

## 内部モデル原理に基づく適応極配置による能動的制振\*

石飛光章\*<sup>1</sup>, 日野満司\*<sup>2</sup>  
岩井善太\*<sup>1</sup>, 若宮龍市\*<sup>1</sup>

## Active Vibration Control by Adaptive Pole Placement Incorporating the Internal Model Principle

Mitsuaki ISHITOBI, Mitsushi HINO,  
Zenta IWAI and Ryuichi WAKAMIYA

This paper considers the active vibration control when the system is subjected to unknown deterministic disturbances which are generated by a linear dynamical system. An adaptive pole placement controller incorporating the internal model principle is designed. This controller can achieve both suppression of vibration and desired pole placement of the closed-loop system. Experimental results show that the amplitude of the vibration is reduced to approximately 10 % of that on the uncontrolled state and that this scheme is robust for change of the disturbance frequency.

**Key Words:** Vibration Control, Adaptive Control, Computer Control, Pole Placement, Internal Model Principle, Deterministic Disturbance

## 1. 緒 言

近年, 能動的振動制御は機械システムの有力な制振手法として注目を浴びており, すでにいくつかの研究成果も報告されている<sup>(1)~(3)</sup>. 能動的制振に用いられる制御理論としては古典制御理論と現代制御理論とがあり, 現代制御理論はより広範囲の振動制御問題に対処しようという特徴を有している. 特に, 極配置理論や最適レギュレータ理論が取扱われていることが多い. 極配置理論に基づく方法は, フィードバックによって閉ループ系の極を所望の位置に配置して, 振動の原因となる外力の影響を低減化することをねらいとし, 理想的な振動形態がわかっている場合に有効な手段である<sup>(2)</sup>. しかしながら, これまでの極配置法では閉ループ系構成後にも外力の項が残ったままになるため, 外力の影響の低減化には限界があると考えられる.

そこで本論文では, 内部モデル原理に基づく極配置法によって振動制御を行う方法を論じる. この方法では外力の影響を消去することと閉ループ極を所望の位置に配置することが同時に行われるため, 理論上完

全な制振が達成される. その際, 外力の動特性を表すパラメータ値が必要となるが, 事前に知ることはできないため, 適応機構が導入される. この方法は正弦波外乱などの確定外乱を受ける振動系に有効である. この設計方法による効果は実験振動系に対する適用によって実証される.

## 2. 問題の定式化と制御理論

能動的制振装置が設置された機械システムの運動方程式が離散時間形式で

$$\bar{A}(q^{-1})y(t) = \bar{B}(q^{-1})u(t) + \bar{C}(q^{-1})w(t) \cdots (1)$$

と表されているとする. ここで,  $q^{-1}$  は遅れ演算子であり,  $u(t), y(t)$  はそれぞれ入力, 出力を表す. また,  $\bar{A}(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1}), \bar{C}(q^{-1})$  はそれぞれ次数  $n, m, n_c$  の多項式であり,  $w(t)$  は直接検出不可能な確定外乱で次式の線形自由系の出力として表されているとする.

$$D(q^{-1})w(t) = 0 \cdots \cdots \cdots (2)$$

ここに  $D(q^{-1})$  は単位円上に相異なる根をもつ次数  $p$  の多項式である. 外乱  $w(t)$  が

$$w(t) = \sum_{i=1}^{p/2} g_i \sin(\omega_i t + \delta_i) \cdots \cdots \cdots (3)$$

のような正弦波信号であれば

\* 原稿受付 平成元年 10 月 19 日.

<sup>1</sup> 正員, 熊本大学工学部 (☎860 熊本市黒髪 2-39-1).<sup>2</sup> 正員, 北九州高等専門学校 (☎803 北九州市小倉南区志井 140).

$$D(q^{-1}) = \prod_{i=1}^{p/2} \{1 - 2\cos(\omega_i)q^{-1} + q^{-2}\} \dots\dots\dots (4)$$

は式(2)を満たす。他の周期外乱やステップ状外乱も式(2)を満足する  $D(q^{-1})$  が決まる。

制振は出力  $y(t)$  を零に収束させることによって達成される。

ここで以下の仮定をおく。

(a) 次数  $n, m, p$  は既知であるが、多項式  $\bar{A}(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1}), D(q^{-1})$  のパラメータは未知である。

(b) 多項式  $\bar{A}(q^{-1})D(q^{-1})$  と  $\bar{B}(q^{-1})$  とは互いに素である。

振動系においては多項式  $\bar{A}(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1})$  のパラメータは事前にわかっていることもあるが、ここではより一般性をもたせるため未知としておく。

制御系は次のように構成する。

システム表現式(1)に  $D(q^{-1})$  を作用させれば、式(2)より

$$\bar{A}(q^{-1})D(q^{-1})y(t) = \bar{B}(q^{-1})D(q^{-1})u(t) \dots (5)$$

となる。上式の多項式のパラメータがわかっているならば適応機構を導入する必要はないが、仮定から未知であるためその推定機構を設計する。まず上式を

$$y(t) = \theta^T \phi(t-1) \dots\dots\dots (6)$$

$$\theta^T = [-a_1, \dots, -a_{n+p}, b_1, \dots, b_{m+p}]$$

$$\phi^T(t-1) = [y(t-1), \dots, y(t-n-p),$$

$$u(t-1), \dots, u(t-m-p)]$$

$$A(q^{-1}) = \bar{A}(q^{-1})D(q^{-1})$$

$$= (1 + \bar{a}_1 q^{-1} + \dots + \bar{a}_n q^{-n})(1 + d_1 q^{-1} + \dots$$

$$+ d_p q^{-p}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n+p} q^{-(n+p)}$$

$$B(q^{-1}) = \bar{B}(q^{-1})D(q^{-1})$$

$$= (\bar{b}_1 q^{-1} + \dots + \bar{b}_m q^{-m})(1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_p q^{-p})$$

$$= b_1 q^{-1} + \dots + b_{m+p} q^{-(m+p)}$$

なる表現に書き直しておき、パラメータ調整則を次のように構成する。

$$F(t) = \frac{1}{\lambda(t-1)} [F(t-1) - \frac{F(t-1)\phi(t-1)\phi^T(t-1)F(t-1)}{1 + \phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)}] \dots (7)$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{F(t-1)\phi(t-1)}{1 + \phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1)} \times [y(t) - \phi^T(t-1)\hat{\theta}(t-1)] \dots\dots\dots (8)$$

$$\lambda(t-1) = 1 - \frac{\phi^T(t-1)F^2(t-1)\phi(t-1)}{\text{tr}F(0)(1 + \phi^T(t-1)F(t-1)\phi(t-1))} \dots\dots\dots (9)$$

ここで  $F(0) = F^T(0) > 0$  であり、 $\text{tr}F(0)$  は  $F(0)$  のトレースを表し

$$\hat{\theta}^T(t) = [-\hat{a}_1(t), \dots, -\hat{a}_{n+p}(t), \hat{b}_1(t), \dots, \hat{b}_{m+p}(t)]$$

は  $\theta$  の推定ベクトルである。

制振問題では PE(Persistently Exciting) 条件が満足されないため、blowing-up の性質をもたないアルゴリズムを用いる必要がある。このトレース一定アルゴリズムは blowing-up の性質をもたず、かつ収束速度がすぐれている調整則である<sup>(4)</sup>。

制御入力構成には推定パラメータ  $\hat{\theta}^T(t)$  から、多項式の推定値  $\hat{B}(t, q^{-1}), \hat{D}(t, q^{-1})$  を求める必要がある。そこでまず、次の多項式

$$\hat{A}(t, q^{-1}) = 1 + \hat{a}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{a}_{n+p}(t)q^{-(n+p)}$$

$$\hat{B}(t, q^{-1}) = \hat{b}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{b}_{m+p}(t)q^{-(m+p)}$$

を定義し

$$\hat{A}(t, q^{-1})\hat{B}(t, q^{-1}) - \hat{A}(t, q^{-1})\hat{B}(t, q^{-1}) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$\hat{A}(t, q^{-1}) = 1 + \hat{a}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{a}_n(t)q^{-n}$$

$$\hat{B}(t, q^{-1}) = \hat{b}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{b}_m(t)q^{-m}$$

より  $\hat{A}(t, q^{-1}), \hat{B}(t, q^{-1})$  を求め、その後

$$\hat{A}(t, q^{-1})\hat{D}(t, q^{-1}) = \hat{A}(t, q^{-1}) \dots\dots\dots (11 \cdot a)$$

$$\hat{B}(t, q^{-1})\hat{D}(t, q^{-1}) = \hat{B}(t, q^{-1}) \dots\dots\dots (11 \cdot b)$$

より  $\hat{D}(t, q^{-1})$  を求める<sup>(5)</sup>。その際、疑似逆行列が使われる。一般に、この解法は複雑で多くの計算時間を要する。そこでここでは、場合によっては  $\hat{B}(t, q^{-1})$  から直接  $\hat{B}(t, q^{-1}), \hat{D}(t, q^{-1})$  が求められることを示す。例えば、 $\hat{B}(q^{-1})$  の次数が3で、 $\hat{D}(t, q^{-1})$  が

$$\hat{D}(t, q^{-1}) = 1 + \hat{d}(t)q^{-1} + q^{-2} \dots\dots\dots (12)$$

のときには式(11・b)の両辺の  $q^{-1}$  に関するべきの係数を比較することにより

$$\hat{b}_1 = \bar{b}_1, \hat{b}_2 = \frac{\hat{b}_1 \hat{b}_4 - \hat{b}_2 \hat{b}_3}{\hat{b}_1 - \hat{b}_3}, \hat{b}_3 = \bar{b}_3,$$

$$\hat{d} = \frac{\hat{b}_2 - \hat{b}_4}{\hat{b}_1 - \hat{b}_3} \dots\dots\dots (13)$$

と決まる。これにより  $\hat{B}(t, q^{-1}), \hat{D}(t, q^{-1})$  の解法が著しく簡単になる。

制御入力は上で求めた  $\hat{B}(t, q^{-1}), \hat{D}(t, q^{-1})$  を用いて

$$\hat{P}(t, q^{-1})\hat{D}(t, q^{-1})u(t) = -\hat{R}(t, q^{-1})y(t) \dots (14)$$

と与える。ここに多項式  $\hat{P}(t, q^{-1}), \hat{R}(t, q^{-1})$  は次の Diophantine 方程式の解である。

$$\hat{A}(t, q^{-1})\hat{P}(t, q^{-1}) + \hat{B}(t, q^{-1})\hat{R}(t, q^{-1}) = A^*(q^{-1}) \dots\dots\dots (15)$$

$$\hat{P}(t, q^{-1}) = 1 + \hat{p}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{p}_{m-1}(t)q^{-(m-1)}$$

$$\hat{R}(t, q^{-1}) = \hat{r}_0(t) + \dots + \hat{r}_{n+p-1}(t)q^{-(n+p-1)}$$

多項式  $A^*(q^{-1})$  は所望の閉ループ極を根としてもつ  $n+m+p-1$  次以下の安定多項式として与える。

このように制御系を構成したとき、多項式  $\hat{A}(t, q^{-1}), \hat{B}(t, q^{-1})$  が互いに素であれば式(15)は常に解

をもち、安定性が保証されて、閉ループ系の特性多項式が  $A^*(q^{-1})$  になるとともに、出力  $y(t)$  が零に収束して目的の制振が達成される<sup>(5)</sup>。  $\hat{A}(t, q^{-1})$ ,  $\hat{B}(t, q^{-1})$  が互いに素でなくなる確率測度は零であるが、互いに素となることを保証するには制限付きのパラメータ調整則を使うことで可能である<sup>(6)</sup>。

3. 実験

実験は文献(7)と同じ図1の装置に対して行った。出力はマスの平衡状態からの変位  $y(\tau)$  であり、入力 はサーボアンプに加える駆動電圧  $u(\tau)$  である。未知

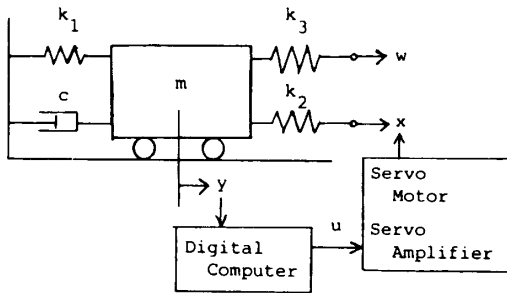
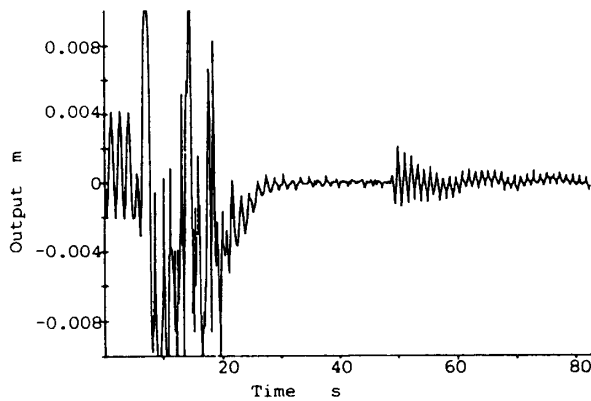
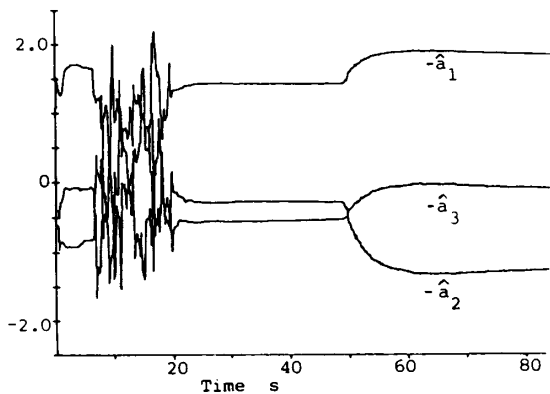


図1 振動実験装置



(a) 出力



(b) パラメータ同定

図2 提案方法による実験結果

外乱  $w(\tau)$  はばねを介してシステムに印加される。

図1の振動系は

$$m\ddot{y}(\tau) + c\dot{y}(\tau) + (k_1 + k_2 + k_3)y(\tau) = k_2x(\tau) + k_3w(\tau) \quad (16)$$

とモデル化できる。ここで  $x(\tau)$  はサーボモータによって生じる強制変位を表す。また、サーボシステムの動特性は近似的に

$$\dot{x}(\tau) = \alpha u(\tau) \quad (17)$$

で与えられる。式中の記号およびその概略値は次のようになっている。

- $m$ : 質量, 2.05 kg
- $c$ : ダンパの減衰係数, 9.27 N·s/m
- $k_1$ : 第一ばねのばね定数, 1 385 N/m
- $k_2$ : 第二ばねのばね定数, 2 110 N/m
- $k_3$ : 第三ばねのばね定数, 1 772 N/m
- $\alpha$ : サーボアンプゲイン, 0.015 3 m/Vs

このシステムの入力を零次ホールダにとおしたときの離散化システム式(1)の多項式  $\bar{A}(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1}), \bar{C}(q^{-1})$  は3次となる。実験では1成分の正弦波外乱を加えた。そこで、多項式  $\hat{B}(t, q^{-1}), \hat{D}(t, q^{-1})$  の計算には、式(13)を用いた。サンプリングタイムは160 msとし、閉ループ系の多項式として  $A^*(q^{-1}) = 1 - 0.87q^{-1}$  を与えた。  $F(t)$  の初期値は  $F(0) = 10^7 I$  である。同定パラメータベクトルの初期値には上の物理パラメータの概略値を用いた。制限つきパラメータ調整則を用いなくても、すべての実験において多項式  $\hat{A}(t, q^{-1}), \hat{B}(t, q^{-1})$  は互いに素となり、Diophantine 方程式の解は一意的に求まった。

実験結果を図2に示す。制御は5.6秒後に始めている。外乱の周波数は48.3秒の時点で約0.69 Hzから0.91 Hzに変化させている。両方の外乱周波数について出力振幅は制御開始前に比べ約10%に抑制されている。つまり、十分な制振効果があることとともに、制

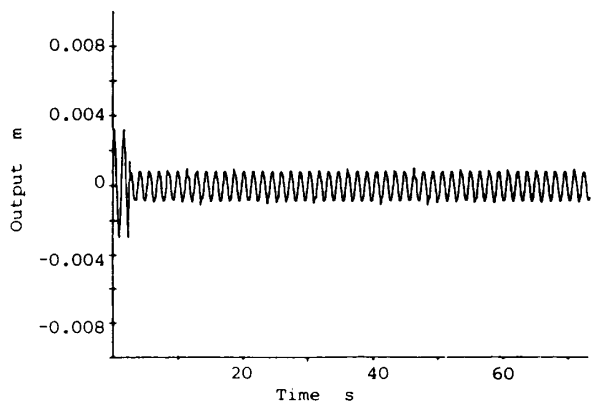


図3 従来方法による実験結果

御性能が外乱の周波数変動に影響されないことを示している。振幅 0.5 mm 程度の変動が残っているが、これは非線形摩擦などのモデル化誤差によるものと思われる。また、制御開始直後に変動が大きくなっているが、これはパラメータ同定値が激しく変動していることによると考えられ、改善するためには適応制御をいきなり始めるのではなく、次に述べる内部モデル原理を含まない極配置をまず行い、この間にパラメータ同定を進めた後、その同定したパラメータ値を使った適応制御に移行すればよいであろう。

図 3 に内部モデル原理を含まない従来の極配置法による制御結果を示す。この場合、入力は

$$P_1(q^{-1})u(t) = -R_1(q^{-1})y(t) \quad \dots\dots\dots (18)$$

で与えられる。ここに、多項式  $P_1(q^{-1}), R_1(q^{-1})$  は次の多項式方程式の解である。

$$\bar{A}(q^{-1})P_1(q^{-1}) + \bar{B}(q^{-1})R_1(q^{-1}) = A_1^*(q^{-1}) \quad \dots\dots\dots (19)$$

このとき、式(19)、(2)より

$$\begin{aligned} A_1^*(q^{-1})y(t) &= \bar{A}(q^{-1})P_1(q^{-1})y(t) + \bar{B}(q^{-1})R_1(q^{-1})y(t) \\ &= \bar{A}(q^{-1})P_1(q^{-1})y(t) - \bar{B}(q^{-1})P_1(q^{-1})u(t) \\ &= \bar{C}(q^{-1})P_1(q^{-1})w(t) \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

となって、閉ループ系の特性多項式は  $A_1^*(q^{-1})$  となるが、外乱の影響は残ることになる。実験では閉ループ系の多項式は  $A_1^*(q^{-1}) = 1 - 0.9q^{-1}$  と与え、サンプリングタイムは 80 ms としている。閉ループ系の特性多項式を  $A_1^*(q^{-1})$  としたことによる制振効果は現れているが、外乱の影響は残ったままであり、明らかに、提案している制御方法の結果がすぐれている。

質量、減衰係数、ばね定数は事前に概略値を知ることができるため、多項式  $\bar{A}(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1})$  のパラメータにはその概略値を利用し、外乱の周波数だけを未知パラメータとして推定し制御した結果を図 4 に示す。このとき閉ループ系の特性多項式は  $A^*(q^{-1}) = 1 - 0.999q^{-1}$  と与え、サンプリングタイムを 80 ms としている。これでもよい結果が得られている。

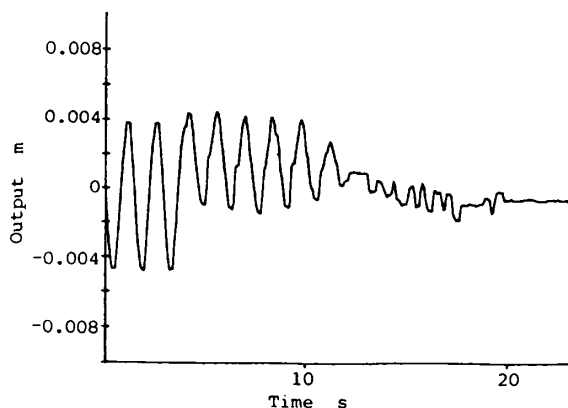


図 4 同定パラメータを少なくした場合の提案方法による実験結果

#### 4. 結 言

本研究は内部モデル原理に基づく適応極配置法によって振動制御を行う方法を考察し、実験をとおして有効性を検証した。結果をまとめると次のとおりである。

- (1) 内部モデル原理に基づく適応極配置法は確定外乱を受ける振動系に対して、理論上完全な振動抑止と所望の位置への閉ループ極の配置とを実現できる。
- (2) 実験装置へ適用することによって、振動制御開始以前に比べ、振動振幅を約 10 % に抑制する結果を得た。この結果は従来の内部モデル原理を含まない極配置法に比べてすぐれている。さらに、途中で外乱の周波数が変動しても有効であることも実証した。

一部の実験実施に協力いただいた本学学生安藤均君(現在、日本電気)に謝意を表す。

#### 文 献

- (1) 背戸・鈴木, 機誌, 89-811(1986), 635.
- (2) 吉田, 機習教(第 652 回), (1987), 37.
- (3) 背戸, 計測と制御, 28-8(1989), 719.
- (4) Lozano-Leal, R. and Goodwin, G. C., *IEEE Trans. on AC*, AC-30-8(1985), 795.
- (5) Elliott, H. and Goodwin, G. C., *Proc. of 23rd Conf. on Decision and Control*, (1984), 1292.
- (6) Goodwin, G. C. and Sin, K. S., *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, (1984), 211, Prentice-Hall.
- (7) 岩井・石飛・日野・若宮・矢野, 機論, 54-505, C(1988), 2107.