

Polylinear 型の復元力特性をもつ 1 自由度系の地震入力エネルギーに関する研究

Earthquake Input Energy of Single-Degree-of-Freedom Systems with Polylinear Load-Displacement Relationships

平野智久* , 小川厚治**

Tomohisa HIRANO and Koji OGAWA

This paper presents the prediction of damage-causing earthquake input energy used in energy-based seismic design. Structures concerned are single-degree-of-freedom systems having various polylinear load-displacement relationships. The apparent natural period of frames (the time required for one cycle of vibration), accompanied by plastic deformations during earthquakes, is longer than the initial natural period. Moreover, input energy depends primarily on the apparent natural period. For the prediction of input energy, this paper proposes use of the apparent natural period calculated from the mean of the plastic dissipated energy per half-cycle in the whole vibration. A close agreement between results of the proposed method and numerical response analysis is obtained.

Keywords : single-degree-of-freedom system, polylinear system, kinematic hardening, earthquake input energy, apparent natural period

1 自由度系, ポリリニア系, 移動硬化, 地震入力エネルギー, 見かけの固有周期

1. 序

地震の破壊力を表す指標¹⁾としての損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} は, 擬似速度応答スペクトル S_V を使って予測できる²⁻⁴⁾. 地震動の S_V は, 短周期域を除けば概ね一定した値であり, その結果, E_{dm} は降伏耐力や復元力特性の形状の影響をあまり受けない安定した値であるという性質がある^{2,3)}.

しかし, E_{dm} は初期弾性剛性から算定される固有周期に対応した S_V に依存するのではなく, 塑性変形の程度によって変化する見かけの固有周期(1回の振動に要する時間)に依存する⁵⁾. 地震動の S_V は一定ではなく, 短周期域では固有周期に比例するように増大する傾向があり, 長周期域では減少する傾向も認められている. 設計時に想定される任意の S_V に対して的確に E_{dm} を予測するためには, 塑性変形による見かけの固有周期の変動を考慮に入れる必要がある^{6,7)}.

座屈や破断などの不安定現象が起こらない限り, 鋼構

造骨組構成要素の履歴挙動は完全弾塑性型や Bilinear 型で近似できるので, それらの要素によって構成される鋼構造骨組は, 多数の完全弾塑性要素と弾性要素の並列結合で表される移動硬化型の履歴特性を持つものが多い. このとき, 単調載荷時の荷重-変位関係は多数の折れ曲がり点をもち順次剛性が低下していく Polylinear 型となる. 以上のような履歴挙動が鋼構造骨組の一般的な性質と考えるが, 単調載荷時の荷重-変位関係の形状は様々である. 履歴型ダンパーを利用すれば, 設計目標に合わせて, 鋼構造骨組の単調載荷時の荷重-変位関係を自由な形状に制御することも可能となっている⁷⁾.

本論は, 任意の Polylinear 型の荷重-変位関係をもつ 1 自由度系(以下, Polylinear 系と呼ぶ)を対象に, E_{dm} を予測するための見かけの固有周期の評価法を導くことを目的とするものである. 筆者らは既に, Bilinear 型の荷重-変位関係をもつ 1 自由度系(以下, Bilinear 系と呼ぶ)を対象に, 塑性化に伴う見かけの固有周期の伸びを

* 熊本大学自然科学研究科環境科学専攻 大学院生・工修

** 熊本大学工学部環境システム工学科 教授・工博

Graduate Student, Dept. of Environmental Science,
Graduate School of Science and Technology, Kumamoto Univ., M. Eng.
Prof., Dept. of Architecture and Civil Eng., Faculty of Eng.,
Kumamoto Univ., Dr. Eng.

考慮して E_{dm} を予測する方法を提案している⁸⁾。本論では、このBilinear系に関して得た結果を、複数の完全弾塑性要素と弾性要素の並列結合で表される移動硬化型の履歴特性を持つ系に対して拡張する。

2. 考察対象

本論では、損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} を弾性歪エネルギー E_e と塑性変形による消費エネルギー E_p の和の最大応答値と定義し、擬似速度応答スペクトル S_V を用いて次式で近似できると考える^{4, 8)}。

$$E_{dm} = (E_e + E_p)_{\max} = \frac{1}{2} M \{S_V(f T_0)\}^2 \quad (1)$$

ここで、 M は構造物の質量、 T_0 は初期弾性時の固有周期であり、 f が本論で検討する塑性変形による見かけの固有周期の伸び率である。

E_{dm} の速度換算値を V_{dm} とすると、(1)式は次のようにも表せる。

$$V_{dm} = S_V(f T_0) \quad (2)$$

ここで、

$$V_{dm} = \sqrt{\frac{2 E_{dm}}{M}} \quad (3)$$

本論では、荷重 P と変位 δ の関係が図1(a)に太線で示すようなPolylinear型で表される1自由度系を考察対象とする。単調載荷時の接線剛性は、変位の増大と共に単調に減少すること、負とはならないことが前提である。単調載荷時の荷重-変位関係の折れ曲がり点の数は m 個とし、第 i 番目の折れ曲がり点までの接線剛性を K_i 、第 i 番目の折れ曲がり点での変位を δ_{y_i} 、荷重を P_{y_i} とする。繰り返し載荷時の履歴則は移動硬化を仮定し、図1(a)に細線で示すような m 個の完全弾塑性要素と1個の弾性要素の並列結合で表されるものとする。 m 個の完全弾塑性要素は、弾性限変位が小さいものから順に第 i 番目の弾塑性要素と呼ぶ。第 i 番目の完全弾塑性要素の弾性限変位は δ_{y_i} であり、弾性剛性は $K_i - K_{i+1}$ となり、弾性限荷重 Q_{y_i} は次式で表される。

$$Q_{y_i} = (K_i - K_{i+1}) \delta_{y_i} \quad (4)$$

弾性要素の剛性は K_{m+1} である。

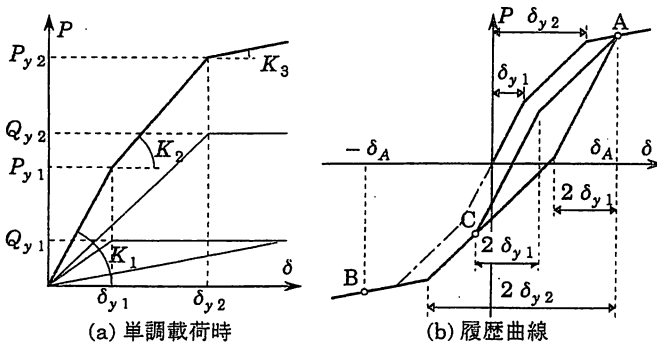


図1 Polylinear型履歴モデル

履歴曲線の例を図1(b)に示す。単調載荷によって変位 δ_A のA点に到達した後、除荷して逆方向に載荷する場合を考える。A点で降伏していた第 i 番目の完全弾塑性要素が再び降伏するまでの変位増分は $2\delta_{y_i}$ となるので、変位 $-\delta_A$ のB点に到達するまでのA→Bの履歴曲線の形状は、単調載荷時の荷重-変位関係と相似で丁度2倍の大きさとなり、B点以降は単調載荷時の荷重-変位関係に復帰する。B点に到達する前のC点から再び逆方向載荷したときも同様であり、C→Aの履歴曲線の形状は、単調載荷時の荷重-変位関係と相似で2倍となり、A点に復帰した後はA→C→Aの履歴がない場合と全く同じ挙動を示す。

図1に示したPolylinear型の履歴特性をもつ1自由度系を対象に、塑性変形による見かけの固有周期の伸び率 f の予測式を検討する。

3. Bilinear系の見かけの固有周期の伸び率

Polylinear系の特殊な場合として、折れ曲がり点の数 m が1であるBilinear系については、見かけの固有周期の伸び率 f として、筆者らは既に次式を提案している⁸⁾。

$$f = \sqrt{\frac{K_1}{K}} = \sqrt{\frac{4 + \eta_{\max}}{4 + \frac{K_2}{K_1} \eta_{\max}}} \quad (5)$$

ここで、 η_{\max} は図2(a)に示す各半サイクルの塑性変形倍率 η_i の最大値である。すなわち、 η_i は半サイクル毎に変化するが、その平均値は最大値 η_{\max} と最小値零の平均 $\eta_{\max}/2$ で近似できると仮定して、図2(b)に鎖線で示す剛性 \bar{K} を用いて、地震応答中の平均的な見かけの固有周期 $f T_0$ を近似したものが(5)式である。(5)式を用いれば、塑性変形の増大に伴うBilinear系の E_{dm} の変動を予測できることは既に報告している⁸⁾。

(5)式の誘導に用いた「 η_i の平均値を $\eta_{\max}/2$ とする」という仮定の合理性を、エネルギー的に再検討する。

変形が1方向に進む間、変位が極値から次の極値をとるまでの間を半サイクルと呼んで、半サイクルの間の地震入力エネルギーについて考える。弾性歪エネルギーと塑性変形による消費エネルギーの和 $E_e + E_p$ の半サイク

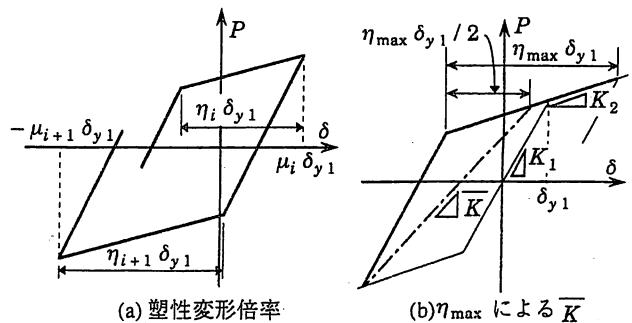


図2 Bilinear系の f の予測

ルの間の増分を、半サイクルの地震入力エネルギー ΔE とすると、その値は負になることがある。ここでは、このような一時的な $E_e + E_p$ の減少を無視して、 ΔE の和が常に E_{dm} となるように、 $E_e + E_p$ が極大値のときの、それ以前の最大の極大値からの増大量を ΔE と定義する。この増大量が負のときは ΔE は零とする。 ΔE の値は各半サイクル毎に異なるが、 j 番目に大きい ΔE の値を ΔE_j とする。ただし、

$$E_{dm} = \sum_j \Delta E_j \quad (6)$$

図3は、Bilinear系の地震応答解析結果から求めた ΔE_j を E_{dm} で無次元化して示したものである。ただし、入力地震波は表1の4種で、Bilinear系の第2分枝剛性比は0, 1/3, 2/3の3種、固有周期 T_0 は0.5, 1, 1.5秒の3種として、弾性限荷重を適当に調整して η_{max} が10となる解析例を示している。なお、本論での地震応答解析は、すべてNewmark β 法を用い、数値積分の時間増分は固有周期の1/500以下になるように設定している。また、粘性減衰定数は0.01としている。

図3によると、半サイクルの最大地震入力エネルギーと E_{dm} の比 $\Delta E_1 / E_{dm}$ は0.1~0.5程度⁹⁾であり、半サイクルの最大地震入力エネルギー ΔE_1 と比べると、2番目以降の半サイクルの地震入力エネルギーは順次小さくなるが、 ΔE_1 と比べて無視できる量ではない。

ΔE_j が入力された半サイクルの間に完全弾塑性要素が塑性変形で消費したエネルギー（以下、塑性歪エネルギーと呼ぶ、付録参照）を ΔE_{pj} とする。図4は、図3の解析例について ΔE_{pj} をその最大値 ΔE_{pmax} で無次元化して示したものである。図4によると、全体的には j が大きくなり ΔE_j が減少すると ΔE_{pj} も減少する傾向があるが、結果は非常に大きなばらつきをもつ。特に、完全弾塑性系以外では、地震入力エネルギーが最大となる半サイクルに生じる塑性歪エネルギー ΔE_{p1} が、半サイクルに生じる塑性歪エネルギーの最大値 ΔE_{pmax} ではない場合が多いことも注目される。

E_{dm} は多数の半サイクルに分けて入力されるという図3の結果と、各半サイクルの塑性歪エネルギーが異なるという図4の結果は、単一の半サイクルの挙動から E_{dm} を予測することができないことを示す¹⁰⁾。

E_{dm} を予測するために、平均的な半サイクルの履歴挙動を考える。半サイクルの地震入力エネルギー ΔE_j は、総量 E_{dm} に対して $\Delta E_j / E_{dm}$ の寄与率をもち、この半サ

表1 入力地震動

	最大加速度 (cm/sec ²)	継続時間 (sec)
El Centro NS, 1940	341.70	53.8
Taft EW, 1952	175.90	54.4
JMA Kobe NS, 1995	820.57	30.0
NTT Kobe NS, 1995	330.73	50.6

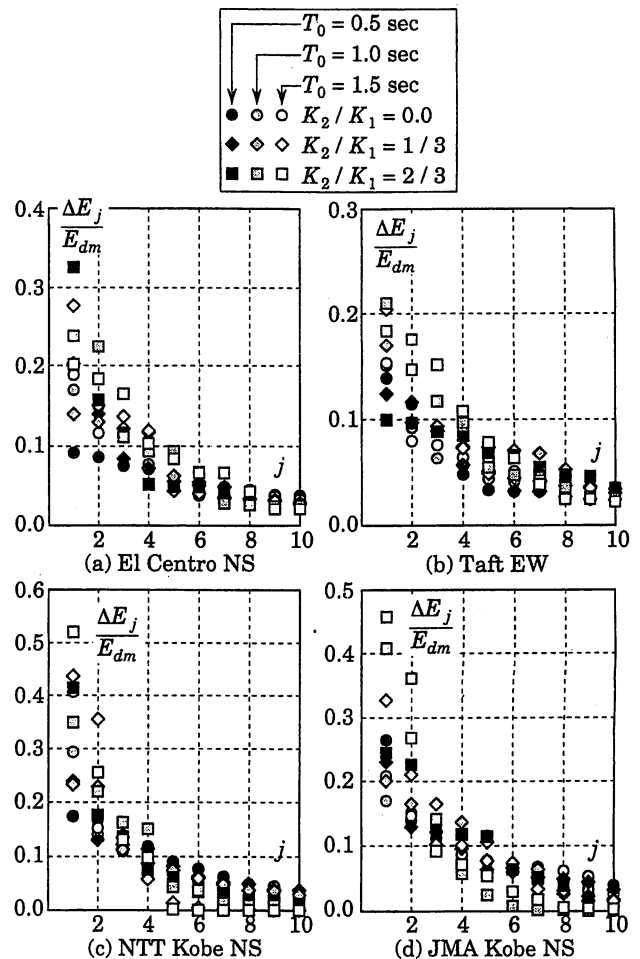


図3 $\Delta E_j / E_{dm}$ の分布

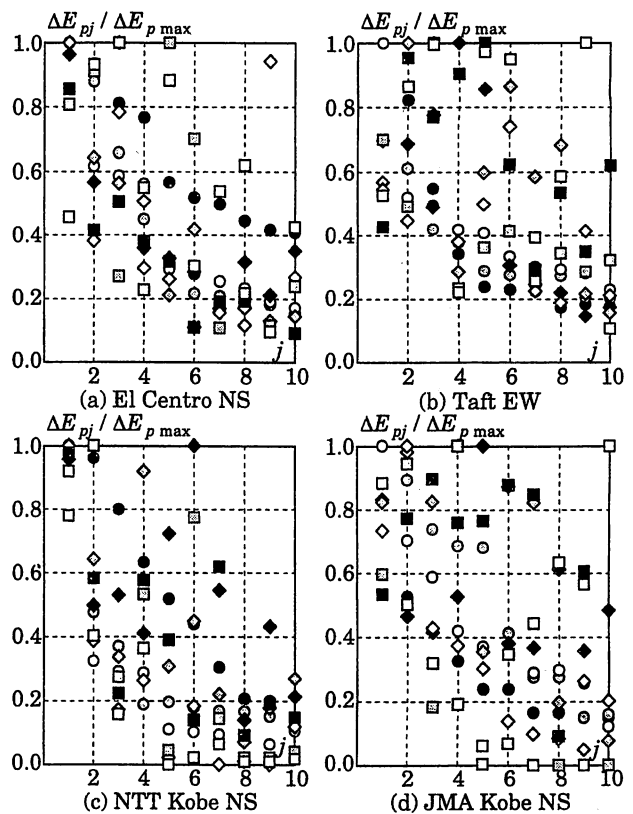


図4 応答解析例における $\Delta E_{pj} / \Delta E_{pmax}$

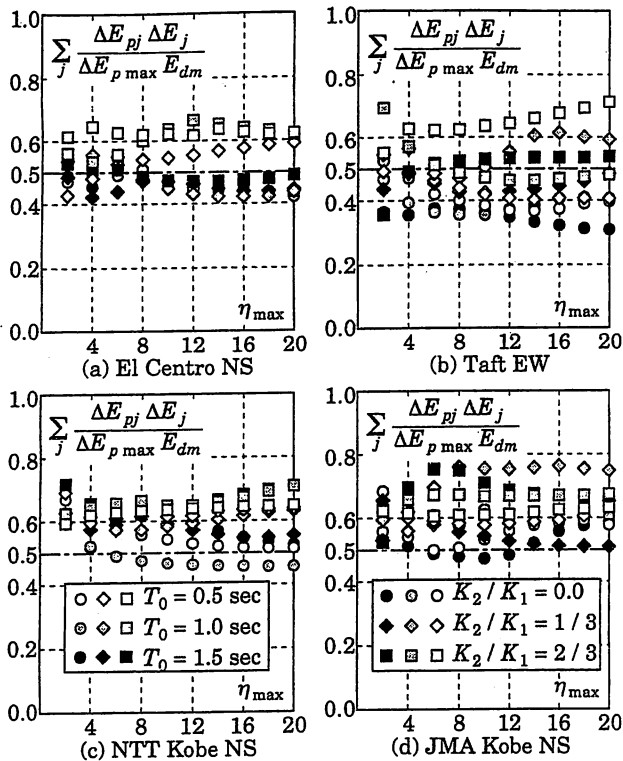


図5 Bilinear系の $\overline{\Delta E_p} / \Delta E_{p \max}$

イクルの塑性歪エネルギーは ΔE_{pj} である。したがって、 $\Delta E_j / E_{dm}$ を重み関数とする ΔE_{pj} の平均値を、平均的な半サイクルで生じる塑性歪エネルギー $\overline{\Delta E_p}$ の近似として採用した。 $\overline{\Delta E_p}$ と半サイクルの最大塑性歪エネルギー $\Delta E_{p \max}$ との比は次式で表される。

$$\frac{\overline{\Delta E_p}}{\Delta E_{p \max}} = \frac{1}{\Delta E_{p \max}} \sum_j (\frac{\Delta E_j}{E_{dm}} \Delta E_{pj}) \quad (7)$$

図5は、 η_{\max} を変化させて、(7)式右辺の値を応答解析から調べたものである。図5によると、(7)式による $\overline{\Delta E_p} / \Delta E_{p \max}$ の値は0.31～0.75程度のばらつきをもち、直下型地震であるNTT KobeやJMA Kobeでは大きくなる傾向も認められる。しかし、塑性変形の程度を表す η_{\max} に応じて一定の傾向で変化するというような性質は認められず、平均的には $\overline{\Delta E_p} / \Delta E_{p \max}$ は1/2程度

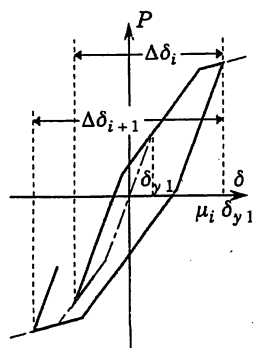


図6 Polylinear系の半サイクルの変形

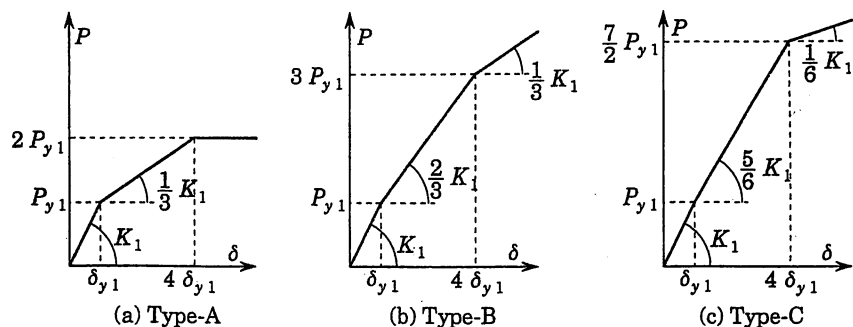


図7 Trilinear型の解析モデル

であると図5から判断できる。

$$\overline{\Delta E_p} / \Delta E_{p \max} = 1/2 \quad (8)$$

Bilinear系では、半サイクルの塑性歪エネルギー ΔE_{pi} は、半サイクルの塑性変形倍率 η_i に比例する。したがって、(5)式の誘導に用いた「 η_i の平均値は $\eta_{\max} / 2$ で近似できる」という仮定は、「 E_{dm} を予測するための平均的な半サイクルの塑性歪エネルギー $\overline{\Delta E_p}$ は、半サイクルの最大塑性歪エネルギー $\Delta E_{p \max}$ の1/2である」という仮定と等価であり、図5の結果から導いた(8)式の近似に基づくものと説明できる。

4. Polylinear系の見かけの固有周期の伸び率

前章に述べたBilinear系の周期の伸び率 f の算定方法をPolylinear系に拡張する。ただし、Bilinear系については、半サイクルに生じる変形の大きさを塑性変形倍率で表したが、初期弾性域が存在しない場合も考察対象に含めるために、半サイクルに生じる変形を弾性変形を含めた有次元量で表す。すなわち、図6に示すように、 i 番目の半サイクルに生じる変形を $\Delta \delta_i$ とし、その最大値を $\Delta \delta_{\max}$ とする。ここでは、半サイクルに生じる最大変形 $\Delta \delta_{\max}$ から、Polylinear系の見かけの固有周期の伸び率 f を導く。用いた仮定は次の2つである。

- [1] E_{dm} を予測するための平均的な半サイクルの塑性歪エネルギー $\overline{\Delta E_p}$ は、最大の変形が生じた半サイクルにおける塑性歪エネルギー $\Delta E_{p \max}$ の1/2とする。
- [2] 半サイクル毎の履歴曲線の形状は、初期荷重-変位関係と相似で、2倍の大きさとする。

仮定[1]はBilinear系について用いた仮定をそのまま利用したものである。Bilinear系では、半サイクルに生じる変形が同じなら、履歴曲線の形状が決まり、その間の塑性歪エネルギーも一意的に決まる。しかし、Polylinear系の荷重-変位関係の履歴曲線は、変位履歴が過去の最大振幅の内側の時は初期荷重-変位関係と相似で2倍の大きさとなるが、過去の最大振幅を越えると履歴曲線の形状が変化する。このような場合でも、半サイクルの履歴曲線が過去の最大振幅を超える部分は一部に過ぎないと考えて、半サイクルに生じる変形とその間に生じる塑性

歪エネルギーとを関係付けるために設けたのが仮定[2]である。

上記の仮定の適用性を、Trilinear型の荷重-変位関係をもつ1自由度系(以下、Trilinear系)の地震応答解析例と対比して検討する。解析対象としたTrilinear系の単調載荷時の荷重-変位関係の形状は、図7に示す3種とした。Type-Aは第2分枝剛性と第3分枝剛性共に比較的小さいTrilinear型であり、その逆に、Type-Bは第2分枝剛性と第3分枝剛性共に比較的大きいTrilinear型として考えている。Type-Cは第2分枝剛性が初期弾性剛性に近い値をとるTrilinear型である。単調載荷時の荷重-変位関係の第2折れ曲がり点と第1折れ曲がり点の変位の比 δ_{y2}/δ_{y1} はいずれも4としている。

図8は、図5と同様に、(7)式右辺で算定した平均的な半サイクルの塑性歪エネルギー $\overline{\Delta E_p}$ と半サイクルの最大塑性歪エネルギー $\Delta E_{p \max}$ の比を示したものである。 $\Delta\delta_{\max}/\delta_{y1}$ が8程度を越えるとTrilinear系としての特性が現れ始めるが、図8によると $\Delta\delta_{\max}/\delta_{y1}$ が変わっても $\overline{\Delta E_p}$ と $\Delta E_{p \max}$ の比は特に変化する傾向は認められず、図5と同様にこの比は1/2程度となっている。ここで対象としたTrilinear系についても(8)式の近似が可能であり、仮定[1]は種々の剛性変化を生じるPolylinear系に対して広い適用性をもつと判断した。

$\Delta\delta_j$ を生じる半サイクルの間に第 n 番目までの完全弾

塑性要素が降伏するとすれば、仮定[2]からこの半サイクルの間に生じる塑性歪エネルギー ΔE_{pj} は次式で与えられる。

$$\Delta E_{pj} = \sum_{i=1}^j \{ Q_{yi} (\Delta\delta_j - 2\delta_{yi}) \} \quad (9)$$

ただし、

$$2\delta_{yn} \leq \Delta\delta_j \leq 2\delta_{y(n+1)} \quad (10)$$

上式が示しているように、仮定[2]に基づけば、半サイクル開始点の変位は、半サイクルの間に生じる塑性歪エネルギーに影響しない。

図9は、仮定[2]を検討したもので、(9)、(10)式による $\Delta E_{pj} - \Delta\delta_j$ 関係を応答解析結果と比較している。ただし、 ΔE_{pj} は初期弾性限歪エネルギー $E_y (= P_{y1} \delta_{y1} / 2)$ で無次元化しており、 $\Delta\delta_j$ は初期弾性限変位 δ_{y1} で無次元化している。応答解析結果は、固有周期 T_0 が1秒で $\Delta\delta_{\max}/\delta_{y1}$ が12と22の場合についてのもので、鎖線で示しているのは(9)、(10)式から求められる値である。仮定[2]を用いた(9)式の ΔE_{pj} は $\Delta\delta_j$ に対応する塑性歪エネルギーの下限値であるが、図9によると、応答解析による大部分の半サイクルの履歴挙動は(9)式で近似できる。したがって、仮定[2]も合理的な近似となると考えた。

仮定[2]による(9)、(10)式を用いると、最大変形 $\Delta\delta_{\max}$ を生じる半サイクルの塑性歪エネルギー $\Delta E_{p \max}$ は次式で与えられる。

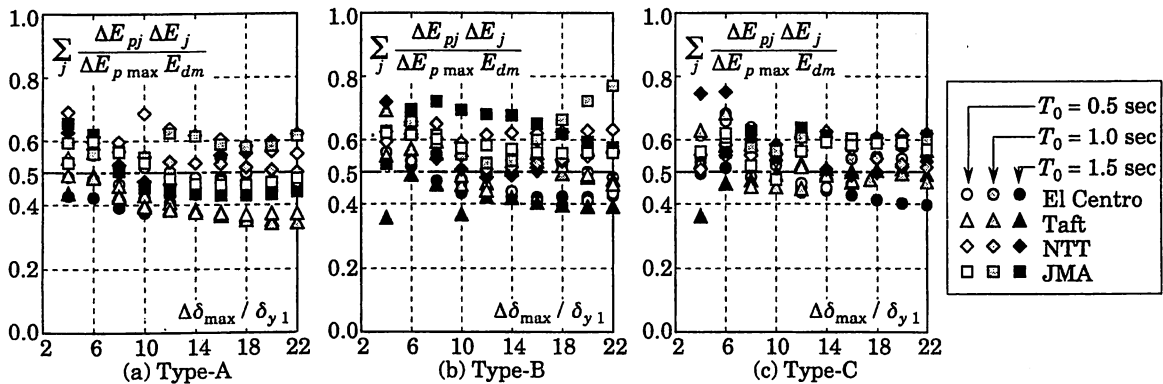


図8 Trilinear系の $\overline{\Delta E_p} / \Delta E_{p \max}$

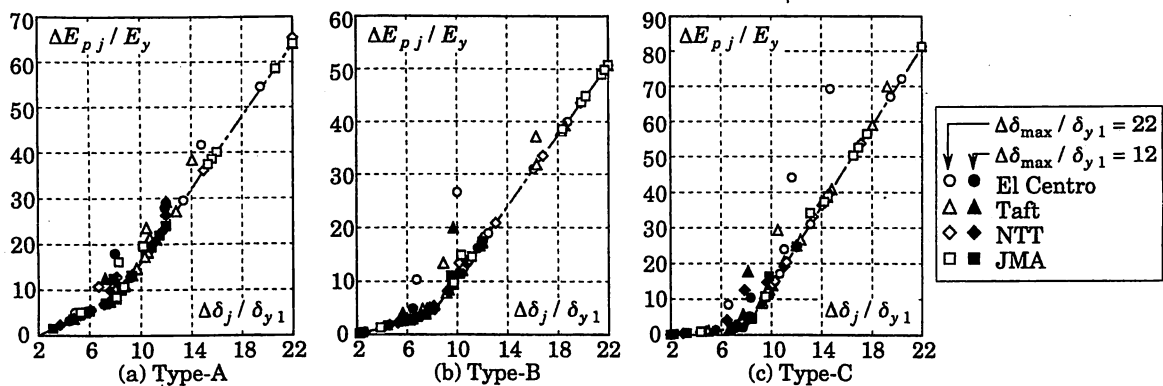


図9 Trilinear系の $\Delta\delta_j / \delta_{y1} - \Delta E_{pj} / E_y$ 関係

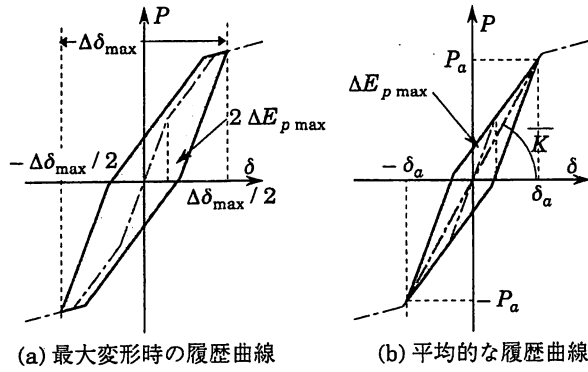


図10 履歴曲線の形状

$$\Delta E_{p \max} = \sum_{i=1}^s \{ Q_{y_i} (\Delta \delta_{\max} - 2 \delta_{y_i}) \} \quad (11)$$

ただし、

$$2 \delta_{y_r} \leq \Delta \delta_{\max} \leq 2 \delta_{y_{r+1}} \quad (12)$$

仮定[1]から、塑性歪エネルギーが $\Delta E_{p \max}$ の1/2となる平均的な半サイクルを考え、この半サイクルに生じる変形を $2 \delta_a$ とすると、 δ_a は次式の解として求められる。

$$\Delta E_{p \max} / 2 = \sum_{i=1}^s \{ Q_{y_i} (2 \delta_a - 2 \delta_{y_i}) \} \quad (13)$$

ただし、

$$\delta_{y_s} \leq \Delta \delta_a \leq \delta_{y_{s+1}} \quad (14)$$

仮定[2]に基づけば、半サイクル開始点および終了点での変位は履歴曲線の形状に全く影響しないので、半サイクルの履歴挙動を正負定振幅と考えても同じである。し

たがって、 $\Delta \delta_{\max}$ を生じる最大変形時および平均的な半サイクルの履歴曲線の形状を図10に示すように一定振幅で表すと、半サイクル開始点および終了点はいずれも単調載荷時の荷重-変位関係上の点となる。ここで、(12)式は、最大変形 $\Delta \delta_{\max}$ を生じる半サイクルの開始点および終了点が単調載荷時荷重-変位関係の r 番目の折れ曲がり点と $r+1$ 番目の折れ曲がり点の間にあることを表し、(14)式は、平均的な半サイクルの開始点および終了点が単調載荷時荷重-変位関係の s 番目の折れ曲がり点と $s+1$ 番目の折れ曲がり点の間にあることを表している。

単調載荷時の荷重-変位関係上で変位 δ_a に対応する荷重を P_a とすると、図10(b)に示すように平均的な半サイクルの割線剛性 K は P_a / δ_a であり、Polylinear系の見かけの固有周期の伸び率 f は次式で与えられる。

$$f = \sqrt{\frac{K_1}{K}} = \sqrt{\frac{\delta_a}{P_a} K_1} \quad (15)$$

5. 応答解析例による検討

ここでは、(15)式による周期の伸び率 f を用いて(1)式から E_{dm} が予測できるかを、地震応答解析結果との比較によって検討する。 $m=1$ のBilinear型については既に検討を終えているので、本論では折れ曲がり点が少ない例として $m=2$ のTrilinear型を取り上げる。また、折れ曲がり点が非常に多い場合の挙動も検討するために、単調載荷時の荷重-変位関係がRamberg-Osgood式で表される場合についても検討する。

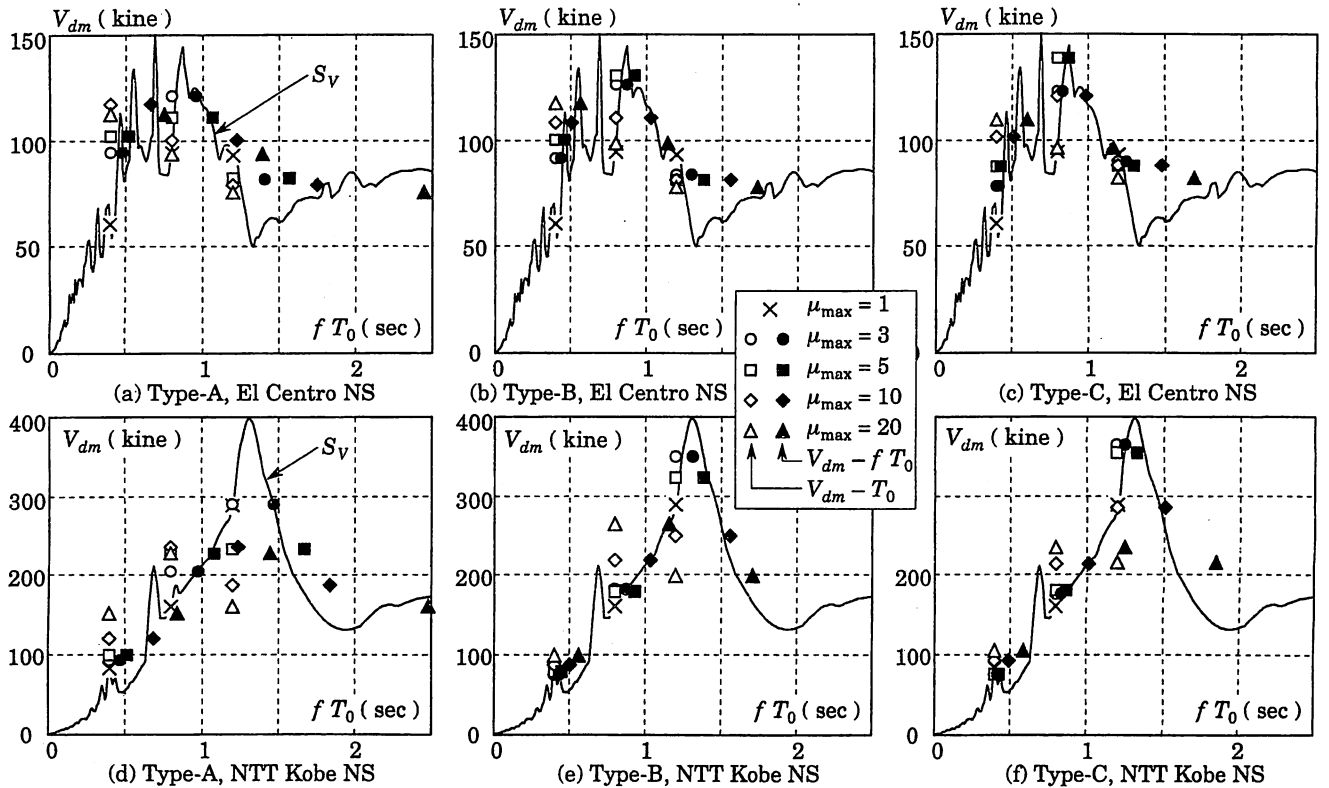


図11 $V_{dm} - T_0$ 関係と $V_{dm} - f T_0$ 関係

5.1 Trilinear 型

単調載荷時の荷重-変位関係の形状が図7に示した3種の Trilinear 系について検討した。

El Centro NS と NTT Kobe NS に対する応答解析結果の例を図11に示す。固有周期 T_0 は、0.4, 0.8, 1.2秒の3種とし、弾性限強度 P_{y1} を適宜変化させて最大塑性率 μ_{max} が1, 3, 5, 10, 20の時の応答結果を求めている。た

だし、 μ_{max} は最大変位と初期弾性限変位 δ_{y1} の比である。 $\mu_{max} = 1$ は弾性応答であり、 $\mu_{max} = 3, 5$ は応答が第3分枝の領域に入る直前および直後の応答を、 $\mu_{max} = 10, 20$ は第3分枝の領域で十分に大きな変形が生じる場合の応答を調べている。

図11には、 E_{dm} を(3)式で速度換算した値 V_{dm} と固有周期 T_0 の関係を白抜きの記号で表し、(15)式による fT_0 と

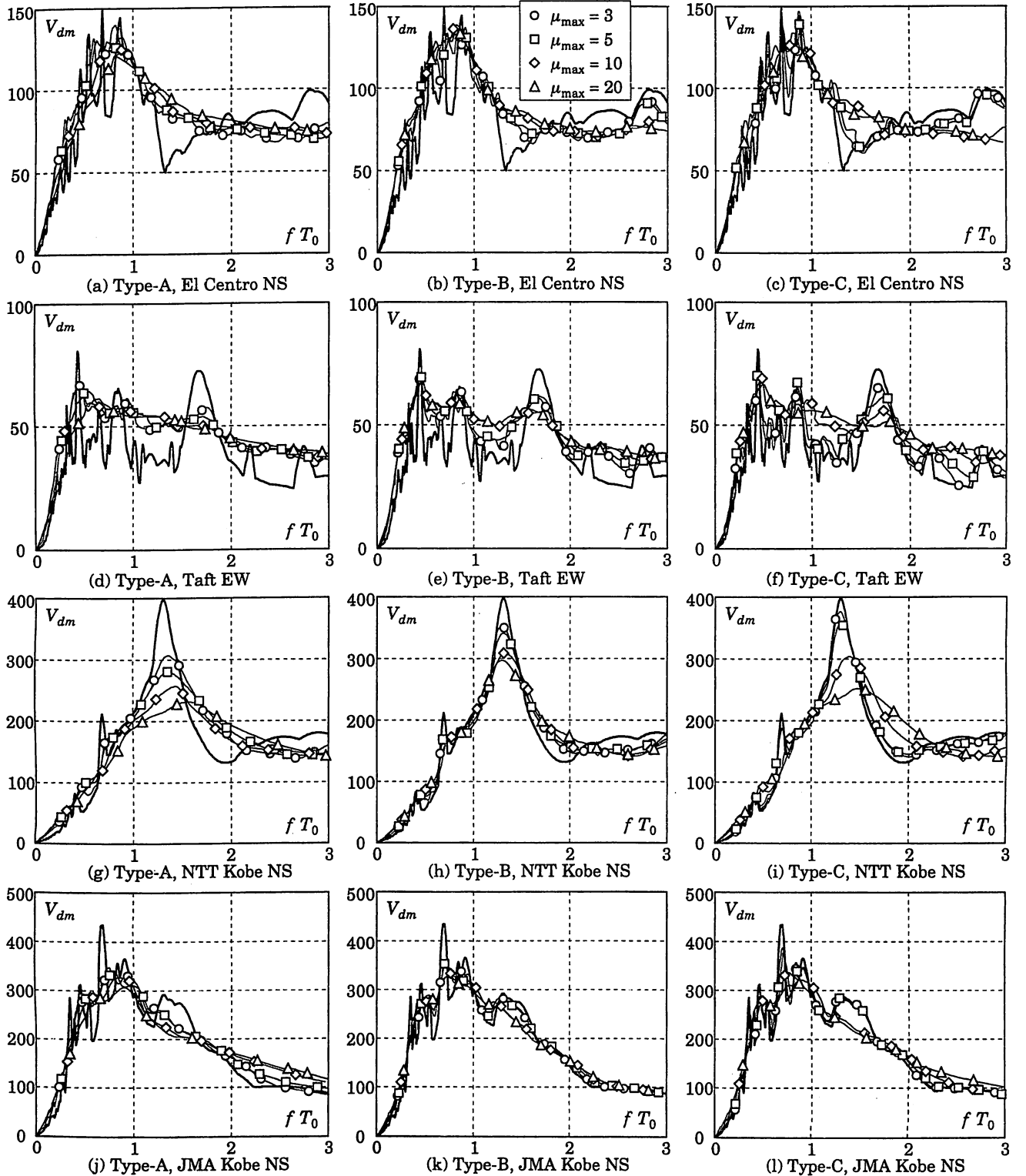


図12 Trilinear 型の $V_{dm} - fT_0$ 関係

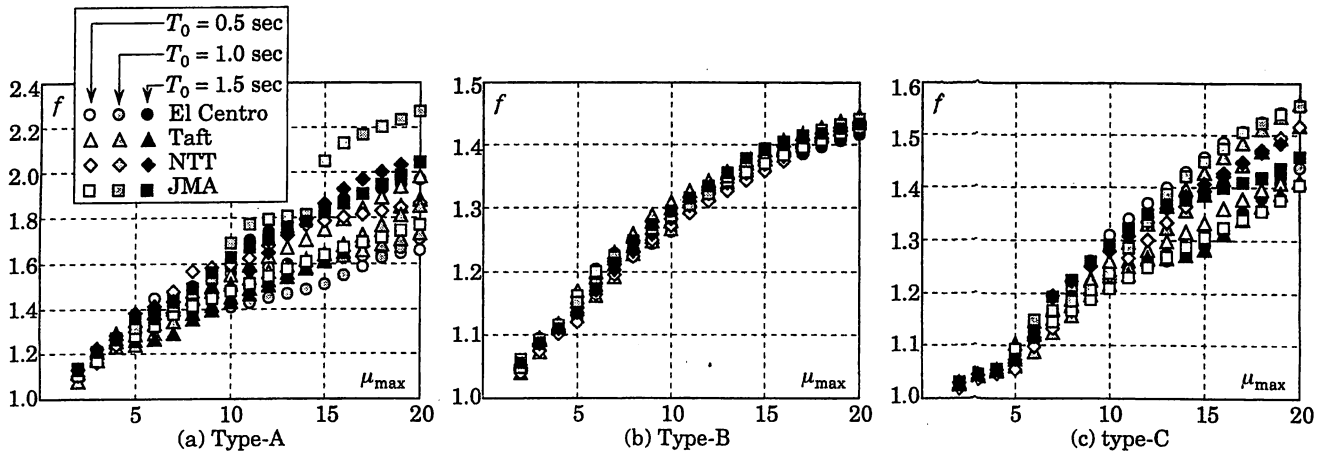


図 13 $f - \mu_{\max}$ 関係

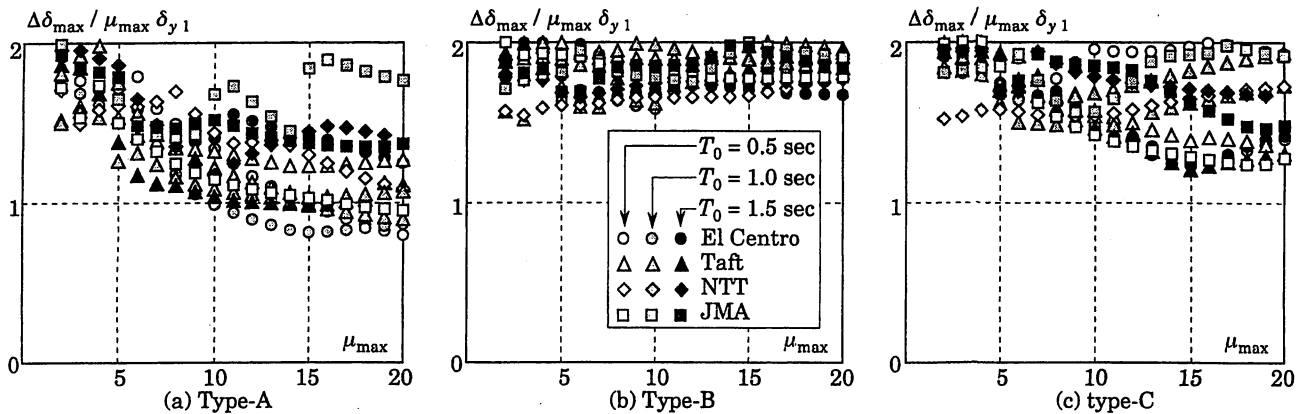


図 14 $\Delta\delta_{\max} / \mu_{\max} \delta_{y1}$

V_{dm} の関係を黒塗りの記号で示して、実線で示した擬似速度応答スペクトル S_V と比較している。

図 11 によると、白抜き記号で示した $V_{dm} - T_0$ 関係は、固有周期 T_0 が同じでも塑性率 μ_{\max} によって V_{dm} は大きく変動することを表している。特に短周期域では μ_{\max} が大きくなるほど V_{dm} が大きくなる傾向が顕著に現れており、塑性化による固有周期の変動を無視して、損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} を予測することの危険性を示唆している。一方、(15)式によって固有周期の伸びを考慮した黒塗り記号で示す $V_{dm} - f T_0$ 関係は、 S_V に近い値となっている。

図 12 には、表 1 に示した 4 種の地震動について、 $V_{dm} - f T_0$ 関係を示している。この図の解析例においても、塑性率 μ_{\max} は 3, 5, 10, 20 の 4 種としたが、固有周期 T_0 は 0.01 秒刻みで計算し細線で繋いで $V_{dm} - f T_0$ 関係を示す。ただし、 μ_{\max} の違いを示すための記号は、固有周期 T_0 が 0.2 秒毎の応答値に付けている。また、太線で示しているのは S_V である。

図 12 によると、 μ_{\max} が大きくなるほど各曲線は滑らかになる傾向^{4,5,10)}は認められるが、いずれの μ_{\max} に関する $V_{dm} - f T_0$ 関係も類似した形状になり、 S_V と近い値をとっている。

各履歴モデルについて、どの程度の f の値が(15)式から算出されているかを調べるために、固有周期 T_0 が 0.5, 1.0, 1.5 秒の 3 種について、 μ_{\max} と f の関係を図 13 に示す。図 13 によると、 μ_{\max} が同じでも f の値はばらつくが、 $\mu_{\max} = 20$ のときの f の平均的な値は、Type-A では 1.8 程度、Type-B, C では 1.4 程度である。図 12 の $\mu_{\max} = 20$ の $V_{dm} - f T_0$ 関係は、 $V_{dm} - T_0$ 関係を周期軸の方向に上記の倍率で引き伸ばしたものであり、その結果が μ_{\max} にかかわらず図 12 に示したように概ね一致することは、本論で提案した f の算定方法の広範な適用性を示すものと判断している。

本論の f は半サイクルの変形の最大応答値 $\Delta\delta_{\max}$ に基づいて算定している。図 13 で μ_{\max} と f の関係がばらつくのは、 μ_{\max} と $\Delta\delta_{\max}$ の関係がばらつくことによる。図 14 は、図 13 に示した解析例について、 $\Delta\delta_{\max}$ と最大変位 $\mu_{\max} \delta_{y1}$ の比を示したものである。図 14 によると、接線剛性と初期剛性の比が 1/3 以上の範囲では、 $\Delta\delta_{\max}$ と $\mu_{\max} \delta_{y1}$ の比は 2 に近い値となり、最大変位時には正負の振幅が概ね等しくなる傾向があることがわかる。一方、Type-A および Type-C では、 μ_{\max} が 4 以上になると接線剛性が 1/3 より小さくなり、 $\Delta\delta_{\max} / \mu_{\max} \delta_{y1}$ は徐々に減少すると共に、 $\Delta\delta_{\max} / \mu_{\max} \delta_{y1}$ の値のばらつきが大

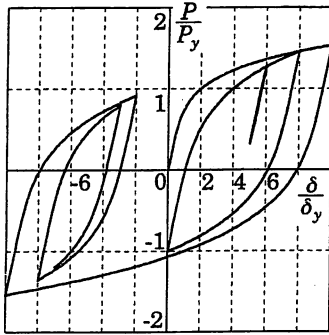
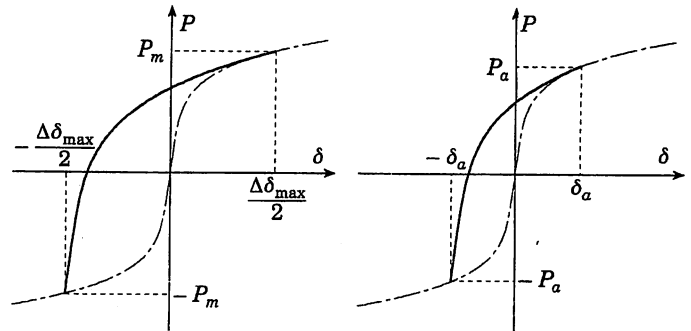


図 15 $n = 5$ の履歴曲線の例



(a) 最大変形時の履歴挙動 (b) 平均的な履歴挙動

図 16 Ramberg-Osgood 型の履歴挙動の仮定

きくなる傾向も認められる。なお、図 13 によると、接線剛性が大きいほど $f - \mu_{\max}$ 関係のばらつきが小さくなっているが、これは $\mu_{\max} - \Delta\delta_{\max}$ 関係のばらつきが小さくなるだけでなく、 f が $\Delta\delta_{\max}$ に鈍感になることも影響している。

本論では、 $\Delta\delta_{\max}$ に基づく E_{dm} の予測法を提案しているが、この方法だけでは E_{dm} を予測することはできない。 E_{dm} に応じてどのような $\Delta\delta_{\max}$ が生じるかは、構造物側の特性として予測可能であること^{6,7)}が、本研究の前提である。 E_{dm} に応じてどのような $\Delta\delta_{\max}$ および μ_{\max} が生じるかは、別報であらためて検討したいと考えている。

5.2 Ramberg-Osgood 型

構造物の荷重-変位関係として、Ramberg-Osgood 型が現実的とは筆者らは必ずしも考えないが、本論で提案した方法の広範な適用性を検討するため、Polylinear 型において折れ曲がり点の数が無限の場合として、Ramberg-Osgood 型を取り上げた。Ramberg-Osgood 型には、荷重-変位関係に厳密な意味での初期弾性域が存在しないという特殊性もある。

Ramberg-Osgood 型の単調載荷時の荷重 P - 変位 δ 関係を次式で与える。

$$\frac{\delta}{\delta_y} = \frac{P}{P_y} + \left(\frac{P}{P_y}\right)^n \quad (16)$$

上式は、割線剛性が初期剛性の 1/2 になるときの荷重を P_y と定義し、 P_y に対応する初期剛性上の変位を δ_y と定義したものである。 n は硬化指数であり、Ramberg-Osgood 式の形状を表すパラメータである。初期剛性 K_1 は、単調載荷時の荷重-変位関係の荷重零での接線剛性であり、次式となる。

$$K_1 = P_y / \delta_y \quad (17)$$

履歴則は、既に経験した最大振幅の範囲内での履歴曲線が単調載荷時の荷重-変位関係と相似で、丁度 2 倍の大きさになるというものであり、図 1 (b) で説明したとおりである。履歴曲線の一例を図 15 に示しておく。

最大の変形 $\Delta\delta_{\max}$ が生じる半サイクルの変位振幅を、

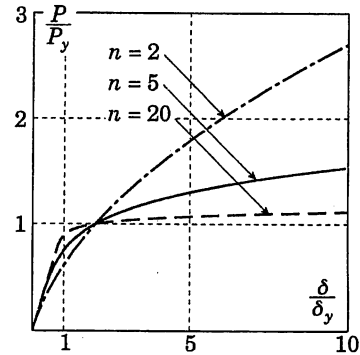


図 17 Ramberg-Osgood 型の解析モデル

図 10 (a) と同様に正負定振幅と考えると図 16 (a) のように仮定すると、この半サイクルの塑性歪エネルギー $\Delta E_{p \max}$ は次式となる。

$$\Delta E_{p \max} = P_y \delta_y \frac{2(n-1)}{n+1} \left(\frac{P_m}{P_y}\right)^{n+1} \quad (18)$$

ここで、

$$\frac{\Delta\delta_{\max}}{2\delta_y} = \frac{P_m}{P_y} + \left(\frac{P_m}{P_y}\right)^n \quad (19)$$

また、平均的な半サイクルにおいて塑性歪エネルギーが $\Delta E_{p \max}$ の 1/2 とすると、図 16 (b) に示す平均的な半サイクルの荷重振幅 P_a は次式で表される。

$$\frac{\Delta E_{p \max}}{2} = P_y \delta_y \frac{2(n-1)}{n+1} \left(\frac{P_a}{P_y}\right)^{n+1} \quad (20)$$

(18), (20) 式から、 P_a は次式で算定できる。

$$P_a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{n+1}} P_m \quad (21)$$

平均的な半サイクルの変位振幅 δ_a は次式から得られる。

$$\frac{\delta_a}{\delta_y} = \frac{P_a}{P_y} + \left(\frac{P_a}{P_y}\right)^n \quad (22)$$

Ramberg-Osgood 型の荷重-変位関係をもつ系の周期の伸び率 f は、上式による P_a と δ_a を (15) 式に代入して計算できる。

以上の方法で算定した Ramberg-Osgood 型の系の周期の伸び率 f を、地震応答解析結果と比べる。Ramberg-

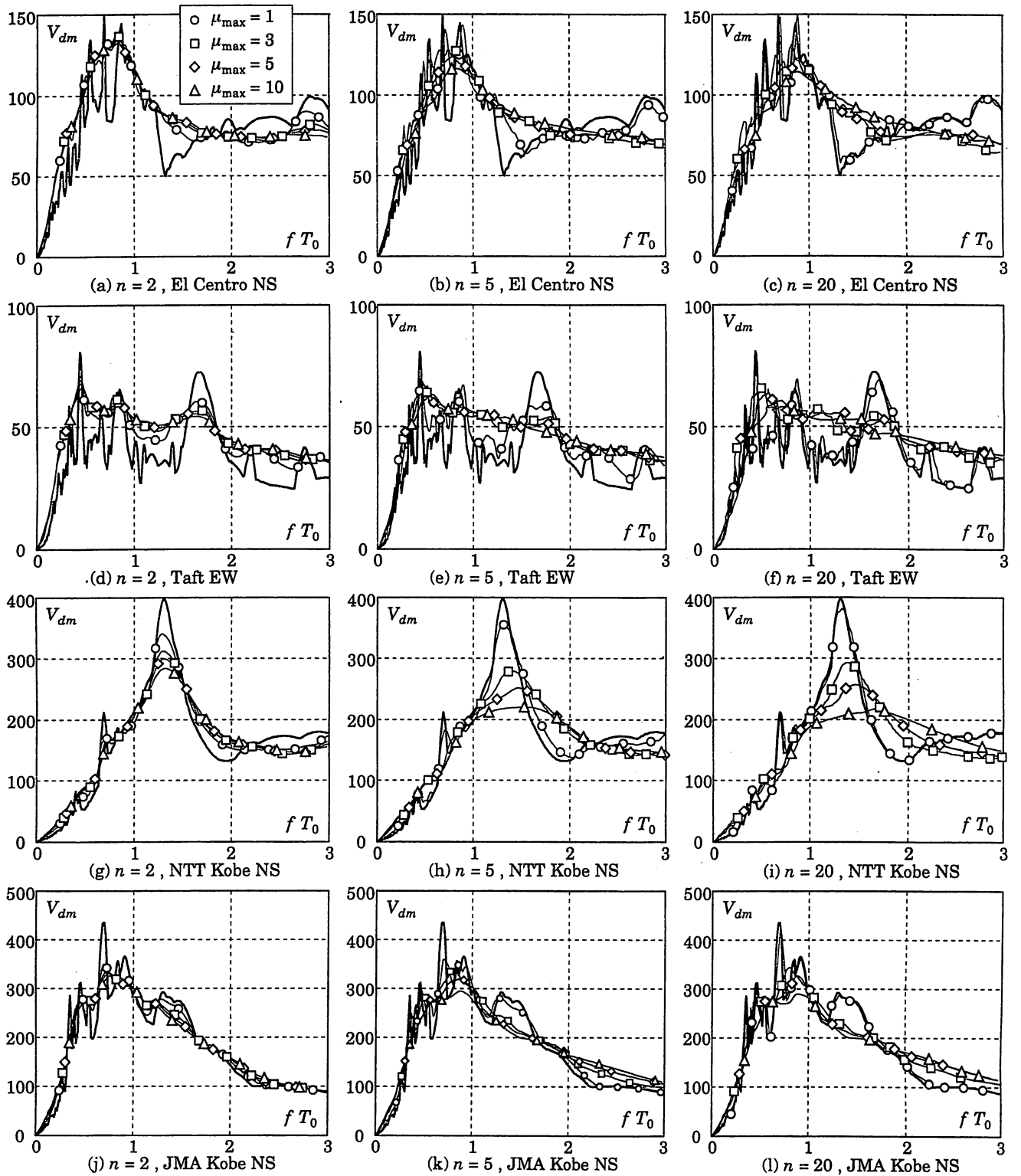


図 18 Ramberg-Osgood 型の $V_{dm} - f T_0$ 関係

Osgood 式の硬化指数 n は 2, 5, 20 の 3 種を用いた。各 n に応じた単調荷重時の荷重-変位関係の形状を図 17 に示す。 $n = 2$ は接線剛性が緩やかに低下するモデルであり、 $n = 20$ は完全弾塑性や Bilinear 型に近い形状である。最大塑性率 μ_{max} は、最大変位と δ_y との比としており、 μ_{max} が 1, 3, 5, 10 の 4 つの場合について解析した。Ramberg-Osgood 型では $\mu_{max} = 1$ も弾性応答ではない。

結果を図 18 に示す。図 18 は図 12 と同様に表示したもので、記号を付けた細線は $V_{dm} - f T_0$ 関係を表し、太線は擬似速度応答スペクトル S_V である。

図 18 によると、図 12 と同様に、 μ_{max} が大きくなる程 $V_{dm} - f T_0$ 関係が滑らかになる傾向が認められるが、 μ_{max} が異なる $V_{dm} - f T_0$ 関係がよく似た形状を示し、 S_V とも近い値をとっている。本論による f の算定方法

は、Ramberg-Osgood 型の荷重-変位関係をもつ系にも適用できる。

6. 結論

本論では、多数の完全弾塑性要素と弾性要素の並列結合で表される移動硬化型の履歴特性をもつ系を対象に、損傷に寄与する地震入力エネルギーの予測に用いる見かけの固有周期の算定方法について検討した。その結果、「平均的な半サイクルの塑性歪エネルギーは、半サイクルの最大塑性歪エネルギーの 1/2 である」という仮定を採用して、この平均的な半サイクルの割線剛性に基づいて系の見かけの固有周期を算定することを提案した。

本論で提案した方法と地震応答解析結果との比較は、Bilinear 型については既に文献 8) で行っている。本論では、初期降伏後の接線剛性と大変形時の接線剛性が異なる 3 種の Trilinear 型と共に、無限の折れ曲がり点をもつ Polylinear 型として Ramberg-Osgood 型について検討を行った。これらの比較結果は、本論で提案した見かけの固有周期を用いれば、種々の荷重-変位関係をもつ系の損傷に寄与する地震入力エネルギーを、塑性化に伴う変動を考慮して予測できることを示している。したがって、本論で提案した方法は、移動硬化型の履歴特性をもつ系に対して、広範な適用性をもつものと判断できる。ただし、単調載荷時の接線剛性が変位の増大と共に低下すること、負とならないことが、本論の前提条件である。

謝辞

本研究は、文部省科学研究費補助金（基盤研究 C）の助成を受けて行ったものである。ここに記して、謝意を表します。

参考文献

- 1) 棚橋諒：地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見，建築雑誌，1935.5
- 2) G. W. Housner: Limit Design of Structures to Resist Earthquakes, Proc. of 1st WCEE, Berkeley, California, pp.5.1-5.13, 1956.6
- 3) 加藤勉・秋山宏：強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷，日本建築学会論文報告集，第 235 号，pp.9-18, 1975.9
- 4) 小川厚治・井上一朗・中島正愛：損傷に寄与する地震入力エネルギーに関する考察，日本建築学会構造系論文集，第 530 号，2000.4，掲載予定
- 5) 秋山宏：建築物の耐震極限設計，初版，1980.9
- 6) 小川厚治・井上一朗・小野聡子：柱・梁を弾性域に留める履歴ダンパー付架構の設計耐力（1 質点系による考察），JSSC 鋼構造論文集，第 5 巻第 17 号，pp.13-28, 1998.3
- 7) (社)日本鋼構造協会 耐震要素の効果と耐震設計法WG：履歴型ダンパー付骨組の地震応答と耐震設計法，(社)日本鋼構造協会・(社)鋼材倶楽部，1998.9

- 8) 谷本憲郎・小川厚治：塑性化に伴う鋼構造骨組の地震入力エネルギーの変動に関する研究，JSSC 鋼構造論文集，第 6 巻第 23 号，pp.71-79, 1999.9
- 9) 小川厚治・黒羽啓明・待鳥賢治：強震をうける 1 自由度系の正負 2 方向の損傷分布に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 481 号，pp.117-126, 1996.3
- 10) 桑村仁・秋山宏・桐野康則：フーリエ振幅スペクトルの平滑化による地震入力エネルギーの評価，日本建築学会構造系論文報告集，第 442 号，pp.53-60, 1992.12
- 11) 山田嘉昭：塑性力学，日刊工業新聞社発行，1971.12

付録 塑性歪エネルギー

本論で塑性歪エネルギーと呼んでいる量は、一般的に用いられている定義と必ずしも一致しないので、説明を加えておく。

本論 2 章の冒頭では、弾性歪エネルギー E_e と塑性変形による消費エネルギー E_p の和という量を扱っているが、この量は系の全内部仕事を表し、1 自由度系では荷重-変位関係の面積で表される。図 A-1 のように、Bilinear 系が A 点まで単調載荷を受ける場合について表せば、灰色で示した四角形 OYAA' の面積が $E_e + E_p$ である。すなわち、

$$E_e + E_p = \int_0^{\delta_A} P d\delta \quad (a.1)$$

本論では、 $E_e + E_p$ を弾性歪エネルギー E_e と塑性変形による消費エネルギー E_p に分けて表すことを行っていないが、まず、塑性変形による消費エネルギー E_p の定義を明確にしておく。

塑性理論¹¹⁾では、弾性歪エネルギーの増分 dE_e と塑性変形による消費エネルギーの増分 dE_p は次式で表される。

$$\begin{aligned} dE_e &= P d\delta_e \\ dE_p &= P d\delta_p \end{aligned} \quad (a.2)$$

ここで、 $d\delta_e$ は弾性変形増分、 $d\delta_p$ は塑性変形増分であり、次の関係がある。

$$\begin{aligned} d\delta &= d\delta_e + d\delta_p \\ dP &= K_1 d\delta_e \end{aligned} \quad (a.3)$$

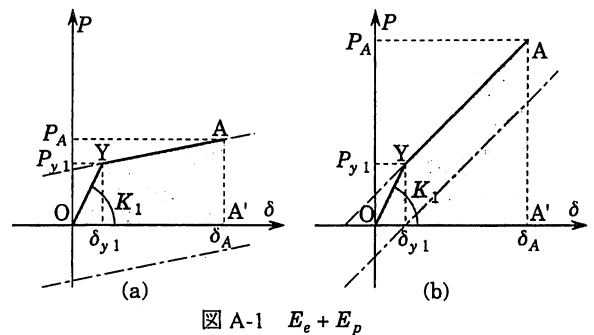


図 A-1 $E_e + E_p$

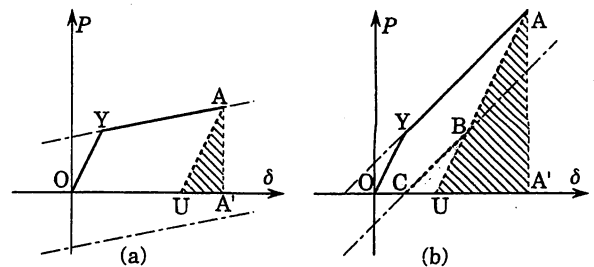


図 A-2 弾性歪エネルギー E_e

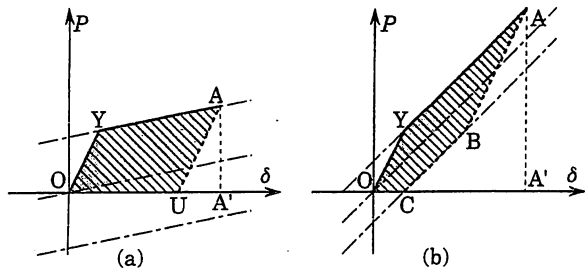


図 A-3 E_p と完全弾塑性要素の塑性歪エネルギー

したがって、塑性理論による弾性歪エネルギー E_e は次式となる。

$$E_e = \int P d\delta_e = \int_0^{P_A} \frac{P}{K_1} dP = \frac{P_A^2}{2K_1} \quad (a.4)$$

(a.4)式による弾性歪エネルギー E_e は、図 A-2 に斜線を施した三角形 UAA' の面積で表される。図 A-2(a) の例では、A 点から除荷すると U 点に至り、このときに解放されるエネルギーが弾性歪エネルギー E_e である。しかし、図 A-2(b) の例では、A 点から除荷すると B 点を経て C 点に至り、四角形 CBAA' の面積に相当するエネルギーが解放される。塑性変形による消費エネルギーが解放されて運動エネルギーなどになることはないので、除荷することによって解放されるエネルギーは弾性歪エネルギーである。図 A-2(b) では、灰色で示した部分を含めて、A 点で保持する弾性歪エネルギー E_e は四角形 CBAA' の面積と定義するのが適当である。この定義は(a.4)式と異なる。これは、(a.2)~(a.4)式に示した塑性理論が、「応力空間における原点は、降伏曲面の内側になければならない」という前提条件に基づいているからである。図 A-2(b) の A 点では、この前提条件が満たされていない。

塑性変形による消費エネルギー E_p は、内部仕事 $E_o + E_p$ から弾性歪エネルギー E_e を減じた値であり、図 A-3 に斜線を施した面積となる。A 点以降にどのような履歴を受けても $E_e + E_p$ は、図 A-3 の斜線部の面積以下になることはないので、この面積を塑性変形による消費エネルギー E_p と定義するのが適当であり、かつ一般的と筆者らは考えている。

一方、本論では、Bilinear 型を含め Polylinear 型の荷重-変位関係を、完全弾塑性要素と弾性要素との並列結合したものとして扱っており、完全弾塑性要素が塑性変形で消費したエネルギーを、塑性歪エネルギーと呼んでいる。

図 A-3 では、塑性歪エネルギーは灰色部分の面積で表される。斜線部で示した前記の塑性変形による消費エネルギー E_p とは異なっている。本論で定義した塑性歪エネルギーは塑性変形による消費エネルギー E_p より小さい。Bilinear 系を完全弾塑

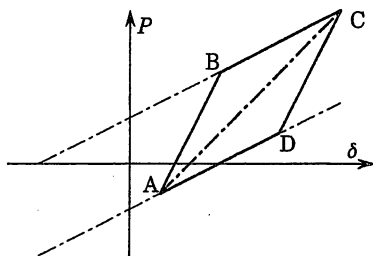


図 A-4 半サイクルの履歴曲線の割線剛性

性要素と弾性要素との並列結合と見なせば、本論の塑性歪エネルギーと塑性変形による消費エネルギーの差は、系に閉じ込められ解放されることがない各要素の弾性歪エネルギーを表している。

本論では、図 A-4 に示す A→B→C のような履歴をとる場合も、この半サイクルの始点と終点を結ぶ割線の剛性を使って見かけの固有周期は近似できると考えている。このような履歴は、系の固有周期より十分に長い周期で変動する外力成分のために起こり、この準静的な外力に相当する荷重を中心に系は振動していると判断されるからである。したがって、半サイクルの履歴曲線の始点と終点の荷重や変位は問題ではなく、その形状だけが見かけの周期に影響する。本論では、この形状を表すパラメータとして、完全弾塑性要素の塑性変形で消費されたエネルギーを用いており、これを塑性歪エネルギーと略称している。完全弾塑性要素が塑性変形で消費するエネルギーは、A→B→C の半サイクルも C→D→A の半サイクルも同じになる。半サイクルにおける履歴曲線の形状を表す指標として、一般的な定義による塑性変形による消費エネルギー E_p と異なる量を定義して、本論では塑性歪エネルギーと呼んでいることに注意してほしい。なお、図 A-4 の A→B→C→D→A のような閉じた 1 サイクル、図 10 や図 16 に示した正負定振幅の半サイクルを対象にすれば、塑性歪エネルギーの増分は塑性変形による消費エネルギーの増分と一致する。