

デルタオペレータを用いた適応振動制御*

石 飛 光 章*¹, 福 本 洋 一*²
水 本 郁 朗*³, 岩 井 善 太*¹

Adaptive Vibration Control Using a Delta Operator

Mitsuaki ISHITOBI, Youichi FUKUMOTO,
Ikuro MIZUMOTO and Zenta IWAI

This paper discusses active vibration control when a system is subjected to unknown deterministic disturbances which are generated by a linear dynamical system. A model reference adaptive technique using a delta operator is considered for control design. This algorithm can be implemented even when a discrete-time model reference adaptive control cannot be designed because of the unstable invertibility of the discrete-time model. This paper points out that it is important to select appropriate design parameters for the algorithm in order to obtain good performance of vibration control. Experimental results show that the control scheme presented in this paper is effective when design parameters are determined properly.

Key Words: Vibration Control, Adaptive Control, Model Reference Adaptive Control, Delta Operator, Deterministic Disturbance, Nonminimum Phase

1. 緒 言

能動的振動制御の研究は、最近さかに行われている^{(1)~(3)}。適応手法を用いた能動的振動制御は、振動系の物理パラメータや振動原因の外乱の動特性が正確にわからなくても適用可能であり、その有効性がこれまでに実験をとおして実証されている^{(4)~(5)}。

そのなかでも、モデル規範形適応手法は、適応極配置法の欠点を補う方法であることが明らかにされている⁽⁶⁾。しかし、この方法は非最小位相系には適用できないという問題を有している。これまで実験によってモデル規範形適応手法の有効性が示されている振動系も、サンプリング周期が短いときには非最小位相系になるため、従来の離散時間形式での定式化によるモデル規範形適応制御手法の適用が不可能であることが指摘されている⁽⁵⁾。ただし、従来のモデル規範形適応手法を用いて実験が行われた振動系は、連続時間表現では最小位相系である。非最小位相系になるのは、デジタル制御との整合性の観点から、0次ホールダを介した離散時間形式で扱っているためである。このよう

な例はしばしば起こることが報告されており⁽⁶⁾、その有力な改善策としてデルタオペレータの導入による定式化が提案されている⁽⁷⁾。

そこで本研究では、デルタオペレータを用いた定式化に基づいたモデル規範形適応制御手法による能動的振動抑制を実験をとおして検討する。

2. デルタオペレータを用いたモデル規範形
適応制御系の設計

一般に、能動的振動抑制の対象となる機械システムの動特性を表す運動方程式は、微分方程式で記述される。そのような機械システムの振動制御を、現在広く普及しつつあるデジタルコンピュータで行うときには、アナログ信号とデジタル信号、すなわち、連続時間形式と離散時間形式との整合をとる必要がある。

そのアプローチは二つに大別される。一つは微分方程式の動特性表現、すなわち連続時間表現の制御対象に対して、連続時間形式の制御系設計方法を適用して微分方程式による制御系を設計し、それをルング・クッタ法などの近似法によりデジタルコンピュータに実装する方法である⁽⁸⁾。この方法では、デジタルコンピュータに実装するときの近似微分法の誤差の解析が複雑であり、適応制御のような方法のときの解析は

* 原稿受付 平成3年5月7日。

¹ 正員, 熊本大学工学部 (〒850 熊本市黒髪 2-39-1)。² 学生員, 熊本大学工学部。³ 准員, 熊本大学工学部。

まだ明らかにされていない。

他方は、動特性を離散時間形式で表現し、離散時間形式の制御系を設計、実装する方法である。この方法では前の方法のような問題はなく、能動的制振制御にも適用され、良好な結果が得られている⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾。この方法では、連続時間表現の微分方程式を離散時間表現の差分方程式に表現し直すために、普通、サンブラと0次ホールダが用いられる。

すなわち、能動的制振装置が設置された機械システムの運動方程式が連続時間形式で

$$A\left(\frac{d}{dt}\right)y(t) = B\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) \quad \dots\dots\dots(1)$$

と表されているとする。ここで、 $u(t)$ 、 $y(t)$ はそれぞれ入力、出力を表す。また、 $A(d/dt)$ 、 $B(d/dt)$ はそれぞれ次数 n 、 m 次の多項式である。式(1)を0次ホールダを介して離散時間形式で表現すると

$$\bar{A}(q)y(k\Delta) = \bar{B}(q)u(k\Delta) \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる⁽⁶⁾。ただし、 q は進み演算子、 Δ はサンプリング周期である。また、 $\bar{A}(q)$ 、 $\bar{B}(q)$ はそれぞれ n 、 $n-1$ 次の多項式である。

ここで、式(1)の多項式 $B(d/dt)$ が安定、すなわち最小位相であっても、式(2)でサンプリング周期 Δ を短くすれば多項式 $\bar{B}(q)$ が不安定、つまり非最小位相となることがしばしばある⁽⁶⁾。その場合には、離散時間形式でモデル規範形適応制御系を構成することはできなくなる。モデル規範形適応制御手法による制振効果が述べられている文献(5)の振動系のような場合もその一例である。

この問題に対処するため Goodwin らは

$$\delta = \frac{q-1}{\Delta} \quad \dots\dots\dots(3)$$

で定義されるデルタオペレータを用いた手法を提唱している⁽⁷⁾。その方法は以下のとおりである。

式(2)を式(3)のデルタオペレータで表現すれば

$$A(\delta)y(k\Delta) = B(\delta)u(k\Delta) \quad \dots\dots\dots(4)$$

となる。ただし、 $A(\delta)$ 、 $B(\delta)$ はそれぞれ n 、 $n-1$ 次の多項式で

$$\begin{aligned} A(\delta) &= \delta^n + a_{n-1}\delta^{n-1} + \dots + a_0 \\ B(\delta) &= B_c(\delta) + B_R(\delta) \\ B_c(\delta) &= b_{n-1}\delta^{n-1} + b_{n-2}\delta^{n-2} + \dots + b_{m+1}\delta^{m+1} \\ B_R(\delta) &= b_m\delta^m + b_{m-1}\delta^{m-1} + \dots + b_0 \end{aligned}$$

である。

制御系は次のように構成される。

規範モデルが、入力を $r(k\Delta)$ 、出力 $y^*(k\Delta)$ として

$$E(\delta)y^*(k\Delta) = H(\delta)r(k\Delta) \quad \dots\dots\dots(5)$$

と与えられているとする。ただし、 $H(\delta)$ は n 次の多

項式であり、 $E(\delta)$ はモニックな $2n-m$ 次安定多項式で、 n 、 $n-m$ 次の多項式 $E_1(\delta)$ 、 $E_2(\delta)$ の積で表される。そして、サンプリング周期が零に近づくにつれて $B_c(\delta)$ が零となることから、式(4)のパラメータが既知であれば制御入力 $B_c(\delta)$ を無視した

$$F(\delta)B_R(\delta)u(k\Delta) = -G(\delta)y(k\Delta) + H(\delta)r(k\Delta) \quad \dots\dots\dots(6)$$

により構成される⁽⁷⁾⁽⁹⁾。ただし、 $F(\delta)$ は $n-m$ 次のモニック多項式、 $G(\delta)$ は $n-1$ 次の多項式であり

$$E(\delta) = F(\delta)A(\delta) + G(\delta) \quad \dots\dots\dots(7)$$

から一意に得られる。式(4)の全パラメータが未知の場合、式(4)を

$$y(k\Delta) = \phi(k-1)^T \theta_0 + \eta_f(k\Delta) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\begin{aligned} \phi(k-1)^T &= [\underline{\Delta}(y_f(k\Delta), \dots, \delta^{n-1}y_f(k\Delta), \\ & \quad u_f(k\Delta), \dots, \delta^m u_f(k\Delta))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_0^T &= \underline{\Delta}(e_0 - a_0, \dots, e_{n-1} - a_{n-1}, b_0, \dots, b_m) \\ & \quad (e_i \text{ は } E_i(\delta) \text{ の } \delta^i \text{ の係数}) \end{aligned}$$

$$y_f(k\Delta) = \frac{y(k\Delta)}{E_1(\delta)}$$

$$u_f(k\Delta) = \frac{u(k\Delta)}{E_i(\delta)}$$

$$\eta_f(k\Delta) = \frac{B_c(\delta)u(k\Delta)}{E_i(\delta)}$$

と表現しておき、未知パラメータ θ_0 の推定値 $\hat{\theta}(k)$ の調整則として次の逐次最小二乗法を用いる。

$$\begin{aligned} \delta \hat{\theta}(k-1) &= \frac{s(k)}{\Delta} \\ & \times \frac{P(k-1)\phi(k-1)}{1 + \phi(k-1)^T P(k-1)\phi(k-1)} e(k) \quad \dots\dots(9\cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta P(k-1) &= -\frac{s(k)}{\Delta} \\ & \times \frac{P(k-1)\phi(k-1)\phi(k-1)^T P(k-1)}{1 + \phi(k-1)^T P(k-1)\phi(k-1)} \quad (9\cdot b) \end{aligned}$$

$$e(k) = y(k\Delta) - \phi(k-1)^T \hat{\theta}(k-1) \quad \dots\dots(9\cdot c)$$

ただし、 $s(k)$ は不感帯を表す関数

$$s(k) = \begin{cases} \frac{\alpha(e(k) - \epsilon\gamma d(k))}{e(k)} & ; e(k) > \epsilon\gamma d(k) \\ 0 & ; |e(k)| \leq \epsilon\gamma d(k) \\ \frac{\alpha(e(k) + \epsilon\gamma d(k))}{e(k)} & ; e(k) < -\epsilon\gamma d(k) \end{cases}$$

で、モデリング誤差 $\eta_f(k\Delta)$ の影響を抑制する効果を有する⁽⁷⁾。ただし、

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{\bar{\epsilon} + \{1/(1-\alpha)\}} \\ d(k) &= \sigma_0 d(k-1) + \{|u[(k-1)\Delta] \\ & \quad + |y[(k-1)\Delta]| + \epsilon_0\} \end{aligned}$$

$$\bar{\epsilon} > 0, \alpha, \sigma_0 \in (0, 1), \epsilon_0, \epsilon \text{ は定数}$$

である。設計パラメータの選定については、ガイドライン⁽¹⁰⁾が参考になるが、特に ϵ の選定が重要であり、

$s(k)=0$ となるモデリング誤差 $|e(k)|$ の範囲が実際に存在し、かつ大きすぎないように選ぶことが望ましい。式(9)で推定されたパラメータ \hat{a}_i, \hat{b}_i を用いて式(6), (7)で制御入力を構成する。

このように制御系を構成したときに、連続時間系(1)が最小位相系であれば、系(2)が非最小位相系であっても十分小さいサンプリング周期に対して安定性が保証され、制御目的である $y \rightarrow y^*$ が達成される⁷⁾。

3. 能動的振動制御への適用

3.1 システム表現 制御対象の振動系を図1に

示す。出力はマスの平衡状態からの変位 $y(t)$ であり、入力はサーボアンプに加える駆動電圧 $u(t)$ である。マスの変位信号は雑音除去のためフィルタを通した後にコンピュータに送られる。未知外乱 $w(t)$ はばねを介してシステムに印加される確定外乱で

$$D\left(\frac{d}{dt}\right)w(t)=0 \dots\dots\dots(10)$$

を満たすものとする。図1の振動系の運動方程式は

$$m\ddot{y}(t)+c\dot{y}(t)+(k_1+k_2+k_3)y(t) = k_2x(t)+k_3w(t)\dots\dots\dots(11)$$

となる。ここで、 $x(t)$ はサーボモータによって生じる強制変位を表す。また、サーボシステムの動特性は近似的に

$$\dot{x}(t)=au(t)\dots\dots\dots(12)$$

で与えられる。式中の記号およびその概略値は次のようになっている。

- m : 質量 = 2.05 kg
- c : ダンパの減衰係数 = 10.0 Ns/m
- k_1 : 第一のばね定数 = 1 000 N/m
- k_2 : 第二のばね定数 = 2 195 N/m
- k_3 : 第三のばね定数 = 1 829 N/m
- a : サーボアンプゲイン = 0.029 9 m/Vs

この概略値のとき、0次ホルダを介した離散時間系は、サンプリング周期が 63.4 ms 以下で非最小位相系となる。

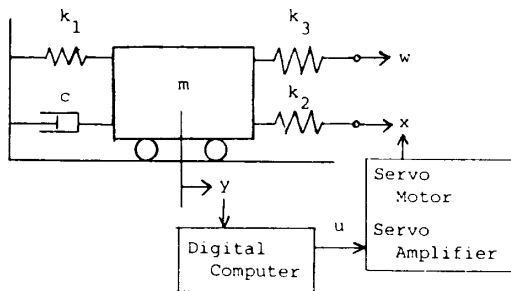


図1 振動実験装置

3.2 デルタオペレータによるモデル規範形適応制御系の構成

式(11)はデルタオペレータ表現では $\tilde{A}(\delta)y(k\Delta)=\tilde{B}(\delta)u(k\Delta)+\tilde{C}(\delta)w(k\Delta) \dots(13)$

となる。ただし、 $\tilde{A}(\delta), \tilde{B}(\delta), \tilde{C}(\delta)$ はそれぞれ 3, 2, 2 次の多項式となる。外乱 $w(t)$ が式(10)の確定外乱のとき、次式が成立する多項式 $D(\delta)$ が存在する。

$$D(\delta)w(k\Delta)=0 \dots\dots\dots(14)$$

外乱が正弦波 1 成分の場合、多項式 $D(\delta)$ の次数は 2 である。式(13)に $D(\delta)$ を作用させれば、式(14)より

$$A(\delta)y(k\Delta)=B(\delta)u(k\Delta) \dots\dots\dots(15)$$

$$A(\delta)=\tilde{A}(\delta)D(\delta), B(\delta)=\tilde{B}(\delta)D(\delta)$$

となり、多項式 $A(\delta), B(\delta)$ はそれぞれ 5, 4 次の多項式となる。制振は $y(k\Delta)$ を零に収束させることによって達成される。よって、2章における規範入力を $r(k\Delta)=0$ 、また、 $n=5, m=2$ とした適応制御系を式(15)に対して構成する。

次に、質量、減衰係数、ばね定数、サーボアンプゲインはその概略値を知ることができ、外乱周期のみを未知とした場合のパラメータ推定方法を述べる。外乱が正弦波 1 成分の場合には、 ω_0 を外乱角振動数とすれば、 $D(\delta)$ は

$$D(\delta)=\delta^2+\beta\Delta\delta+\beta \quad \beta=\frac{2(1-\cos \omega_0\Delta)}{\Delta^2} \dots\dots\dots(16)$$

となる。式(13)の多項式 $\tilde{A}(\delta), \tilde{B}(\delta)$ を

$$\tilde{A}(\delta)=\delta^3+\tilde{a}_2\delta^2+\tilde{a}_1\delta+\tilde{a}_0$$

$$\tilde{B}(\delta)=\tilde{b}_2\delta^2+\tilde{b}_1\delta+\tilde{b}_0$$

とおくことにより、式(15)は式(8)に対応して

$$z_r(k\Delta)=\beta\phi_r(k\Delta)+\zeta_r(k\Delta) \dots\dots\dots(17)$$

$$z_r(k\Delta)=(\delta^5+\tilde{a}_2\delta^4+\tilde{a}_1\delta^3+\tilde{a}_0\delta^2)y_r(k\Delta) - \tilde{b}_0\delta^2u_r(k\Delta)$$

$$\phi_r(k\Delta)=\{-\Delta\delta^4-(\Delta\tilde{a}_2+1)\delta^3-(\Delta\tilde{a}_1+\tilde{a}_2)\delta^2 - (\Delta\tilde{a}_0+\tilde{a}_1)\delta-\tilde{a}_0\}y_r(k\Delta)+\{(\Delta\tilde{b}_1+\tilde{b}_2)\delta^2+(\Delta\tilde{b}_0+\tilde{b}_1)\delta+\tilde{b}_0\}u_r(k\Delta)$$

$$\zeta_r(k\Delta)=\{\tilde{b}_2\delta^4+(\tilde{b}_1+\beta\Delta\tilde{b}_2)\delta^3\}u_r(k\Delta)$$

と表される。そこで、未知パラメータ β の推定値 $\hat{\beta}$ のみを前述のパラメータ同定則により調整し、制御入力を構成することができる。

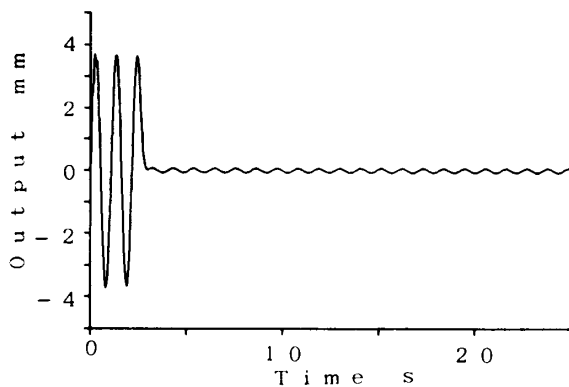
3.3 シミュレーションによる検討 実験に先立ち、シミュレーションにより前述の方法の性能を検討した。

(1) 動特性式の係数がすべて既知の場合 適応制御の前に、全係数が既知のときの設計パラメータの影響を調べた。まず、サンプリング周期について述べる。サンプリング周期を 10 ms と 23 ms としたときの出力をそれぞれ図 2 (a), (b) に示す。 $E(s)=(s$

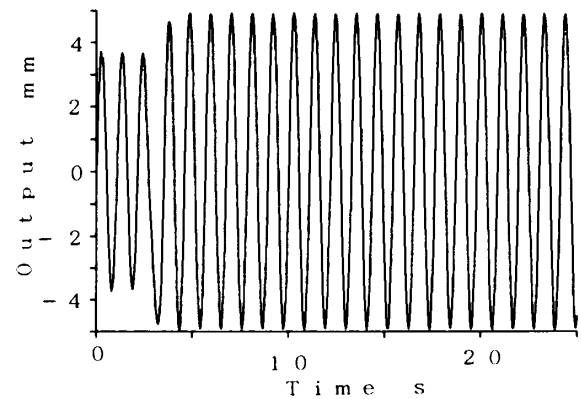
$+100)^5(s+15)^3$, 正弦波の角速度は 5.8 rad/s であり, 制御開始は 2.5 s である. 図 2 (a) のサンプリング周期 10 ms の場合, 制振が達成されている, これより短いサンプリング周期でも同様な結果が得られた. 逆に, サンプリング周期を長くすれば図 2 (b) のように発散する傾向にあった. これは, サンプリング周期が長くなるほど, 式 (6) の制御入力構成で無視される $B_c(\delta)$ の影響が現われるためである. 次に, 多項式 $F(\delta)$ の安定性と制御性能との関連性について述べる. 図 2 (a), (c) はそれぞれ $F(\delta)$ が $\delta^3+329\delta^2+41964\delta+2397205$, $\delta^3+117\delta^2+3427\delta-57657$ のときである. 図 2 (a) の場合では $F(\delta)$ は安定, 図 2 (c) では $F(\delta)$ は不安定となっている. $F(\delta)$ が不安定ときには, マスの振幅は制振以前より大きい一定値になったり [図 2 (c)] 時間の経過とともに増大したりする. 理論上, $F(\delta)$ の安定, 不安定にかかわらず目的の達成が保証されているが, 実際には式 (6) からわかるように $F(\delta)$ が不安定ならばコントローラが不安定になるため, その影響が出力にも現われると考えられる.

(2) 適応制御の場合 全パラメータを推定した

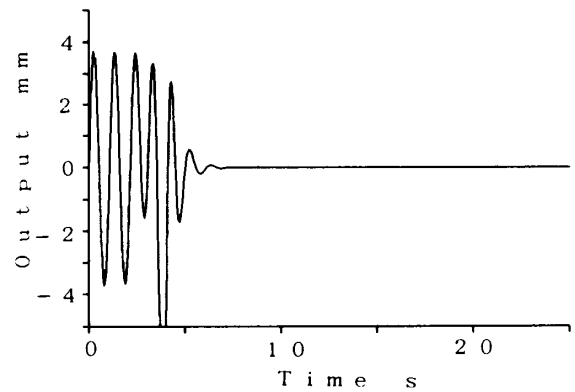
場合の出力を図 2 (d) に示す. サンプリング周期を 10 ms , $E(\delta)=(\delta+50)^5(\delta+20)^3$, $\epsilon=10^{-11}$, $P(0)=10^{40} I$, $\epsilon_0=\sigma_0=\bar{\epsilon}=0.01$, $\alpha=0.1$ とした. 完全な制振が達成されている. しかし, サンプリング周期 50 ms のときにはガイドライン⁽¹⁰⁾を参考に, 設計パラメータを種々変えて実験を行っていても制振効果が得られなかった. 次に, 外乱周期以外のパラメータは既知とし, 外乱周期のみを推定した場合の結果を図 2 (e) に示す. サ



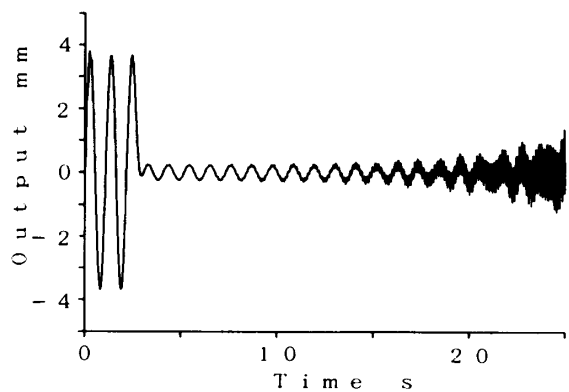
(a) 非適応制御 (サンプリング周期: 10 ms , F : 安定)



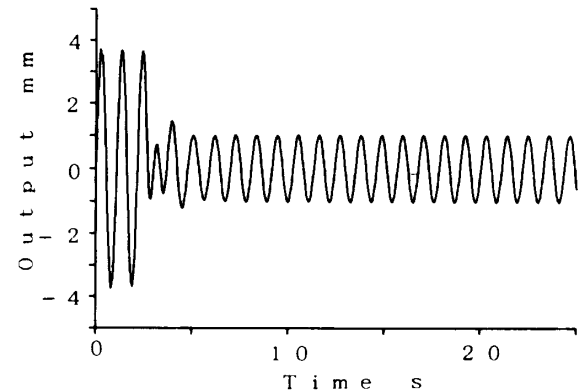
(c) 非適応制御 (サンプリング周期: 10 ms , F : 不安定)



(d) 適応制御 (全パラメータ推定)

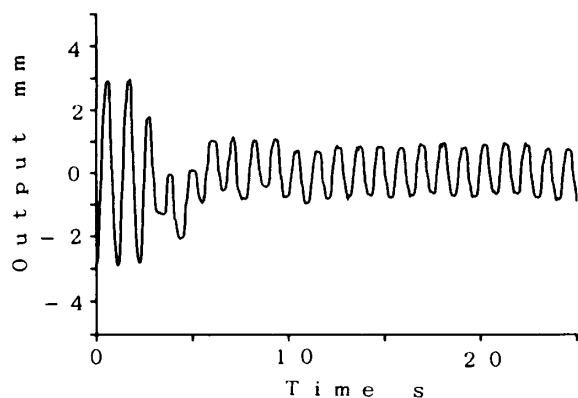


(b) 非適応制御 (サンプリング周期: 23 ms)



(e) 適応制御 (β のみ推定)

図 2 数値シミュレーション結果



(a) 出力

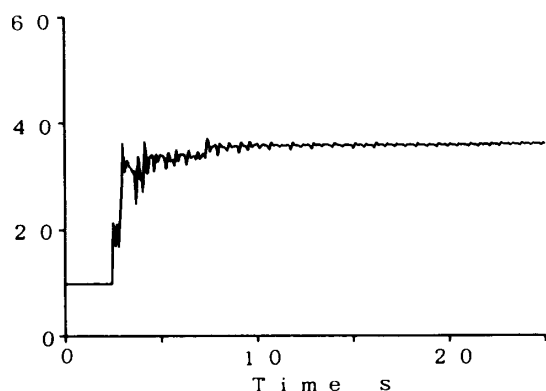
(b) 推定パラメータ $\hat{\beta}$

図 3 実験結果

ンプリング周期 50 ms, $E(\delta) = (\delta + 25)^2(\delta + 20)^3(\delta + 10)^3$, $\epsilon = 10^{-5}$, $P(0) = 10^{12} I$ とし他のパラメータは前と同じとした。推定パラメータを一つにしたときは、全パラメータを推定したときには性能改善がみられなかったサンプリング周期 50 ms でも制御効果が得られている。また、サンプリング周期が 10 ms でも図 2 (d) とほぼ同じ制振が達成されている。この違いは、推定パラメータ個数が多いときのモデリング誤差 $\eta_r(k\Delta)$ は、1パラメータ推定のときのモデリング誤差 $\zeta_r(k\Delta)$ より大きくなるためと思われる。

3.4 実験 実験により本手法の性能を検証した。正弦波 1 成分の外乱を加え、その角速度を未知と想定して制御を行った。実際の角速度は後での検討のため、別の手段で測定しておいた。振動系の外乱周期以外のパラメータ値は既知として前述の概略値を使用し、外乱周期のみ未知とした場合の実験結果を図 3 に示す。サンプリング周期 50 ms, $E(\delta) = (\delta + 25)^2(\delta + 20)^2(\delta + 10)^2(\delta + 5)(\delta + 1)$, $\epsilon = 10^{-4}$, $P(0) = 10^{11} I$, その他のパラメータはシミュレーションと同じとした。外乱の角速度はおよそ 5.8 rad/s である。推定パラメータの

初期値を真値と思われる値 33.4 より大きくずれた 10 としたが、出力振幅は制御開始以前に比べ約 1/3 に抑制されている。

サンプリング周期を 10 ms としたときは良好な制振結果が得られなかった。これは、考慮に入れていないフィルタ後の観測雑音等の影響が大きく現われるためと考えられる。全パラメータを推定する場合には、サンプリング周期 10 ms, 50 ms いずれのときも制振効果は得られなかった。

以上より、設計パラメータを適切に選ぶことによって制振を達成することは可能であるが、設計パラメータの選定は簡単ではなく、適用には試行錯誤が必要であるといえる。

なお、外乱周期が変わってもエリアシング問題が生じない範囲であれば、サンプリング周期を変える必要はないと考えられる。

また、適応手法を用いない制御は行っていないが、既報⁽⁴⁾と条件が同じため既報同様適応制御がすぐれた結果を示すと予想される。

4. 結 言

本研究はデルタオペレータを用いたモデル規範形適応手法による能動的振動制御を検討した。得られた結果を要約すると以下ようになる。

(1) 離散時間形式のモデル規範形適応制御系が構成できないとき、すなわち、非最小位相系となるサンプリング周期のときでも設計可能である。ただし、サンプリング周期が大きすぎると、入力構成時に無視される特性の影響が現われて良好な制御ができなくなり。また、逆に小さすぎると観測雑音等の影響で性能が劣化する。

(2) 理論上は問題がないにもかかわらず、実際にはコントローラが不安定なとき制御目的が達成されない場合もある。

(3) 適用にあたっては、(1), (2) を考慮して適切なパラメータを選定する必要がある。

(4) 振動実験装置に適用し、設計パラメータを適切に選定することによって振動振幅を制御前に比べ約 1/3 に抑制する実験結果を得た。

文 献

- (1) 背戸・鈴木, 機誌, 89-811(1986), 635.
- (2) 吉田, 機智教 (第 652 回), (1987), 37.
- (3) 背戸, 計測と制御, 28-8(1989), 719.
- (4) 石飛・ほか 3 名, 機論, 56-503, C(1990), 2558.
- (5) 石飛・岩井, 機論, 57-534, C(1991), 377.
- (6) Åström, K. J., ほか 2 名, *Automatica*, 20-1 (1984), 31.

- (7) Goodwin, G. C., ほか3名, *Automatica*, 22-2 (1986), 199.
- (8) 石動・島, システムと制御, 29-4(1985), 259.
- (9) 水野, コンピュートロール, 特集適応制御, 32(1990), 35, コロナ社.
- (10) Middleton, R. H., ほか3名, *IEEE Trans. Autom. Control*, 33-1 (1988), 50.
-