 ( $f/L=0.05$ , 初期軸力あり, 残留応力なし)
- 図 4-15 水平荷重-水平変位曲線 ( $f/L=0.05$ , 初期軸力なし, 残留応力あり)
- 図 4-16 軸力分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし, 残留応力なし)
- 図 4-17 主部材の曲げモーメント分布 ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし …)
- 図 4-18 主部材の変形モード ( $L/r=116$ ,  $f/L=0.05$ , 初期軸力なし, 残留応力なし)
- 図 4-19 タイおよび斜材の結合条件に着目した水平荷重-水平変位曲線 ( $L/r=116$ )

表 4-1 解析諸元およびパラメータ

表 4-2 立体解析モデルの種類

## 第 5 章 振動特性に関する検討

- 図 5-1 曲がり部材に作用する荷重
  - 図 5-2  $F(\zeta, \lambda)$  と  $\lambda$  の関係
  - 図 5-3 軸圧縮力を受ける柱
  - 図 5-4 柱の固有振動数と軸圧縮力
  - 図 5-5 軸圧縮力と荷重を受ける柱
  - 図 5-6 平面解析モデル
  - 図 5-7 立体解析モデル
  - 図 5-8 断面形状
  - 図 5-9 構造体端部境界条件
  - 図 5-10 離散化モデル
  - 図 5-11 提案法と QR 法の固有振動数の誤差 (平面モデル, 両端ヒンジ)
  - 図 5-12 初期軸力と振動数比 (平面解析,  $L/r=120$ )
  - 図 5-13 初期軸力と振動数比 (立体解析,  $L/r=120$ )
  - 図 5-14 ライズ比と振動数 (平面解析,  $P=0.4P_{cr}$ )
  - 図 5-15 ライズ比と振動数 (立体解析,  $P=0.4P_{cr}$ )
  - 図 5-16 固有振動モード (正規化モード) (平面解析,  $L/r=120$ ,  $P=0.4P_{cr}$ )
  - 図 5-17 固有振動モード (正規化モード) (立体解析,  $L/r=120$ ,  $P=0.4P_{cr}$ )
  - 図 5-18 限界ライズ比の比率
- 表 5-1 提案法における厳密解と簡便法による解との比較 (平面モデル, 両端ヒンジ)
- 表 5-2 解析諸元と解析パラメータ
- 表 5-3 提案法と QR 法の固有振動数の比較 (平面モデル, 両端ヒンジ)
- 表 5-4 限界ライズ比

## 謝 辞

本論文は、熊本大学の山尾敏孝教授の指導の下、著者が研究してきた成果をとりまとめたものであります。本研究では終始同教授より親切な指導と激励を賜りました。

同大学の崎元達郎教授には、構造全般および本論文をまとめるにあたって貴重なご助言をいただきました。

崇城大学の平井一男教授には、コンピュータ万能の時代にあって、自らの頭で考え、手計算で確認を行うことの重要性を研究を通じて教えていただきました。また、大学在学中に受講した構造力学を通して、研究の基礎となる知識を植付けられていたことに改めて気づき感銘を受けた次第です。熊本大学の渡辺浩助手にはコンピュータの使用法や遠方にいながらの研究に関する相談にのっていただきました。また、同大学の宮崎靖男技官には、本研究での実験を行うにあたり、経験に基づいた適格な援助と指導をしていただきました。同氏のような熟練した技術者が大学においても減少していく将来を憂えずにいられません。

上の方々に対して、ここに心から感謝すると共に厚く御礼申し上げます。

さらに、本研究を進める上で、熊本大学の学生であった永田涼二君、河崎貴仁君、石澤慶保君、谷本一輝君らの協力を得ました。

また、筆者の所属する国土工営コンサルタンツ（株）の社員の方々には種々の配慮と多大な支援をいただきました。

本論文は以上の方々をはじめ、多くの方々のご協力とご支援の賜であります。ここに再度感謝の意を表し、御礼申し上げます。

そして、志半ばにして平成9年1月に他界した弟完に、この論文を捧げたい。思えばその瞬間から本研究を転機として、小生の進むべき道が決まったように思えてなりません。

最後に、長い間陰ながら支えてくれた妻、両親に感謝して、本論文の筆を置くことにします。

平成13年3月

石原 元