

柱・梁接合部パネルの変形を考慮した静的・動的応答解析プログラムの開発

小川厚治*1, ○多田元英*2

1. 序

建築鋼構造骨組において、柱・梁接合部パネルの降伏は接合される柱の降伏よりも先行する場合の多いことが指摘されている^{1),2)}。また、鋼構造限界状態設計規準(案)における構造特性係数 D_s 値に関する解説では、「接合部パネルにおいて、全塑性ひずみエネルギーの30%程度の吸収が期待できるものとすれば、…」³⁾との仮定を設定して論理を展開している。すなわち、鋼構造骨組の弾塑性挙動を把握する上で、パネルの弾塑性変形を考慮する必要性をこれらは示唆しているといえよう。

パネルの変形を考慮した鋼構造骨組の弾塑性挙動に関する研究はすでにいくつか行われている^{4)~10)}。筆者らは、この研究分野のさらなる発展を目的として、パネルの変形を考慮した鋼構造平面骨組の静的・動的弾塑性解析プログラム(プログラム名称: club.f および clap.f)^{注1)}を開発したので、その概要を本論で紹介する。さらに、建築鋼構造骨組の弾塑性挙動を把握する上で、柱・梁接合部パネルの適切な評価が必要であることを解析例を用いて示す。

2. 力学モデル

本プログラムで扱う力学モデルは、図-1に示すような部材・接合部パネル・部材端ばねの3種類であり、以下にこれらの内容を記述する。

部材 柱・梁・ブレースなどの線材に対するモデルである。部材端部においてのみ塑性化を考慮し、部材中間は常に弾性であるとする。塑性化の判定には、強軸廻りに曲げを受けるH形断面や箱形断面を対象に、軸力 N と曲げモーメント M に関する次の降伏関数^{注2)}を用いる。

・ $N/N_p \leq \alpha$ のとき

$$\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{M - M_o}{M_p} + \frac{1}{2\alpha} \left(\frac{N - N_o}{N_p}\right)^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = 0 \quad (1a)$$



図-1 力学モデル

・ $N/N_p > \alpha$ のとき

$$\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{M - M_o}{M_p} + \left(\frac{N - N_o}{N_p}\right) - 1 = 0 \quad (1b)$$

ここで、 M_p は全塑性モーメント、 N_p は降伏軸力であり、 α はウェブ断面積と全断面積の比である。 M_o と N_o は降伏曲線の原点の移動量であり、負荷挙動時のひずみ硬化量を表す。矩形断面や弱軸廻りに曲げを受けるH形断面については、 $\alpha = 1$ を代入した放物線式を用いる。

部材端部が塑性化した場合は、当該部分に長さがゼロの一般化硬化塑性ヒンジ¹²⁾を設ける。このヒンジの負荷挙動は、(1)式の $N-M$ 降伏関数を満足し、降伏曲線と塑性変形増分との法線則を満足し、Pragerの移動硬化則¹³⁾を満足するものである¹²⁾。

常に弾性状態である部材中間部分の増分剛性方程式は、曲げ変形にともなう軸方向変形を考慮して誘導された次式¹⁴⁾を採用する。

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M_a \\ \Delta M_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ & k_{22} & k_{23} \\ sym. & & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_m u^e \\ \Delta_m \theta_a^e \\ \Delta_m \theta_b^e \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ただし、 $\Delta N, \Delta M_a, \Delta M_b$ は軸力増分と各材端モーメント増分であり、 $\Delta_m u^e, \Delta_m \theta_a^e, \Delta_m \theta_b^e$ は軸方向伸び増分と各材端変形角増分である。また、 k_{11} から k_{33} は次式で与えられる。

$$k_{11} = \frac{EA}{l_e}, k_{12} = \frac{EA}{30} (4_m \theta_a^e - {}_m \theta_b^e) \quad (3a), (3b)$$

$$k_{13} = \frac{EA}{30} (-{}_m \theta_a^e + 4_m \theta_b^e) \quad (3c)$$

注1) 2名の著者が同じ仕様で別々にプログラムを作成し、両方の解析結果の一致を確認することにより、プログラミングの信頼性を高めた。

注2) この降伏関数は鋼構造塑性設計指針¹¹⁾のp.47の(3.26)式と(3.28)式を引用している。ただし、(3.26)式は誤植で下式が正であると判断している。

$$\frac{M_{pc}}{M_p} + \frac{A^2}{(4A_r + A_w)A_w} \left(\frac{N}{N_y}\right)^2 = 1$$

$$k_{22} = \frac{4EI}{l_e} + \frac{2EA}{15} m u^e + \frac{EA l_e}{300} (8 m \theta_a^2 - 4 m \theta_a^e m \theta_b^e + 3 m \theta_b^2) \quad (3d)$$

$$k_{23} = \frac{2EI}{l_e} - \frac{EA}{30} m u^e - \frac{EA l_e}{150} (m \theta_a^2 - 3 m \theta_a^e m \theta_b^e + m \theta_b^2) \quad (3e)$$

$$k_{33} = \frac{4EI}{l_e} + \frac{2EA}{15} m u^e + \frac{EA l_e}{300} (3 m \theta_a^2 - 4 m \theta_a^e m \theta_b^e + 8 m \theta_b^2) \quad (3f)$$

ここで、 E はヤング係数、 A は断面積、 I は断面2次モーメント、 l_e は部材長である。ただし、 l_e には塑性ヒンジ部分での伸縮量は含まれていない。

パネル 柱・梁接合部パネルをモデル化したものであり、一様なせん断変形とそれに対応するパネルモーメントの自由度だけを有する。履歴特性は移動硬化形のバイリニアである。パネル要素は部材が交差する節点位置に設けるが、パネルを設けない節点も可能である。部材がパネルに接合する位置は図-1の点1~8とする。ただし、点5~8への接合はピン接合に限定される。

部材端ばね 半固定柱脚や半剛接合などに対するモデルであり、回転変形のみを有する。履歴特性は移動硬化形のバイリニアである。設定箇所は部材の端部であり、設けるか否かは任意である。

3. 部材の座標変換とそれともなう幾何学的非線形

座標変換行列の要素が変位の関数である場合、座標変換後の増分剛性行列は幾何学的非線形成分を含み、これは幾何剛性行列などと呼ばれている。本章では部材の座標変換ともなう幾何剛性行列を、文献15)などを参考に

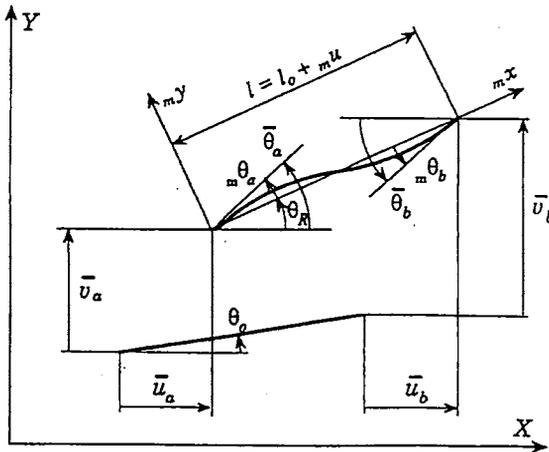


図-2 全体座標系と部材座標系

して以下のように導く。

全体座標系の部材端変位 $\{\bar{u}\}$ と部材端力 $\{\bar{p}\}$ 、および部材座標系の部材端変位 $\{m u\}$ と部材端力 $\{m p\}$ を図-2と次式のように定義する。すなわち、

$$\{\bar{u}\} = \{\bar{u}_a \ \bar{v}_a \ \bar{\theta}_a \ \bar{u}_b \ \bar{v}_b \ \bar{\theta}_b\}^T \quad (4a)$$

$$\{\bar{p}\} = \{\bar{X}_a \ \bar{Y}_a \ \bar{M}_a \ \bar{X}_b \ \bar{Y}_b \ \bar{M}_b\}^T \quad (4b)$$

$$\{m u\} = \{m u \ m \theta_a \ m \theta_b\}^T \quad (5a)$$

$$\{m p\} = \{m N \ m M_a \ m M_b\}^T \quad (5b)$$

各座標系間の変位の適合条件式と力の釣合式は、座標変換行列を $[T_c]$ として次式で与えられる。

$$\{\Delta m u\} = [T_c] \{\Delta \bar{u}\}, \quad \{\Delta \bar{p}\} = [T_c]^T \{\Delta m p\} \quad (6), (7)$$

ただし、部材角を θ_R 、部材長を l として $[T_c]$ は次式で与えられる。

$$[T_c] = \begin{bmatrix} -\cos \theta_R & -\sin \theta_R & 0 & \cos \theta_R & \sin \theta_R & 0 \\ -\frac{\sin \theta_R}{l} & \frac{\cos \theta_R}{l} & 1 & \frac{\sin \theta_R}{l} & -\frac{\cos \theta_R}{l} & 0 \\ -\frac{\sin \theta_R}{l} & \frac{\cos \theta_R}{l} & 0 & \frac{\sin \theta_R}{l} & -\frac{\cos \theta_R}{l} & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (8)$$

(6) 式中の記号 Δ は微少増分を表す。(7) 式を増分表示して次式を得る。

$$\{\Delta \bar{p}\} = [T_c]^T \{\Delta m p\} + [\Delta T_c]^T \{m p\} \quad (9)$$

幾何学的非線形を考慮しない場合は、 $[T_c]$ が定数行列となるので、 $[\Delta T_c] = 0$ となり、上式の右辺第2項はゼロとなる。

部材座標系の増分剛性方程式を次式で表す。

$$\{\Delta m p\} = [m K] \{\Delta m u\} \quad (10)$$

上式と(6)式を(9)式に代入すると次式が得られる。

$$\{\Delta \bar{p}\} = [T_c]^T [m K] [T_c] \{\Delta \bar{u}\} + [\Delta T_c]^T \{m p\} \quad (11)$$

$[\Delta T_c]$ は $\{\bar{u}\}$ の各成分に関する偏微分値と $\{\Delta \bar{u}\}$ の各成分の積の総和で与えられるので、上式は次のように表せる。

$$\{\Delta \bar{p}\} = [T_c]^T [m K] [T_c] \{\Delta \bar{u}\} + \left(\left[\frac{\partial T_c}{\partial \bar{u}_a} \right]^T \Delta \bar{u}_a + \left[\frac{\partial T_c}{\partial \bar{v}_a} \right]^T \Delta \bar{v}_a + \dots + \left[\frac{\partial T_c}{\partial \bar{\theta}_b} \right]^T \Delta \bar{\theta}_b \right) \{m p\} \quad \dots (12)$$

上式において、 $\{\Delta \bar{u}\}$ と $\{mP\}$ の積の順序を入れ替えると、次の全体座標系での部材増分剛性方程式が得られる。

$$\{\Delta \bar{p}\} = \left([T_c]^T [mK] [T_c] + [S] \right) \{\Delta \bar{u}\} \quad (13)$$

ただし、

$$[S] = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial T_c}{\partial u_a} \right]^T \{mP\} & \left[\frac{\partial T_c}{\partial v_a} \right]^T \{mP\} & \cdots & \left[\frac{\partial T_c}{\partial \theta_b} \right]^T \{mP\} \end{bmatrix} \quad \cdots (14)$$

上式の $[S]$ が幾何剛性行列であり、 i 行 j 列要素 (S_{ij}) が次式のように計算できる。

$$S_{11} = S_{44} = -S_{14} = \frac{\sin^2 \theta_R}{l} mN - \frac{2 \sin \theta_R \cos \theta_R}{l^2} (mM_a + mM_b) \quad (15a)$$

$$S_{12} = S_{45} = -S_{15} = -S_{24} = \frac{\sin \theta_R \cos \theta_R}{l} mN + \frac{\sin^2 \theta_R - \cos^2 \theta_R}{l^2} (mM_a + mM_b) \quad \cdots (15b)$$

$$S_{22} = S_{55} = -S_{25} = \frac{\cos^2 \theta_R}{l} mN + \frac{2 \sin \theta_R \cos \theta_R}{l^2} (mM_a + mM_b) \quad (15c)$$

$$S_{13} = S_{16} = S_{23} = S_{26} = S_{33} = S_{34} = S_{35} = S_{36} = S_{56} = S_{66} = 0 \quad (15d)$$

ただし、 $S_{ij} = S_{ji}$ である。

4. 節点変位に関する剛性方程式

端部が接合部パネルに接合される部材については、図-3に示すように、前章で誘導された部材増分剛性方程式は部材端 \bar{a}, \bar{b} の諸量に関するものであり、節点 a, b (パネルの中央) の諸量に関するものではない。本プログラムでは、節点変位と接合部パネルのせん断変形角について全体剛性方程式を作成するため、前章の剛性方程式は、これら節点に関する諸量に変換する必要がある。

図-3のように、図-1中の点2で部材がパネルに取り合う場合について、部材端 \bar{a} に関する諸量から節点 a に関する諸量に変換するための変換行列と、この変換にもなう幾何剛性行列を以下に示す。まず、節点変位 $\{u_a\}$ と節点力 $\{p_a\}$ 、および部材端変位 $\{\bar{u}_a\}$ と部材端力 $\{\bar{p}_a\}$ を図-3と次式のように定義する。

$$\{u_a\} = \{u_a \ v_a \ \theta_a \ \gamma_a\}^T, \quad \{p_a\} = \{X_a \ Y_a \ M_a \ P_a\}^T \quad (16a, b)$$

$$\{\bar{u}_a\} = \{\bar{u}_a \ \bar{v}_a \ \bar{\theta}_a\}^T, \quad \{\bar{p}_a\} = \{\bar{X}_a \ \bar{Y}_a \ \bar{M}_a\}^T \quad (17a, b)$$

変位の適合条件と力の釣合条件は変換行列 $[T_p]$ を介して次のように与えられる。

$$\{\Delta \bar{u}_a\} = [T_p]^T \{\Delta u_a\}, \quad \{p_a\} = [T_p] \{\bar{p}_a\} \quad (18a, b)$$

ただし、

$$[T_p] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -w \sin \theta_a & 0 \\ 0 & 1 & w \cos \theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

さらに、この変換にもなう幾何剛性行列 $[S_p]$ は、前章と同様に計算して次式のように与えられる。

$$[S_p] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{X} w \cos \theta_a - \bar{Y} w \sin \theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

図-1中の点1~8のうち、パネル縁の他の点に部材が取り合う場合についても、同様に $[T_p]$ と $[S_p]$ が得られる。

5. 地震応答解析における運動方程式とその解法

質量行列は Lamped mass とする。全体剛性方程式の各自由度に対して質量や回転慣性を設定可能とするが、これらを設定しない自由度については、減衰力と復元力と

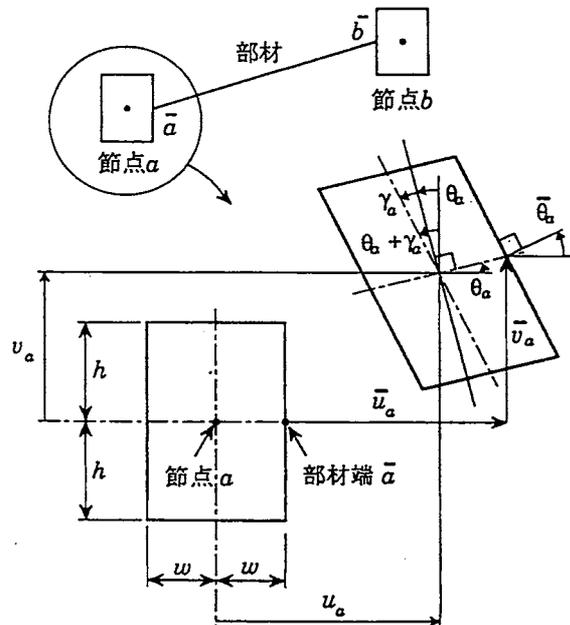


図-3 節点変位と部材端変位

で動的な釣合を満足させるものとする。減衰行列は Rayleigh 型または剛性比例型・質量比例型とする。運動方程式の数値解法には、線形域での無条件安定性が保証されている Newmark- β 法 ($\gamma=1/2, \beta=1/4$) を採用する。

6. 解析例

解析骨組を図-4 に示す。P-frame は柱・梁接合部パネルを考慮したモデルであり、O-frame はこれを無視したモデルである。柱材や梁材は両モデルとも同じ断面であり、一覧を表 1 に示す。部材断面の算定は、梁上の重量を $4.8t/m$ とし、ベースシヤール係数 0.25 に対して算定された必要保有水平耐力と、過荷重（過荷重時荷重係数：1.65）とに対する塑性設計によって行っている。ここでは、接合部パネルを無視して得られる芯モーメントに対して、部材断面を算定している。なお、P-frame の柱・梁接合部パネルは直下の柱と同断面であり、特に補強していない。P-frame, O-frame とも 1 階の柱脚には、剛性が $5,000tm/rad$ の弾性回転ばねを設けている。また、各梁の中央には節点を設け、この部分の塑性化を考慮できるようにしている。

各節点の X, Y 方向の自由度のみに質量を定義し、節点

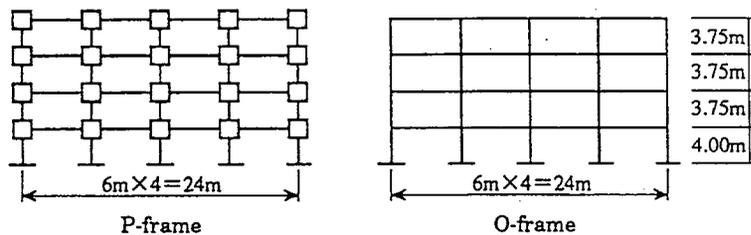


図-4 解析骨組

の回転方向やパネルのせん断変形方向の回転慣性はゼロとする。1次固有周期は、P-frame で 1.32sec, O-frame で 1.38sec である。

柱・梁部材の降伏応力度は $2.64t/cm^2$ であり、ひずみ硬化係数は柱で 2%, 梁で 1% である。接合部パネルの降伏せん断応力度は $1.52t/cm^2$ であり、ひずみ硬化係数は 2% である。

各節点に支配長さ分の鉛直荷重を作用させた後に、設計用水平荷重を比例载荷したときの静的漸増解析結果を図-5(a), (b) に示す。縦軸は各層の層せん断力 Q_i を骨組総重量 W_T で除した値であり、横軸は層間変位角 R_i である。平均層間変位角が $0.025rad$ のときの塑性化部位の分布状況を図中に示す。パネル断面を直下の柱断面と同一

表 1 使用部材

部位	階数	断面
外柱	4	□-252×7.65
	3	□-258×7.81
	2	□-285×8.64
	1	□-311×9.44
内柱	4	□-288×8.71
	3	□-323×9.80
	2	□-354×10.7
	1	□-382×11.6
梁	R	H-380×152×6.05×8.44
	4	H-459×184×7.31×10.2
	3	H-504×202×8.03×11.2
	2	H-543×217×8.65×12.1

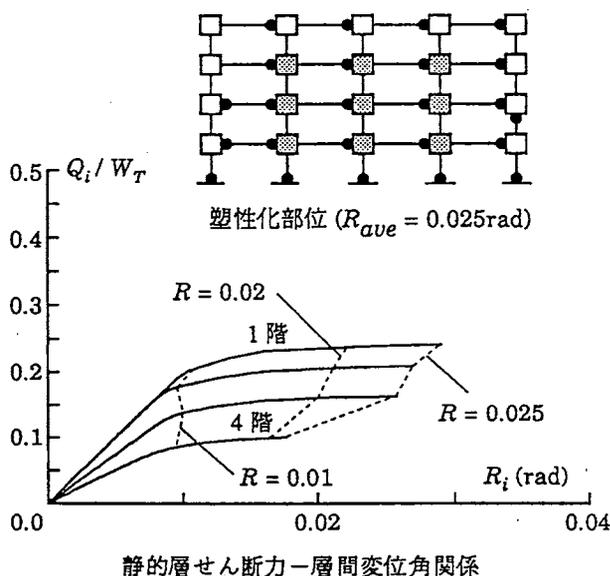


図-5(a) 静的解析結果 (P-frame)

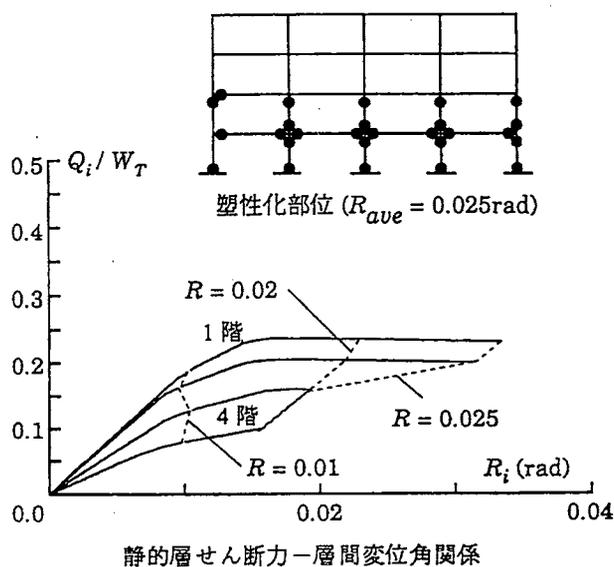


図-5(b) 静的解析結果 (O-frame)

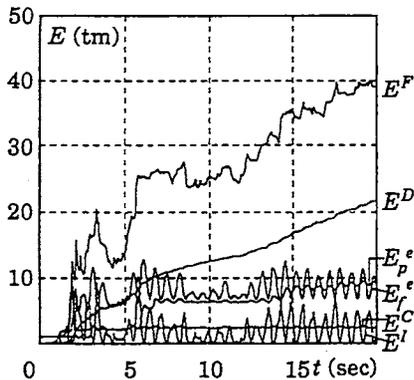


図-6(a) エネルギー応答 (P-frame)

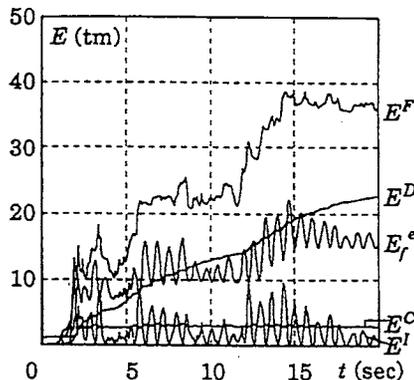


図-6(b) エネルギー応答 (O-frame)

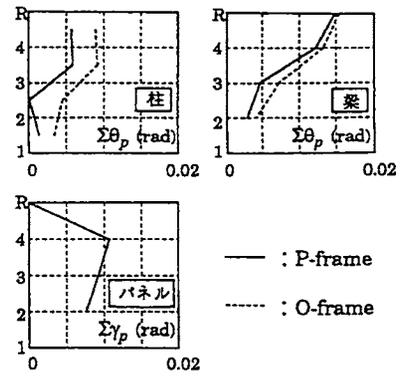


図-7 累積塑性変形角応答

とした P-frame では、パネルの降伏が柱の降伏に先行していること、それにもない損傷が全層に分散していること、層せん断耐力が設計値に達していないことなどがわかる。

鉛直荷重を載荷した後に、最大速度が 50cm/sec の El Centro 1940 NS を 20 秒間入力したときの地震応答解析結果を次に示す。減衰特性は、1 次の減衰定数が 2% の剛性比例型内部粘性減衰である。

図-6(a), (b) にエネルギー応答の時刻歴を示す。 E^F は地震入力エネルギー、 E^D は減衰による散逸エネルギー、 E^I は運動エネルギー、 E^C は一定鉛直荷重によるエネルギー、 E_f^e は柱・梁・柱脚ばねの全ひずみエネルギー、 E_p^e はパネルの全ひずみエネルギーである。P-frame では、パネルで吸収するエネルギーが、その他の構造要素で吸収するエネルギーにほぼ匹敵しており、パネルの弾塑性挙動が骨組の耐震性能に大きくかかわっていることが理解できる。

柱・梁・接合部パネルの累積塑性変形角応答を、各部材の各断面ごとに各層の最大値を図-7 に示す。本解析例では、パネルを考慮しない場合の O-frame に比べて、P-frame では、柱の累積塑性変形角が激減していることがわかる。

7. 結び

本稿では、柱・梁接合部パネルを含む鋼構造平面骨組の静的または動的弾塑性応答を解析するためのプログラムについて、採用した基礎式を示した。さらに、接合部パネルの存在を無視した骨組と、パネルの力学特性を考慮に入れた骨組について地震応答解析し、パネルの弾塑性挙動が骨組の耐震性能に大きな影響を及ぼすことを例示した。

謝辞

本プログラムは、耐震性能研究会（建設省建築研究所と（社）鋼材倶楽部の共同研究）における活動の一環として作成した。貴重なご意見をいただいた委員の方々に

感謝いたします。

参考文献

- 1) 田淵基嗣, 金谷 弘, 他: 中低層鉄骨造骨組における設計の実状—柱, 梁, 接合部パネルの耐力比—, 日本建築学会近畿支部研究報告集, 第 33 号. 構造系, p.221-224, 1993年6月
- 2) 井上一朗, 多田元英, 桑原 進, 柳原秀和: 角形鋼管柱・H 形鋼梁ラーメン構造の弾性層間変形成分とパネル・柱降伏比, 日本建築学会大会学術講演梗概集 C, p.1559-1560, 1993年9月
- 3) 日本建築学会: 鋼構造限界状態設計規準(案)・同解説, p.112, 1990年2月
- 4) 日置興一郎, 中本嘉彦: 接合部パネルの剪断変形を考慮した撓角法, 日本建築学会論文報告集, 第 101 号, p.39-44, 1964年8月
- 5) 仲 威雄, 加藤 勉, 湯浅 丹, 田中淳夫, 佐々木哲也: 水平荷重を受ける柱, はり, およびその接合部の挙動について(その 1~3), 日本建築学会論文報告集, 第 101, 102, 104 号, 1964年8~10月
- 6) 武藤 清, 長田正至, 高瀬啓元, 上野弘道: パネルゾーンのせん断変形を考慮した撓角法略算式, 日本建築学会関東支部第39回学術研究発表会, 1968年
- 7) 河野昭雄, 牧野 稔: 中低層鋼骨組の耐震性に与える柱—はり接合部のせん断補強の効果について, その 1 崩壊荷重係数と等価吸収エネルギー, 日本建築学会論文報告集, 第 319 号, p.11-22, 1982年9月
- 8) 河野昭雄, 牧野 稔: 中低層鋼骨組の耐震性に与える柱—はり接合部のせん断補強の効果について, その 2 パネルゾーンせん断強度が異なる骨組の動的弾塑性応答性状, 日本建築学会論文報告集, 第 334 号, p.18-28, 1983年12月
- 9) 長谷川 隆, 山内泰之: 強震時における中低層鋼構造骨組の損傷分布に基づく部材の必要塑性変形能力, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 460 号, 1994年6月
- 10) 秋山将光, 松尾 彰, 中村雄治, 棕代仁朗, 高松隆夫: 弱パネル型中低層鋼構造骨組の地震応答解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 C, p.1565-1566, 1993年9月
- 11) 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針, p.46-48, 1975年11月
- 12) 井上一朗, 小川厚治: 鋼構造筋違付多層骨組の塑性設計に関する研究, その 2. 塑性設計架構の弾塑性応答性状に関する考察, 日本建築学会論文報告集, 第 268 号, 1978年6月
- 13) W.Prager: The Theory of Plasticity; A Survey of Recent Achievement, Proc. of Inst. Mech. Engng., Vol.199, 1955
- 14) A.Jennings: Frame Analysis Including Change of Geometry, Proc. of ASCE, No.ST4, Aug., 1963
- 15) 日本鋼構造協会: 骨組構造解析法要覧, p.204, 1975年8月

*1 熊本大学 助教授・工博, *2 大阪大学 助手・工博

Computer Program for Static and Dynamic Analysis of Steel Frames Considering the Deformation of Joint Panel

Koji OGAWA*¹, Motohide TADA*²

It has been reported that, in lots of cases, the yield of joint panels initiates the yield of the columns which are connected to the panels. These reports suggest that the adequate evaluation of the deformation in the joint panels is necessary to study the elasto-plastic behaviour of steel frames.

The authors have developed the computer programs (program names are club.f and clap.f) which deal with the combined non-linear analysis of plane steel frames and which can take account of the elasto-plastic deformation of joint panels.

The primary characteristics of mechanical models adopted in the programs are as follows;

- The freedom of joint panels are the shear deformation and the corresponding panel-moment.
- The member connecting points to the panel are restricted to the eight points. Those are the centers of four sides of the panel and the four corners of the panel.
- The plasticity of members is checked only at the ends. The mid-span of members keeps elastic regardless of the stress.
- A general yield hinge is introduced into the plastic end of the member.
- The loading behaviour of the general yield hinge complies with the Prager's kinematic hardening rule.
- In order to consider the geometrical non-linearity, The initial stress matrix is derived for every transformation of coordinates.

The static or dynamic response of four-story and four-span frame is analyzed as an example. The frame is designed by neglecting the joint panels and it is analyzed in two ways. One is by neglecting the joint panels (O-frame) and the other is by considering the joint panels (P-frame) whose sections are same with the columns at the lower story.

From the static analysis, following results are obtained;

- The yield of panels initiates the yield of the columns which are connected to the panels in P-frame.
- The damage disperses throughout the stories because of the yield of panels in P-frame while the damage concentrates in the particular stories in O-frame.

From the earthquake response analysis, following results are obtained;

- The energy absorbed in panels is almost same with the energy absorbed in other structural elements in P-frame.
- The plastic deformation of columns in P-frame is much less than that in O-frame while the plastic deformation of beams in P-frame is little less than that of O-frame.

These results obtained in the above example show that the adequate modeling of panels is essential to understand the elasto-plastic behaviour of steel frames.

*1 Associate Professor, Kumamoto University, Dr. of Eng.

*2 Research Associate, Osaka University, Dr. of Eng.