

液位にこう配を有する水平管内 層状気液二相流の研究*

佐田富道雄^{*1}, 川路正裕^{*2}
Carlos LORENCEZ^{*2}, Tony CHANG^{*2}

Horizontal Gas-Liquid Stratified Flow with Interfacial Level Gradient

Michio SADATOMI, Masahiro KAWAJI,
Carlos LORENCEZ and Tony CHANG

The one-dimensional two-fluid energy and momentum equations have been developed to predict the axial distribution of liquid level or void fraction in steady cocurrent gas-liquid stratified flow in horizontal circular and rectangular channels. Two kinds of critical depth derived from the energy equation are adopted as a boundary condition at the channel exit depending upon whether the liquid level in the exit tank is kept above or below the channel. The predicted results are compared with the experimental data of other investigators as well as the present authors. Good agreement was obtained for flows with a smooth gas-liquid interface.

Key Words: Multiphase Flow, Pipe Flow, Numerical Analysis, Two-Fluid Model, Stratified Flow, Interfacial Level Gradient, Horizontal Flow, Void Fraction Distribution

1. 緒言

石油パイプライン, 原子炉 LOCA 時の配管系など大口径の水平管においては, 気相と液相が同方向に流動する層状流は代表的な流動様式である。そこで, この流れについてはすでに多くの研究が行われており, 液位の変化のない発達した流れのボイド率や圧力損失の予測精度はかなり向上している。しかるに, 液位にこう配のある場合については研究が少なく, まだ不明な点が残されている。

Kawaji ら⁽¹⁾ は, 内径 180 mm の水平管内の高圧蒸気-水二相流について, 管出口において液中に流出する場合と蒸気中の場合の管内のボイド率を測定し, 比較している。それによると, 質量流束が 100 kg/(m²·s) 以下ではボイド率は出口条件によって異なるが, 400 kg/(m²·s) 以上では出口条件の影響はほとんどないという興味深い結果となっている。しかるに, この時点ではこの理由は明らかではなく, この現象を表す物理モデルの開発が望まれていた。

次に, Bishop ら⁽²⁾ は過去に報告された層状流の実験データの中に発達した流れの整理法ではうまく表せないものがあることを指摘し, 流れの解析式に液位のこう配の効果を含めることを提案している。しかしながら, この式を使った流れの予測は試みておらず, その有用性は不明のままである。また, 最近, 小泉ら⁽³⁾ は内径 210 mm の水平管を用いて空気-水二相流の実験を行い, 管出口において空气中に流出する場合について, 層状流からスラグ流への遷移条件について考察し, さらに液位のこう配がある場合のボイド率の精度の良い実験データを得ている。そして, そのデータが開流路における单相流の解析式によって比較的良く表されることを報告している。しかしながら, Bishop ら⁽²⁾ の式を含む二相流の解析式の検討は行っていない。

本報では, 等温で定常な液位にこう配を有する層状流を対象とする一次元二流体モデルの解析式を導出する。次に, 層状流の臨界水位に言及し, この水位を境界条件として液位あるいはボイド率の管軸方向への変化過程を予測する計算法を提案する。さらに, 解析式の第一次の検討に役立つボイド率のデータを得るため, 解析式が簡単化できる高さ 50.8 mm × 幅 101.6 mm の長方形断面の水平流路を用いて, 流路出口において

* 原稿受付 平成3年11月21日。

^{*1} 正員, 熊本大学工学部 (〒860 熊本市黒髪 2-39-1)。

^{*2} トロント大学工学部 (Toronto, Ontario M5S 1A4, CANADA)。

大気中に流出する場合について、滑らかな界面の層状流の実験を行った。そして、この実験データと、円管内の流れに関する三つの文献⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁴⁾のデータを用いてこの計算法を検討した結果を述べる。

2. 実験

実験装置を図1に示す。作動流体は空気と25°Cの灯油(密度752 kg/m³, 粘度1.31×10⁻³ Pa·s)であった。供試流路は、高さ50.8 mm, 幅101.6 mmの長方形断面の水平流路で、対向流の実験も可能なように作られている。既報⁽⁵⁾の流路を液位の測定が可能のように改良したもので、液位は流路出口から1.3 mと3.3 mの2地点において管断面中央部に1 mm間隔で平行に設置した2本の直径0.2 mmのニクロム線を用いて測定した。この液位測定法は、Brownら⁽⁶⁾やKoskieら⁽⁷⁾の電気伝導度法と類似であるが、灯油は絶縁体に近いため交流の静電容量から液位が求まるように工夫を施したものである。測定精度は、液位で±0.1 mm, ボイド率で±0.2%であった。この方法では波状流における波の特性も測定できるが、本実験範囲は、気液の界面が滑らかな層状流に限定した。なお、入口タンク内の浮き板は、波の発生を抑制するためのものである。気、液それぞれの流量は、検定済みの浮き子式流量計(精度2%)とパドル形のタービン流量計(精度1%)で求めた。

3. 解析

3.1 流れの系 気、液の流動方向が同一で、等温、定常で滑らかな気液界面を持ち、液位が管軸方向に変化する水平円管内の層状気液二相流を解析の対象とする。図2は、このような流れの系と記号を表す説明図である。液位が、 h_L の場合の液相の重心位置を気液界面から kh_L 下方とすれば、 k は次式で表される。

$$k = \frac{[(\pi - \theta)\cos \theta + \sin \theta - \sin^3 \theta/3]}{[(1 + \cos \theta)(\pi - \theta - \sin \theta \cos \theta)]} \dots (1)$$

この k を用いると、気相、液相それぞれに作用する代

表圧力 P_C, P_L は次式で関係付けられる。

$$P_L = P_C + k\rho_L g h_L \dots (2)$$

また、式(2)を流動方向 x について微分し次式を得る。

$$(dP_L/dx) = (dP_C/dx) + k\rho_L g (dh_L/dx) \dots (3)$$

一般に液位の変化はそう大きくないので、式(3)の導出においては k は近似的に定数としている。

液相と気相の断面積 A_L, A_G , 水力学相当直径 D_L, D_G , 管壁とぬれぶち長さ l_{wL}, l_{wG} , ならびに図示の界面長さ l_i は、管径 D と h_L あるいは θ との簡単な関数で求められる⁽⁸⁾。また、後述の計算では、各相の壁面せん断応力 τ_{wL}, τ_{wG} , と界面せん断応力 τ_i はTaitel-Dukler⁽⁹⁾と同様に次式で求める。

$$\tau_{wL} = \lambda_L \rho_L u_L^2 / 8 \dots (4)$$

$$\tau_{wG} = \tau_i = \lambda_G \rho_G u_G^2 / 8 \dots (5)$$

ここで、 u_L, u_G はそれぞれ液相と気相の平均速度である。大口径管内の流れにおいては、一般に次式で定義されるレイノルズ数

$$Re_L = \rho_L u_L D_L / \mu_L, \quad Re_G = \rho_G u_G D_G / \mu_G \dots (6)$$

は両相とも2000以上となるから、 λ_L と λ_G の計算にはブラジウスの式を用いることができる。なお、気、液、各部の断面形状は非円形であるが、このような形の流路の層状形状係数は円管の場合と3%以内で一致するため⁽⁹⁾, 各相部の乱流形状係数は円管の場合にほぼ等しいと予想され⁽¹⁰⁾, 乱流ではブラジウスの式をそのまま使用できると考える。

3.2 運動量式とエネルギー式 一次元二流体モデルに基づき、まず運動量式を導く。液相部では、

$$P_L A_L - (P_L + dP_L)(A_L + dA_L) - \tau_{wL} l_{wL} dx + \tau_i l_i dx + \rho_L u_L^2 A_L - \rho_L u_L A_L (u_L + du_L) + (P_C + dP_C/2) dA_L = 0 \dots (7)$$

が成立する。ここで、左辺第7項は、気相部から傾斜した界面に作用する圧力による力の x 方向成分である。式(7)は、二次の微小項を無視し、連続の式を代入して整理すると、次式となる。

$$-(dP_L/dx) - \tau_{wL} l_{wL} / A_L + \tau_i l_i / A_L$$

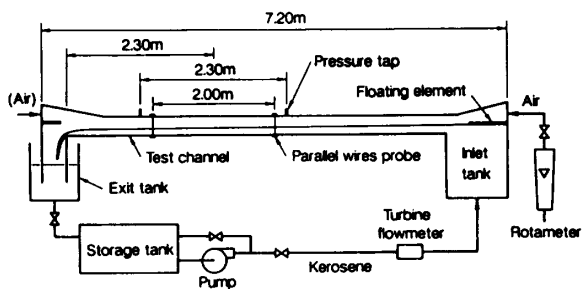


図1 実験装置

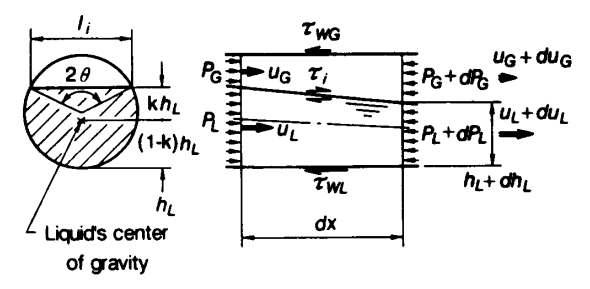


図2 流動系と記号

$$-(k\rho_Lgh_L - \rho_Lu_L^2)(dA_L/dx)/A_L = 0 \dots\dots (8)$$

同様に、気相部では次式が得られる。

$$-(dP_C/dx) - \tau_{wcl}w_C/A_C - \tau_{li}l_i/A_C - \rho_Cu_C^2(dA_L/dx)/A_C = 0 \dots\dots (9)$$

結局、式(3)、(8)、(9)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} &\tau_{wcl}w_C/A_C - \tau_{wL}l_{wL}/A_L + \tau_{li}l_i(1/A_C + 1/A_L) \\ &= k\rho_Lg[h_L(dA_L/dx)/A_L + (dh_L/dx)] \\ &- (\rho_Cu_C^2/A_C + \rho_Lu_L^2/A_L)(dA_L/dx) \dots\dots (10) \end{aligned}$$

次にエネルギー式について述べる。液相部では、

$$\begin{aligned} dP_{EL} &= P_L + (1-k)\rho_Lgh_L + \rho_Lu_L^2/2 \\ &- [(P_L + dP_L) + (1-k)\rho_Lg(h_L + dh_L) \\ &+ \rho_L(u_L + du_L)^2/2] \dots\dots (11) \end{aligned}$$

が成立する。ここで、右辺の dP_{EL} は壁面摩擦と界面摩擦による単位体積当たりのエネルギー損失であり、次式で表される。

$$dP_{EL} = (\tau_{wL}l_{wL} - \tau_{li}l_i)dx/A_L \dots\dots (12)$$

したがって、式(11)は微小項を無視すると次式となる。

$$\begin{aligned} &-(dP_L/dx) - \tau_{wL}l_{wL}/A_L + \tau_{li}l_i/A_L \\ &- (1-k)\rho_Lg(dh_L/dx) \\ &+ \rho_Lu_L^2(dA_L/dx)/A_L = 0 \dots\dots (13) \end{aligned}$$

同様に、気相部は次式となる。

$$\begin{aligned} &-(dP_C/dx) - \tau_{wcl}w_C/A_C - \tau_{li}l_i/A_C \\ &- \rho_Cu_C^2(dA_L/dx)/A_C = 0 \dots\dots (14) \end{aligned}$$

結局、式(3)、(13)、(14)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} &\tau_{wcl}w_C/A_C - \tau_{wL}l_{wL}/A_L + \tau_{li}l_i(1/A_C + 1/A_L) \\ &= \rho_Lg(dh_L/dx) - (\rho_Cu_C^2/A_C + \rho_Lu_L^2/A_L)(dA_L/dx) \dots\dots (15) \end{aligned}$$

Bishop ら⁽²⁾のエネルギー式は、式(13)の k を零とした式で、ポテンシャルエネルギーの効果を過大評価している。また、式(10)と式(15)は、発達した流れでは右辺が零となるため、Taitel-Dukler⁽⁶⁾の式と等しくなる。さらに、長方形断面の流路の場合には、式(10)において $k=0.5$ 、 $h_L(dA_L/dx)/A_L = (dh_L/dx)$ となるため、運動量式(10)とエネルギー式(15)は等しくなる。なお、本研究では両相ともに乱流を対象としており、一次元流れを仮定しているため、以上の式(7)~(15)において、各相の運動量修正係数とエネルギー修正係数を近似的に1としている。

式(10)と式(15)に示したように、円管内の場合には運動量式とエネルギー式が一致しなかった。そこで、どちらが実際の流れをより良く表すのかを、次の小泉ら⁽³⁾のデータを用いて調査した。すなわち、内径210mm、全長30.5mの水平円管内の大気圧の空気-水二相流に関するもので、気水混合部より7.42m下流と26.78m下流の2地点で測られたボイド率のデータで

ある。彼らのデータの中から滑らかな界面の場合のものをを選び、2地点間の平均ボイド率と液位のこう配 (dh_L/dx) (I. L. G.とも呼ばれている⁽²⁾)の実験値を求めた。彼らのI. L. G.のデータは、空気の容積流束 j_C にほとんど依存せず、水の流束 j_L で決まる値であった。そこで、これを j_C によらず一定として式(10)と式(15)に代入し、それぞれの式からボイド率の計算値を求め、前述の2地点間の平均ボイド率の実験値と比較した。なお、彼らのデータでは液位のこう配が極めて小さかったので、この計算では (dA_L/dx) は $l_i(dh_L/dx)$ で近似した。また、式(10)の計算では、 k は一定とはせず、式(1)で求めた。

図3(a)、(b)は上述の実験値と計算値との比較結果の例で、小泉らのデータの中では水の容積流束 j_L が最小と最大の場合である。これらの結果から、いずれの j_L においても、実線のエネルギー式の計算値のほうが一点鎖線の運動量式の場合よりも実験値に近いことがわかった。そこで、これ以降の検討にはエネルギー式(15)のみを用いることとした。なお、破線の計算値は、I. L. G.のない発達した流れに関する Taitel-Dukler⁽⁶⁾の式によるもので、I. L. G.の存在する小泉らのデータとの一致は良くない。

3.3 層状二相流における臨界水深 開水路にお

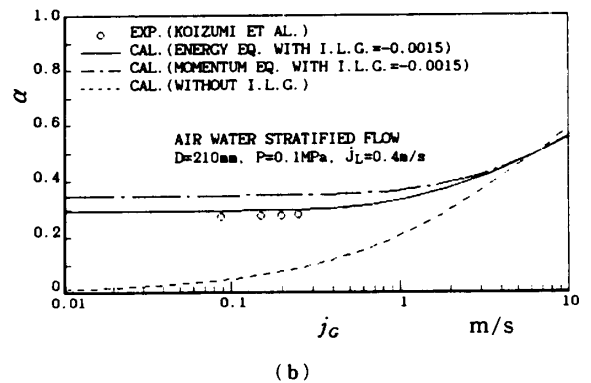
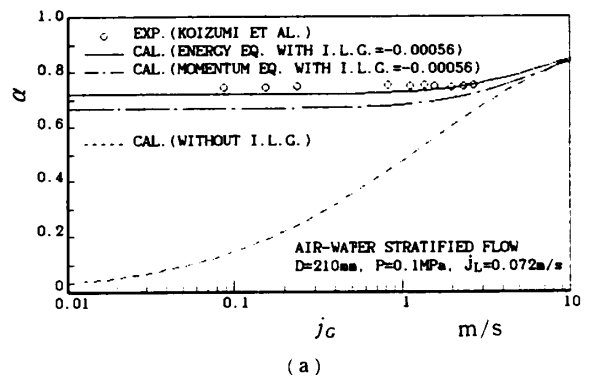


図3 運動量式とエネルギー式によるボイド率の計算値と小泉らのデータとの比較

ける液单相流⁽¹¹⁾と同様に、層状二相流においても臨界水深 (Critical Depth) が存在すると考えられる。式 (15) の (dA_L/dx) を $l_i(dh_L/dx)$ で近似すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \tau_w c l_w c / A_C - \tau_w l_w l_i / A_L + \tau_l l_i (1/A_C + 1/A_L) \\ & = [\rho_L g - (\rho_C u_C^2 / A_C + \rho_L u_L^2 / A_L) l_i] (dh_L/dx) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(16)の左辺は発達した流れ以外では零ではない。そこで、層状二相流の臨界水深は、液单相流と同様に、エネルギー式、式(16)における (dh_L/dx) を無限大とすれば求まると考えると、この臨界水深は、

$$\rho_L g - (\rho_C u_C^2 / A_C + \rho_L u_L^2 / A_L) l_i = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

で与えられることになる。しかしながら、この式は、気液の流量条件、密度ならびに管径によって、解がある場合とない場合がある。

図4(a)、(b)は、水平円管内の大気圧の空気-水系と Kawaji ら⁽¹⁾の実験に対応した圧力 7.45 MPa の蒸気-水系について、式(17)の解がある場合とない場合の境界線を、 $D=10$ mm から 200 mm の5種類の管径について同時に実線で示したものである。座標軸は気液の容積流束である。この境界線よりも下側が式(17)の解が二つある領域で、発達した流れの様な水深(開水路における Normal Depth)も含めて、この領域では三つの水深が極値として考えられる。しかるに、実線よりも上の領域では、式(17)の $\rho_L u_L^2 / A_L$ が大きくなるため、式(17)は解を持たず、極値としては発達した流れの水深のみしか得られない。現象的には、この領域では液の慣性力が大きく、液位のこう配 (dh_L/dx) が急変できないのであろう。

図4(a)には、Taitel-Dukler⁽¹²⁾が提案した層状流と間欠流の境界を表す

$$u_C = (1 - h_L/D) \{ (\rho_L - \rho_C) g A_C / \{ \rho_C (dA_L/dh_L) \} \}^{0.5} \quad \dots\dots\dots (18)$$

の計算値が、管径 25 mm の場合について破線で示されている。破線よりも下側が層状流である。したがって、この条件の層状流では臨界水深の存在する領域のほうが広いことがわかる。なお、高圧系や大口径の場合のこの境界線については、まだ普遍性のある予測式はないようである⁽¹³⁾。

Kawaji ら⁽¹⁾は内径 180 mm の管を用いた実験を行い、 $G=1000$ kg/(m²·s) と 400 kg/(m²·s) (液の容積流束では $j_L=1.1\sim 1.4$ m/s と 0.33~0.57 m/s の範囲) の高質量流束の場合には、管内のボイド率が出口タンクの液位によらず発達した流れの値に近いことを報告している。図4(b)によると、この j_L の範囲では j_C が小さい場合を除いて臨界水深が存在しないと

るが、このことが、出口タンクの液位の影響がボイド率に現れなかった理由であろう。

これに対し、低質量流束の場合には、 j_C の広い範囲において二つの臨界水深が存在するため、出口の条件によっては管内のボイド率は管軸方向に変化すると予想される。図5は、 $G=100$ kg/(m²·s) に関する Kawaji らのボイド率の実験値 (流路出口から 1.36 m と 6.94 m の2地点の測定値の平均値) をクオリティを横軸としてプロットしたもので、比較のために臨界水深を表す式(17)によるボイド率の計算値 (二つの実線) と発達した流れのボイド率の計算値 (破線) も示している。実験値は、出口タンクの液位が流路より高い場合 [図6(b)参照] を○印で、低い場合 [図6(a)参照] を●印で表している。○印のデータは発達した流れに関する破線の計算値とボイド率の小さい、液位の高いほうの臨界水深に対する実線の計算値との間にある。これに対し、●印のデータは、2点を除き、破線と液位の低いほうの実線との間にある。 $G=40$ kg/(m²·s) の場合も傾向は同じであった。これらのことから、低質量流束の場合には、タンクの液位に応じ

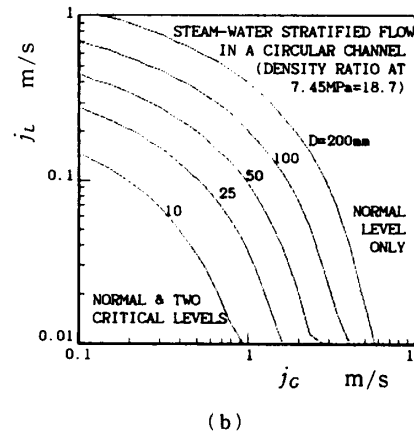
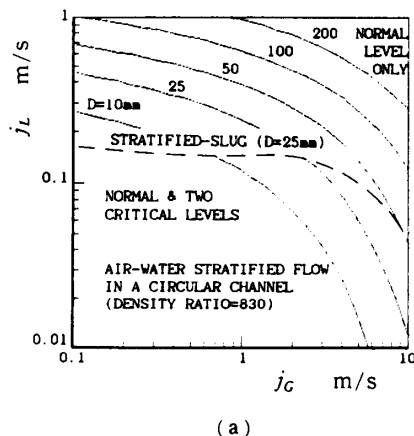


図4 臨界水深あり、なしの境界に及ぼす管径と流動条件の影響

て流路出口において異なる液位を示し、発達した流れの状態に近づくように液位は流路の上流に向かって徐々に変化するものと予想される。したがって、式(17)が解を持つか否かは、層状二相流のボイド率の予測を行ううえで重要な意味を持つと考える。

3.4 管軸方向の液位の変化過程の計算 式(17)が解を持ち、流路の出口が図6(a), (b)の状態となる場合について、管軸方向の液位分布の計算法を述べる。まず、式(17)より二つの臨界水深を求める。出口条件が図6(a)の場合は、そのうちの水深の小さいほうを流路出口で境界値とする。Smith⁽¹⁴⁾は開水路における単相流について、臨界水深は出口よりその水深の1~2倍上流で起こり、出口の水深は臨界水深より小さいとしているが、ここでは簡単のため、出口において臨界水深となると仮定する。他方、図6(b)の場合には臨界水深の大なるほうを出口の境界値とする。次に式(15)を用いて管内上流側の液位分布を計算する。この計算法としては、Frenchの本⁽¹¹⁾に示された開水路内の流れに関する計算法と同様に、液位の増加量を先に決めてから式(15)を用いて Δx を求めるという方法が計算誤差を小さくするうえで有効と考える。この方法では、各相の平均速度や断面寸法は、計算区間の平均値を用いて計算することができる。

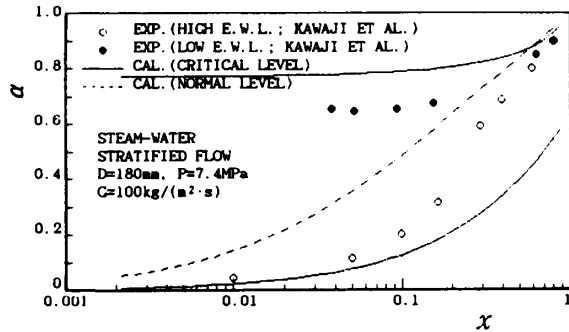


図5 発達した流れと二つの臨界水深に対するボイド率の計算値と Kawaji らのデータとの比較

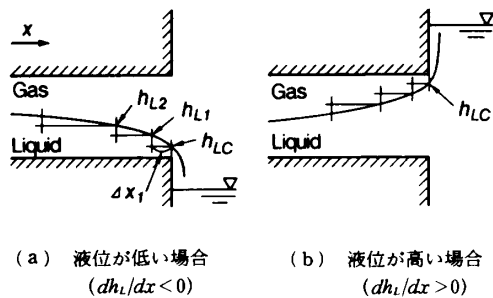


図6 出口タンクの液位の高低に応じた管内の液位分布の計算法の説明図

4. 考 察

4.1 本実験のデータとの比較 出口タンクの液位が長方形流路の出口より低い条件で得られた本実験値を3.4節の方法による計算値と比較した結果を、例として図7(a), (b)に示す。座標軸はボイド率と流路出口からの距離である。図7(a)は液相の容積流束を一定として気相のそれを変化させた場合、図7(b)は気相を一定として液相を変えた場合である。実線の計算値は上流ほど小さいボイド率となっており、実験値と定性的にも定量的にも良く一致している。また、本実験値は、小泉ら⁽³⁾の円管の場合と同様に、本実験範囲では、 j_c にはほとんど依存せず、 j_L によって変化するという傾向がみられるが、これについても本計算値は良く予測している。

4.2 Simpson ら⁽⁴⁾のデータとの比較 Simpson ら⁽⁴⁾は内径127mm、長さ16mの水平円管を用いて空気-水系の気液二相流の実験を行い、種々の流動様式の流れについてガンマ線密度計を用いてボイド率を測定している。この中から層状流のデータを抽出し、本計算値と比較してみた。結果を図8に示す。液の容積流束を $j_L=0.23$ m/s と 0.41 m/s の一定として j_c

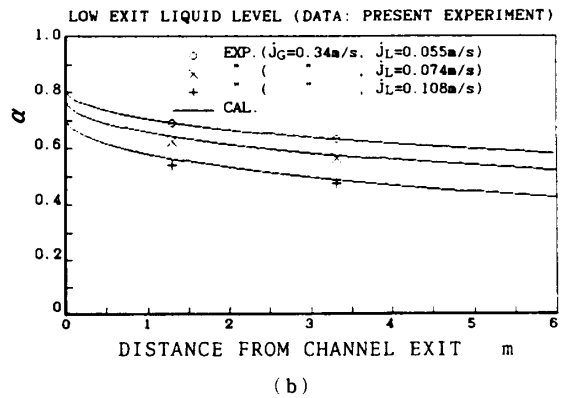
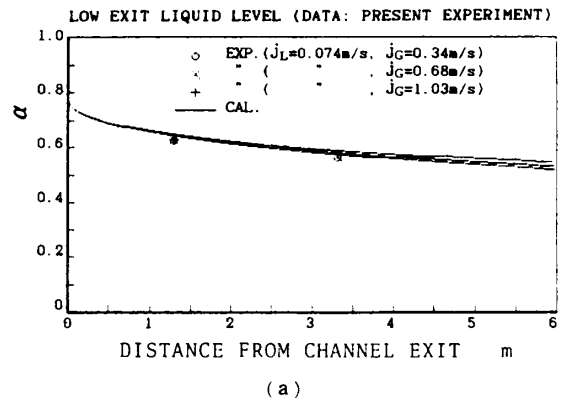


図7 管内のボイド率分布に関する本実験値と本計算値との比較

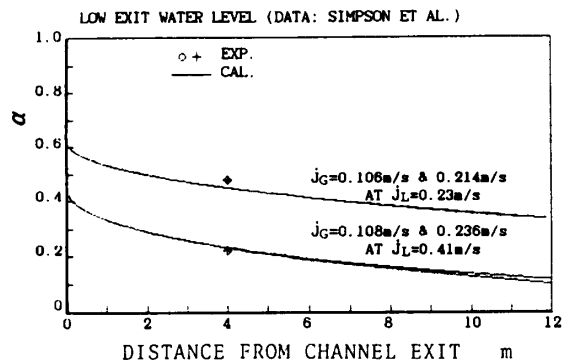


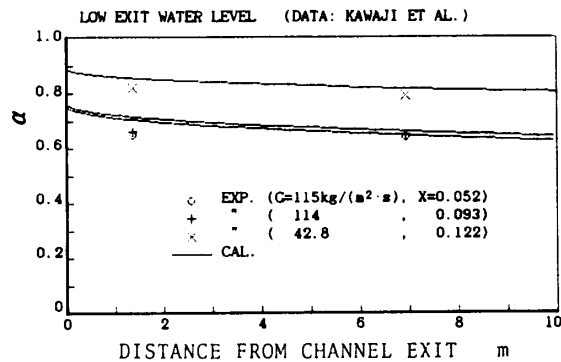
図8 管内のボイド率分布に関する Simpson らの実験値と本計算値との比較

を変えた彼らのデータにも j_c の影響がほとんどみられない。本計算値はこの実験値の傾向も良く表している。

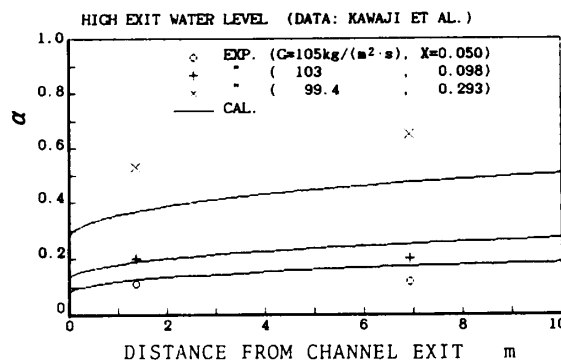
4.3 Kawaji ら⁽¹⁾のデータとの比較 圧力 7.45 MPa の蒸気-水系気液二相流に関する Kawaji らの実験データと本計算値とを比較した結果の例を図 9 (a) ~ (c) に示す。図 9 (a) は出口タンクの液位が低い場合で、三つの流量条件のデータを同時に比較している。すなわち、質量流束が約 $G=100 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ でクオリティ X の異なる 2 条件と G が約 $40 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ の 1 条件についてである。蒸気-水系でもボイド率のデータはクオリティよりも質量流束に強く依存している。本計算値はこのデータとも比較的良く一致している。

図 9 (b) は出口タンクの液位が高い場合で、 G を一定として X を変えたときのデータを本計算値と比較したものである。 $X=0.050$ と 0.098 の二つの条件では計算値は実験値に近いが、 $X=0.293$ の場合には両者の一致は良くない。この液位の条件では、気液界面の波の状況が測定されていないので、明確なことは言えないが、この不一致の原因の一つはクオリティの増加にともない発生する界面波が界面摩擦を増加させるためではないかと考える。

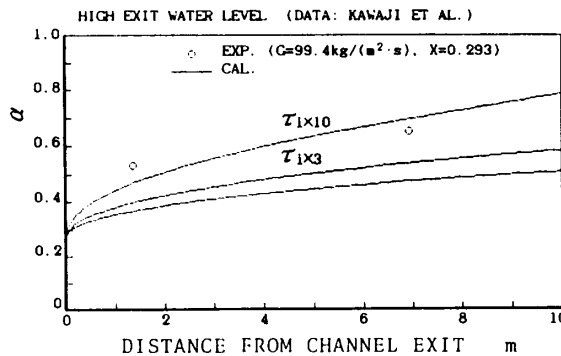
図 9 (c) では、図 9 (b) の $X=0.293$ の条件について、界面せん断応力 τ_i を滑らかな界面の場合だけでなく、単純にその 3 倍、10 倍としたときの計算値も示している。この中では、 τ_i を 10 倍としたときが実験値に最も近いので、この条件では滑らかな界面の摩擦係数を使ったことに無理があったと思われる。小泉ら⁽³⁾ は、 j_L を一定として j_c を増していくとき、ある j_c を超えると気液界面に波が発生し、液位の管軸方向分布が急変すると述べているが、図 9 (b), (c) のデータにはこれと同様な現象が生じているのであろう。今後は、



(a)



(b)



(c)

図9 管内のボイド率分布に関する Kawaji らの実験値と本計算値との比較

界面に波のある波状流について、波の性質と界面摩擦係数の関係を調べるとともに、各構成式の再検討を行うことが、この種の解析を発展させるうえで重要と考える。

5. 結 言

大口径水平管内の等温で定常な層状気液二相流のボイド率予測を目的として、一次元二流体モデルに基づき、液位のこう配の効果を考慮したエネルギー式と運動量式を導出した。さらに、エネルギー式から層状二相流の臨界水深の計算式を導き、この式に解がない場

合の液位は発達した流れのそれになることを推定した。また、臨界水深について二つの解がある場合には、流路出口の排出条件に応じて管内の液位分布は変化すると考え、流路の出口タンクの液位が流路より低い場合と高い場合について管内のボイド率(あるいは液位)分布の計算法を提案した。この方法による計算値は本実験値ならびに Simpson ら⁽⁴⁾と Kawaji ら⁽¹⁾の実験値と比較され、滑らかな気液の界面の場合には、流体の種類、圧力によらず本計算法が妥当であることがわかった。

終わりに、トロント大学における佐田富の共同研究に援助いただいたカナダ自然科学工学研究会議(NSERC)に感謝する。

文 献

- (1) Kawaji, M., ほか3名, *Int. J. Multiphase Flow*, **13-2** (1987), 145.
- (2) Bishop, A. A. and Deshpande, S. D., *Int. J. Multiphase Flow*, **12-6** (1986), 957.
- (3) 小泉・ほか2名, 機論, **56-532, B** (1990), 3745.
- (4) Simpson, H. C., ほか3名, *NEL Rep.*, No. 677 (1981).
- (5) Lorencez, C., ほか2名, *ASME FED*, **110** (1991), 97.
- (6) Brown, R. C., ほか2名, *Can. J. Chem. Eng.*, **56-6** (1978), 754.
- (7) Koskie, J. E., ほか2名, *Int. J. Multiphase Flow*, **15-4** (1989), 521.
- (8) Taitel, Y. and Dukler, A. E., *Int. J. Multiphase Flow*, **2-4** (1976), 591.
- (9) Shah, R. K. and London, A. L., *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, (1978), 267, Academic Press.
- (10) Sadatomi, M., ほか2名, *Int. J. Multiphase Flow*, **8-6** (1982), 641.
- (11) French, R. H., *Open-Channel Hydraulics*, (1985), 47, 202, McGraw-Hill.
- (12) Taitel, Y. and Dukler, A. E., *AIChE J.*, **22-1** (1976), 47.
- (13) Nakamura, H., ほか2名, *Proc. 27th ASME/AIChE/ANS Natl. Heat Transf. Conf.*, (1991), 11.
- (14) Smith, C. D., *Proc. Am. Soc. Civ. Eng., J. Hydraul. Div.*, **88-HY. 6** (1962), 125.