

90° 屈折平板近傍における球状気泡の挙動

辻野 智二・島 章*

Behavior of Spherical Bubbles near a 90° Refracted Plate

Tomoji TSUJINO and Akira SHIMA*

(Received May 24, 1993)

A rate of cavitation damage is connected closely with a surface roughness of materials. It is thought as a mechanism of cavitation damage that micro cavitation bubbles grow and collapse near a solid wall with large roughness. The purpose of the present paper is to make clear the behavior of bubbles near a 90° refracted plate, which is adopted as a model of the shape of damaged pit. The equation of motion for the bubble near the 90° refracted plate and the equation of a natural frequency of bubble are theoretically obtained. According to the numerical calculations of the derived equations, the effect of a distance between the bubble and the solid wall on the bubble motion, the velocity of bubble wall, and the natural frequency of bubble are clarified. The natural frequencies of the bubbles near the refracted plate are small compared with that of the bubbles in an infinitely extended liquid.

Key words : bubble dynamics, cavitation, cavitation damage, surface roughness

1. 緒 言

流体機器に発生するキャビテーション損傷の軽減化を目的として, これまで, 著者らは, ポリマー水溶液中におけるキャビテーション損傷に関する系統的实验¹⁻⁴⁾を行い, ポリマー添加法の有用性を提示してきた. また, 非ニュートン流体中の気泡運動をレオロジー的観点から考究し⁵⁻⁷⁾, ポリマー溶液中で発生するキャビテーション現象の解明の一助としてきた. キャビテーションに伴う材料の損傷は, 材料表面近傍での気泡の挙動に起因する故, 壁面近傍における気泡運動についてもいくつかの研究がなされてきている. 例えば, 無限平板近傍の気泡の崩壊についての理論的研究は, Shima^{8,9)} および藤川ら¹⁰⁾ によってなされている. 関連する実験研究としては, Lush¹¹⁾, Shima ら^{12,13)} の報告があり, 気泡の挙動と平板の弾性的性質の関係などについて論じられている.

ところで, 材料の初期表面粗さが増加すれば損傷率が增大することが知られており¹⁴⁾, そのメカニズムとしては, 表面粗さによってもたらされる表面核の増加によるものと考えられている. しかしながら, さらに初期粗さが増大すれば損傷率の低下をきたすことも指摘されている¹⁴⁾. また, キャビテーション損傷率は休止期, 加速期からピークに達した後, 減速期から定常期へと移行するが^{15,16)}, その事実は, 材料表面の粗さの時間的変化が損傷率と密接に関係することを示している. すなわち, 定常期におけるキャビテーション損傷率の低下は, 材料表面の損傷が進行し, 表面粗さが著しく増大したことによると思われる. その際の損傷のメカニズムとしては, 表面粗さ

* 東北大学流体科学研究所

の増加に伴って成長・拡大したピットの近傍における微細なキャビテーション気泡の運動が関与していることが考えられる。よって、本研究では、ピット形状モデルとして 90° 屈折平板を用い、その近傍における気泡の挙動を明らかにする。始めに、理論解析により、 90° 屈折平板近傍における気泡の運動方程式、および気泡の固有振動数の式を導く。次いで、得たる式の数値解析を行うことによって、気泡運動、気泡表面速度および気泡の固有振動数に及ぼす気泡・壁面間距離の影響などを解明する。

2. 理論解析

図1に示すように、液体は固体壁 $W-W$ および $X-X$ の面で接しており、液体中に $W-W$ 面および $X-X$ 面からそれぞれ距離 L_1 および L_2 だけ離れた O 点に半径 R の気泡があるものとする。この気泡が気泡内外の圧力差によって、球対称の運動をする場合の運動方程式、ならびに固有振動数の式を導く。ただし、液体は非圧縮性とし、粘性、重力、ガス拡散および熱伝導の影響は無視するものとする。

2.1 気泡の運動方程式

図1において、液中任意の点 P における速度ポテンシャルは近似的に次式で与えられる。

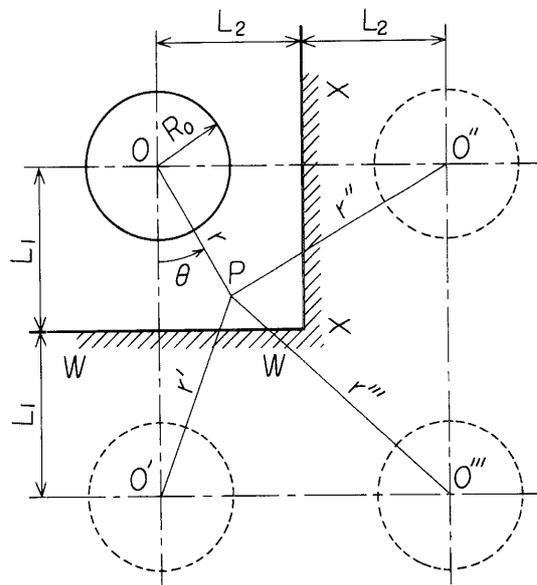


Fig. 1 A spherical bubble

$$\begin{aligned}
\phi &= -R^2 \dot{R} \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} + \frac{1}{r'''} \right] \\
&= -R^2 \dot{R} \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + 4L_1^2 - 4L_1 r \cos \theta}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + 4L_2^2 - 4L_2 r \sin \theta}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{r^2 + 4(L_1^2 + L_2^2) - 4r(L_1 \cos \theta + L_2 \sin \theta)}} \right] \\
&\approx -R^2 \dot{R} \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2L_1} + \frac{1}{2L_2} + \frac{1}{2\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right] \quad (1)
\end{aligned}$$

ただし r : O 点から P 点までの距離。 r' : O' 点から P 点までの距離。

r'' : O'' 点から P 点までの距離。 r''' : O''' から P 点までの距離。

さらに、文献¹⁶⁾と同様に気泡表面のじょう乱を考慮すると、ポテンシャル ϕ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
\phi = \phi_1 &= -\dot{R} R^2 \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2L_1} + \frac{1}{2L_2} + \frac{1}{2\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right] + b_1 r^n Y_n & r < R \\
\phi = \phi_2 &= -\dot{R} R^2 \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2L_1} + \frac{1}{2L_2} + \frac{1}{2\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right] + b_2 \frac{Y_n}{r^{n+1}} & r > R
\end{aligned} \right\} \quad (2)$$

また、気泡が半径 R なる球から大きさ r_s の面にゆがめられるとすると、 r_s は次式で与えられる。

$$r_s = R + a Y_n \quad (|a(t)| \ll R(t)) \quad (3)$$

ただし、 R : 任意の時間 t における気泡の半径、 a : 表面じょう乱の振幅、

Y_n : n 次の球面調和関数

よって流体粒子の半径方向速度成分 u は次式で与えられる。

$$u = \frac{dr_s}{dt} = \dot{R} + \dot{a} Y_n \quad (4)$$

$r = R$, すなわち気泡表面上においては、(2)式の速度ポテンシャルは $\phi_1 = \phi_2$ となる故、次の関係が得られる。

$$\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right)_{r_s} = \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial r} \right)_{r_s} = \dot{R} + \dot{a} Y_n \quad (5)$$

(2), (3)および(5)式から b_1, b_2 はそれぞれ、

$$\begin{aligned}
b_1 &= \frac{\dot{a} + 2a \dot{R}/R}{nR^{n-1}} \\
b_2 &= -\frac{1}{(n+1)} \left(\dot{a} + 2a \frac{\dot{R}}{R} \right) R^{n+2} \quad (6)
\end{aligned}$$

よって、(2)式は次のように書かれる。

$$\begin{aligned}
\phi = \phi_1 &= -\dot{R} R^2 \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2L_1} + \frac{1}{2L_2} + \frac{1}{2\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right] + \frac{r^n Y_n}{nR^{n-1}} \left[\dot{a} + 2a \frac{\dot{R}}{R} \right] \\
\phi = \phi_2 &= -\dot{R} R^2 \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{2L_1} + \frac{1}{2L_2} + \frac{1}{2\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right] - \frac{R^{n+2}}{(n+1)} \cdot \frac{Y_n}{r^{n+1}} \left[\dot{a} + 2a \frac{\dot{R}}{R} \right] \quad (7)
\end{aligned}$$

一方、気泡の運動における各領域の圧力方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} p_1 &= P_1(t) - \rho_1 \left[\left(\frac{d\phi_1}{dt} \right)_{r_s} + \frac{1}{2} (\text{grad}\phi_1)_{r_s}^2 \right] & r < R \\ p_2 &= P_2(t) - \rho_2 \left[\left(\frac{d\phi_2}{dt} \right)_{r_s} + \frac{1}{2} (\text{grad}\phi_2)_{r_s}^2 \right] & r > R \end{aligned} \quad (8)$$

ただし, p_1 : 気泡内の圧力, p_2 : 液体の圧力,

$P_1(t)$: 気泡内の圧力, $P_2(t)$: 気泡から十分離れた点での圧力.

また p_1 と p_2 の間には次のような関係式がある¹⁷⁾.

$$p_2 = p_1 - \delta \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} \right) \quad (9)$$

ただし, δ は液体の表面張力である.

また, Lamb¹⁸⁾ によれば

$$\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} = \frac{2}{R} + \frac{(n-1)(n+2)}{R^2} a Y_n \quad (10)$$

と表されるので, (9)式および(10)式より次式が得られる.

$$p_2 = p_1 - \frac{2\delta}{R} - \frac{(n-1)(n+2)}{R^2} \delta a Y_n \quad (11)$$

(7), (8)および(11)式を用い, Y_n に無関係な項を整理すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} R \ddot{R} \left[1 + \frac{R}{2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right) \right] + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left[1 + \frac{2}{3} R \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right) \right] \\ = \frac{P_1 - P_2 - 2\delta/R}{\rho_2 - \rho_1} \end{aligned} \quad (12)$$

上式に次の関係を代入する.

$$P_1 = p_{g0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + p_v, \quad P_2 = p_\infty, \quad \rho_1 = 0, \quad \rho_2 = \rho_l \quad (13)$$

ただし, p_{g0} : 気泡内初期ガス圧力, R_0 : 気泡の初期半径, γ : ポリトロープ指数,

p_v : 気泡内蒸気の圧力, p_∞ : 気泡から十分離れた点での圧力, ρ_l : 液体の密度

よって, 気泡の運動方程式として, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} \beta \frac{d^2\beta}{d\tau^2} \left[1 + \frac{1}{2} \beta \left(W_1 + W_2 + \frac{W_1 W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right) \right] + \frac{3}{2} \left(\frac{d\beta}{d\tau} \right)^2 \left[1 + \frac{2}{3} \beta \left(W_1 + W_2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{W_1 W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right) \right] = q \cdot \frac{1}{\beta^{3\gamma}} + m - 1 - \frac{S}{\beta} \end{aligned} \quad (14)$$

ただし,

$$\tau = \frac{t}{R_0} \sqrt{\frac{p_\infty}{\rho_l}}, \quad \beta = \frac{R}{R_0}, \quad W_1 = \frac{R_0}{L_1}, \quad W_2 = \frac{R_0}{L_2} \quad (15)$$

$$q = \frac{p_{g0}}{p_\infty}, \quad m = \frac{p_v}{p_\infty}, \quad S = \frac{2\delta}{R_0 p_\infty}$$

なお, 数値計算における初期条件は $\tau=0$ で

$$\beta = 1, \quad \frac{d\beta}{d\tau} = 0 \quad (16)$$

2. 2 気泡の固有振動数

モード零の場合は, 気泡の運動方程式(14)式に

$$p_{g0} = \frac{2\delta}{R_0} - p_v + p_\infty \quad (17)$$

の関係を代入することにより次式を得る.

$$\begin{aligned} \beta \frac{d^2\beta}{d\tau^2} \left[1 + \frac{1}{2}\beta \left(W_1 + W_2 + \frac{W_1 W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right) \right] + \frac{3}{2} \left(\frac{d\beta}{d\tau} \right)^2 \left[1 + \frac{2}{3}\beta \left(W_1 + W_2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{W_1 W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right) \right] = (1 + S - m) \frac{1}{\beta^{3\gamma}} + m - 1 - \frac{S}{\beta} \end{aligned} \quad (18)$$

気泡が微小振幅の振動をするものとし, 上式に $\beta = 1 + \varepsilon$ ($|\varepsilon| \ll 1$) を代入すれば近似的に次式を得る.

$$\left[1 + \frac{1}{2} \left(W_1 + W_2 + \frac{W_1 W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right) \right] \frac{d^2\varepsilon}{d\tau^2} + [3\gamma + S(3\gamma - 1) - 3m\gamma] \varepsilon = 0 \quad (19)$$

上式で $\varepsilon = e^{\lambda t}$ とおき, λ について解くと

$$\lambda = \pm i \sqrt{\frac{3\gamma + S(3\gamma - 1) - 3m\gamma}{1 + \frac{1}{2} \left(W_1 + W_2 + \frac{W_1 + W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right)}} \quad (20)$$

よって

$$\varepsilon = A \cos \sqrt{\frac{3\gamma + S(3\gamma - 1) - 3m\gamma}{1 + \frac{1}{2} \left(W_1 + W_2 + \frac{W_1 + W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right)}} \cdot \tau + B \sin \sqrt{\frac{3\gamma + S(3\gamma - 1) - 3m\gamma}{1 + \frac{1}{2} \left(W_1 + W_2 + \frac{W_1 + W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} \right)}} \cdot \tau \quad (21)$$

従って, 気泡の固有振動数 f は次のように求まる.

$$f = \frac{1}{2\pi R_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{L_1} + \frac{R_0}{L_2} + \frac{R_0}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}} \right)}} \cdot \sqrt{\frac{3\gamma}{\rho_l} \left[p_\infty + \left(1 - \frac{1}{3\gamma} \right) \frac{2\delta}{R_0} - p_v \right]} \quad (22)$$

(22)式で, $L_1 = l$, $L_2 = \infty$, $p_v = 0$ とおくと

$$f = \frac{1}{2\pi R_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + W'}} \sqrt{\frac{3\gamma}{\rho_l} \left[p_\infty + \left(1 - \frac{1}{3\gamma} \right) \frac{2\delta}{R_0} \right]} \quad (23)$$

ここで,

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_0}{l}$$

とおけば, 島⁸⁾が得た無限平板近傍で振動する気泡の固有振動数の式と一致する.

なお, モード 2 以上の気泡の固有振動数の式は, (11)式に, (7), (8)式を代入し, Y_n を含む項を取り出し, さらに $R = \text{const.}$ とおくことにより, 次式で表される.

$$f = \frac{1}{2\pi R_0} \cdot \sqrt{\frac{n(n+1)(n-1)(n+2)\delta}{R_0 [n\rho_2 + (n+1)\rho_1]}} \quad (24)$$

(24)式は, Lamb¹⁸⁾によって得られた無限液中の固有振動数の式と一致する.

3. 数値計算の結果と考察

ここでは、(14)式および(22)式を用いて、 90° 屈折平板近傍における気泡の固有振動数、気泡半径の時間的变化および気泡表面速度の時間的变化を数値的に明らかにし、無限平板近傍並びに無限液中における気泡の場合との対比を示す。また、モード 2 以上の固有振動数を算出し、モード零の場合との比較を示す。気泡と壁面との距離を表すパラメータ W の値は、 $W=1/3, 1/5$ としている。なお、ポリトロプ指数 $\gamma=1.0, 1.4$ 、気泡より十分離れた点での圧力 $P_\infty=101.6\text{kPa}$ 、圧力比 $q(=P_{g0}/P_\infty)=0.1, 0.01$ 、液体の表面張力 $\delta=7.26\times 10^{-2}\text{N/m}$ 、液体の密度 $\rho_l=9.98\times 10^2\text{kg/m}^3$ 、気泡内蒸気の圧力 $P_v=2.33\text{kPa}$ 、気泡の初期半径 $R_0=10\sim 10^{-3}\text{mm}$ 、としている。

3.1 気泡の固有振動数

図 2 には、 $W_1=W_2=1/3$ の 90° 屈折平板近傍および $W_1=W_2=0$ の無限液中におけるモード零の気泡の固有振動数を、モード 2 およびモード 3 の場合の固有振動数と対比している。モード零の固有振動数の算出ではポリトロプ指数 $\gamma=1.4$ としたが、モード 2 以上においては(24)式よりわかるように、気泡の固有振動数はポリトロプ指数、ならびに壁面によって影響されない。

図からわかるように、モード 2 および 3 の固有振動数 f の値は、気泡半径 R_0 の値が 10^{-2}mm より大きい範囲において、モード零の場合よりも小さくなる。例えば、 $R_0=1\text{mm}$ のモード 2 の固有

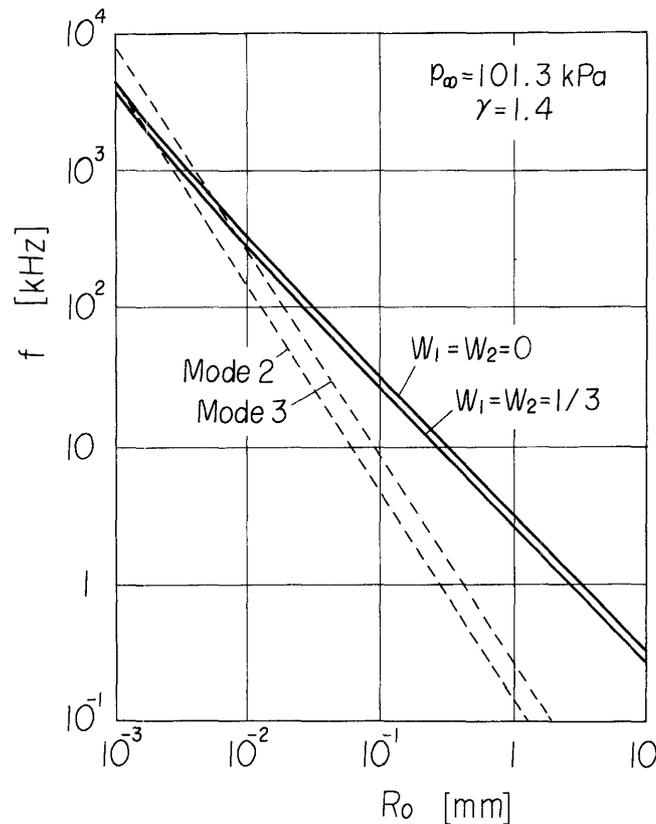


Fig. 2 Comparison of the natural frequency of mode zero with modes 2 and 3

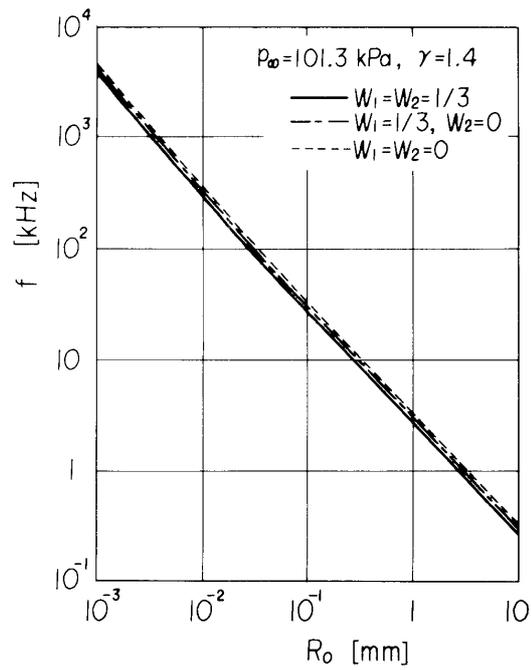


Fig. 3 Effect of solid walls on the relation between the natural frequency f and the bubble radius R_0

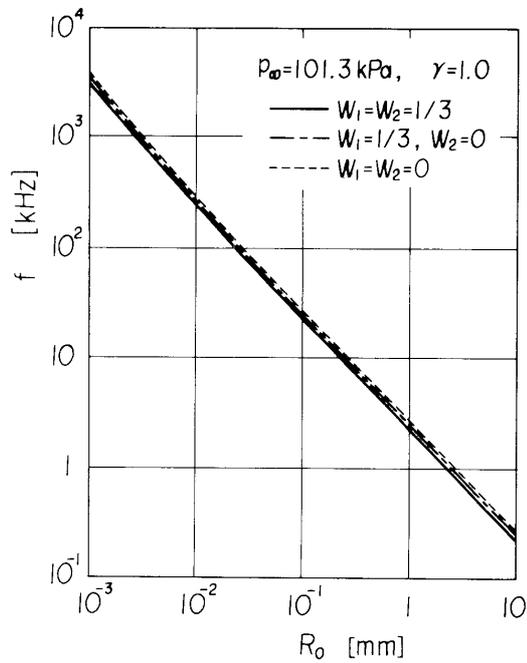


Fig. 4 Effect of solid walls on the relation between the natural frequency f and the bubble radius R_0

振動数は、モード零のそれより約1オーダ小さくなる。

図3は、 $W_1=W_2=1/3$ の屈折平板近傍における気泡の固有振動数を、 $W_1=1/3$ 、 $W_2=0$ の無限平板近傍、および $W_1=W_2=0$ の無限液中の固有振動数の結果と対比している。ただし、ポリトロップ指数 $\gamma=1.4$ 。半径 R_0 の減少と共に固有振動数 f は増加の傾向を示すが、気泡の固有振動数の値は 90° 屈折平板近傍の場合に最も小さくなる。

図4は、 $\gamma=1.0$ としたときの気泡の固有振動数と気泡半径 R_0 との関係を示している。この結果は、図3の $\gamma=1.4$ の場合の固有振動数に比して、15~18%程度小さくなっている。

3.2 気泡半径の時間的变化

図5(a)は、 $W_1=W_2=1/3$ の 90° 屈折平板近傍での無次元気泡半径 β と時間 τ との関係を、 $W_1=1/3$ 、 $W_2=0$ の無限平板近傍および $W_1=W_2=0$ の無限液中の気泡の場合と対比している。また図

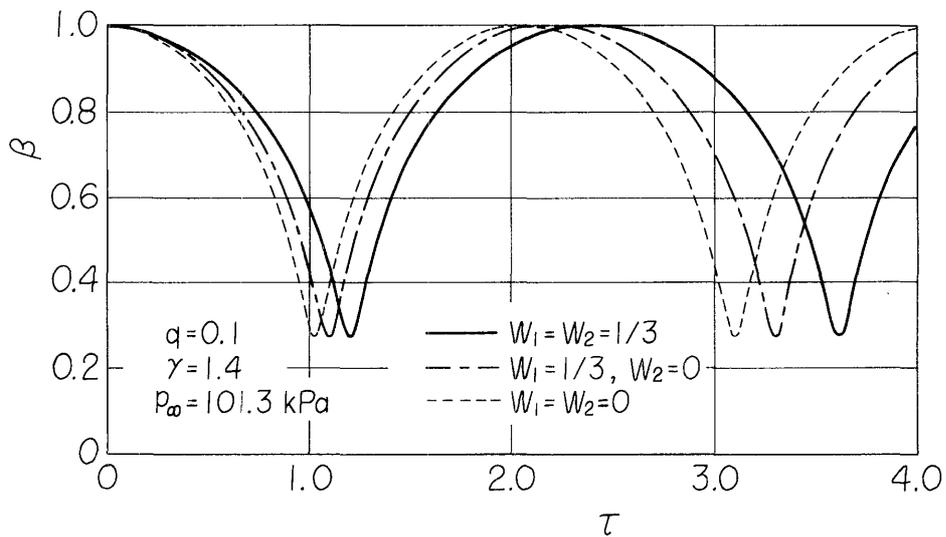


Fig. 5(a) Effect of solid walls on the variation with time of bubble radius

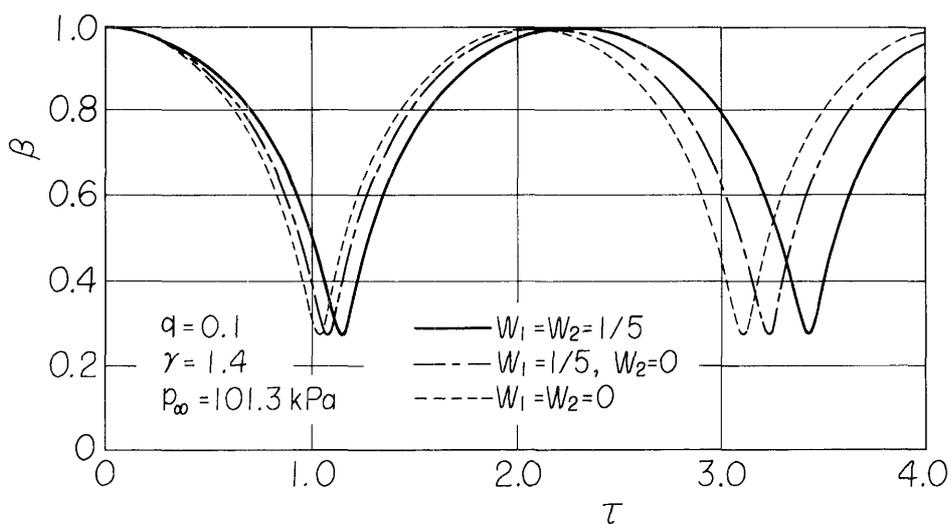


Fig. 5(b) Effect of solid walls on the variation with time of bubble radius

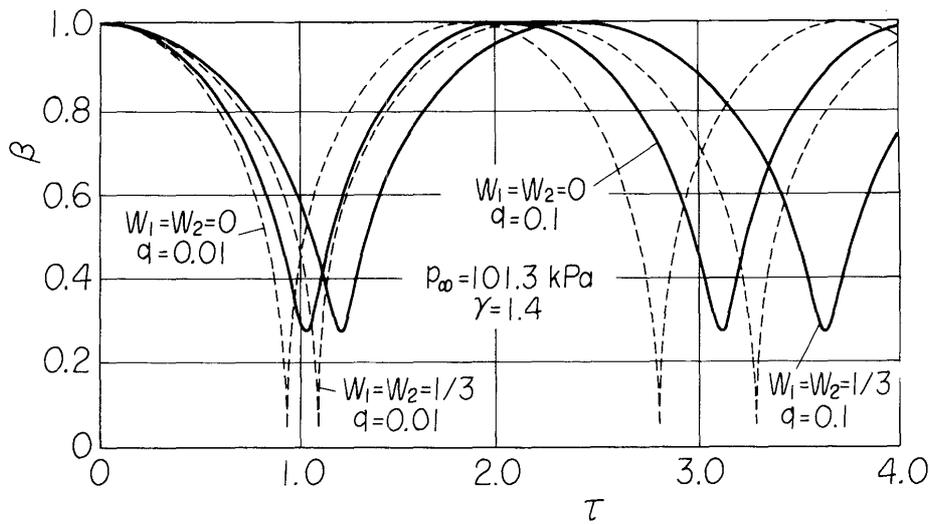


Fig. 6 Effect of solid walls on the variation with time of bubble radius (Comparison between the pressure ratio $q=0.1$ and 0.01)

(b)は、 $W_1=W_2=1/5$ および $W_1=1/5, W_2=0$ の場合の $\beta-\tau$ 曲線をそれぞれ示している。両図より、90° 屈折平板近傍における気泡の最初のリバウンド時の崩壊時間 τ_0 は、無限平板近傍および無限液中の気泡の場合と比べて最も長くなることがわかる。例えば、図 5(a)における気泡の崩壊時間 τ_0 は、無限液中の場合の崩壊時間より約 10%大きくなる。

図 6 には、 $W_1=W_2=1/3$ の場合の気泡半径の時間的変化を、圧力比 q をパラメータとして示し、 $W_1=W_2=0$ の場合と対比している。図中、実線は $q=0.1$ 、点線は $q=0.01$ としたときの結果である。この図から、90° 屈折平板近傍における $\beta-\tau$ 曲線におよぼす q の影響は、無限液中の気泡の場合と同様であることがわかる。すなわち、 q の値が大きいと崩壊するまでの時間が長くな

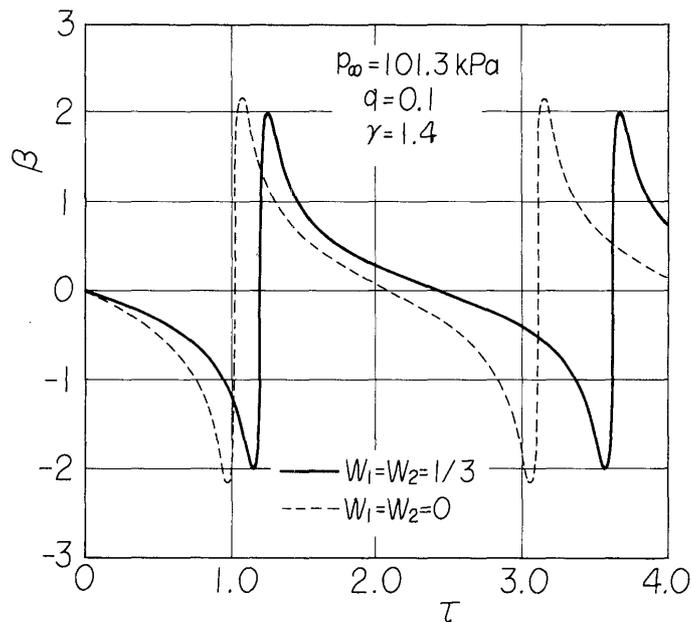


Fig. 7 Variation with time of the velocity at bubble wall

り、かつ、リバウンド時の最小半径が大きくなる。

3.3 気泡表面速度の時間的变化

図7は、 $W_1=W_2=1/3$ の時の気泡の表面速度 $\dot{\beta}$ の時間的变化を $W_1=W_2=0$ の場合と対比している。90°屈折平板近傍の場合も無限液中と同様に、気泡のリバウンド近傍で表面速度がかなり大きくなるが、その表面速度の最大値は、無限液中の場合よりも約8%小さくなる。このような表面速度の低下は、気泡崩壊時に発生する衝撃力の減小、しいては、キャビテーション損傷の軽減につながるものと考えられる。

4. 結 言

非粘性、非圧縮性流体中の球状気泡が、90°屈折平板近傍において崩壊する際の挙動ならびに気泡の固有振動数について、気泡内のガスがポリトロープ変化をするものとし、また表面張力の影響を考慮して理論的に解析し、数値的検討を行った。その結果、次のことを明らかにした。

- (i) 気泡の固有振動数は無限液中、無限平板近傍および90°屈折平板近傍の場合の順に減少する。
- (ii) 圧力比 q の値にかかわらず、90°屈折平板近傍の気泡の場合の崩壊時間 τ_0 は、無限液中および無限平板近傍の気泡の場合に比べて最も長くなる。また、 W の値が大きい程、すなわち気泡と壁面間の距離が短いほど τ_0 は長くなる。
- (iii) 90°屈折平板近傍における気泡振動の周期は、無限平板近傍および無限液中の気泡の場合に比べて、大きくなる。
- (iv) 90°屈折平板近傍における気泡の最大表面速度は、無限液中の気泡の場合と比して低下する。

文 献

- 1) SHIMA, A. TSUJINO, T. NANJO, H. MIURA, N.: Cavitation damage in polymer aqueous solution, J. Fluids Engng., Trans., ASME, 107, 134-138, 1985.
- 2) NANJO, H. SHIMA, A. TSUJINO, T.: Formation of damage pits caused by cavitation in a polymer solution, Nature, 320, 516-517, 1986.
- 3) TSUJINO, T. SHIMA, A. NANJO, H.: Effects of various polymer additives on cavitation damage, Proc. Inst. Mech. Eng., #200C, 231-235, 1986.
- 4) TSUJINO, T.: Cavitation damage and noise spectra in a polymer solution, Ultrasonics, 25, 67-72, 1987.
- 5) SHIMA, A. TSUJINO, T. NANJO, H.: Nonlinear oscillation of gas bubbles in viscoelastic fluids, Ultrasonics, 24, 142-147, 1986.
- 6) 辻野智二: ポリマ水溶液中における気泡の成長とその臨界条件, 日本機械学会論文集(B), 52, 3146-3151, 1986.
- 7) TSUJINO, T. SHIMA, A. OIKAWA, Y.: Effect of polymer additives on the generation of subharmonic and harmonic bubble oscillations in an ultrasonically irradiated liquid, J. Sound and Vib, 123, 175-184, 1988.
- 8) SHIMA, A.: The behavior of a spherical bubble in the vicinity of a solid wall, J. Basic Engng., Trans., ASME, 90, 65-89, 1968.

- 9) NAKAJIMA, K. and SHIMA, A. : Analysis of the behavior of a bubble in a viscous incompressible liquid by finite element method, *Ing.-Arch.*, 46, 21-34, 1977.
- 10) 高比良裕之, 赤松映明, 藤川重雄: 液体中の気泡群の力学, *日本機械学会論文集(B)*, 58, 1275-1282, 1992.
- 11) LUSH, P. A. : Impact of a liquid mass on a perfectly plastic solid, *J. Fluid Mech.*, 21, 55-59, 1983.
- 12) SHIMA, A. TOMITA, Y. and TAKAHASHI, K. : The collapse of a gas bubble near a solid wall by a shock wave and the induced impulsive pressure, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 198C, 81-86, 1984.
- 13) SHIMA, A., TOMITA, Y., GIBSON, D. C. and BLAKE, J. R. : The growth and collapse of cavitation bubbles near composite surfaces, *J. Fluid Mech.*, 203, 199-214, 1989.
- 14) SHIMA, A. TSUJINO, T. NANJO, H. : Effect of surface roughness on cavitation damage in a polymer solution, *Proc. Inter. Sympo. on Cavitation, Sendai Japan*, 1, 323-328, 1986.
- 15) PLESSET, M. S. and DEVINE, R. E. : Effect of exposure time on cavitation damage, *J. Basic Engng., Trans., ASME*, 88, 691-705, 1966.
- 16) 加藤洋治: キャピテーション, 槇書店, 1990.
- 17) PLESSET, M. S. : On the stability of fluid flows with spherical symmetry, *J. Appl. Phys.*, 25, 96-98, 1945.
- 18) LAMB, H. : *Hydrodynamics*, Dover Publications, New York, 1945.