# 損傷に寄与する地震入力エネルギーに関する考察

# A STUDY ON EARTHQUAKE INPUT ENERGY CAUSING DAMAGES IN STRUCTURES


小川厚治*，井上一朗**，中島正愛***

*Koji OGAWA, Kazuo INOUE and Masayoshi NAKASHIMA*



This paper is concerned with the definition and prediction of damage-causing earthquake input energy used in energy-based seismic design. It is necessary for the input energy to be closely related to structural damages such as maximum plastic deformation and cumulative plastic deformation. In this paper, input energy is defined as the maximum response of the sum of elastic strain energy and the energy dissipated by plastic deformation. Kinematic energy is not included in this definition. Both Housner and Akiyama predicted input energy by using a pseudo-velocity response spectrum corresponding to the initial natural period calculated from the elastic stiffness. The apparent natural period of frames (the time required for one cycle vibration) accompanied with plastic deformations under earthquakes is longer than the initial natural period, and the input energy depends primarily on the apparent natural period. In predicting the input energy, this paper proposes to use the apparent natural period calculated from the mean of the plastic deformation per half-cycle in the whole vibration.



***Keywords :*** *seismic design, earthquake input energy, apparent natural period, multi-degree-of-freedom system*

耐震設計，地震入力エネルギー，見かけの固有周期，多自由度系


## 1．序

エネルギーの釣合から構造物の耐震性を論じようとする試みは，棚橋[1]やHousner[2,3]によって提案され，秋山ら[4,5]によって，完全弾塑性型に近い荷重ー変形関係をもつ系の累積塑性変形を評価する有力な手法であることが検証された．筆者らは，降伏後も高い剛性をもつ系や軽微な塑性変形を受ける系も対象に含め，累積塑性変形だけでなく最大変位や最大塑性変形を予測するための手法として，エネルギーの釣合に基づく耐震設計を発展させたいと考えている[6-8]．その最も基本となる量である損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$を明確に定義し，その予測法を提案することが本論の目的である．

本論では，損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$を，弾性歪エネルギー$E_e$と塑性変形による消費エネルギー$E_p$との和の最大応答値と定義し，$E_{dm}$は擬似速度応答スペクトル$S_V$を用いて次式で近似することを提案する．

$$E_{dm} = (E_e + E_p)_{\max} = \frac{1}{2} M \{ S_V ( f T_1 ) \}^2 \tag{1}$$

(1)式で$M$は構造物の全質量で，$T_1$は基本固有周期である．また，$f$は後述する塑性変形による見かけの固有周期の伸び率であり，弾性振動では1となる．

上記の$E_{dm}$の定義は，Housner[2,3]が最大エネルギー（maximum energy）やエネルギー入力（energy input）と呼ぶ量，および，秋山ら[4,5]が定義した損傷に寄与するエネルギ入力$E_D$と酷似しているが，同じではない．

塑性変形（損傷）による消費エネルギーを直接考えるのではなく，塑性変形による消費エネルギーに弾性振動エネルギーを加えた量を考えれば，その量は降伏耐力や復元力特性，質点数の影響をあまり受けず，擬似速度応答スペクトル$S_V$を用いて予測できるというHousnerの仮説や秋山の研究成果に，(1)式は主に基づいている．しかし，初期弾性時の基本固有周期に応じた擬似速度応答スペクトルを用いるのではなく，塑性化による入力エネルギーの変動を考慮している点でHousnerの仮説と，また塑性化による周期の伸びを一律に与えるのではなく，系が被る塑性化の程度に応じて見かけの固有周期を調節している点で秋山の研究と，それぞれ異なっている．

本論では，(1)式による$E_{dm}$の定義および近似値の予測について検討する．

## 2．定義

多自由度系の運動方程式に速度ベクトル$\{\dot{u}\}^T$を前乗し，時刻$t$まで積分すると，次のエネルギーの釣合式が得られる．

$$E_k + E_h + E_e + E_p = E_T \tag{2}$$


* 熊本大学工学部環境システム工学科　教授・工博　Prof., Dept. of Architecture and Civil Eng., Faculty of Eng., Kumamoto Univ., Dr. Eng.

** 京都大学大学院工学研究科生活空間学専攻　教授・工博　Prof., Dept. of Architecture and Environmental Design, Kyoto Univ., Dr. Eng.

*** 京都大学防災研究所　助教授・Ph.D　Assoc. Prof., Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ., Ph.D.

ここで，$E_k$ は運動エネルギー，$E_h$ は粘性減衰による消費エネルギー，$E_T$ は地動による全入力エネルギーであり，次式で表される．

$$E_k = \int_0^t \{\dot{u}\}^T [M] \{\ddot{u}\} \mathrm{d}t = \frac{1}{2}\{\dot{u}\}^T [M] \{\dot{u}\} \tag{3.a}$$

$$E_h = \int_0^t \{\dot{u}\}^T [C] \{\dot{u}\} \mathrm{d}t \tag{3.b}$$

$$E_e + E_p = \int_0^t \{\dot{u}\}^T \{p\} \mathrm{d}t \tag{3.c}$$

$$E_T = -\int_0^t \ddot{z} \{\dot{u}\}^T [M] \{1\} \mathrm{d}t \tag{3.d}$$

ただし，$[M]$ は質量マトリックス，$[C]$ は粘性減衰マトリックス，$\{u\},\{\dot{u}\},\{\ddot{u}\}$ は構造物基部に対する相対的な変位，速度，加速度を表すベクトルで，$\{p\}$ は復元力ベクトルである．また，$\ddot{z}$ は地動加速度で，$\{1\}$ は水平変位成分が 1 で他の成分は零のベクトルである．

損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$ は，(3)式に示したようなエネルギー量を用いて定義され，その値は構造物の損傷と強い相関を持ち，さらに入力地震外乱の特性などから予測可能な量である必要がある．構造物の荷重－変形関係の形状は様々であり，履歴型ダンパー付架構のように一部の構造要素が早期に降伏する構造物では，降伏後の剛性が高く，初期降伏耐力と最大耐力の間に大きな開きがある．このような荷重－変形関係をもつ構造物も考察対象に含め，累積塑性変形だけでなく最大変位や最大塑性変形とも強い相関をもつ量として，ここでは損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$ を定義する．

Housner は，$E_{dm}$ に相当する量を前記したように最大エネルギー（maximum energy）やエネルギー入力（energy input）と呼んでおり，「最後の非線形挙動の終了時までの構造物への全入力エネルギー」と表現している[2]．粘性減衰によるエネルギー消費は擬似速度応答スペクトル$S_V$ を評価する際に考慮されているので，Housner が全入力エネルギーと呼ぶ量は，粘性減衰による消費エネルギーを含まないことは明らかである．また，文献2)には，弾性 1 自由度系の弾性歪エネルギー$E_e$ と運動エネルギー$E_k$ との和の最大値の速度換算値が擬似速度応答スペクトル$S_V$ で近似できるという記述もあり，Housner の定義したエネルギー入力には運動エネルギー$E_k$ が含まれている．

秋山は，損傷に寄与するエネルギ入力を地震終了時の塑性変形による消費エネルギー$E_p$ と弾性歪エネルギー$E_e$ と運動エネルギー$E_k$ との和と定義している．弾性歪エネルギー$E_e$ と運動エネルギー$E_k$ との和は，弾性振動エネルギーと呼んでおり，初期弾性限歪エネルギーで近似できるとしている[4,5]．主要動以降も微小な地動が延々と続く場合を想定すれば，粘性減衰の効果によって地震終了時の弾性振動エネルギーは限りなく零に近づくことは容易に予測できることであり，秋山の地震終了時の定義は，Housner と同様に最後の塑性変形終了時と理解すべきであろう．

すなわち，本論の定義と Housner や秋山の定義の相違点は，運動エネルギーを除外していること，最後の塑性変形終了時のエネルギーでなく，エネルギーの最大応答値を用いていることの２点である．

完全弾塑性の 1 自由度系を対象[2-4]とすれば，最後の塑性変形終了時に系の速度は零であり，このとき運動エネルギー$E_k$ は零で，$E_e + E_p$ は最大となるので，Housner や秋山が定義した最後の塑性変形終了時の$E_e + E_p + E_k$ の値は，(1)式で定義した$(E_e + E_p)_{\max}$ と一致する．

ここで擬似速度応答スペクトル$S_V$ の定義を明確にしておく．応答スペクトルは地動加速度 $\ddot{z}$ を受ける 1 自由度系の弾性応答の最大値を周期と減衰定数を変えて求めたものであり，相対変位 $u$ の最大値 $u_{\max}$ を変位応答スペクトル$S_D$，相対速度 $\dot{u}$ の最大値 $\dot{u}_{\max}$ を速度応答スペクトル$S_v$ と呼ぶ[9]．

$$S_D = u_{\max} \tag{4}$$

$$S_v = \dot{u}_{\max} \tag{5}$$

(5)式で定義される速度応答スペクトル$S_v$ が使われることは稀であり，次式で定義する擬似速度応答スペクトル$S_V$ が通常用いられ，この$S_V$ を単に速度応答スペクトルと呼ぶ文献も多い[10]．

$$S_V = \omega S_D \tag{6}$$

ここで，$\omega$ は固有円振動数であり，剛性$K$，質量$M$ を用いて次式で表される．

$$\omega^2 = \frac{K}{M} \tag{7}$$

Housner もまた文献2, 3) では，$S_V$ を速度応答スペクトル（velocity spectra）と呼んでいるが，利用しているのは(6)式による擬似速度応答スペクトル$S_V$ である．

弾性 1 自由度系については，(1)式の右辺は次のように表される．

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}M\{S_V(T_1)\}^2 = \frac{1}{2}M\{\omega S_D(T_1)\}^2\\&= \frac{1}{2}K\{S_D(T_1)\}^2 = \frac{1}{2}K\,{u_{\max}}^2 = (E_e)_{\max}\end{aligned} \tag{8}$$

すなわち$S_V$ は最大弾性歪エネルギーの速度換算値である．$E_{dm}$ を最後の塑性変形終了時の$E_e + E_p$ の値とせず，(1)式によるように$E_e + E_p$ の最大応答値とすれば，$E_{dm}$ は弾性系についても定義でき，弾性 1 自由度系について(1)式は厳密に成立する．

第 2 分枝剛性比が大きい Bilinear 系では，最大変位応答時には大きな弾性歪エネルギーを蓄えており，この弾性歪エネルギーの多くがその後の粘性減衰によって消費される場合には，最後の塑性変形を生じた時点での$E_e + E_p$ の値は最大変位応答時の$E_e + E_p$ よりかなり小さくなる[6]．粘性減衰系だけでなく，非減衰弾性 1 自由度系についても，地震終了時の弾性振動エネルギーは(8)式の最大弾性歪エネルギーより小さくなる傾向がある[9]．任意の復元力特性をもつ系の最大変位や最大塑性変形と強い相関をもつように$E_{dm}$ を定義するためには，$E_{dm}$ は最後の塑性変形終了時とせず，エネルギーの最大値で定義する方が適当である．

次に，運動エネルギー$E_k$ について考える．前記したように，Housner は(1)式の右辺を弾性歪エネルギー$E_e$ と運動エネルギー$E_k$ との和の最大値の速度換算値の近似値と考えており，Housner と秋山のいずれもが$E_{dm}$ に相当する量に運動エネルギー$E_k$ を含めている．

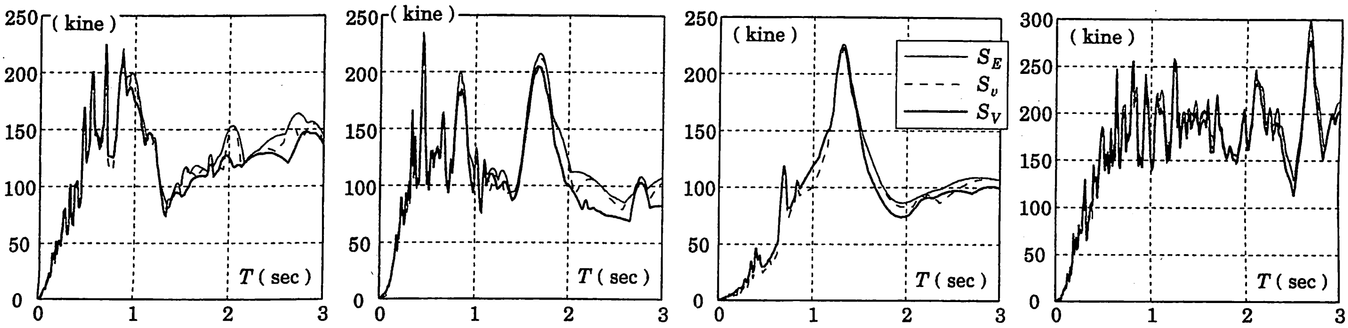
弾性 1 自由度系の弾性歪エネルギー$E_e$ と運動エネルギー$E_k$ との和の最大応答値の速度換算値を$S_E$ と定義すれば，$S_E$ は次式となる．

$$S_E = \sqrt{\frac{2}{M}(E_e + E_k)_{\max}} = \sqrt{(\dot{u}^2 + \omega^2 u^2)_{\max}} \tag{9}$$

図 1 は，(6)式で定義する擬似速度応答スペクトル$S_V$ を，(9)式で定義する$S_E$ および(5)式で定義した速度応答スペクトル$S_v$ と比較したものである．入力地震動は，表 1 に示す 4 つの地震動を用いた．た

表 1　入力地震動

| | 最大加速度(gal) | 継続時間(sec) |
|---|---|---|
| El Centro,1940 NS | 511 | 30 |
| Taft,1952 EW | 497 | 30 |
| NTTB3,1995 NS | 186 | 20 |
| BCJL2 | 357 | 120 |




(a) El Centro NS　(b) Taft EW　(c) NTT NS　(d) BCJL2

図 1　弾性系の各種スペクトルの比較

だし，過去の強震記録（El Centro NS, Taft EW, NTT NS）は最大速度が 50cm/sec になるように増幅（低減）しているが，模擬地震動である BCJL2 [11]は原波形をそのまま用いている．また，減衰定数はすべて 0.01 としている．

図 1 によると，長周期域では$S_V$ は$S_E$ や$S_v$ に比べて小さくなるが，固有周期が 2 秒程度以下の範囲では，Housner が指摘しているように 3 つの値に大きな違いはない．

次に，弾塑性の 1 自由度系および多自由度系について検討する．解析に用いた多自由度系は表 2 に示す 6 種で，階高 4m の 10 層の履歴型ダンパー付架構を想定したせん断型多質点系である．各層の層せん断力－層間変形角関係は Bilinear 型で，設計用せん断力を比例載荷したとき表 2 に示すベースシヤー係数$C_B$ で全層が同時に降伏する骨組である．基準とする骨組 M67 とM33 は，第 2 分枝剛性比$\tau$ をそれぞれ2/3，1/3 とし，表 1 に示した強さの地震動に対して最大層間変形角が 1/100 になるように文献 6 - 8) にしたがって$C_B$ を求めている．一方，最初の英文字が S の骨組は，最初の英文字が M の骨組を基準として，弾性限歪エネルギーが同じで固有周期が 0.5 倍となるように，初期降伏変位を 0.5 倍，初期降伏耐力を 2 倍した骨組である．また，最初の英文字が L の骨組は，弾性限歪エネルギーが同じで固有周期が 1.5 倍となるように，初期降伏変位を 1.5 倍，初期降伏耐力を 1/1.5 倍した骨組である．なお，多自由度系の各層の重量は一定で，設計用せん断力係数分布$A_i$ は次式で与えている[12]．

$$A_i = \frac{1}{\sqrt{\alpha_i}} \tag{10}$$

(10)式で，$\alpha_i$ は$i$ 層より上部の重量と全重量の比である．(10)式は現行の耐震規定[13]による$A_i$ と類似した値を与える．

比較のために解析した弾塑性 1 自由度系は，表 2 の多自由度系を次の 3 つの条件[6,8]を用いて等価 1 自由度系に置換したものである．

(1) 設計用地震荷重を比例載荷したときの多自由度系の転倒モーメント－有効構造回転角[14]関係は，等価 1 自由度系の層モーメント－層間変形角関係と等しい．

(2) 等価 1 自由度系の質量は，多自由度系の全質量に等しい．

(3) 等価 1 自由度系の固有周期は，多自由度系の基本固有周期に等しい．

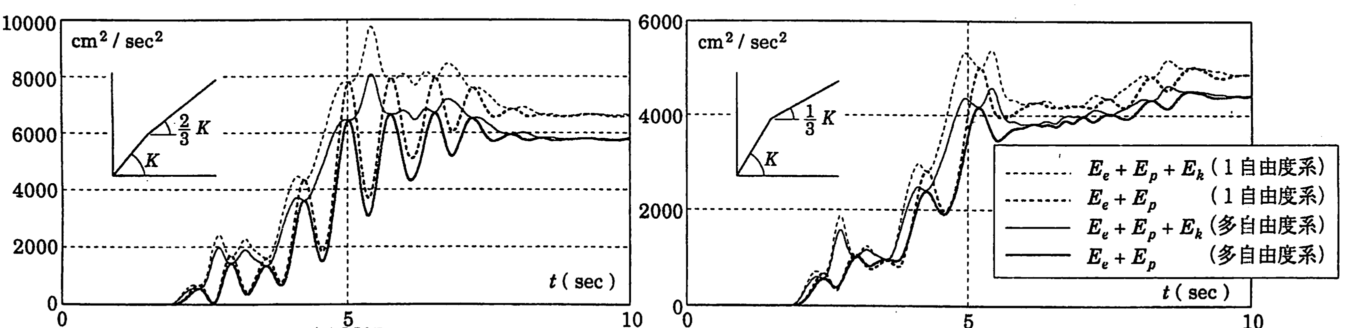
表 2 には，上記の条件から決まる等価 1 自由度系の降伏時のせん断力係数$C_B^{eq}$ も示している．解析した振動系は表 2 の 6 つを基準とするが，外乱強度と弾性限強度の比率についても検討する際には，降伏時ベースシヤー係数$C_B$，$C_B^{eq}$ を表 2 の値の 0.5, 1, 1.5, 2 倍の 4 種に変化させた振動系を用いている．P-Δ 効果は，いずれの解析でも無視している．

多自由度系の粘性減衰マトリックスは Rayleigh 型とし，1 次および 2 次の減衰定数は 0.01 としている．1 自由度系の減衰定数は 0.01 とした．また，数値積分にはNewmark $\beta$ 法（$\beta = 1/4$）を用い，時間増分は基本固有周期の 1/500 以下になるように設定した．

図 2 は，多自由度系 M67 とM33 およびその等価 1 自由度系の$E_e + E_p$ と$E_e + E_p + E_k$ の時刻歴応答の例を示している．実線で示す多自由度系についても破線で示す 1 自由度系についても同様であるが，太線で示す$E_e + E_p$ と細線で示す$E_e + E_p + E_k$ を比べると，次のような傾向が認められる．

表 2　解析対象の振動系

| 名称 | $N$ | $\tau$ | $T_1$ ( sec ) | 降伏時$C_B$ | 降伏時$C_B^{eq}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| M67 | 10 | 0.667 | 1.439 | 0.132 | 0.151 |
| S67 | 10 | 0.667 | 0.719 | 0.264 | 0.302 |
| L67 | 10 | 0.667 | 2.158 | 0.088 | 0.101 |
| M33 | 10 | 0.333 | 1.514 | 0.070 | 0.081 |
| S33 | 10 | 0.333 | 0.757 | 0.141 | 0.161 |
| L33 | 10 | 0.333 | 2.271 | 0.047 | 0.054 |




(a) M67　(b) M33

図 2　エネルギーの時刻歴（NTT NS）

(1) $E_e+E_p+E_k$ は地震入力によって単調に増大する傾向をもつ値ではなく，$E_e+E_p$ と同様に増大と減少を繰り返す．

(2) $E_e+E_p$ の極大値は，$E_e+E_p+E_k$ が極小値となる時刻近傍で生じることが多く，$E_e+E_p+E_k$ の極大値は $E_e+E_p$ の極大値の近似とはならない．

Housner や秋山が $E_{dm}$ に相当する量に運動エネルギー $E_k$ を含めているのは，弾性振動エネルギー $E_e+E_k$ が振動中概ね一定した値をとることを想定していたものと考える．$E_e+E_k$ が概ね一定した値であれば，$E_e+E_p+E_k$ は $E_e+E_p$ の極大値を包絡する緩やかな単調増大関数となり，$E_e+E_p+E_k$ の最大値は $E_e+E_p$ の最大値の良好な近似となることが期待される．しかし，図2によると，$E_e+E_p$ が極大値をとる手前で $E_e+E_p+E_k$ は減少し，$E_e+E_p+E_k$ の極小値が $E_e+E_p$ の極大値を近似する傾向がある．$E_e+E_p$ が極大値に至る過程では，運動エネルギー $E_k$ が $E_e+E_p$ として蓄積されるのは当然であるが，$E_e+E_p$ が極大値の時に $E_e+E_p+E_k$ が極小値となるのは，地動によって運動エネルギー $E_k$ が奪われることによって系は停止し，$E_e+E_p$ の極大値に至ることを示している．$E_e+E_p+E_k$ の極大値が変形の極大状態と対応しないという結果は，少なくとも1自由度系に関しては，損傷に寄与する地震入力エネルギー $E_{dm}$ の定義に，運動エネルギー $E_k$ を含めない方が適当であることを示す．

なお，既に述べたように，第2分枝剛性比 $\tau$ が大きい系では，最後の塑性変形終了時の $E_e+E_p$ は最大応答値より小さくなる．図2(a)に示した1自由度系の解析例では，解析終了時の $E_e+E_p+E_k$ の値は $E_e+E_p$ の最大値より 16% 小さい．また，図には示していないが，最後の塑性変形終了時の $E_e+E_p$ の値も最大値より 13% 小さくなっている．損傷に寄与する地震入力エネルギー $E_{dm}$ は，地震終了時や最後の塑性変形終了時の値とせず，最大応答値を用いるのが適当であるとする前記の考察結果を，この解析例も裏付けている．

1自由度系では，$E_e+E_p$ が極大値をとる時刻に変位もまた極大値になり，運動エネルギー $E_k$ は零となる．しかし，多自由度系では，すべての質点の速度が同時に零になることはない．

表3　$E_e+E_p$ が最大の時の $E_k/(E_e+E_p)$ （%）

| | | 0.5 $C_B$ | $C_B$ | 1.5 $C_B$ | 2.0 $C_B$ | 弾性 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| M67 | El Centro NS | 0.0210 | 0.4354 | 0.3074 | 0.0788 | 3.7591 |
| | Taft EW | 0.0036 | 0.0429 | 0.0829 | 0.0731 | 1.1309 |
| | NTT NS | 0.2041 | 0.2435 | 0.3994 | 0.2010 | 0.0315 |
| | BCJL2 | 0.0032 | 0.0864 | 0.1762 | 0.5191 | 2.1056 |
| S67 | El Centro NS | 0.0073 | 0.0825 | 0.0124 | 0.0818 | 1.5961 |
| | Taft EW | 0.0165 | 0.0032 | 0.0246 | 0.2426 | 2.6143 |
| | NTT NS | 0.0378 | 0.0069 | 0.0389 | 0.0662 | 0.2716 |
| | BCJL2 | 0.0033 | 0.0032 | 0.0030 | 0.0200 | 0.0355 |
| L67 | El Centro NS | 0.0097 | 0.0299 | 0.2226 | 0.6228 | 0.6564 |
| | Taft EW | 0.0235 | 0.2557 | 0.3063 | 0.4051 | 0.0763 |
| | NTT NS | 0.6160 | 0.1366 | 0.0176 | 0.0600 | 0.5218 |
| | BCJL2 | 0.0342 | 0.0851 | 0.1782 | 0.2469 | 4.8667 |
| M33 | El Centro NS | 0.0008 | 0.0068 | 0.0067 | 0.0266 | 0.2221 |
| | Taft EW | 0.0152 | 0.0146 | 0.0172 | 0.0450 | 2.1184 |
| | NTT NS | 0.0350 | 0.0923 | 0.0497 | 0.0239 | 0.2386 |
| | BCJL2 | 0.0072 | 0.0041 | 0.0280 | 0.0951 | 2.4032 |
| S33 | El Centro NS | 0.0002 | 0.0096 | 0.0272 | 0.0041 | 0.5370 |
| | Taft EW | 0.0029 | 0.0028 | 0.0216 | 0.0146 | 0.5346 |
| | NTT NS | 0.0050 | 0.0088 | 0.0567 | 0.0292 | 0.3866 |
| | BCJL2 | 0.0003 | 0.0015 | 0.0011 | 0.0030 | 0.2680 |
| L33 | El Centro NS | 0.0022 | 0.0093 | 0.0027 | 0.0079 | 2.2279 |
| | Taft EW | 0.0057 | 0.0177 | 0.0125 | 0.1079 | 1.6149 |
| | NTT NS | 0.0163 | 0.3386 | 0.1139 | 0.0521 | 0.8576 |
| | BCJL2 | 0.0014 | 0.0114 | 0.0217 | 0.0187 | 0.5173 |

1次モードの応答が卓越する多自由度系において，$E_e+E_p$ が最大となるときにも $E_k$ が零とならないのは，層間変形応答の位相のずれによって，層間変形の極大値直前で $E_e+E_p$ に変換されるべき $E_k$ を保持している層や，層間変形の極大値直後で $E_e$ の一部が $E_k$ に変換されてしまった層があるためである．したがって，この位相のずれを補正して，すべての層が同時に層間変形の極大値をとるときの $E_e+E_p$ の値を考えれば，その値は $E_e+E_p$ が極大の時の $E_e+E_p+E_k$ で近似できるであろう．このように考えると，多自由度系の最大変形状態と相関を持つように $E_{dm}$ を定義するためには，$E_e+E_p$ の最大値より，$E_e+E_p$ が極大値をとるときの $E_e+E_p+E_k$ の最大値とする方が合理的であるということになる．

表3は，$E_e+E_p$ が最大値のときの運動エネルギーの比率 $E_k/(E_e+E_p)$ を示したものである．ただし，多自由度系の初期降伏時のベースシヤー係数は表2の $C_B$ の値の 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 倍の場合の他，弾性応答する場合についても検討している．表3によると，$E_{dm}$ の値を主に問題とする弾塑性応答では，$E_k/(E_e+E_p)$ の値はすべて1%以下である．また，弾性応答では弾塑性応答より大きくなる傾向があるが，最大値は5%程度であり，平均値をとると1%程度に収まっている．したがって，$E_{dm}$ に運動エネルギー $E_k$ を含めて難解な定義をする必要はないと考えた．

以上が，損傷に寄与する地震入力エネルギー $E_{dm}$ を $E_e+E_p$ の最大応答値として(1)式で定義した理由である．

$E_e+E_p$ は(3.c)式に示すように荷重－変形関係の履歴曲線によって囲まれる面積を表す．したがって，P-Δ効果を考慮した荷重－変形関係を考え，その履歴曲線で囲まれる面積を(1)式の $E_e+E_p$ と考えても(1)式の定義・仮定に変わりはない．このとき，荷重－変形関係の履歴曲線によって囲まれる面積は，弾性歪エネルギー $E_e$ と塑性変形による消費エネルギー $E_p$ との和から重力仕事 $E_g$ を減じた値となる．$E_e+E_p$ を本来の定義である弾性歪エネルギーと塑性変形による消費エネルギーの和とし，重力仕事 $E_g$ を別途考慮すれば，P-Δ効果を考慮した場合の(1)式は次式のように一般化される．

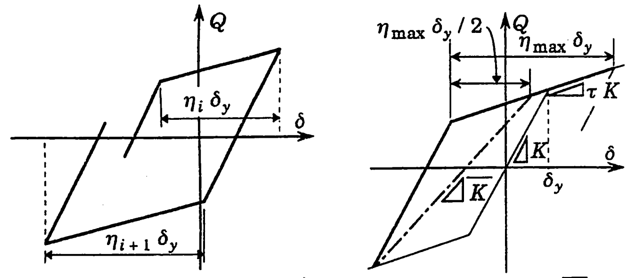
$$E_{dm}=(E_e+E_p-E_g)_{\max}=\frac{1}{2}M\{S_V(fT_1)\}^2 \qquad (11)$$

P-Δ効果は荷重－変形関係の形状に影響を及ぼし，任意の荷重－変形関係について(1)式が成立すれば(11)式が成立する．すなわち，(1)式の $E_e+E_p$ を水平方向の荷重－変形関係の履歴曲線によって囲まれる面積とみなせば，(1)式と(11)式は同じであるので，ここでは表現を単純にするため，(1)式を考察対象としている．

## 3．近似値の予測

損傷に寄与する地震入力エネルギー $E_{dm}$ は擬似速度応答スペクトル $S_V$ を用いて(1)式の右辺で近似できるとする仮定は，Housner の仮説[2,3]に始まっている．この仮説は，理論的には証明できない経験則である．証明不能な1つの明確な理由は，$S_V$ の発生時刻に比べ $(E_e+E_p)_{\max}$ の発生時刻が一般的はかなり遅いことである．しかし，短周期域を除いてHousner の仮説がほぼ成立することは既に多くの数値解析例によって検証されている[4-6]．

主に短周期域においてHousner の仮説の近似度が低下する理由は，塑性変形によって見かけの固有周期（1回の振動に要する時間）が




(a) 塑性変形倍率　　(b)$\eta_{\max}$ による$\overline{K}$

図 3　$f$の予測

伸びることに起因する[5]．長周期域での$S_V$ はほぼ一定値となるが，短周期域では$S_V$ は固有周期に比例するように増大する．初期弾性剛性から求めた固有周期に対応する$S_V$を用いるのではなく，塑性変形によって伸びた見かけの固有周期に対応する$S_V$を用いれば，Housner の仮説は任意の形状の$S_V$に対して広い周期域で適用性をもつと考えたのが，(1)式の仮定である．すなわち，.

$$E_{dm} = (E_e + E_p)_{\max} = \frac{1}{2} M \{ S_V (f T_1) \}^2 \tag{1}$$

ここで，$f$ は塑性変形による見かけの固有周期の伸び率である．

Bilinear 型の 1 自由度系を対象に，半サイクルの間に生じる塑性変形倍率$\eta_i$ を図 3 (a)に示すように定義する．$\eta_i$ は各半サイクル毎に変化し，半サイクルの振動にかかる時間も変動する．本論では，$\eta_i$ の平均値が$\eta_i$ の最大値$\eta_{\max}$ と最小値零の平均$\eta_{\max}/2$ で近似できると考えて，図 3 (b)に鎖線で示す剛性$\overline{K}$ を用いて，地震応答中の平均的な見かけの固有周期を近似する．すなわち，Bilinear 型の 1 自由度系の見かけの固有周期の伸び率$f$ については，次式を採用した[15]．

$$f = \sqrt{\frac{K}{\overline{K}}} = \sqrt{\frac{4 + \eta_{\max}}{4 + \tau\,\eta_{\max}}} \tag{12}$$

損傷に寄与する地震入力エネルギー$(E_e + E_p)_{\max}$ の速度換算値$V_{dm}$ は次式で定義される．

$$V_{dm} = \sqrt{\frac{2}{M}(E_e + E_p)_{\max}} \tag{13}$$

(1)式の近似が成立すれば，$V_{dm}$ は次式で表される．

$$V_{dm} = S_V (f T_1) \tag{14}$$

図 4 では，初期降伏時ベースシヤー係数が表 2 の$C_B^{eq}$ の 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 倍の 1 自由度系の$V_{dm}$ と初期固有周期$T_1$ との関係を，擬似速度応答スペクトル$S_V$ と比較する．固有周期$T_1$ が同じでも，初期降伏時ベースシヤー係数によって$V_{dm}$ は大きく変化し，初期降伏時ベースシヤー係数を0.5 $C_B^{eq}$ とした系の$V_{dm}$ は$S_V$ の 0.6 から 2 倍程度の例まである．これは，エネルギー的には 1/3 から 4 倍に相当する．

図 5 には，初期降伏耐力を図 4 と同様に変化させた 1 自由度系と多自由度系について，$V_{dm}$ と見かけの固有周期$f\,T_1$ との関係を示して，擬似速度応答スペクトル$S_V$ と比較している．図 5 の表示に用いた見かけの固有周期$f\,T_1$ は，1 自由度系については応答解析結果の最大塑性変形倍率$\eta_{\max}$ を用いて(12)式で算定した値である．また，多自由度系の$f\,T_1$ は，対応する等価 1 自由度系について求めた$f\,T_1$ の値をそのまま用いている．

図 4 と図 5 を見比べると明らかなように，見かけの固有周期の伸びを考慮した図 5 の方が，$V_{dm}$ と$S_V$ が近接した値をとるという性質が強く現れている．

しかし，図 5 を(1)式の仮定の裏付けデータとして眺めると，次の 3 つの問題点が指摘される．

(i) $V_{dm} - f\,T_1$ 関係は$S_V$ より滑らかで，弾塑性系の$V_{dm}$ は$S_V$ を周辺固有周期領域で平均化した値となる．

(ii) BCJL2 に対する 1 自由度系の$V_{dm}$ は，$f\,T_1$ が短くなるほど，$S_V$ の平均的な値より大きくなる傾向が認められる．

(iii) 短周期域では 1 自由度系の$V_{dm}$ は多自由度系の$V_{dm}$ より大きくなる傾向があり，逆に長周期域では多自由度系の$V_{dm}$ の方が大きくなる傾向がある．

(i)の問題点は，秋山によって既に指摘されている[5]．秋山は，減衰定数が 0.1 である弾性 1 自由度系の総エネルギ入力$E_T$ の速度換算値$V_{E,h=0.1}$ を用いて，減衰定数$h$ の弾塑性系の損傷に寄与するエネルギ入力$E_D$ の速度換算値$V_D$ を次式で近似することを提案している．

$$V_D = \frac{V_{E,\,h=0.1}}{1 + 3\,h + 1.2\sqrt{h}} \tag{15}$$

(15)式による$V_D$ は，$S_V$ を周辺固有周期領域で平均化した値になり，一定程度以上の塑性変形を生じる完全弾塑性系に対しては，$S_V$ よりも良好な$V_{dm}$ の近似を与える．一方，塑性率が小さい場合や，第 2 分枝剛性比が大きいBilinear 系では，弾性に近い挙動をとるので当然ではあるが，$S_V$ の方が$V_D$ より$V_{dm}$ の良好な近似となる[15]．本論では，設計用の応答スペクトルは平滑化されていることを前提としており，$S_V$ と$V_D$ の差は重要な問題とは考えていない．本論では，(8)式で述べた弾性系との連続性を重視して$S_V$ を採用している．

次に，(ii)の問題点を検討する．

図 6 は，BCJL2 の地動の継続時間を初期 60 秒および 30 秒として，図 5 と同様に$V_{dm}$ と$S_V$ を比較したものである．継続時間を 60 秒とした結果では，$f\,T_1$ が 2 秒以下の周期領域で 1 自由度系の$V_{dm}$ が$S_V$ を上回る傾向を残しているが，継続時間を 30 秒とした結果ではすべての周期域で 1 自由度系の$V_{dm}$ と$S_V$ は近い値となっている．

粘性減衰をもつ弾性 1 自由度系が正弦波地動を受ける場合を考えると，地動の継続時間が一定値を越えると変位応答は定常状態に達し，継続時間のそれ以上の増大は最大変位応答に影響しないので，無限に長い継続時間を扱っても$S_V$ は有限である．一方，弾塑性 1 自由度系の塑性変形による消費エネルギーは定常応答においても継続時間の増大と共に一定の速度で増大を続け，継続時間を無限にすれば$V_{dm}$ は無限となる．したがって，主要動の継続時間が非常に長い地震動を考えれば，Housner の仮説も(1)式の仮定も当然成立しない．

模擬地震動 BCJL2 の包絡関数は，地動開始から 5 秒後に最大となり，35 秒までこの最大値を維持し，その後緩やかに減衰している[11]．BCJL2 の地動継続時間を 30 秒とすると，少なくとも 25 秒の主要動を含むことになる．図 6 (b)において最小の$f\,T_1$ は 0.75 秒であり，この系の$V_{dm}$ も$S_V$ と近い値を取っている．また，地動継続時間を 60 秒とした図 6 (a)では，$f\,T_1$ が 2 秒を越えると，$V_{dm}$ と$S_V$ とが近い値を取る．したがって，図 6 によると，主要動の継続時間が$f\,T_1$ の 30 倍程度以下であることが，(1)式の適用範囲と判断できる．ただし，粘性減衰定数が大きいほど弾性系が定常応答に到達する時間が短くなるので，この適用範囲は狭くなる．

表 4　入力地震動

| | 最大加速度(gal) | 継続時間(sec) |
|---|---|---|
| Hachinohe, 1968, EW | 270 | 36 |
| Tohoku Univ., 1978, NS | 311 | 41 |

過去の強震記録についても，$V_{dm}$ が$S_V$ を上回る現象が認められるかを検討するために，主要動の継続時間が比較的長い Hachinohe EW と Tohoku-Univ.NS を用いて更に検討した．これらの入力地震動を表4に示す．最大加速度は，表1に示した強震記録と同様に最大速度が 50 cm/sec となるように増幅している．

結果を図7に示すが，このような強震記録についても$V_{dm}$ と$S_V$ は近い値となっており，$V_{dm}$ が$S_V$ を全体的に上回るという現象は現れていない．

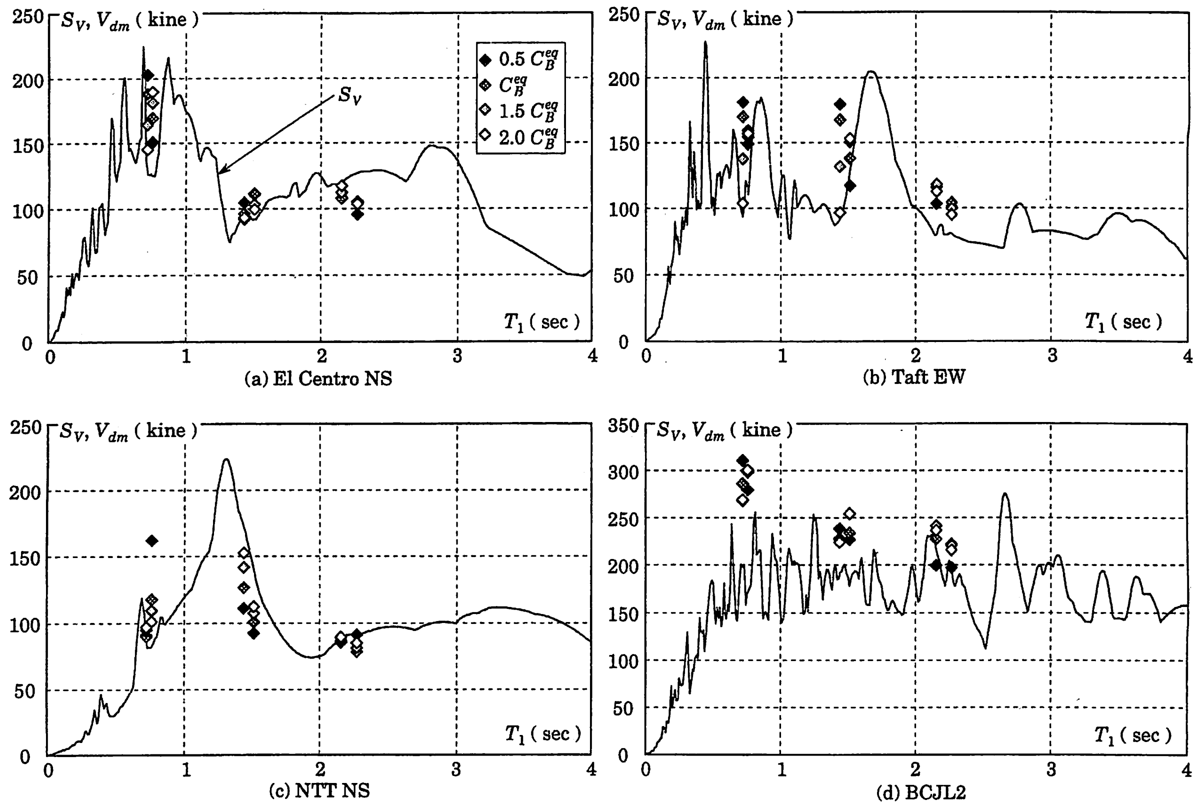



図4　$V_{dm}-T_1$ 関係

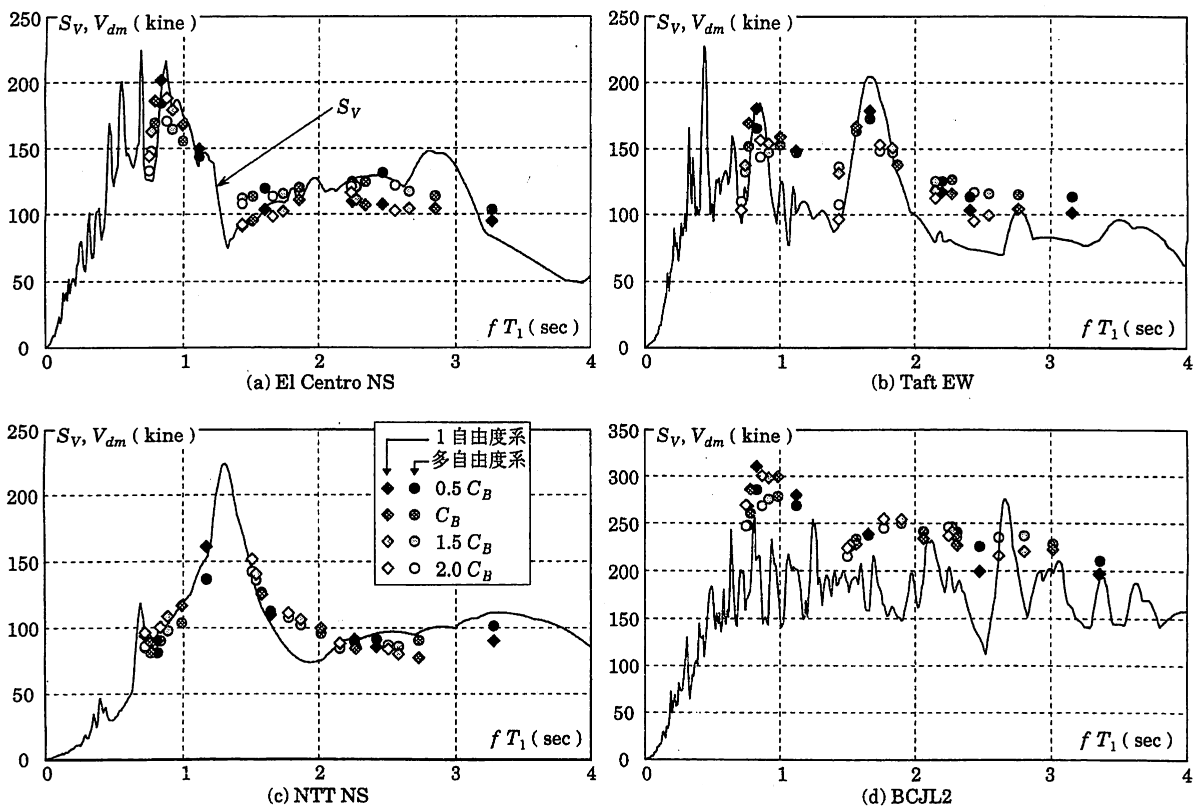
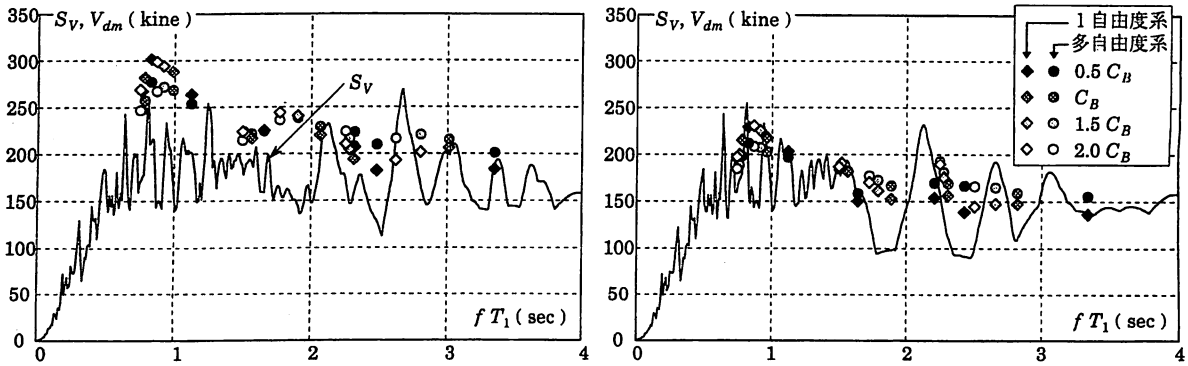
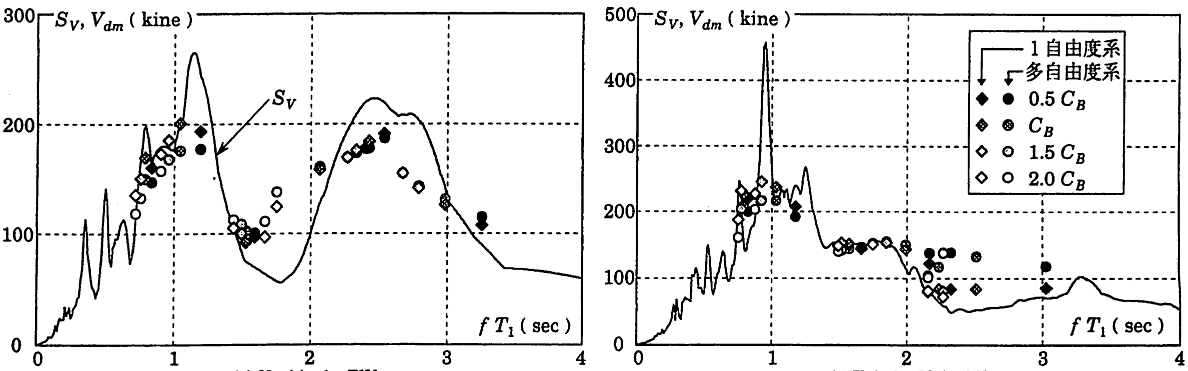



図5　$V_{dm}-f\,T_1$ 関係



(a) 継続時間 60 sec　　(b) 継続時間 30 sec

図 6　継続時間を短縮した BCJL2 の$V_{dm}-f\,T_1$ 関係



(a) Hachinohe EW　　(b) Tohoku-Univ. NS

図 7　Hachinohe EW と Tohoku-Univ. の$V_{dm}-f\,T_1$ 関係

図 5 (d)のBCJL2 に対する応答では$V_{dm}$ が$S_V$ を上回り，それが主要動の継続時間が長い地震動に対する Housner 仮説および(1)式の仮定の限界を示すものであることは明らかである．しかし，Hachinohe EW と Tohoku-Univ.NS のような主要動の継続時間が比較的長い強震記録に対してもそのような傾向は認められないこと，BCJL2 に対しても主要動の継続時間が塑性化によって伸びた見かけの周期の 30 倍程度以下なら$V_{dm}$ が$S_V$ と近い値をとることから，現実的な地震動を対象とする範囲では，(1)式の仮定は合理的であると判断した．

次に図 5 で認められる 3 つ目の問題点(iii)について検討する．

(1)式は質点数にかかわらず成立すると仮定している．また，ここで用いている等価 1 自由度系は，塑性変形による見かけの固有周期の伸びの影響を含めて，多自由度系のエネルギー応答などの概括的地震応答性状を近似し得るものとして提案している[6, 8]．したがって，多自由度系の$V_{dm}$ は 1 自由度系の$V_{dm}$ を近似する必要がある．

Housner は，$S_V$ が固有周期にかかわらず一定とすると，(1)式が多自由度弾性系の弾性歪エネルギーの最大値$(E_e)_{\max}$ を過大評価することを，各次モードの最大応答の非同時性から証明している[3]．$S_V$ が固有周期にかかわらず一定の場合には，多自由度系と 1 自由度系の$(E_e+E_p)_{\max}$ の差違は小さいものと考えるが，ここで用いている入力地震動の$S_V$ は固有周期によって大きく変動している．

図 5，図 7 に示した解析例について，多自由度系と 1 自由度系の$E_{dm}$　$(=(E_e+E_p)_{\max})$ の比を図 8 に示す．図 8 では，振動系は基本固有周期が短い順に並べている．

せん断型振動系では，2 次の固有周期は 1 次固有周期のおよそ 1/3 程度となる．したがって，図 8 によると，2 次固有周期に対応する

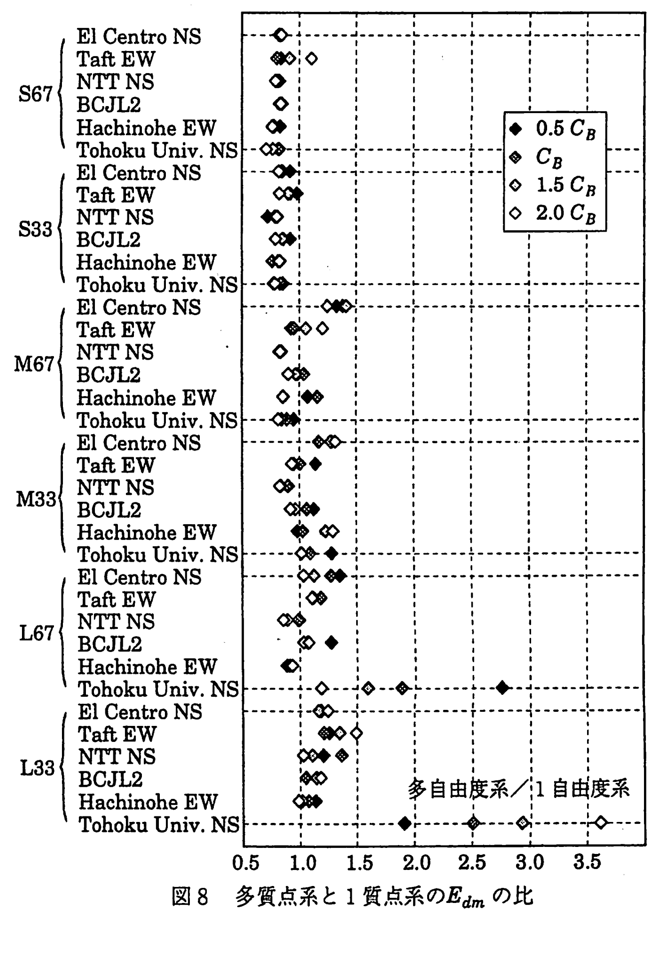


図 8　多質点系と 1 質点系の$E_{dm}$ の比

$S_V$が1次の固有周期に対応する$S_V$よりかなり小さくなる短周期構造物（S67, S33）では，多自由度系と1自由度系の$E_{dm}$の比は，1より小さくなる傾向があり，その値は0.71～1.11の範囲で，平均値は0.83である．一方，基本固有周期$T_1$が1.5秒程度のM67やM33では，この比は0.78～1.41の範囲で，平均値は1.01，基本固有周期$T_1$が2.2秒程度のL67やL33では，この比は0.83～3.62の範囲で，平均値は1.28と，基本固有周期$T_1$が長くなるにしたがって，多自由度系と1自由度系の$E_{dm}$の比が大きくなる傾向がある．特に，図7(b)に示すTohoku-Univ.の$S_V$は，周期1秒弱に非常に鋭いピークを有しており，Tohoku-Univ.を入力した長周期構造物（L67, L33）では，2次モードによる入力エネルギーが1次モードによる入力エネルギーを圧倒する結果，多自由度系と1自由度系の$E_{dm}$の比は非常に大きくなっている．このような$S_V$に急峻なピークをもつ地震波を受ける長周期構造物の入力エネルギーについては，各次振動モードによる入力エネルギーを個別に評価する必要がある[16,17]．初期剛性による基本固有周期が2秒程度を越える構造物では，2次以降の振動モードの影響が無視し得なくなる場合があることは，他の応答解析例でも認められている[18]．

Tohoku-Univ.を入力した結果を除くと，長周期構造物（L67, L33）においても，多自由度系と1自由度系の$E_{dm}$の比は，0.83～1.49の範囲にあり，平均値も1.08となっている．また，Tohoku-Univ.を入力した長周期構造物（L67, L33）の$V_{dm}$の値は，図5や図7に挙げた他の地震の$V_{dm}$に比べて決して大きくない．Tohoku-Univ. NSの$S_V$のように鋭いピークをもつスペクトルを設計時には想定しないことを前提とし，大部分の建築構造物を包括する基本固有周期2秒程度以下の構造物に少なくとも対象を限定すれば，多自由度系についても，(1)式から損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$の良好な近似が得られる．図2に示したように，多自由度系と等価1質点系は，エネルギーの入力過程についても類似した挙動を示している．

## 4．結論

本論では，損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$の定義について検討し，構造物の損傷（累積塑性変形や最大塑性変形など）と強い相関を持ち，さらに入力地震外乱の特性などから予測可能な量であるという条件から，弾性歪エネルギー$E_e$と塑性変形による消費エネルギー$E_p$との和の最大応答値が，その定義として適当であることを述べた．また，擬似速度応答スペクトル$S_V$を使った$E_{dm}$の予測について，地震応答解析例によって検討した．その結果は次のように要約できる．

[1] 塑性化による固有周期の伸びを塑性変形倍率の最大応答値$\eta_{\max}$を用いて(12)式で評価すれば，1自由度系の損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$は，塑性化に伴う変動を考慮して(1)式で予測できる．

[2] 主要動の継続時間が非常に長い人工地震波などを対象にする場合には，(1)式は$E_{dm}$を過小に評価する傾向をもつ．粘性減衰定数を1％とした本解析結果からは，主要動の継続時間が塑性化によって伸びた見かけの固有周期の30倍程度以下であることが(1)式の適用範囲と判断できる．

[3] 入力地震動の擬似速度応答スペクトル$S_V$が比較的滑らかであるとき，基本固有周期$T_1$が2秒程度以下の多自由度系の$E_{dm}$は，ここで示した等価1自由度系の$E_{dm}$で近似することができる．

ここでの損傷に寄与する地震入力エネルギー$E_{dm}$の予測は，塑性変形倍率の最大応答値$\eta_{\max}$を用いており，(1)式だけから$E_{dm}$を予測することはできない．構造物にどれだけの$E_{dm}$が入力されればどのような応答（$\eta_{\max}$など）が生じるかは，構造物側の特性として数式化が可能で，その関係式と(1)式とを連立させることで，$E_{dm}$や応答値は予測できると筆者らは考えている[6,7]．

[謝辞]

この研究は，建設省総合技術プロジェクト／次世代鋼材による構造物安全性向上技術の開発「崩壊形と破壊分科会」(主査：京都大学 井上一朗教授)の一部として行われ，建設省建築研究所-(社)鋼材倶楽部共同研究から研究費の補助を受けた．関係各位に謝意を表する．

## 参考文献

1) 棚橋諒：地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見，建築雑誌，1935.5
2) G. W. Housner：Limit Design of Structures to Resist Earthquakes, Proc. of 1st WCEE, Barkeley, California, pp.5.1-5.13, 1956.6
3) G. W. Housner：Behaviour of Structures during Earthquakes, ASCE, Vol.85, No.EM4, pp.109-129, 1959.10
4) 加藤勉，秋山宏：強震による構造物へのエネルギ入力と構造物の損傷，日本建築学会論文報告集，第235号，pp.9-18，1975.9
5) 秋山宏：建築物の耐震極限設計，初版，1980.9
6) (社)日本鋼構造協会 耐震要素の効果と耐震設計法WG：履歴型ダンパー付骨組の地震応答と耐震設計法，(社)日本鋼構造協会・(社)鋼材倶楽部，pp.196-259，1998.9
7) 小川厚治・井上一朗・小野聡子：柱・梁を弾性域に留める履歴ダンパー付架構の設計耐力（1質点系による考察），JSSC鋼構造論文集，第5巻第17号，pp.13-28，1998.3
8) 小川厚治・井上一朗・小野聡子：柱・梁を弾性域に留める履歴ダンパー付架構の設計耐力（多質点系のベースシヤー係数），JSSC鋼構造論文集，第5巻第17号，pp.29-44，1998.3
9) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版社，138-151頁，1994.5
10) 多治見宏：建築振動学，pp.38-41, 168-169，コロナ社，1995.9
11) 建設省建築研究所，(財)日本建築センター：設計用入力地震動作成手法技術指針（案），1992.3
12) 小川厚治：鋼構造骨組構成部材の適正強度分布に関する研究（その1 動的崩壊機構特性とエネルギー吸収能力），日本建築学会論文集，第323号，13-22頁，1983.1
13) 建設省：建設省告示，第1793号，1980.11
14) Tanabashi, R., Nakamura, T. and Ishida, S.：Overall Force-Deflection Characteristics of Multi-story Frames, Proc. of Symp. on Ultimate Strength of Structures and Structural Elements, pp.87-100, 1969.12
15) 谷本憲郎・小川厚治：塑性化に伴う鋼構造骨組の地震入力エネルギーの変動に関する研究，JSSC鋼構造論文集，第6巻第23号，pp.71-79，1999.9
16) 桑村仁・鈴木康正：強震を受ける弾塑性多質点系のモーダルエネルギー（損傷に及ぼす高次モードの影響），日本建築学会構造系論文集，第465号，pp.71-79，1994.11
17) 田村勝紀・桑村仁：模擬地震動に対する2質点系のモーダル損傷．日本建築学会大会学術講演梗概集，構造III, C-1，pp.749-750，1996.9
18) 澤泉紳一・井上一朗・中島正愛・小川厚治：全体崩壊型鋼構造ラーメン部材の必要塑性変形性能（その5 地震応答解析結果との比較），日本建築学会大会学術講演梗概集，構造III, C-1，pp.911-912，1999.9