

自由な操作活動を重視した四捨五入の学習

知久馬義朗・廣野宏昌*

On the Strategy of Encouraging Children to Form their Knowledge of Round Numbers

Yoshiro CHIKUMA and Hiromasa HIRONO*

(Received May 24, 1993)

In this research, the authors developed the strategy of encouraging children to know how to round off fractions. Based up our own studies, we came to find that, in order to form scientific concepts, it is crucial for learners to do the task of measuring or operating at their will. When the learners must do operating, however, we faced to the difficult problem that feeding back the information about the result of each one operation to the learners was incompatible with accelerating their free volitional activities. We assumed that we could solve this problem by planning a computer assisted group learning. We practiced the sixth-grade children in the elementary school as learners in terms of the classroom learning. As the result of classwork, we found out several significant things. First, learners' operation at their will promoted remarkably their learning about how to round off fractions. Second, learners must be able to round off fractions on one type of numbers, before they intended to operate on many types of numbers. Third, learners had the false-rules on rounding off fractions, but they could reconstruct these false-rules into the correct rules with relative ease. Fourthly, in order to assist their learning, it was enough for us to give quite a simple program to a computer. Lastly, we needed only a few computers in a classroom.

Key words : problem-solving, concept formation, classwork study, false-rule, computer assisted instruction

問 題

筆者は、これまで科学概念の形成を援助する一群の教材開発を試みてきたが、その試みを通して得られた成果の一つとして、次の点を指摘することができる。すなわち、科学概念を形成するためには、授業者による拘束の少ない子供たちの自由な活動の実現が極めて重要である。ここでの“活動”は、当該概念に関連する測定なり演算なりの操作活動を意味する。操作活動は本質的に、操作者にとって、一種の仮説検証活動にほかならない。科学者による仮説の検証活動が、対立仮説、作業仮説の各水準で極めて大きな自由度を必要とする作業でなければならないように、子供たちにとっての検証も、それが彼らの“～かもしれない”、“～なのかなあ”、“～であるはずがない”といった思いを検証する活動としての意味を持つためには、多様な現象を対象にした作業である必要がある。

概念(法則)はたくさんの事例を支配し、なおかつそれ自体は抽象度の高い記号の形で表現されざるをえないがゆえに、それを学ぶためには、たくさんの事例についての検討が必要であろう。

* 現熊本県飯野小学校

しかし、ただたくさんの事例に接すれば良いわけではない。概念・法則を意図的に多くの事例に適用し、その正しさを検討し、その正しさに対する信頼感を少しずつ強めていく作業が、必要である。つまり、概念・法則は、それからの演繹とそれへの帰納とを数多く繰り返すことで、ようやく使いこなせるようになる性質を持ち(高橋, 1977b)、“そういえばそうだった”, “あのときもそうだった”という思いに繋がる経験を何回も繰り返すことなしに、それをわかって使えるようには、けっしてならない。問題の適切な型分けがなされ、なおかつ有効な経験がなされる条件の下に、概念・法則の正しさが一気に納得される場合が時にありえても(細谷, 1977a)、概念・法則を多様な事例に適用してみる経験なしに、たとえばその記号表現を与えられるだけで、その正しさをたちどころに納得し、それを自由自在に使えるようになることは、けっして起こりえない。思考が全身的な身体運動の微小化に由来し、従ってその本来の機能が全身的活動を代行することにあると考えれば、当然であろう。

概念・法則の理解は、いわば“ジグザグ”に少しずつ確かになっていく(細谷, 1970, 1977b)が、多様な事例に概念・法則を意図的に適用し、その正しさの検討を子供たちの意のままに行わせようとする操作が、ここでの“自由な活動”の実現に他ならない。授業者による子供たちの活動の拘束・統制は、子供たちによる“仮説検証”活動を単相な、幅の狭いものにしてしまいかねない。それと同時に、自由な活動の保証こそが、一斉授業の場で数多くの子供たちそれぞれに概念・法則を形成させるための有効な手立てでもある。

いま、“概数”という概念が存在し、概数を作り出す方法の一つに対応して“四捨五入”という概念が存在する。概数を用いることは、我々が数字と有効に付き合うことにとって、欠かせない手立ての一つである。それは、数字の表す量の把握を容易にし、異なる量の多少判断を容易にし、複数の量を演算処理した結果の見通しを容易にする。この長所は、たとえば経済統計や人口統計の処理に当たって、意味を持つ。また、様々な場で概数を作り出すためにもっとも頻りに用いられている方法が四捨五入であることに、異論はないであろう。

この四捨五入をわかって使いこなせるようになるためには、①四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけが問題となる、②任意の位で四捨五入できる、の2点を理解する必要がある。①については、対象となる原数字がたとえ何十桁のものであろうと、四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけを考えればよいにもかかわらず、子供たちは原数字を構成する多くの数字に着目してしまって混乱しているように思われる。また、②については、四捨五入を行う位が異なれば、同じ原数字から生まれる概数は異なるにもかかわらず、四捨五入を行う位が変わるぐらいのことで、同じ原数字から生まれる概数が変わるはずがないと思い込んでいるように思われる。さらに、特定の位(多くの場合は小数第1位)しか四捨五入できない、と誤まれる特殊化を行ってしまっている虞もあろう。

想定されるこのようなつまづきを乗り越え、四捨五入を自在に行えるように子供たちを変えたのであるが、既に述べたように、子供たちによる“自由な操作活動”が彼らなりの仮説検証活動に他ならないなら、その活動の中で“仮説”の適否に関するフィードバックが確実になされる必要があるのは、当然であろう。このフィードバックが欠落してしまえば、自由な操作活動の意味は実質的にはほとんどなくなる。角度や質量のような概念の場合は、必要となる主な操作はその量の大きさを測定する操作であり、測定尺度の目盛りの読み取りによって、ほぼ自動的にこのフィードバックがなされる(知久馬, 1990, 1991)。しかし、演算操作が必要となる四捨五入の場合には、演算結果の正誤を表示する何らかの策が講じられないかぎり、“仮説”の適否に関するフィードバックはなされえない。

ここで問題となるのは、演算結果の正誤を確実に表示することと、授業者による拘束をできるだけ少なくして子供たちに自由な操作活動をさせることという、互いに相性のよくない二つの要求をどうすれば充足できるのかということである。とりあえず四捨五入に限定してしまえば、この問題を解決するための一つの答え、すなわち子どもたち一人一人に自由な演算操作を行わせ、なおかつその結果についてのフィードバックをできるだけ早く確実にを行うことを実現する一つの方法は、コンピュータを用いることだと考えられる。①授業者が与えたのではない、個々の子供が思いついた数字を、整数と小数とを問わず、たとえ十数桁の数字でも自由に入力でき、その数字についての四捨五入を行うことができる、②四捨五入を行った正解が即座に画面に表示され、子供たち自身の予測する演算結果との対照が容易になされる、③四捨五入する位を思いのままに変えられる、という3点を実現できるプログラムを作るならば、授業でコンピュータを使うことは、大きな利益を産み出すであろう。

ただし、コンピュータを利用して授業を行う場合でも、通常のCAIやプログラム学習のように、授業の場を個々の子供とコンピュータと授業者で実質的に閉じる授業の個別化を行ってはない。学習が集団でなされるからこそ、個々の子供たちの思考は、個人の枠を越えて豊かで幅の広いものになる(高橋, 1977a)。授業では、思考の場に多様な背景を持ち、多様な行動を示す子供がたくさん存在し、個々の子供がその多くの子供から互いに啓発を受けることが必要であり、個々の子供の認識が飛躍的に発展するためには、子供たちが多くの“無駄話”を含む雑談や意見をわいわい交わしながら学習を進めていくほうがよい。

本研究では、以上を考慮し、上の条件を充たしたコンピュータ・プログラムを開発し、そのプログラムの制御下にあるコンピュータを用いて授業を行うことにする。そして、授業経過の検討を通して、自由な操作活動の実現が科学概念の形成を促進するかどうかを確かめたい。さらに、できれば、上で想定した子供たちのつまずきが実際に存在するかどうかを確かめたい。

コンピュータ・プログラム

作成したコンピュータ・プログラムを“LIST1”に示す。プログラム言語は、富士通FMシリーズ用F-BASICである。プログラム中の“K”は、四捨五入を行う位を決定する変数で、“K=-1”なら小数点第3位で、“K=0”なら第2位で、“K=1”なら小数点第1位で、“K=2”なら第1位で、“K=3”なら第10位で、それぞれ四捨五入の操作が行われる。これ以外の数字の代入も、可能である。

```
◇LIST1
10 CLS
20 K=1:T=10^(k-1)
30 INPUT “イレタイ カズハ”;A
40 PRINT:PRINT
50 A=A/T
60 A=INT(A+0.5)
70 A=A*T
80 PRINT “ケッカハ ”;A
90 END
```

授 業

(1) 授業の要点

公立小学校の6年生22名を学習者に、1991年11月22日に約60分間の授業を行った。問題の項で述べたことにもとづき、①子供たちの扱う事例をできるだけ多くする、②扱う事例の特定を子供たちに行わせる、③そのためにコンピュータに自由に触らせる、④子供たちの相互啓発を保証するために、コンピュータを1台だけ使い、わいわい言いながら授業を進める、という4点に留意して授業を進めた。授業目標は、“四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけが問題となる”を理解することであるが、子供たちの解くべき直接の問題は、“入力と出力をもとに、コンピュータが内部でどういう演算を行っているかを推理せよ”である。つまり、コンピュータをブラックボックスに見立てていることになる。授業者は、学級担任である。

(2) 授業記録

T: (教科書の問題を読んだ後) “1kg未満を四捨五入して表す”て、何ね?^{J1}/CC: …^{J2}/
T: コンピュータにね, “1未満を四捨五入して表しなさい”って教えました。^{J3}/C: で, なったの?^{J4}/T: 教えた, コンピュータの言葉でね, コンピュータに, 数入れてみます。何でも好きな数でいいです。/O: 子供の要求する数を入力した。/C: 2.33。^{J5}/C: 2だ!/C: わからん, あーん。^{J6}/C: 6.66。^{J7}/C: 7?^{J8}/C: 本当におしたと?^{J9}/C: 39.4。^{J10}/C: 39。/CC: えー, えー?^{J11}/C: わかった?^{J12}/O: 子供たちががぜん乗ってきた。/C: 3.25を入れます。^{J13}/
T: いくつになると予想しますか?/C: わからんけん, すっとたい。^{J14}/CC: ハハハ。/CC: (答えが3になったのを見て)えー?^{J15}/CC: 33じゃない, 3.3て言いよった。/C: 3.45をします。^{J16}/T: 予想は?/C: わからん。^{J17}/C: 4! 4!^{J18}/CC: (答えが3となったのを見て)えー? なんで?/^{J19}/C: あたりまえたい。^{J20}/C: 3.49をします。^{J21}/T: 予想は?/C: 3! 3! 3! ほらー, 3だ!^{J22}/C: ほか, 何かあるかな?/^{J23}/C: 3.51を入れます。^{J23}/CC: 4! 4! 4!^{J24}/CC: ほーらあ!^{J25}/T: 小数は2桁でも, 3桁でもいいんだよ。/C: 0.5をします。^{J26}/CC: ほら, 1だった。^{J27}/C: 先生, 何桁まで入れらるっと?^{J28}/T: おそらく15桁まで。壊れやせんから, 何でも。/C: 34.555を入れます。^{J29}/T: いくつになる?/CC: 35。35だろ。^{J30}/CC: ほら, 35。^{J31}/C: 37.654321をします。^{J32}/CC: 38! 38!^{J33}/CC: 38だ。^{J34}/C: 37.55を入れます。/T: ちょっと待って下さい。どうしてなのでしょう?言葉で説明してくれませんか。いま先生はコンピュータ語で教えてあります。日本語にしてよ。^{J35}/C: 0.1~0.9までを四捨五入する。^{J36}/C: 同じ。1未満だから, 1から上はできなくて, 0.9まで四捨五入。^{J37}/C: 整数は四捨五入できなくて, 小数が入ったら四捨五入できる。^{J38}/C: 小数点第1位を四捨五入してる。^{J39}/T: 第2位は?/C: してない。^{J40}/C: 残ってるはずじゃないか?^{J41}/CC: ザワザワ^{J42}/O: 一生懸命パソコンをいじくっている。/T: 言葉で説明してください。/C: 第1位は四捨五入して, 2位からは切り捨てる。/CC: です。/T: 試してみようかな。39.999999は, いくつでしょう?/CC: 40! 40!/CC: ほらー!/C: 先生, それじゃ, 験せない。39.49999。^{J43}/T: いくつになる?/CC: …^{J44}/CC: 39!/T: ならたいてい, 37.49は?^{J45}/CC: 37!^{J46}/T: じゃあ, 第1位は四捨五入して, 2位は切り捨てて, 39になる数をできるだけたくさんノートに書いて下さい。/C: 小数点1位までですか?/T: 小数第2位も, 小数第3位もいいですよ。^{J47}/C: えー, そら, 相当増える!^{J48}/CC: たーいぎゃ,

ある！^{J49}／CC：無限にある！^{J50}／T：誰か無限にあると言ったけど、39になる数は、どこからどこまでですか？／CC：（全員がすんなり）38.5以上、39.5未満！

考 察

(1) 自由な操作活動による科学概念の形成

本研究の主な課題は、自由な操作活動の実現が科学概念の形成を促進するかどうかを確かめることであった。結論を先に述べれば、四捨五入の理解という場合でも促進すると判断してよい。

本研究で学習者となった子供たちが6年生で、4年時に四捨五入を学習済みであることは当然、子供たちの一部が四捨五入をできるようになっていることを意味する。しかし、このことは同時に、子供たちのすべてが四捨五入を完全にわかりきっていることまでは意味しない。実際、5年生を対象とした調査では、四捨五入の通過率は6割強にすぎないことが、報告されている（藤本、1993）。本研究においても、四捨五入がわかっていないことを示す数多くの反応を、子供たちが授業中に示している。彼らは当初、戸惑ったり訝しがったりしている様を表す発言（J2, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 19）しか示していない。

しかし、そのような子供たちの反応が、“3.45”を入力した時点を境に、急激に変化している。“3.45”の入力を契機に、四捨五入がわかったことを示す発言（J18, 20）が出現し、これ以後、急にこの種の発言（J22, 24, 25, 27）だけがなされるようになる。そして、このように子供たちの予想が確実に的中するようになった後、すなわち四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけに彼らが着目できるようになった後には、彼らの着眼点の変化を示す発言、すなわち入力する数字の桁数を意図的に変える発言（J26, 28, 29, 32）も見受けられるようになる。最終的には、適切な論理展開に基づく正鵠を射た判断（J43, 48～50）もなされている。特に、発言J43の存在は、特筆に値する。この発言は、発言者たる子供が、“土着の知識”によってではなく、“外来の知識”を駆使して¹⁾授業者の意見の適否を検討し、そのうえ適切な代案まで提案できるようになっていることを、示している。

授業の流れは、四捨五入がほとんどわからない、ないし十分にはわかっていない状態からそれを確実にわかった状態への変化と、とらえてよいであろう。上であげた諸々の反応は、子供たちが演算（四捨五入）結果の予測を行うことができ、しかもその予測が正しいものであることを示している。これらの様々な反応の存在からすれば、本研究で企画した授業は、子供たちの（思考を含めた）活動を活発にし、その活動を仮説検証活動に高め、結果として検証の在り方の適否を検討できるほどに確かな概念を子供たちの中に形成させえた、と結論してよいであろう。

授業記録からは、さらに以下の2点についての示唆がえられる。まず、すでに述べたように、入力する数字の桁数を子供たちが意図的に変えるようになったことを示す一連の発言（J26, 28, 29, 32）が、授業の後半でなされている。この事態に先立って、四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけに着目すればよいことを彼らがわかっていることは、一連の適切な予測（J22, 24, 25, 27, 30, 31, 33, 34）と発言（J36～40）で確認できる。さらに、このことをわかる以前の時点では、子供たちの入力する数字の桁数が、授業者による何の統制もないにかかわらず、すべて小数点第2位までのものに限られている（J5, 7, 10, 13, 16, 21, 23）ことも、授業記録から明らかである。

すなわち、子供たちの思考は授業の中で、①どのように四捨五入をすればよいかかわらず²⁾、

それ以外のことを考える余地がない、②四捨五入を行う位の数字だけに着目すればよいのではないかと気づき、それに従った“仮説”を立てる、③その“仮説”に基づいて予想を立て、その予想が何回か続けて的中し、自分の立てた“仮説”の正しさを確信する、④正しさを確信された“仮説”が思考の基盤（つまり知識）となって、異なる桁数の数字について四捨五入を行ってみようとする余地が生じる、⑤異なる桁数の数字にも“仮説”を適用して予測を立て、その予測が続けて的中し、“仮説”の正しさをますます確信する、という過程をたどって発展していった、と考えてよいであろう。

このことは、問題の項で指摘した授業目標のうちの一つ（四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけが問題となる）に限定して考えても、子供たちが様々な形態と桁数⁹⁾を持つ数字に対して四捨五入を自在に行えるようになるためには、多様な形態・桁数の数字を扱う前に、特定した形態・桁数の数字について、四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけに着目すればよいのだということをわからせておくことが、たとえそのことによって“誤れる一般化”⁴⁾が起ころうとしても、必要であることを示唆していよう。一般的な表現で言い表せば、子供たちが多様な事象を思考の対象とし、それら多様な事象に法則を自在に適用できるようになるためには、多様な事象を取り上げる以前に、特定の問題の型⁹⁾、つまり一定の事象に対して当該法則を自在に適用できるようになっておくことが必要だ、ということになる。これが、授業記録からえられる示唆の一つである。

次に、本授業では、問題の項で挙げた二つの授業目標のうち、“四捨五入を行う位の数字が4以下か5以上かだけが問題となる”だけしか扱っていない。上述したように、この授業目標に関して、子供たちの思考は順当に発展し、目標は達成されたと判断してよい。このことからすれば、もう一方の授業目標である“任意の位で四捨五入できる”の達成も、本授業と同じ方略、すなわち授業者による統制を最小に押さえて、子供たちによる自由な操作活動を保証する、しかも多様な事例を取り上げ、個々の操作結果に対するフィードバックを確実に行き、なおかつ子供たちの間の自由なコミュニケーションを妨害しない、という方略をとることで十分に実現できる可能性が強い、と考えられる。これが、第2の示唆である。

もちろん、本授業で発言 J38 がなされていることは、問題の項で想定した子供のつまずきのうち、“特定の位（多くの場合は小数第1位）しか四捨五入できない”と表現できる誤った考えが、まさに子供たちの中に存在していることを、示唆している。しかし、この考えの存在は、本授業が小数点第1位を四捨五入する型の問題のみを扱っていることに起因して生じた事態（すなわち“誤れる一般化”の発生）だと、考えることができる。そうだとすれば、このつまずきは、多様な形態と桁数とを持つ数字に対して四捨五入を行ってみることを誘発する発問を提示すれば、簡単に克服できるであろう。実際、本授業ですでに、子供たち自身が、数字の桁数を多様にする形でこの問題を解決する兆候を垣間見せてもいる。この点については、上で触れた。

(2) 子供たちのつまずき

想定した子供たちのつまずきが実際に存在するかどうかを確認することも、本研究の課題の一つであった。この課題の解決は、本授業記録だけからは、十分にできない。しかし、問題の項で想定した3種類のつまずきのうち、“四捨五入を行う際に原数字を構成する多くの数字に着目してしまう”というつまずきについては、次の点から存在すると推測できる。すなわち、多様な桁数の数字についての予想が連続して的中するようになり（すなわち思考の発展の⑤段階）、授業者の発問 J35 に対して正しく解答しうる（J36～39）ようになった後の時点でも、発言 J41 に対してク

ラス全体がざわつき (J42)、検証問題 J43 に対してしばらく沈黙が支配している (J44) ことからすれば、この時点でもなお、当該する桁以外の桁の数字の処理は明らかに、子供たちの中で明確にはなされていらない。ただし、この点のつまずきが本授業ですでに子供たちによって克服されていることも、すでに述べたように、これ以降適切な発言(検証問題 J45 に対する解答 J46、指示 J47 に対する反応 J48~50) がなされていることから、明らかである。

また、“特定の位しか四捨五入できない”というつまずきが存在すると考えられることは、すでに本項(1)節で指摘した。今回推測された、このつまずきの発生の簡単さからすれば、子供たちの行う体験に偏りが生じる場合、このつまずきはいつでも発生すると考えておくべきであろう。“四捨五入を行う位が変わるぐらいのことで、同じ原数字から生まれる概数が変わるはずがない”とするつまずきについては、その存在を検討できる情報が、本授業からは得られていない。

(3) コンピュータ・プログラムの適否

以上にくわえ、本研究からは、さらに示唆が2点得られる。第1の示唆は、科学概念を形成する目的でコンピュータを利用しようとする際に必要となるプログラムは、簡単なものでよいということである。子供たちの行う自由な仮説検証活動を側面から支え、必要なフィードバックを与えうるといった条件の充足が重要であり、コンピュータの操作が多少煩雑になることの欠点は、致命的ではないと判断してよい。たとえば、プログラム“LIST1”では、入力のためにRUN指令が必要となるが、授業記録は、子供たちの思考の着実な発展(既述)がこの煩雑さによって妨害されなかったことを、明らかに示している。この意味で、プログラム“LIST1”は、妥当だったと判定できる。

しかしなお、プログラム“LIST1”に改良してよい点が若干あることも、事実である。“LIST1”では、四捨五入を行う位を変えるためには、一々LISTを表示し、“K”の値を変えることが必要となる。その際に生じる煩雑さは、RUN指令の実行にともなうそれよりもはるかに大きい。本授業では、“任意の位で四捨五入できる”を授業目標として取り上げていないが、この目標が授業で取り上げられた場合、この“煩雑さ”が子供たちの活動の流れを損なう危険を内包しているとも言える。今後、LIST表示の手間なしに自在に位を変えることができるプログラムを開発する必要がある。

第2の示唆は、授業で用いるコンピュータの数は少しでよい、ということである。“CAI”という言葉と通常結び付いている情景は、教室の中にコンピュータがたくさん並び、一人の子供がそれぞれのコンピュータと向き合っている、というものではないかと思われる。しかし、授業で子供たちの思考が順調に発展するために重要なのは、子供たちに自由な仮説検証活動を保証し、記号の操作と全身的活動との対応づけを保証することであり、この情景が示す授業の在り方は、必ずしもよい結果を産むとは限らないであろう。本研究の結果からすれば、場合によっては、コンピュータがたったの1台でもよい結果を産み出さうのだと考えられる。

註

- 1) 土着の知識、外来の知識については、細谷(1969)を参照のこと。
- 2) 四捨五入が問題になっていることを子供たちが認識していることは、授業者の発言J1, 3とそれに対する子供の反応J4から、一応保証される。

- 3) ここでの“形態”とは、たとえば整数、小数、0がたくさんある数字、0がない数字、等を意味する。また“桁数”は、桁が大きい、小さい、等を意味する。
- 4) 誤れる一般化については、細谷（1970, 1976）を参照のこと。
- 5) 問題の型については、細谷（1977a）を参照のこと。

付記：第一著者は、全体の研究計画と援助方略の立案、および本稿の執筆を担当し、第二著者は、コンピュータ・プログラムの作成、および授業の実施を担当した。

文 献

- 知久馬義朗 1990 児童の角度概念 熊本大学教育学部紀要（人文科学），**39**，335-351
- 知久馬義朗 1991 質量保存に関する子供の誤ルールとその組み換え 東北教育心理学研究，**4**，1-14
- 藤本裕人 1993 概数概念の形成の試み 熊本大学教育学部卒業論文
- 細谷純 1969 学習とレディネス 岡本夏木他（編）発達と学習 金子書房 pp. 1-32
- 細谷純 1970 定義，再定義，そして再々定義 授業研究，**87**，114-119
- 細谷純 1976 認識のつまずきと認識の発展 わかる授業，**3**，130-137
- 細谷純 1977a どうなったら「ルール」は形成されたといえるのか わかる授業，**9**，125-133
- 細谷純 1977b 「ルール」づくり，「実例」さがし，そして「体系」のつくりかえ わかる授業，**10**，126-134
- 高橋金三郎 1977a 主体的な子どものための教授学と「ぬすむ」ための教授学 わかる授業，**8**，137-147
- 高橋金三郎 1977b 実践的認識論 わかる授業，**9**，134-147