

数値シミュレーションによる 欠陥を有するセラミックスの破壊強度評価* (第2報, R 曲線の特性)

森 和也*¹, 野口博司*²

Evaluation of Fracture Strength for Ceramics with Defects by Numerical Simulation (2nd Report, Characteristics of R -Curve)

Kazuya MORI and Hiroshi NOGUCHI

The influence of pre-crack length on an R -curve for ceramics with bridging is investigated by numerical simulation. Generally a pre-crack is introduced into the specimen for measurement of the R -curve. However, it is considered that the R -curve is influenced by the pre-crack length because the bridging stress distribution depends on the pre-crack length. In this study, R -curves are obtained by numerical simulation. In the numerical simulation, we establish an algorithm to evaluate the R -curve based on bridging stress. This algorithm can be used to estimate the characteristics of bridging through a certain R -curve obtained experimentally. Based on the results, it is shown that the R -curve for ceramics with bridging depends on the pre-crack length and the specimen geometry.

Key Words: Ceramics, Fracture Toughness, Stress Intensity Factor, Fracture Mechanics, Fracture Strength, Defect, R -Curve, Effective Fracture Toughness at Crack Tip, Effective Stress Intensity Factor at Crack Tip

1. 緒 言

き裂進展に伴うき裂進展抵抗値 K_R の増加は、アルミナや部分安定化ジルコニアなどのセラミックスにおいても観測される。この R 曲線の特性を把握することは、セラミックスを使用する上で重要であるため、種々のセラミックスにおいて R 曲線の特性を調べた多くの研究がすでに行われている。その中で、 R 曲線は予き裂長さの影響を受けることが報告されている^{(1)~(4)}。このことは、 R 曲線を用いて欠陥材の強度を予測する場合、それぞれの初期欠陥寸法に対する R 曲線が必要になることを意味している。 R 曲線は予き裂長さ以外の試験片寸法にも依存するため(4章参照)、実験的に種々の試験片寸法の R 曲線を求めることは大変な労力を必要とし、 R 曲線を数値シミュレーションによって予測できれば極めて便利である。

そこで本研究では、まずブリッジングによる K_R の増加量が予き裂長さの影響を受けることを定性的に概説し、第1報⁽⁴⁾で開発したブリッジング特性が既知と

して取扱うセラミックスの破壊強度シミュレーションアルゴリズムに修正を加えることによって、ある条件で測定された R 曲線から任意の条件下での R 曲線の挙動を予測可能にする。さらに、 K_R の増加量が予き裂長さおよび試験片寸法の影響を受ける程度を数値シミュレーションによって求められた R 曲線を例にとつて議論する。

ところでブリッジングを数学的にモデル化した解析は多くなされている^{(5)~(10)}。しかしながら、その多くは、ブリッジング特性を既に仮定したものやさらには簡単のため、ブリッジング後の開口変位まで仮定したものである。本論文のように、逆問題解析と新しく開発したアルゴリズムを利用することによって、非常に仮定の少ない汎用性の高い解析研究はないようである。

2. R 曲線の予き裂長さ依存性

セラミックスのき裂進展抵抗値 K_R の増加の原因は、グレインプリッジング⁽¹¹⁾、微視的割れ⁽¹²⁾、変態⁽¹³⁾等による応力遮へい効果であると言われている。そこで K_R は、次式のように表される。

$$K_R = (K_{tip})_c + K_b \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $(K_{tip})_c$ はき裂先端の有効破壊靱性値、 K_b は上記の応力遮へい効果による K_R の増加を示してい

* 原稿受付 平成6年4月18日。

*¹ 正員, 久留米工業高等専門学校 (〒830 久留米市小森野町1232)。

*² 正員, 九州大学工学部 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

る。本研究では、 $(K_{IIP})_c$ は材料定数、 K_b としてはブリッジングによるもののみとする。

R 曲線を計測する場合、通常、予き裂を試験片に導入し、その予き裂からき裂を進展させる。予き裂として切欠きを用いる場合、予き裂内にはブリッジングは生じないので、本研究でも予き裂内にブリッジングはないものと仮定する（この仮定をはずすことは、本アルゴリズムでは障害とならない）。

図1(a)は、半無限板の縁に存在する予き裂（長さ a_0 ）からき裂が Δa 進展した図を近似的に示している。ここで、き裂のウエイクにブリッジング応力 $\sigma_b(\delta(\xi))$ が作用するが、 σ_b はき裂開口変位 $\delta(\xi)$ の関数になる⁽¹⁴⁾。

図1(a)のブリッジングによる K_b は、図1(b)のき裂面に作用する一対の集中力による応力拡大係数⁽¹⁵⁾ K_P を積分することによって求めることができる。

$$K_b = \int_0^{\Delta a} K_P|_{P=1} \sigma_b(\delta(\xi)) \cdot d\xi \dots\dots\dots (2)$$

図2には、図1(b)の $(a-b)$ を一定として、 b を変

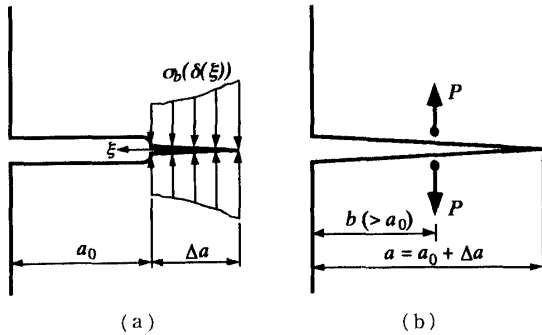


図1 ブリッジング応力とき裂縁に作用する一対の集中力

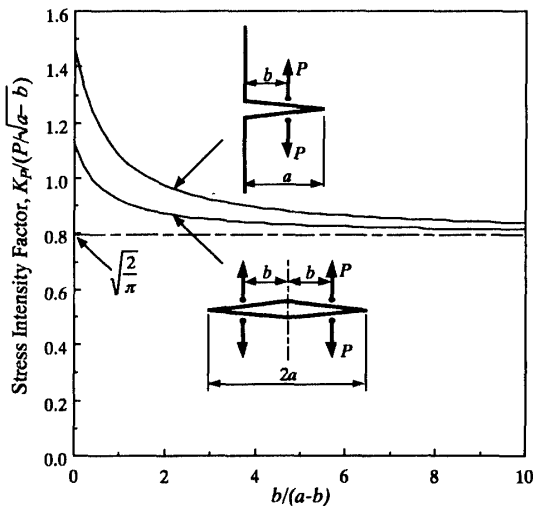


図2 集中力による応力拡大係数

化させたときの K_P の変化を無限板中のき裂の場合⁽¹⁶⁾の結果とともに示している。この図から、 σ_b が同じでも K_b の値は a_0 に依存することがわかる。

図3は、ブリッジングのない長さの異なる三つの縁き裂のき裂開口変位 $\delta(\xi)$ を示している。三つのき裂に作用する応力拡大係数は等しくしている。この図からわかるように、応力拡大係数が等しくても、 $\delta(\xi)$ はき裂先端からある程度離れると、き裂長さによって異なる値となる。 $\sigma_b(\delta(\xi))$ は $\delta(\xi)$ の関数であることから、外力による応力拡大係数が同一であっても、ブリッジングを生じる領域が応力拡大係数により $\delta(\xi)$ が規定させる範囲より大きければ、 σ_b の値が異なることになる。

以上の二つのことから、ブリッジングを生じる材料の K_R は、ある範囲外では予き裂長さの影響を受けることが定性的に想像できるが、その条件の定量的議論は第3報で行う。

3. 解析方法

き裂進展抵抗値 K_R に及ぼす予き裂長さ a_0 などの試験片形状の影響を定量的に調べるために、著者らが第1報で開発したアルゴリズム⁽⁴⁾を用いる。その方法は、ブリッジング特性 $\sigma_b(\delta(\xi))$ が既知の場合に有効であるが、一般にはその特性は未知であるので、その仮定はその汎用性に障害を与えている。そこで本報では、まずある条件下で求められた R 曲線の実験データから逆問題としてブリッジング特性を決定づける。その後、任意条件下での R 曲線をシミュレーションする新しい方法を開発する。具体例としては、図4に示すDCB試験片を用いて求められた R 曲線からブ

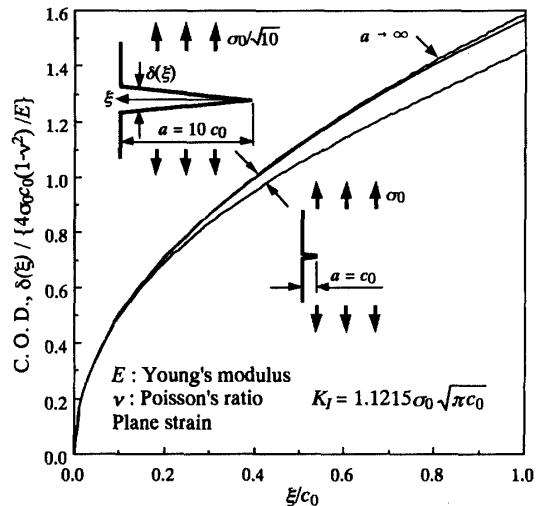


図3 一様荷重を受ける縁き裂のき裂開口変位

リッジング特性を決定づけるパラメータを決め、それに基づいて SENB 試験片の R 曲線を求める。

3.1 ブリッジング特性を求めるための逆問題解析
ブリッジング応力 $\sigma_b(\delta(\xi))$ は、数値シミュレーションによって求められる R 曲線とある実験から求められた R 曲線とが一致するように決定する。この場合、 $\sigma_b(\delta(\xi))$ の値は近似式によって与えられている必要がある。そこで本研究では、 $\sigma_b(\delta(\xi))$ の近似式として次式⁽⁵⁾⁽¹⁷⁾を用いた。

$$\sigma_b(\delta(\xi)) = \sigma_m \left\{ 1 - \frac{\delta(\xi)}{\delta_c} \right\}^n \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 σ_m は最大ブリッジング応力、 δ_c はブリッジングが生じる最大き裂開口変位 (臨界き裂開口変位)、 n はブリッジング応力の指数である。

n の値は、アルミナの場合 2.1~2.5 であることが報告されている⁽⁹⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾ ので、本研究では $n=2.1$ と置く。

ブリッジング応力を式(3)で仮定することの妥当性は、第1報⁽⁴⁾において、式(3)を用いて破壊強度を予測した結果が実験結果と極めてよく一致したことから確認されている。

σ_m と δ_c の値を、数値シミュレーションによって求められた R 曲線と実験で求められた R 曲線が一致するように決定する。次に、数値シミュレーションによって R 曲線を予測する方法を説明する。

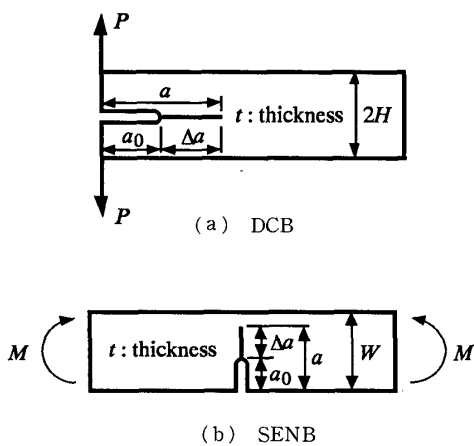


図4 解析試験片形状

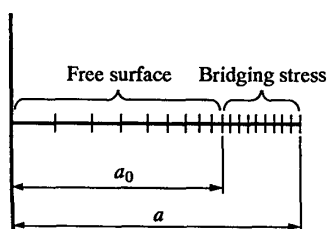


図5 DCB 試験片のき裂部分の境界要素分割

3.2 安定き裂進展抵抗値 K_R の解析方法 図5は、DCB 試験片のき裂部分の境界要素分割を示している。予き裂部分 a_0 は等分割し自由境界とする。一方き裂進展部 Δa は等分割し、 $\delta(\xi) < \delta_c$ の範囲内でブリッジング応力を境界条件とする。

荷重 P を増加させ、外力による応力拡大係数 K_a を増加させていくと、き裂先端応力拡大係数⁽²⁰⁾ K_{tip} も増大していく。 $K_{tip} = (K_{tip})_c$ となる K_a がき裂進展抵抗値 K_R である。この過程は非線形問題であるので簡単には求められない。そこで、繰返し計算によって $\delta(\xi)$ を求める。

その計算の流れを図6に示す。まず、 P に初期値として P_0 を与え、 $\sigma_b(\delta(\xi)) = 0$ として $\delta(\xi)$ と K_{tip} を求める。 $\delta(\xi)$ を式(3)に代入して、 $\sigma_b(\delta(\xi))$ を求める。この $\sigma_b(\delta(\xi))$ をき裂進展経路に作用させて、新たに $\delta(\xi)$ と K_{tip} を求める。この計算を繰返して K_{tip} が収束した段階で計算を打ち切る。このように求めた K_{tip} がちょうど $(K_{tip})_c$ となるように荷重を加減する繰返し計算を行う。

4. 解析結果例と考察

4.1 ブリッジング特性の決定 図7に実験から求められた R 曲線⁽²¹⁾ (○印) と数値シミュレーションによって求められた R 曲線を示す。ここで、実験で求められた R 曲線の材料は、平均結晶粒径 20 μm 、最大粒径約 60 μm のアルミナである。 $(K_{tip})_c$ は、予き裂か

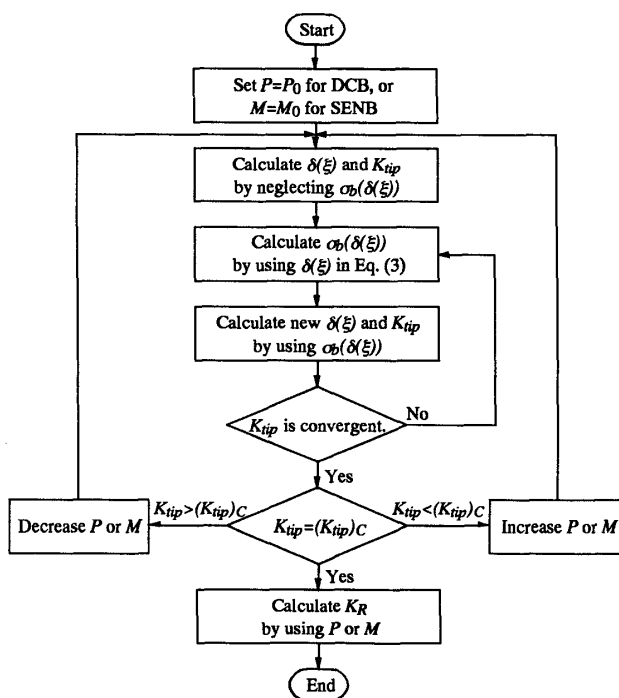


図6 安定き裂進展抵抗解析のためのフローチャート

らき裂が進展するときの K_R とほぼ等しくなることから、このアルミナの $(K_{tip})_c$ は、ほぼ $3.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ であることがわかる。

この図において、 δ_c と σ_m を変化させたときの数値シミュレーションによる結果と実験結果とを比較すると、 $\delta_c=11 \mu\text{m}$ 、 $\sigma_m=19 \text{ MPa}$ のとき最も両者が一致することがわかる。そこで以下の数値シミュレーションでは、 $\delta_c=11 \mu\text{m}$ 、 $\sigma_m=19 \text{ MPa}$ とした。

4.2 SENB 試験片の R 曲線 自然欠陥程度の短いき裂は、DCB 試験片では取扱えないので、DCB 試験片で求めたブリッジング特性を基に、SENB 試験片の R 曲線の挙動をシミュレーションする。

R 曲線に及ぼす予き裂長さの影響を調べるため、無限幅 ($W=\infty \text{ mm}$) の SENB 試験片 (半無限板) の R

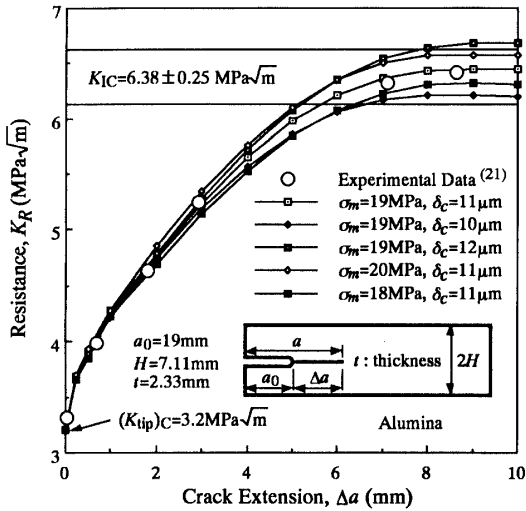


図7 ブリッジング特性決定のために用いたデータ

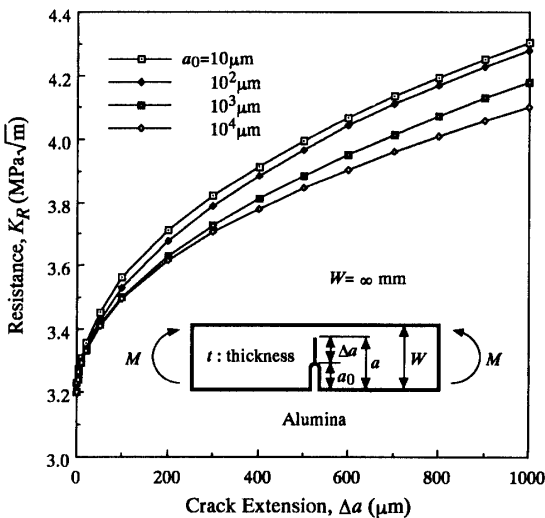
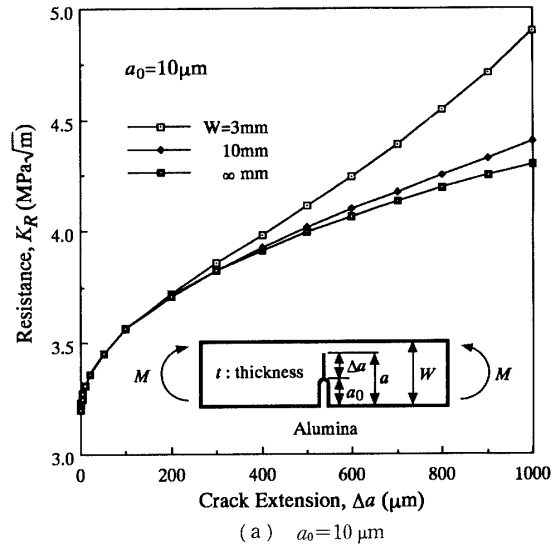
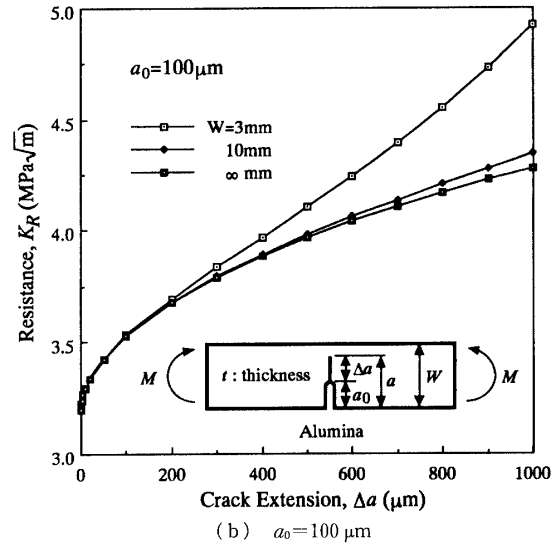


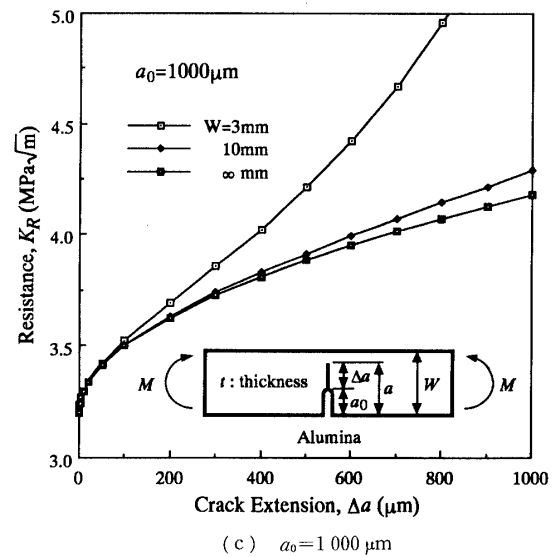
図8 SENB 試験片のシミュレーション結果 ($W=\infty \text{ mm}$)



(a) $a_0=10 \mu\text{m}$



(b) $a_0=100 \mu\text{m}$



(c) $a_0=1000 \mu\text{m}$

図9 SENB 試験片のシミュレーション結果 ($a_0=\text{Constant}$)

曲線を図8に示す。

R 曲線は予き裂長さに依存することがわかる。初期欠陥長さが $a_0=10\ \mu\text{m}$ と $a_0=10^4\ \mu\text{m}$ の K_R の値は、 $\Delta a=1\ 000\ \mu\text{m}$ でほぼ5%異なる。この結果はアルミナの材料データに基づいたものであるが、窒化けい素のようにブリッジング応力が大きい材料は⁽¹⁹⁾、予き裂長さの依存性はさらに大きくなると思われる。

図9は、同じ長さの予き裂から進展した SENB 試験片の R 曲線を示している。図9から、同一の予き裂長さであっても、試験片寸法(試験片幅)が異なると R 曲線も異なることがわかる。これは次の理由による。

き裂が進展し、き裂先端のリガメント部が減少すると応力拡大係数は急激に増大する。そのため、き裂進展に要する曲げモーメントがリガメント部が減少してもあまり変化しなければ、 K_R は急激に増大することになる。ブリッジング力がき裂進展に要する曲げモーメントを増加させる量は、リガメント長さにそれほど影響を受けない。そのために、リガメント部が短くなると K_R は急激に増加することになる。試験片幅 W が狭いと、き裂進展に伴うき裂先端のリガメント長さの減少の割合が大きいため、 W が狭いほど K_R の増加量が大きくなるわけである。このことは、リガメント長さが零になったときのことを考えるとわかりやすい。リガメント長さが零になってもき裂のウェイクのブリッジング力によって試験片は曲げモーメントを支えることができる。このときの応力拡大係数は無限大となるため、 K_R の値も無限大となる。

以上の結果から、 R 曲線を破壊強度の予測に用いる際には、 R 曲線を求めた際の試験片寸法および予き裂長さと強度を求めようとするものの寸法およびその欠陥寸法との差に注意を払わなければならないことがわかる。

5. 結 言

ある条件で求められた R 曲線からその材料のブリッジング特性を評価する逆問題アルゴリズムを開発し

た。このアルゴリズムを用いることによって、一つの R 曲線から任意の条件下での R 曲線の挙動を予測可能にした。さらに、このアルゴリズムを用いたアルミナの R 曲線のシミュレーションに基づいて、 R 曲線が試験片形状(試験片幅)および予き裂の長さの影響を受けることを示した。

文 献

- (1) Steinbrech, R. W., ほか2名, *J. Mater. Sci.*, **18**(1983), 265.
- (2) Rose, L. R. F. and Swain, M. V., *J. Am. Ceram. Soc.*, **69**-3(1986), 203.
- (3) Marshall, D. B. and Swain, M. V., *J. Am. Ceram. Soc.*, **71**-6(1988), 339.
- (4) 森・ほか2名, 機論, **60**-572, A(1994), 984.
- (5) Foote, R. M. L., ほか2名, *J. Mech. Phys. Solids*, **34**-6(1986), 593.
- (6) Ballarini, R., *Int. J. Fract.*, **31**(1986), R63.
- (7) Cox, B. N. and Marshall, D. B., *Int. J. Fract.*, **49**(1991), 159.
- (8) Wittmann, F. H. and Hu, X. Z., *Int. J. Fract.*, **51**(1991), 3.
- (9) Hu, X. Z., ほか2名, *J. Am. Ceram. Soc.*, **74**-8(1991), 1828.
- (10) Suzuki, T. and Sakai, M., *Int. J. Fract.*, **65**(1994), 329.
- (11) Swanson, P. L., ほか4名, *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**-4(1987), 279.
- (12) Evans, A. G. and Faber, K. T., *J. Am. Ceram. Soc.*, **67**-4(1984), 255.
- (13) McMeeking, R. M. and Evans, A. G., *J. Am. Ceram. Soc.*, **65**-5(1982), 242.
- (14) Fairbanks, C. J., ほか3名, *Fract. Mech. Ceram.*, **7**(1986), 23, Plenum Press, New York.
- (15) Hartranft, R. J. and Sih, G. C., *Mech. Fract.*, **1**(1973), 1, Noordhoff, Holland.
- (16) Erdogan, F., *Proceedings of 4th U. S. Nat. Congr. Appl. Mech.*, (1962), 547.
- (17) Mai, Y. W. and Lawn, B. R., *J. Am. Ceram. Soc.*, **70**-4(1987), 289.
- (18) Rödel, J., ほか2名, *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**-11(1990), 3313.
- (19) Mutoh, Y. and Takahashi, M., *Theoretical Concepts and Numerical Analysis of Fatigue*, (1993), 541, EMAS.
- (20) Ritchie, R. O., *Mater. Sci. Eng., A*, **103**(1990), 15.
- (21) Cook, R. F., *J. Mater. Res.*, **2**-3(1987), 345.