

M 系列信号とボルテラ核を用いる非線形系のパラメータ推定*

原田 博之^{*1}, 豊澤 雪雄^{*2}, 志柿 雅彦^{*3}
柏木 潤^{*4}, 山口 晃生^{*5}

Estimation of Parameters of Nonlinear System by Using M-sequence and Volterra Kernels

Hiroshi HARADA^{*6}, Yukio TOYOZAWA, Masahiko SHIGAKI,
Hiroshi KASHIWAGI and Teruo YAMAGUCHI

^{*6} Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University,
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

Many classes of nonlinear systems can be represented by Volterra kernels. The authors have recently developed a method for identification of Volterra kernels of nonlinear systems by using M-sequence and correlation technique. In this paper, the authors propose a new method for identification of nonlinear mechanical systems by use of Volterra kernels. The nonlinear mechanical systems are approximated to a nonlinear vibrating system which consists of a mass, a dumper, a linear spring and a nonlinear spring. Then, the parameters, which represent the nonlinear springs are calculated by use of the Volterra kernels. From the results of computer simulation and experiment, the parameters that represent the nonlinear characteristics of the nonlinear mechanical systems can be identified by the proposed method.

Key Words: M-Sequence, Correlation Function, Identification, Nonlinear Vibration

1. まえがき

システム同定とはシステムの構造などの情報と実験によって得られた入出力データに基づいて、同定の対象となる物理システムの数理モデルを得るための手法である。線形系の同定に関しては、これまでさまざまな手法が提案されている。一方、非線形系は線形系と異なり重ね合わせの原理が成り立たず、線形系に見られない挙動を示すため、正確な解析と同定が困難である。しかし、多くの機械システムは非線形系であり、その制御には非線形系の同定が必要不可欠である。

非線形系の同定手法はパラメトリックな方法と非パラメトリックな方法の2つに分類される。パラメトリックな方法としてはブロック指向モデル^{(1),(2)}、NARX (nonlinear autoregressive exogenous) モデル^{(3),(4)}、ニューラルネットワークモデル⁽⁵⁾、ファジーモデル⁽⁶⁾など様々な構造を有するものが提案されている⁽⁷⁾。非パ

ラメトリックな方法としては、ボルテラ核、ウィナー核などの汎関数級数の核を用いる同定方法が提案されている。特に、ボルテラ核を用いる同定方法は、記述できる非線形系の範囲が広いため、1960年代より盛んに研究されてきた。たとえば、Hooper と Gyftopoulos は3値擬似不規則信号を用いて2次ボルテラ核の同定を行い⁽⁸⁾、Barker らは反対称M系列を用いてある限定された条件で2次ボルテラ核を求める方法を提案した⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾。Shi と Hecox はmパルスを用いる脳幹の聴力誘発反応のボルテラ核測定法を提案した⁽¹²⁾。筆者らの1人は入出力関係がボルテラ核を用いて表現できるような非線形系のシステム同定法として、M系列信号を入力とし、非線形系の出力との相互相關関数を計算することにより、非線形系のインパルス応答とボルテラ核の断面を求める方法を提案した⁽¹³⁾。

しかし、ボルテラ核により非線形系を表現する場合、必要なデータ数がきわめて多くなるという欠点がある。ボルテラ核の最大遅れをLとすると、n次ボルテラ核を表現するためにはLⁿ個のデータが必要となる。このため、飽和などの簡単な非線形特性を記述するにも多くのデータを必要とすることになる。筆者等は

* 原稿受付 2007年10月9日。

*1 正員、熊本大学大学院自然科学研究科(☎ 860-8555 熊本市黒髪2-39-1)。

*2 フアナック(株)九州支社(☎ 869-1196 熊本県菊池郡菊陽町津久礼 2570-2)。

*3 准員、(株)村田製作所野洲事業所(☎ 520-2393 野洲市大篠原 2288)。

*4 放送大学熊本学習センター[☎ 860-8555 熊本市黒髪2-40-1(熊本大学内)]。

*5 熊本大学大学院自然科学研究科。

E-mail : hiroshi@mech.kumamoto-u.ac.jp

M 系列相関法により求めたボルテラ核を用いて、非線形特性を表す係数を求める方法を提案し、トルク飽和を有する DC サーボモータで駆動される 1 軸のロボットアームの同定を行い、良好な同定結果を得た⁽¹⁴⁾。しかし文献(14)で提案した方法は相互相関関数の比より非線形特性を表す係数を計算するため、雑音に弱いという欠点があった。そこで、本論文では、M 系列相関法により得られたボルテラ核を用いて非線形パラメータを推定する新たな手法を提案する。さらに、数値シミュレーションを行い、観測雑音が存在する場合でも非線形パラメータが精度良く推定できることを確認する。また、提案した手法を実際の機械システムに適用し、その有効性を示す。

2. M 系列を用いるボルテラ核同定手法

筆者等の 1 人が提案した非線形系のボルテラ核同定方法の概略は以下のとおりである。まず、非線形系の入力を $u(t)$ 、出力を $y(t)$ とするとき、系の入出力関係が i 次ボルテラ核 $g_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$ を用いて式(1)のように表現される系を考える。

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} g_i(\tau_1, \dots, \tau_i) \times u(t - \tau_1) \cdots u(t - \tau_i) d\tau_1 \cdots d\tau_i \quad (1)$$

このような非線形系に ± 1 の 2 値からなる M 系列を入力し、出力 $y(t)$ との相互相関関数 $\phi_{uy}(\tau)$ を求めるとき、M 系列のシフト加法性⁽¹⁵⁾より、式(2)が成立つ。

$$\begin{aligned} \phi_{uy}(\tau) &\simeq \sum_{i=1}^{\infty} i! (\Delta t)^i \\ &\times \sum_{j=1}^{m_i} g_i(\tau - d_{i1}^{(j)}, \tau - d_{i2}^{(j)}, \dots, \tau - d_{ii}^{(j)}) \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)において、 Δt は M 系列のクロックパルス周期である。また、 $d_{ir}^{(j)}$ ($1 \leq r \leq i$) は式(3)を満足する正の整数の組であり、M 系列の特性多項式により一意に定まる⁽¹⁵⁾。さらに、 m_i は式(3)で求まる正の整数 $d_{ir}^{(j)}$ の組の総数である。

$$\begin{aligned} u(t) \times u(t + d_{i1}^{(j)} \Delta t) \times \cdots \times u(t + d_{ii-1}^{(j)} \Delta t) \\ = u(t + d_{ii}^{(j)}) \end{aligned} \quad (3)$$

式(2)は、非線形系に M 系列信号を入力し他時の出力との相関関数が、線形系のインパルス応答に相当する 1 次ボルテラ核 $g_1(\tau)$ のみならず、高次ボルテラ核の断面を含んでいることを意味する。したがって、

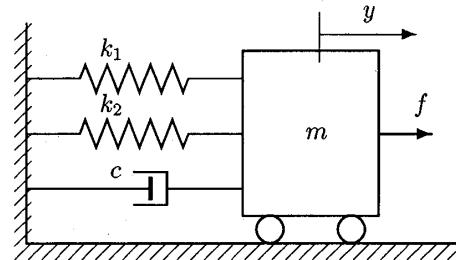


Fig. 1 Nonlinear vibration system

$d_{ii}^{(j)}$ が互いに十分離れていて、式(2)の各項が重なり合わないように M 系列を選択すると、入出力の相互相関関数 $\phi_{uy}(\tau)$ を求めることにより、非線形系のボルテラ核 $g_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$ の同定が可能となる⁽¹³⁾。

通常、高次ボルテラ核の大きさは小さいと考えられるので、式(2)を 3 次までのボルテラ核を用いて近似すると、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \phi_{uy}(\tau) &\simeq \Delta t \cdot g_1(\tau) + F_3(\tau) \\ &+ 2!(\Delta t)^2 \sum_{j=1}^{m_2} g_2(\tau - k_{21}^{(j)} \Delta t, \tau - k_{22}^{(j)} \Delta t) \\ &+ 3!(\Delta t)^3 \sum_{j=1}^{m_3} g_3(\tau - k_{31}^{(j)} \Delta t, \tau - k_{32}^{(j)} \Delta t, \tau - k_{33}^{(j)} \Delta t) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $F_3(\tau)$ は 3 次ボルテラ核においてその遅れが同一になるものを表す。

3. ボルテラ核を用いる非線形パラメータの推定

本章では、前章の方法により求めたボルテラ核を用いて、Harmonic Probing 法⁽¹⁶⁾により、非線形系の特性を表すパラメータの推定を行う。パラメータの推定方法は以下のとおりである。

本研究では、同定の対象となる機械系を図 1 に示すような質量、ダンパー、線形特性および非線形特性を有するバネからなる 1 自由度非線形振動系と考える。ここで、物体の質量を m 、ダンパーの減衰係数を c 、線形バネのバネ定数を k_1 とする。また、非線形項はバネ定数が k_2 で与えられる 2 次のバネで表されるものとする。この非線形振動系に外力 u を作用させると、変位 y は次式のような運動方程式で与えられる。

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + k_1 y + k_2 y^2 = u \quad (5)$$

式(5)の運動方程式は変数変換をすることにより、式

(6) のように変換できる。

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y + \omega_n^2 \frac{k_2}{k_1} y^2 = \frac{\omega_n^2}{k_1} u \quad (6)$$

ここで ω_n, ζ はそれぞれ式 (7), (8) のように定義される変数である。

$$\omega_n = \sqrt{k_1/m} \quad (7)$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk_1}} \quad (8)$$

本研究では、式 (6) で表される非線形振動系に Harmonic Probing 法⁽¹⁶⁾ を適用することにより、非線形特性を表すパラメータ k_2 を推定する。Harmonic probing 法とは、以下のようなものである。まず、非線形系への入力が次式で表されるような 2 つの異なる角振動数 ω_1, ω_2 を有する正弦波とする。

$$u(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} \quad (9)$$

式 (9) を式 (1) に代入し、2 次までのボルテラ核を用いてこの非線形系の出力 $y(t)$ を求めると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} y(t) = & G_1(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + G_1(\omega_2)e^{j\omega_2 t} \\ & + G_2(\omega_1, \omega_1)e^{j2\omega_1 t} + G_2(\omega_2, \omega_2)e^{j2\omega_2 t} \\ & + 2G_2(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1+\omega_2)t} + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $G_1(\omega)$ および $G_2(\omega_1, \omega_2)$ は 1, 2 次ボルテラ核の 1, 2 次元フーリエ変換である。式 (9), (10) を式 (6) の微分方程式の右辺と左辺に代入し、得られた等式の左辺と右辺の $e^{j(\omega_1+\omega_2)t}$ の項の係数を比較すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & -m(\omega_1 + \omega_2)^2 + jc(\omega_1 + \omega_2) + k_1 \} G_2(\omega_1, \omega_2) \\ & + k_2 G_1(\omega_1) G_1(\omega_2) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

このとき、 $G_1(\omega)$ が式 (5) で表される非線形系の線形部の周波数伝達関数であるため、

$$-m(\omega_1 + \omega_2)^2 + jc(\omega_1 + \omega_2) + k_1 = \frac{1}{G_1(\omega_1 + \omega_2)} \quad (12)$$

が成り立つ。式 (12) を式 (11) に代入することにより、次式のような関係が得られる。

$$G_2(\omega_1, \omega_2) = -k_2 G_1(\omega_1) G_1(\omega_2) G_1(\omega_1 + \omega_2) \quad (13)$$

したがって、非線形特性を表すパラメータ k_2 は 1, 2 次のボルテラ核のフーリエ変換を用いて式 (14) のように求めることができる。

$$k_2 = -\frac{G_2(\omega_1, \omega_2)}{G_1(\omega_1) G_1(\omega_2) G_1(\omega_1 + \omega_2)} \quad (14)$$

Table 1 Parameters of the nonlinear vibration system

Parameter	Symbol	Value
mass	m	1.0
damping coefficient	c	1.0
linear stiffness constant	k_1	1.0
nonlinear stiffness constant	k_2	0.2

本研究では、M 系列相関法で求めた 1, 2 次ボルテラ核のフーリエ変換を計算し、式 (14) に代入することにより非線形特性を表すパラメータ k_2 を推定する。ただし、式 (14) の分母となる $G_1(\omega_1)G_1(\omega_2)G_1(\omega_1 + \omega_2)$ の絶対値が小さい場合は得られる推定値に大きな誤差が生ずるため、次式を満足するような角振動数 ω_1, ω_2 を用い、

$$|G_1(\omega_1)G_1(\omega_2)G_1(\omega_1 + \omega_2)| > \epsilon \quad (15)$$

得られた k_2 の平均値を非線形特性を表すパラメータ k_2 の推定値 \hat{k}_2 とする。

本研究で提案する手法の利点は、あらかじめ M 系列相関法により非線形系のボルテラ核 $g_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$ を求めておけば、Harmonic Probing 法に用いる高次周波数応答 $G_i(\omega_1, \dots, \omega_i)$ はその高次フーリエ変換より容易に求めることができる点である。したがって、非線形パラメータを求めるために実際に非線形系に正弦波を入力するなどの実験が不要となる点である。

4. シミュレーション結果

前章で提案したパラメータ推定法の有効性を確認するために、図 1 に示す非線形振動系に対して、提案する手法を適用した。数値シミュレーションに使用した各パラメータは表 1 のとおりである。同定には式 (16) の特性多項式を有する次数 $n = 16$ の M 系列信号を使用した。

$$\begin{aligned} f(x) = & x^{16} + x^{15} + x^{14} + x^{13} + x^{12} \\ & + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + 1 \end{aligned} \quad (16)$$

これは、文献 (13) で筆者等が求めた相互相関関数上で高次ボルテラ核が重なり合わないような M 系列を発生する特性多項式の一つである。得られた相互相関関数より原点付近の 1 次ボルテラ核 $g_1(\tau)$ および 2 次核の断面のうちもっとも大きなもの $g_2(\tau - 23504, \tau - 23505)$ の付近を抜き出したものを図 2 に示す。

得られた相互相関関数より分離された 1 次ボルテラ核 $g_1(\tau)$ および 2 次ボルテラ核 $g_2(\tau_1, \tau_2)$ を図 3,

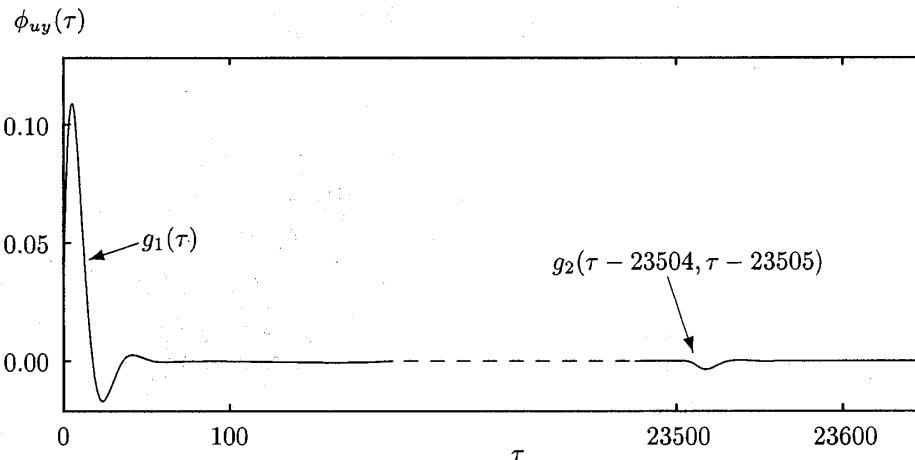


Fig. 2 Cross-correlation function between the input $u(t)$ and the output $y(t)$ of a nonlinear system

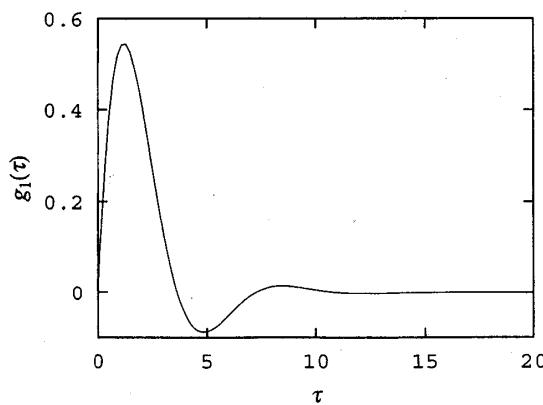


Fig. 3 Obtained 1st order Volterra kernel

4 に示す。この例の場合、2 次の非線形性を有するパネを仮定しているため、3 次以上のボルテラ核は存在しない。

図 3, 4 のボルテラ核を用いて、提案する方法により得られた非線形特性を表すパラメータ \hat{k}_2 を図 5 に示す。図中には、 \hat{k}_2 の最大値、最小値および平均値を示している。ここで、式 (15) における定数 ε は $\varepsilon = 0.1$ とした。図より、提案する方法により得られる非線形パラメータの推定値 \hat{k}_2 は理論値 k_2 とよく一致していることがわかる。ただ、非線形パラメータ k_2 の値が大きくなると推定値の分散が大きくなり、推定値も理論値より大きくなる傾向がみられる。

実際の測定には観測雑音が必ず存在するため、提案

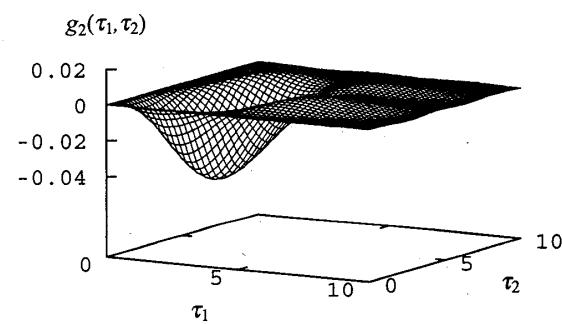


Fig. 4 Obtained 2nd order Volterra kernel

する手法に対する雑音の影響を調べる必要がある。そこで、非線形系の出力に白色雑音を加えて S/N 比を変え、提案する手法を用いて非線形特性を表すパラメータ k_2 の値を推定した。 $k_2 = 0.2$ および $k_2 = 0.4$ としたとき、信号の S/N 比と得られた推定値の関係を示したもののが図 6 である。この場合も式 (15) における定数 ε は $\varepsilon = 0.1$ とした。比較のため、図 6 の右端に図 5 中に示した雑音を含まない場合の推定値を示す。図より雑音が存在する場合、S/N 比が小さくなるにつれ、得られる非線形パラメータの値の分散は大きくなるが、それらを平均して得られる非線形パラメータの推定値 \hat{k}_2 は理論値 k_2 とよく一致していることがわかる。このことより、提案する手法は雑音の影響を受けにくいといえる。

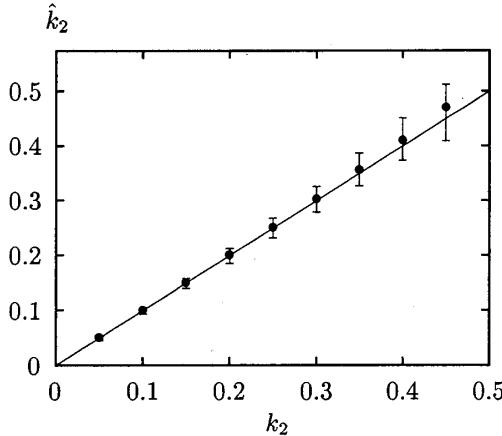


Fig. 5 Relation between estimated parameter \hat{k}_2 and theoretical value k_2

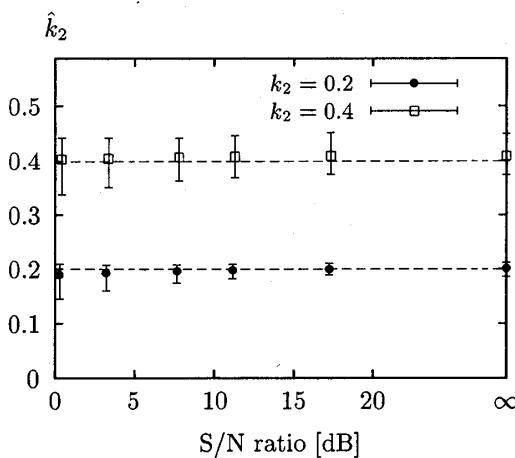


Fig. 6 Estimated parameter \hat{k}_2 in case of signal including white noise

5. 実験結果

提案する同定手法の有効性を確認するため、非線形特性を有する機械システムを作製し、提案する方法によるパラメータの推定を試みた。図 7 に同定の対象となる実験装置の写真を示す。実験装置は AC サーボモータ、カップリングおよび負荷により構成される。AC サーボモータにより発生したトルク T はカップリングを介して負荷を駆動する。この場合、系への入力 $u(t)$ は AC モータへの入力指令であり、出力は負荷の回転角 $\theta(t)$ である。また、この系にはカップリングのバックラッシュや摩擦などの非線形特性が存在すると考えられる。

図 8 は実験装置の線形部のブロック線図である。図中

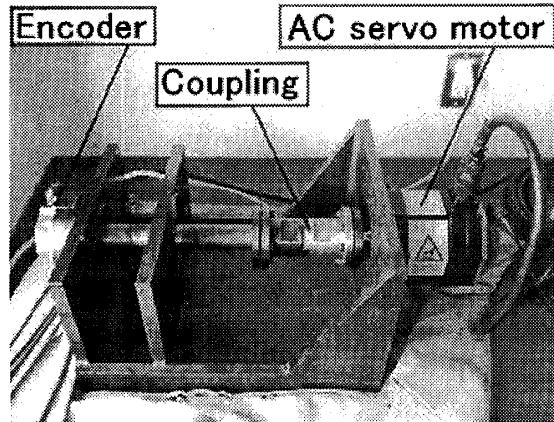


Fig. 7 Experimental apparatus

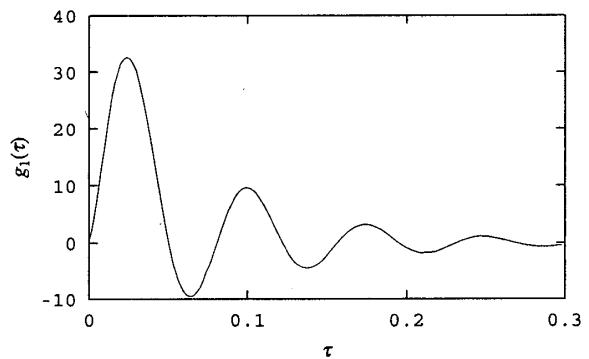


Fig. 9 Obtained 1st order Volterra kernel of the experimental system

で P_G は増幅器のゲイン、 J はモータの慣性モーメントを表す。AC モータは PD 制御されており、 K_P, K_I はそれぞれ、比例ゲイン、積分ゲインを表す。実験装置のパラメータを表 2 に示す。ボルテラ核の同定に使用した M 系列信号の特性多項式はシミュレーションと同じものを用いた。

AC モータへの指令電圧 $u(t)$ と負荷の回転角 $\theta(t)$ の相互相関関数 $\phi_{uy}(\tau)$ より分離された 1 次ボルテラ核 $g_1(\tau)$ を図 9 に示し、3 次ボルテラ核 $g_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ のうち、 $\tau_3 = 1$ の断面を図 10 に示す。本研究で使用した実験装置は、AC サーボモータ、カップリング、負荷であり、いずれも正転時と反転時でその特性はほとんど変わらないと考えられる。このため、2 次の非対称な非線形特性を表す 2 次ボルテラ核は存在しないと考えられる。実際に、実験結果からも 2 次ボルテラ核は検出できることが確認された。

同定されたボルテラ核を用いて Harmonic Probing 法により非線形パラメータを求める場合、前章の例のように線形部の次数を求める必要がある。そこで、

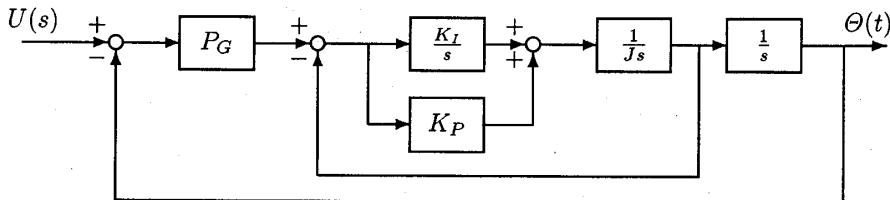


Fig. 8 Block diagram of the linear part of the apparatus

Table 2 Parameters of the experimental apparatus

Parameter	Symbol	Value	Unit
moment of inertia of motor	J	0.0014	kgm^2
damping coefficient	c	0.07071	Nms/rad
torque constant	K_T	0.3677	Nm/A
backlash of the coupling	B	0.0126	rad
position gain	P_G	30.0	rad/s
proportional gain	K_P	-1906	
integral gain	K_I	212	rad/s
clock pulse cycle	Δt	0.002	s

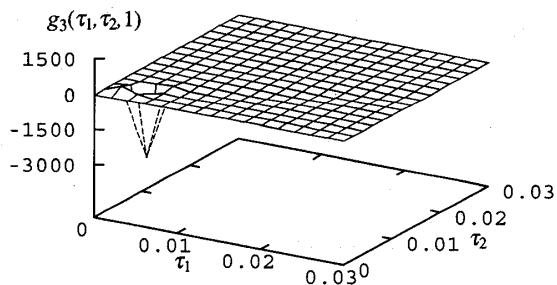
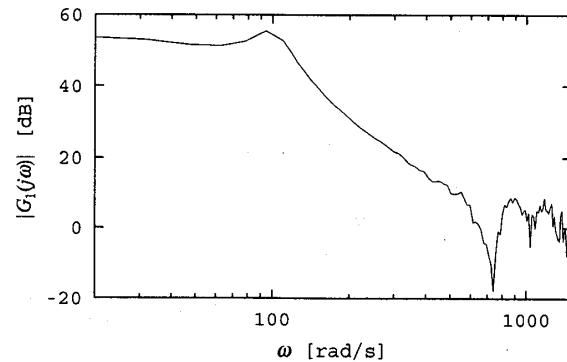


Fig. 10 Obtained 3rd order Volterra kernel of the experimental system

Fig. 11 Gain $|G_1(j\omega)|$ of the linear part of the experimental system

測定された 1 次のフーリエ変換 $G_1(j\omega)$ よりゲイン $|G_1(j\omega)|$ を求め、線形部分の次数の推定を試みる。図 11 に得られたゲインを示す。図 11 より、角速度 ω が 100 rad/s から 1000 rad/s と増加するとき、ゲイン $|G_1(j\omega)|$ は約 60 dB 低下している。したがって、この系の次数は 3 次と推定され、非線形系が次式のような微分方程式を満足すると仮定する。図 8 からもこの系の線形部の次数は 3 次と推定されるため、この結果は正しいと考える。

$$\alpha_0 \frac{d^3\theta(t)}{dt^3} + \alpha_1 \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \alpha_2 \frac{d\theta(t)}{dt} + \alpha_3 \theta(t) + k_3 \theta^3(t) = u(t) \quad (17)$$

式 (17)において、 α_i ($i = 0, \dots, 3$) は線形部の特性を決定するパラメータであり、M 系列相関法により求めた 1 次ボルテラ核 $g_1(\tau)$ に非線形最小 2 乗法を適用することより求められる。一方、 k_3 は非線形部の特性を決定するパラメータであり、本論文で提案する方法を用いて求めることができる。ただしこの実験装置は 3 次の非線形特性を示すため、非線形パラメータは式 (14) ではなく、1,3 次のボルテラ核を用いて、式 (18) より推定する。

$$k_3 = -\frac{G_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)}{G_1(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)G_1(\omega_1)G_1(\omega_2)G_1(\omega_3)} \quad (18)$$

提案する方法により求めた線形パラメータ α_i ($i =$

Table 3 Estimated parameters of the nonlinear system

Parameter	Value	Unit
α_0	0.2593×10^{-1}	Nms ³ /rad
α_1	0.1840×10	Nms ² /rad
α_2	0.2422×10^3	Nms/rad
α_3	0.8092×10^4	Nm/rad
k_3	0.1533×10^{-3}	Nms/rad ³

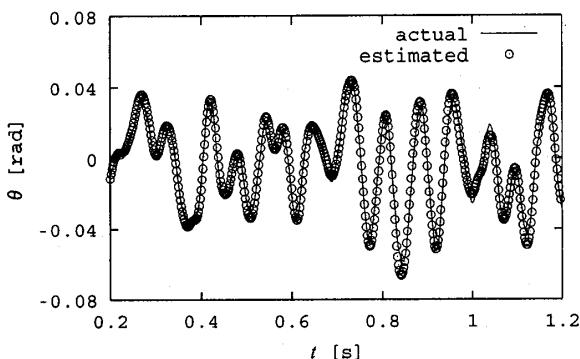


Fig. 12 Comparison between actual and estimated output of the experimental system

0, …, 3) および非線形パラメータ \hat{k}_3 を表 3 に示す。

提案する方法の有効性を確認するため、推定された線形パラメータ α_i ($i = 0, \dots, 3$) と非線形パラメータ k_3 より求めた非線形系の出力と実験により測定した負荷の回転角 θ を比較した結果を図 12 に示す。図より、両者はよく一致しており、提案する方法の有効性が確認された。

6. あとがき

本研究では、筆者等が提案した M 系列相関法により求めたボルテラ核と Harmonic Probing 法を組み合わせることにより、少ないパラメータにより非線形系の特性を表現する手法を提案し、数値シミュレーションによりその有効性を確認した。さらに、実際の機械システムへも適用し、良好な結果が得られた。

References

- (1) S.A.Billings and S.Y.Fakhouri, "Identification of nonlinear systems using correlation analysis and pseudorandom inputs", Int. J. Systems Science, Vol.11, No.3(1980), pp.261-279.
- (2) R.K.Pearson, "Nonlinear input/output modelling", J. Process Control, Vol.5, No.4(1995), pp.197-211.
- (3) S.A.Billings and W.S.F.Voon, "A prediction-error and stepwise-regression estimation algorithm for non-linear systems", Int. J. Control., Vol.44, No.3(1986), pp.803-822.
- (4) X.Zhao and V.Z.Marmarelis, "Nonlinear parametric models from Volterra kernels measurement", Math. Comput. Modelling, Vol.27, No.5(1998), pp.37-43.
- (5) S.S.Chen, S.A.Billings and P.M.Grant, "Non-linear system identification using neural network", Int. J. Control., Vol.51, No.6(1990), pp.1191-1214.
- (6) R.babuska and H.B.Verbruggen, "An overview of fuzzy modeling for control", Control Engineering Practice, Vol.4, No.11(1996), pp.1593-1606.
- (7) J.Sjöberg et al., "Nonlinear Black-box Modelling in System Identification:a Unified Overview", Automatica, Vol.31, No.12(1995), pp.1691-1724.
- (8) R.J.Hooper and E.P.Gyftopoulos, "On the measurement of characteristic kernels of a class of non-linear system", Proc. Symp. Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation, Univ. of Florida, (1966), pp.343-353.
- (9) H.A.Barker and T.Pradihayon, "High-order auto-correlation functions of pseudorandom signals based on m-sequences", Proceedings of IEE, Vol. 117, No.9(1970), pp.1857-1863.
- (10) H.A.Barker, S.N.Obidegwo and T.Pradihayon, "Performance of antisymmetric pseudo-random signals in the measurement of second-order Volterra kernels by crosscorrelation", Proceedings of IEE, Vol. 119(1972), pp.353-362.
- (11) H.A.Barker and S.N.Obidegwo, "Combined cross-correlation method for measurement of 2nd-order Volterra kernels", Proceedings of IEE, Vol. 120, No.1(1973), pp.114-118.
- (12) Y.Shi and K.E.Hecox, "Nonlinear system identification by m-pulse sequence: Application to brainstem auditory evoked responses", IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol.38, No.9(1991), pp.834-845.
- (13) H.Kashiwagi and Y.P.Sun, "A Method for Identifying Volterra Kernels of Nonlinear System", Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers, Vol.31, No.8(1995), pp.1054-1060 (in Japanese).
- (14) H.Harada, E.Nishiyama and H.Kashiwagi, "Identification of Nonlinear Mechanical Systems by Use of Volterra Kernels", Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol.64, No.628C(1998), pp.4605-4610 (in Japanese).
- (15) H.Kashiwagi, "M-sequence and its application", Shoukoudou co., (1996), (in Japanese).
- (16) K.Worden, G.Manson and G.R.Tomlinson GR, "A Harmonic Probing Algorithm for the Multi-Input Volterra Series", Journal of Sound and Vibration, Vol.201, No.1(1997), pp.67-84.