

リーダーシップ P-M の相乗効果に関する数理解析*

佐藤 静一・釘原 直樹**

The Mathematical Analysis of the Interactive Effect of Leadership P and M

Seiichi SATO and Naoki KUGIHARA

(Received September 1, 2000)

問 題

本研究は、教師のリーダーシップ P-M の相乗効果について数理解析を行ったものである。これまで、リーダーシップ P-M 4 類型の妥当性、即ち、モラル等結果変数に及ぼす効果について、実験室や産業企業体、官公庁、学校等の各フィールドにおいて数多くの研究が行われてきた。その結果、モラルや業績等様々な結果（従属）変数において PM 型において最も優れ、次いで M 型乃至 P 型が続き、pm 型において最低となる結果が見出された（三隅，1984）。そして、この最優位の結果を示す PM 型リーダーシップの機制については、P 行動と M 行動の総和（加算）効果ではなく、両行動の相互作用（相乗）効果によるものであるとの解釈がなされてきた（三隅，1984，1994）。それを裏付けるものとして、P-M 4 類型と社会的勢力との関係を吟味した研究（三隅，1984）や、計算問題（藤田，1975）や迷路学習（釘原・三隅，1984）における硬さや固着傾向との関係を分析した研究が上げられる。例えば、社会的勢力との関係では、PM 型が専門勢力を相対的に強く反映しているのに対し、P 型は強制や報酬勢力を、また M 型は準拠勢力を、pm 型は正当勢力を反映するなど 4 類型間で質的に異なっていること。また問題解決を阻害する習慣的な硬い構えや、また迷路内で何度も往復するといった固着傾向が、PM 型の下では最も生じにくく、P 型等の下で最大となるといった結果は、P と M の加算効果というより、相乗効果を強く示唆するものであろう。

ただ、こうした解釈は、相互作用（相乗効果）仮説を直接に裏付ける研究結果から導かれたというよりも、P 及び M 型での結果（効果）の因果を敷衍しても、PM 型の優位性（質の違い）が説明できないところからくる、いわゆる背理法による証明（間接証明）と言えなくもない。

これに対し、P-M の相互作用効果をより直接的に分析するために、モラル等の結果変数を外的基準変数、P 及び M 行動を予測（説明）変数とする重回帰分析や数量化理論を適用した統計分析的研究がある。黒川（1975）は、産業企業体でのデータを基に、P、M 得点からのモラル得点を推定する重回帰等式と重相関係数とを求め、次のような結果を見出している。即ち、M 行動のモラルに与える効果は P 行動よりも大きいこと。そして、P 機能と M 機能共通してモラルにポジティブな効果を示すのは P も M も高い領域においてであった。pm の領域におけるリーダーシップ得点の上昇に比べて PM の領域における同程度の得点の上昇の方が、モラルに及ぼす効果は大であった。また、P 機能は領域によってはモラルに対しネガティブな効果を及ぼす

* 本研究は日本グループダイナミクス学会第 44 回大会（1996 広島大学）において発表された。

** 九州工業大学工学部

ことがありうるというものである。そして、リーダーシップ M 機能は、P 機能がポジティブに機能するための必要条件であると考察された。また、佐藤・篠原 (1976) は、小学生 4～6 年生を対象に、P-M 4 類型を更に 4 分割した 16 類型 (実際には 12 類型) の学校モラルの高低の結果を担任教師の P、M 行動を予測要因として林の数量化理論 II 類を適用した分析を行っている。その結果、M 行動の予測力が P 行動の予測力よりも極めて高い (モラル項目によって 2 倍から 18 倍高い) ことを示した。そして、M 行動が高い場合には P 行動との間に相互作用効果 (4 類型間の効果性順位が従来のもものと一致) が見出された。しかし、M 行動が低下するにつれて下位領域での P-M 4 類型間には、必ずしも PM 型の優位性が見出されなかった。

一方、以上の研究が P、M 行動の量的変動に伴うモラル等の結果変数との関係についての分析であったのに対し、P、M 行動それぞれ自身の質的变化の視点から P-M 相乗効果仮説を実証しようとした研究 (Misumi, 1994; Misumi, Maiya, Arima, & Hafsi, 1990) がある。Misumi らは、企業体での調査データを基に圧力 P 因子と M 因子の関係についての分析から次のような結果を見出している。即ち、圧力 P 得点は M 得点の増加に伴い低下する、しかし M 行動得点が更に増加し中位点を過ぎると圧力 P 得点は再び幾分上昇する。そして、M 得点が中位点以下の場合、圧力 P 得点の増大は外圧として経験されるのに対し、M 得点が中位点以上の場合、圧力 P 得点は適度な緊張感、即ち内発的動機づけを促進する程々の緊張感として質的転換するのではないかとの解釈が行われている。何れにしても以上の諸研究結果は、PM 型優位性の機制が P と M の単純な加算効果ではなく相互作用 (相乗) 効果であることを実証するものといえよう。但し、以上の諸研究の場合においても厳密に言えば間接証明に止まらざるを得ないと言えよう。

本研究は、教師のリーダーシップ P-M の相互作用 (相乗) 効果をより直接的に裏付けるべく、予め設定した相乗効果モデル (数理モデル) に実際のデータを当てはめることによって分析せんとしたものである。なお最近、大河内・杉万 (1995, 2000) は、リーダーシップ P-M 効果性に関し種々の数理モデルの構成を精細に行っている。ただ本研究では、教師のリーダーシップ P-M 行動の連続的变化に伴って学校モラル等の変数がいかなる変動を示すのかを単純な線形モデルで分析を行った。具体的には連続量としての M 行動が相対的に低い場合と高い場合に、同じく連続量としての P 行動が 1 単位増大した場合のモラル等の変動量が同じ (P と M の加算効果のみで説明可能) であるのか、異なる (P と M の相乗効果を想定する必要がある) のかについて分析せんとしたものである。

方 法

分析の対象にしたデータは、小学校 4～6 年生、31 学級の児童 1,018 名、及び中学校 1～3 年生 30 学級の生徒 1,119 名の、担任教師に対する P、M 行動得点 (標準得点) 及び学校モラル得点 (標準得点) である (佐藤, 1993, 佐藤・服部, 1993)。学校モラル得点は、小学校が「授業理解、学級連帯性、学校満足、学習意欲の 4 因子の合計 (標準得点)」、中学校が「授業理解、学級連帯性、校則、学校満足、心身の安定、学習意欲の 6 因子の合計 (標準得点)」である。小・中学校の担任教師のリーダーシップ P-M 行動は、三隅・吉崎・篠原 (1977)、三隅・矢守 (1989) の作成した質問項目に若干の訂正・追加して使用した。調査時期は小・中学校とも 2 学期の 11 月～12 月の初めである。

分析は、モラル等結果変数 (z) を、リーダーシップ P, M 行動 (x, y) の各単独 (主) 効果と

両行動の相互作用効果 (xy) の総和, 即ち,

$$z = axy + bx + cy + d \cdots \cdots (1)$$

によって表現するモデルを提示した.

パラメーター (a, b, c, d) の推定は最小 2 乗法を用いた. これはモデル式 (1) による推定得点 (z) とすると実測値 (z') の差の 2 乗和

$$Q = \sum (z - z')^2 \cdots \cdots (2)$$

を最小にするような, 即ち極小値を与えるようなパラメータを見いだすことである. まずこのパラメータ a, b, c, d を決定する必要がある. そのために Q を各パラメータでそれぞれ偏微分してそれを 0 とおき, 連立方程式を解くことを試みた. 具体的には上式 (2) を a についてまず偏微分すれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial a} &= \frac{\partial}{\partial a} \sum (z - z')^2 = \sum \frac{\partial}{\partial a} \sum (z - z')^2 = \sum \frac{\partial}{\partial a} (axy + bx + cy + d - z')^2 \\ &= \sum 2xy (axy + bx + cy + d - z') = 2 \sum xy (axy + bx + cy + d - z') \\ &= 2 \sum ax^2y^2 + 2 \sum bx^2y + 2 \sum cxy^2 + 2 \sum dxy - 2 \sum z'xy \cdots \cdots (3) \end{aligned}$$

となる. 同様に b, c, d についても偏微分する. そのようにして得られた 4 つの式を全て 0 として, 4 元の連立方程式を解くことを試みた.

結果と考察

小学校のデータに関して, 以上の手続きで得られた式が

$$z = -0.013 + 0.089x + 0.511y + 0.034xy \cdots \cdots (4)$$

である. この式では z がモラルの高さ, x と y が P と M のそれぞれのリーダーシップ行動の強さを意味する. 式 (4) の z を高さとして立体的な等高線図として表したものが図 1 である. なお図中の楕円は人数の分布を示すものである. この楕円は次の式で表される.

$$\frac{x'^2}{(1.183)^2} + \frac{y'^2}{(0.775)^2} = 1 \cdots \cdots (5)$$

$$\frac{x'^2}{(2 \times 1.183)^2} + \frac{y'^2}{(2 \times 0.775)^2} = 1 \cdots \cdots (6)$$

$$\frac{x'^2}{(3 \times 1.183)^2} + \frac{y'^2}{(3 \times 0.775)^2} = 1 \cdots \cdots (7)$$

なお

$$x' = x \cos (45^\circ) + y \sin (45^\circ) \cdots \cdots (8)$$

$$y' = -x \sin (45^\circ) + y \cos (45^\circ) \cdots \cdots (9)$$

である. 標準得点どうしの場合, 楕円の軸の傾きは 45 度となる. それから各式の分母は標準偏差を表している. これは P と M の標準得点をマイナス 45 度回転させて長軸と短軸の標準偏差をとったものである. 式 (5) は標準偏差 (SD) が 1 の楕円であり, 式 (6) は SD2 の範囲, 式 (7) は SD3 の範囲である. SD3 の楕円の範囲にはほぼ全員が入ることになる. なおこの図で P と M の標準得点が両方とも 3 の場合のモラル得点は 2.10 であり, 両方とも -3 の場合は -1.50 である. 等高線はこの間を 10 等分したものである.

図 2 は M の得点が異なる場合に, P 得点の変動によってモラルがどのように変動するかを示

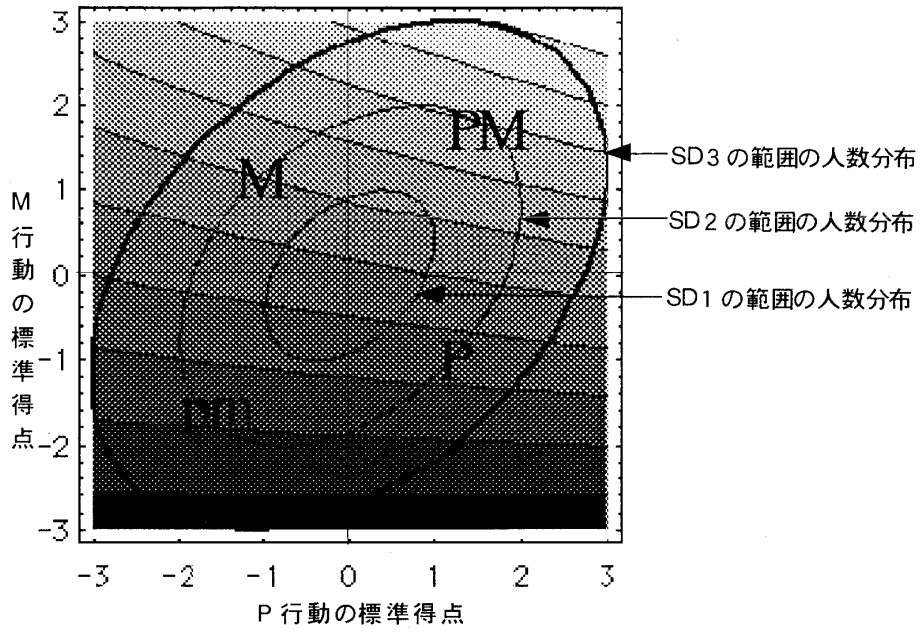


図1 PM リーダーシップ行動とモラルの関係の等高線と人数分布 (小学校の場合)
 註) 白い部分がモラルが高いことを示す

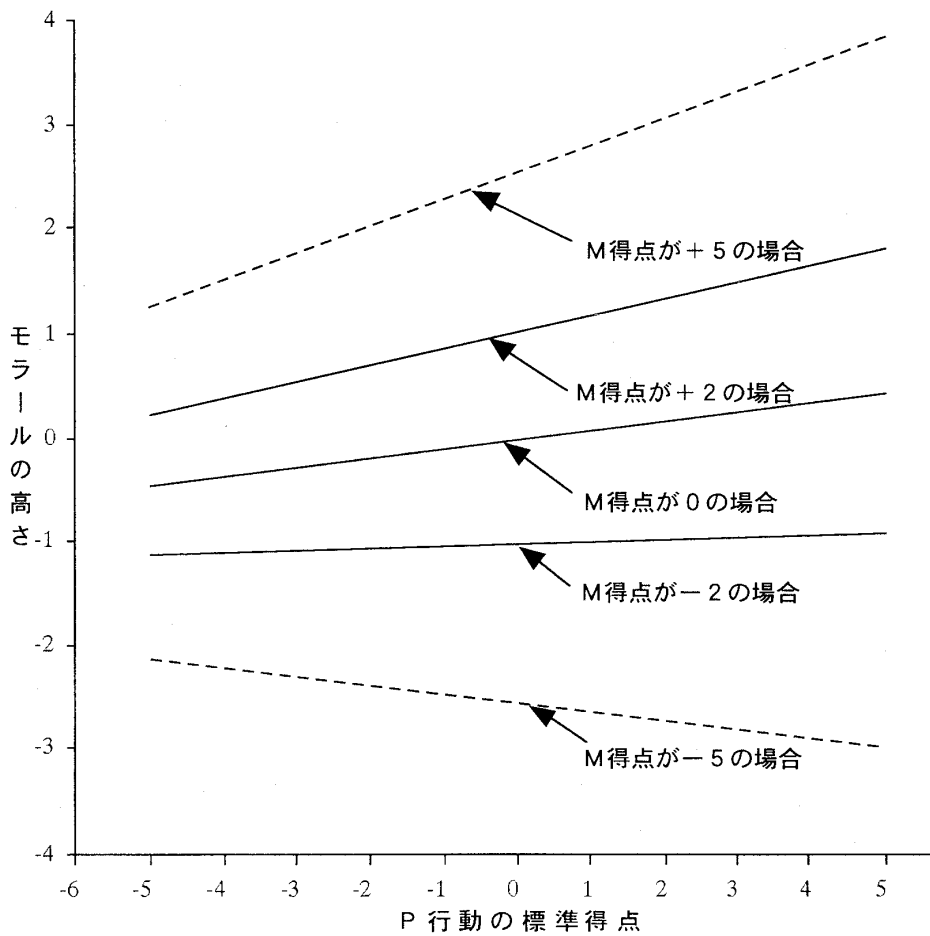


図2 M 得点を固定した場合の P 得点の変動にもなうモラルの変動 (小学校の場合)

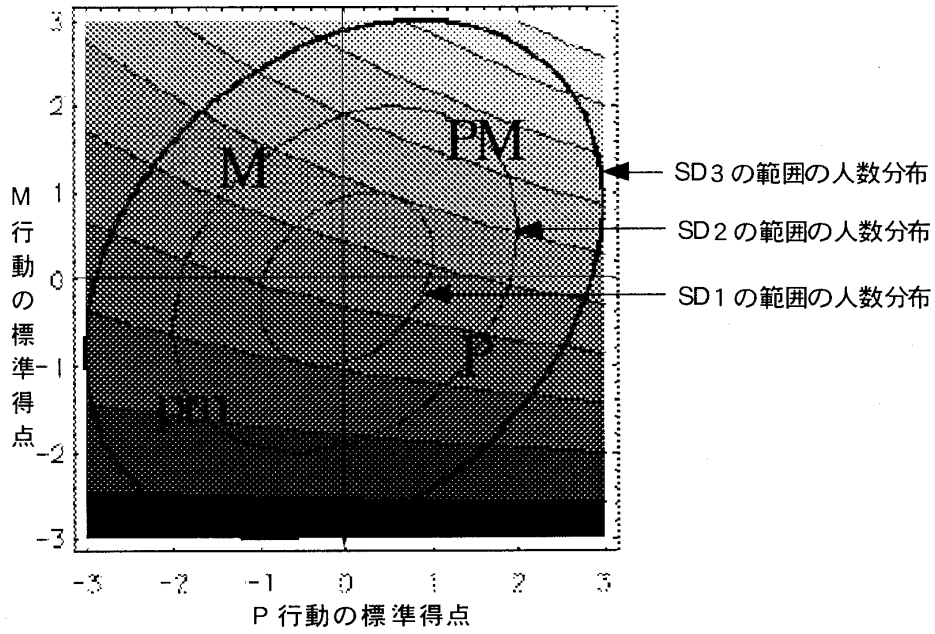


図3 PMリーダーシップ行動とモラルの関係の等高線と人数分布（中学校の場合）
 註）白い部分がモラルが高いことを示す

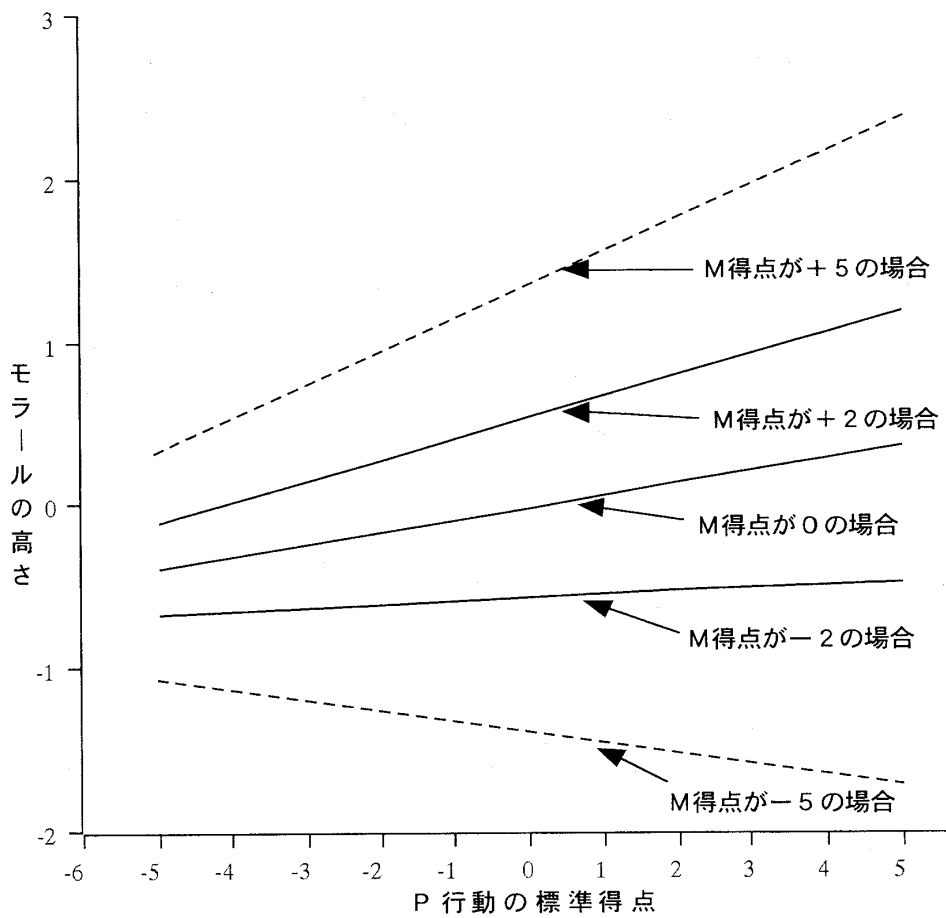


図4 M得点を固定した場合のP得点の変動にともなうモラルの変動（中学校の場合）

したものである。

中学校の場合の結果は次の通りである。

$$z = -0.008 + 0.074x + 0.277y + 0.027xy \cdots (10)$$

式(10)の z を高さとして立体的な等高線図として表したものが図3である。なお図中の楕円は人数の分布を示すものである。この楕円は次の式で表される。

$$\frac{x'^2}{(1.135)^2} + \frac{y'^2}{(0.843)^2} = 1 \cdots (11)$$

$$\frac{x'^2}{(2 \times 1.135)^2} + \frac{y'^2}{(2 \times 0.843)^2} = 1 \cdots (12)$$

$$\frac{x'^2}{(3 \times 1.135)^2} + \frac{y'^2}{(3 \times 0.843)^2} = 1 \cdots (13)$$

この図3でPとMの標準得点が両方とも3の場合のモラル得点は1.29であり、両方とも-3の場合には-0.82である。等高線はこの間を10等分したものである。図4はMの得点が異なる場合に、P得点の変動によってモラルがどのように変動するかを示したものである。

以上の結果から小・中学校ともに次のようなことが示唆される。

第1にPとMは完全に独立ではなく、楕円状の分布をしていることである。そのために平均値によってP-M 4象限を分割した場合、PMとpmの領域の人数がPやMの領域の人数よりも多くなる。

第2に明らかなのは、このデータの場合、モラルはMによって強く規定されていることである。それは等高線が殆ど水平になっていることによって示されている。この結果は、先に示した、黒川、佐藤・篠原らの結果とも一致するものである。

第3は、図1, 3の上の部分、即ちMが高い所、特にPMの領域ではPの上昇によってモラルが上昇する傾向があるが、Mが低いところではPが上昇してもモラルは殆ど変化しないことも示されている。これはMが高いところでは等高線が右下がりになっているのに対して、Mが低いところでは水平になっていることから示唆されるものである。更に、図2, 4よりM得点が高いところでは、P得点の上昇によってモラルも上昇するが、M得点が高いところではP得点の変動がモラルに影響しないことが示されている。Mの標準得点が-5といった実際にはあり得ないような低い得点の場合には、P得点の上昇によってモラルがかえって低下することが理論的には考えられる。即ち、M得点が高い場合にはリーダーシップP行動がモラルにポジティブに影響し、一方M得点が高い場合にはP行動がモラルに影響しないか、場合によってはネガティブに影響するということになる。言い換えれば、リーダーシップP行動がポジティブに機能を発揮するためには、十分なM行動を欠かせないということにもなるであろう。

最近、学校では学級崩壊や不登校など様々な問題が噴出し社会問題化している。文部省は、学級経営研究会(研究代表者、吉田 茂)(2000)による「学級経営の充実に関する調査研究」の最終報告書を著している。それによると、学級がうまく機能しない150学級の事例のうち、最も多いのが、教師の学級経営が柔軟性を欠いている事例(104学級)、次いで多いのが授業の内容と方法に不満を持つ子どもがいる事例(96学級)等であった。何れも、他の諸要因が複雑に絡んでいるとはいえ、教師の指導性(リーダーシップ)が重要な要因の1つになっていることは言うまでもないであろう。

本研究での教師のリーダーシップP-Mの相乗効果の分析は、教師の「愛を伴わない」鞭と、「愛の鞭」との質的な違いを行動論的に実証したという点で示唆を与えるであろう。

(付記) 実際のデータと加算, 相乗両モデルでの適合性の比較.

加算効果モデル $z = ax + by + d$ を当てはめて得られた式は次の通りである.

$$\text{小学校 } z = 0.086x + 0.508y + 4.606 \times 10^{-9}$$

$$\text{中学校 } z = 0.069x + 0.277y + 3.403 \times 10^{-9}$$

そこで, 相乗効果と加算効果モデルへのデータへの当てはまりのよさを比較するために赤池の AIC (林・鈴木・赤池 (1986) の情報量基準) を算出した. これは, $AIC = (-2) \log_e (\text{Maximum Likelihood}) + 2 (\text{Number of Parameters})$ と定義されている. *Maximum Likelihood* は最大尤度であり *Number of Parameters* はパラメータの数である. AIC の値が小さいほどよいモデルと見なされる. 最小2乗近似の場合, 誤差が互いに独立で, その平均が0で正規分布をしていると仮定すれば, $AIC = N (\log_e Q + 2(m+1))$ となる. Q は残差の2乗和, N はデータ数であり, 関数が線形結合の場合は m はその関数の次数である. その結果, 得られた AIC の値は次の通りである.

小学校 $z = cxy + ax + by + d$ の場合, $AIC = 6559.119$; $z = ax + by + d$ の場合, $AIC = 6561.395$

中学校 $z = cxy + ax + by + d$ の場合, $AIC = 7693.832$; $z = ax + by + d$ の場合, $AIC = 7695.150$

以上, 小・中学校とも相乗効果モデルでの AIC の数値は, 加算効果モデルの数値よりも小さく相乗効果モデルの適合性が高いといえる.

引用文献

- 藤田 正 1975 問題解決過程の構えに及ぼす PM 式監督類型について 実験社会心理学研究, 15, 116-128.
- 学級経営研究会 2000 学級経営をめぐる問題の現状とその対応—関係者間の信頼と連携による魅力ある学級づくり— 文部省
- 林知己夫・鈴木達三・赤池弘次 1986 統計学特論: 情報量基準と統計モデル・統計的社会調査法 放送大学教育振興会
- 釘原直樹・三隅二不二 1984 緊急恐怖状況下の迷路脱出に及ぼすリーダーシップ条件効果に関する実験的研究, 心理学研究, 55, 14-21.
- 黒川正流 1975 PM 式リーダーシップ調査に関する条件分析的研究 実験社会心理学研究, 15, 142-161.
- 三隅二不二 1984 リーダーシップ行動の科学 [改訂版] 有斐閣.
- Misumi, J. 1994 The development of group dynamics in Japan The Kurt Lewin Memorial Award Address in 1994 Los Angeles, California.
- Misumi, J., Maiya, K., Arima, Y., & Hafsi, M. 1990 Recent development in leadership PM theory. Paper presented at the 22nd International Congress of Applied Psychology, Kyoto, Japan, July.
- 三隅二不二・吉崎静夫・篠原しのぶ 1977 教師のリーダーシップ行動測定尺度の作成とその妥当性の研究 教育心理学研究, 25, 157-166.
- 三隅二不二・矢守克也 1989 中学校における学級担任教師のリーダーシップ行動測定尺度とその妥当性に関する研究 教育心理学研究, 37, 46-54.
- 大河内茂美・杉万俊夫 1995 リーダーシップ P-M 行動の効果性に関する数理モデル 実験社会心理学研究, 35, 57-69.
- 大河内茂美・杉万俊夫 2000 リーダーシップ P-M 行動の効果性に関する数理モデル—生産関数に基づく力学モデル— 実験社会心理学研究, 40, 63-72.
- 佐藤静一・篠原弘章 1976 学級担任教師の PM 式指導類型が学級意識及び学級雰囲気 に及ぼす効果—数量化理論第 II 類による検討— 教育心理学研究, 24, 235-246.
- 佐藤静一 1993 学級「集団」・生徒「個人」次元の学級担任教師の PM 式指導類型が生徒の学校モラルに及ぼす交互作用効果 実験社会心理学研究, 33, 52-59.
- 佐藤静一・服部 正 1993 学級「集団」・児童「個人」次元の学級担任教師の PM 式指導類型が児童の学校モラルに及ぼす交互作用効果 実験社会心理学研究, 33, 141-149.