

半サイクルの地震入力エネルギーとバイリニア系の最大地震応答

EARTHQUAKE INPUT ENERGY DURING HALF-CYCLE OF VIBRATION AND MAXIMUM SEISMIC RESPONSE OF BILINEAR SYSTEMS

小川 厚治*
Koji OGAWA

In this paper, the maximum half-cycle energy input ratio is determined by extensive numerical response analysis. Maximum half-cycle energy input ratio is defined as the ratio of the maximum increment of the sum of elastic strain energy and plastic dissipated energy during a half-cycle of vibration to the maximum response of the sum of elastic strain energy and plastic dissipated energy. An expression is proposed to predict the maximum seismic response of bilinear systems based on the balance between input energy and absorbed energy during a half-cycle of vibration. The applicability of the proposed method is confirmed through comparisons with numerical results of bilinear systems.

Keywords: single-degree-of-freedom system, bilinear system, half-cycle earthquake input energy, maximum displacement

1 自由度系, バイリニア系, 半サイクルの地震入力エネルギー, 最大変位

1. 序

エネルギーの釣合に基づいて構造物の地震応答性状を解明しようとする考え方^{1,4)}は, 少なくとも構造物の累積塑性変形の評価には明快で合理的な近似を与え, 鋼構造建築物の耐震設計を飛躍的に進進させてきた^{5,6)}. このような累積塑性変形に関する研究に比べると, エネルギーの釣合に基づいて最大変位や最大塑性変形を予測しようとする研究は遅れていた. しかし, 最近の研究成果^{7,12)}によると, 半サイクルの間に入力されるエネルギー量の最大値は最大変位応答と強い相関を持つことが指摘されている. 本論は, 半サイクルの間の地震入力エネルギーを定量化し, これに基づいてBilinear型の荷重-変形関係をもつ系の最大変位応答の予測法を提案するものである.

広範な地震応答解析結果に基づいて構造物の最大変位応答と降伏耐力の関係を経験式として定量化した研究は, 既に多く行われている^{13,14)}. これらの研究が常に大きなばらつきに遭遇するのは, 必ずしも個々の地震動の特殊性や応答の不確定性ばかりではなく, 構造物の塑性変形に応じて, 地震による入力エネルギーが変動することも一因と考える⁵⁾. 塑性変形に応じて構造物の見かけの固有周期が伸び, その結果地震入力エネルギーが変動することは別の問題^{8,15)}として切り離して考え, 本論では, 地震による入力エネルギーは既知の一定量であることを前提として, 最大変位の予測法を検討する.

なお, 本研究では, 系の初期固有周期は2秒程度以下を対象とした. これは, 現実の建築構造物の基本固有周期は大部分が2秒以下であり, このような構造物の静的手段による耐震設計法の確立が急がれていると考えるからである.

2. 地震によるエネルギーの入力過程

2.1 半サイクルの最大地震入力エネルギー ΔE_{dm}

本論では, 損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} を弾性歪エネルギー E_e と塑性変形による消費エネルギー E_p の和の最大応答値と定義し, 擬似速度応答スペクトル S_V を用いて次式で予測できると考えている¹⁶⁾.

$$E_{dm} = (E_e + E_p)_{\max} = \frac{1}{2} M \{S_V(f T_0)\}^2 \quad (1)$$

ここで, M は構造物の質量, T_0 は初期弾性時の固有周期である. また, f は塑性変形による見かけの固有周期の伸び率であり, Bilinear型の1自由度系については, 次式を採用している^{15,16)}.

$$f = \sqrt{\frac{K}{K}} = \sqrt{\frac{4 + \eta_{\max}}{4 + \tau \eta_{\max}}} \quad (2)$$

ここで η_{\max} は, 図1(a)に示す各半サイクルの塑性変形倍率 η_i の最大値である. すなわち, η_i は半サイクル毎に変化するが, その平均値は最大値 η_{\max} と最小値零の平均 $\eta_{\max}/2$ で近似できると考えて, 図

* 熊本大学工学部環境システム工学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture and Civil Eng., Faculty of Eng., Kumamoto Univ., Dr. Eng.

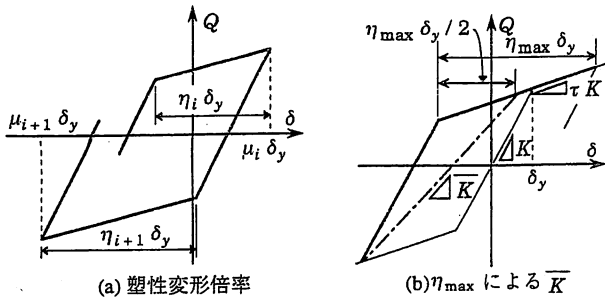


図1 f の予測

1 (b)に鎖線で示す剛性 \bar{K} を用いて、地震応答中の平均的な見かけの固有周期 $f T_0$ を近似したものが(2)式である。

半サイクルとは系が1方向に運動する間であり、変位応答が極値から次の極値をとるまでの間を意味する。この半サイクルの間の弾性歪エネルギー E_e と塑性変形による消費エネルギー E_p の和 $E_e + E_p$ の増分が、半サイクルの地震入力エネルギー ΔE の基本的な考え方である^{7,10,17}。この値は各半サイクル毎に異なる。各半サイクルの地震入力エネルギーの最大値をとるのが、半サイクルの最大地震入力エネルギー ΔE_{dm} である。

図2には、NTT Kobe NSを入力した固有周期 T_0 が0.5秒の完全弾塑性系の初期4秒間の地震応答について、エネルギーの時刻歴、変位の時刻歴、荷重-変形関係の履歴の例を示している。この図で Q_y は弾性限耐力、 δ_y は弾性限変位であり、 E_y は弾性限歪エネルギー $Q_y \delta_y / 2$ である。ただし、本論のすべての動的応答解析例では、数値積分にはNewmark β 法 ($\beta = 1/4$)を用い、時間増分は固有周期 T_0 の1/200以下になるように設定している。また、特に断らない限り、減衰定数はいずれの解析例においても0.01としている。

1自由度系では、変位が極値をとるとき $E_e + E_p$ も極値をとるが、図2のA, B, C, D点などの変位が極値をとる点の大部分では $E_e + E_p$ は極大値となっている。この極大値から次の極大値までの $E_e + E_p$ の増分 $\Delta E_{AB}, \Delta E_{BC}, \Delta E_{CD}$ が半サイクルの地震入力エネルギーである。図2のE点は変位の極値であるが、 $E_e + E_p$ は極大値ではなく、極小値となっている。

図2と同様の履歴例を、弾性系について図3に示す。図3(a)によ

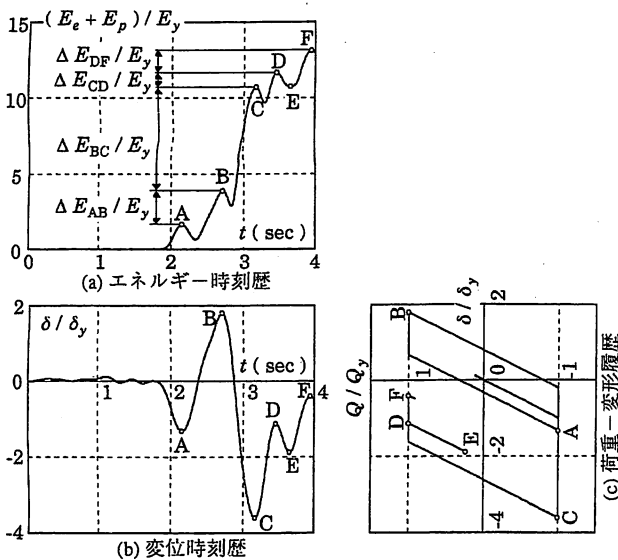


図2 完全弾塑性系の応答例

ると、 E_e はC点で最大となった後、D, E点の極大点ではC点での値より減少しており、EF間で再び増大している。その結果、 E_e の極大値から次の極大値までの E_e の増分を半サイクルの地震入力エネルギーと考え、図3の例では、EF間で最大のエネルギーが入力されたことになる。

図3(b)の鎖線は、時刻 $t - T_0/2$ から $t + T_0/2$ の間での動的外力の平均値に対して求めた静的な変位であり、固有周期に比べて十分に長い周期で変動する外力の成分を表すものとして示している。一方、図4は固有周期の4倍の周期をもつcos波に対する非減衰弾性系の応答を示したものであり、図4(b)には外力に対する静的変位を図3(b)と同様に鎖線で示している。図3と図4を見比べると、図3のC点からF点に至る応答は図4のC'点からF'点に至る応答とよく似ていることが分かる。図4の応答はcos波に対する定常応答であり、図4(b)によると鎖線で示した静的変位を振動の中立軸としてほぼ一定の振幅で振動している。したがって、図4の応答は、潜在的に一定の弾性振動エネルギーを蓄えた状態で振動していると考えて、C' D'間やD' E'間での E_e の減少は無視するのが適当と判断した。図4を時刻零での静止状態からの応答と見れば、C'点までにエネルギーの大部分は入力され、C' F'間で一部のエネルギー $\Delta E_{C'F'}$ が入力されると考えることにした。

以上の考察に基づいて、一時的な $E_e + E_p$ の極値の減少を無視して、 $E_e + E_p$ が極大値をとった時の、それ以前の $E_e + E_p$ の極大値の最大値からの $E_e + E_p$ の増大量を、半サイクルの地震入力エネルギー ΔE と定義することにした。この増大量が負、すなわち、得られた $E_e + E_p$ の極大値が過去の $E_e + E_p$ の最大の極大値より小さい場合には、半サイクルの地震入力エネルギー ΔE は零とする。

図3の弾性系の例では、A点での $E_e + E_p$ は大部分1回の半サイクルで入力されており、A点からC点までの $E_e + E_p$ の増分 ΔE_{AC} が次の半サイクルの地震入力エネルギーである。したがって、 ΔE_{AC} が半サイクルの最大地震入力エネルギー ΔE_{dm} となる。図2の完全弾塑性系の例では、E点は無視して、D F点間での $E_e + E_p$ の増分 ΔE_{DF} を半サイクルの地震入力エネルギーとする。図2の例では、 ΔE_{dm} は ΔE_{BC} である。

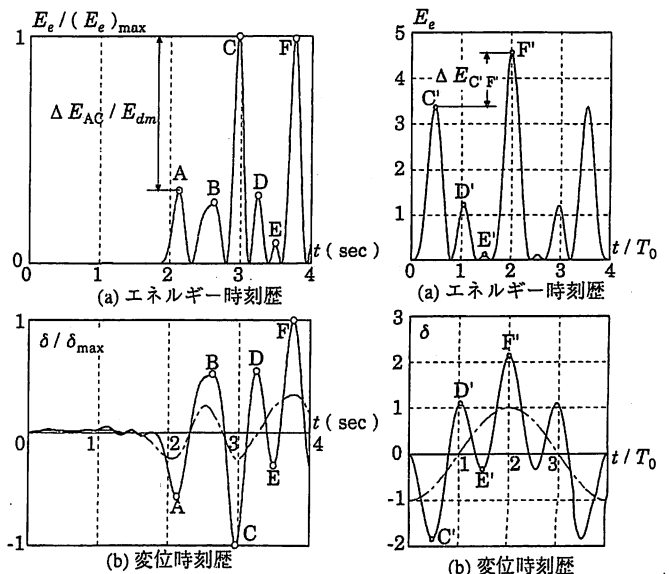


図3 弾性系の応答例

図4 cos波に対する弾性応答例

半サイクルの地震入力エネルギー ΔE を上記のように定義すれば、半サイクルの地震入力エネルギー ΔE の総和は、常に損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} と一致する。なお、ここで挙げた応答例でも示されているように、半サイクルでの最大地震入力エネルギー ΔE_{dm} が得られた直後に最大変位応答を生じることが多い¹⁾。

2.2 半サイクルの最大地震入力エネルギー率 r_{cycle}

損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} に占める半サイクルでの最大地震入力エネルギー ΔE_{dm} の割合を、半サイクルの最大地震入力エネルギー率 r_{cycle} と定義する。すなわち、

$$r_{cycle} = \Delta E_{dm} / E_{dm} \quad (3)$$

文献⁷⁾では、完全弾塑性系の地震応答解析例に基づいて、筆者は次の値を提案している。

$$r_{cycle} = 0.25 \quad (4)$$

ΔE_{dm} と E_{dm} の速度換算値をそれぞれ ΔV_{dm} 、 V_{dm} とし、(1)、(4)式の関係が成立すると仮定すれば、 ΔV_{dm} と V_{dm} は次式で表される。

$$\Delta V_{dm} = \sqrt{\frac{2}{M} \Delta E_{dm}} = \frac{1}{2} S_V (f T_0) \quad (5)$$

$$V_{dm} = \sqrt{\frac{2}{M} E_{dm}} = S_V (f T_0) \quad (6)$$

4種の地震波形について応答解析から求めた E_{dm} 、 ΔE_{dm} の速度

換算値 V_{dm} および ΔV_{dm} と $f T_0$ との関係、図5で擬似速度応答スペクトル S_V および $S_V/2$ と比較する。解析パラメータは次の通りであり、最大塑性変形倍率 η_{max} が下記の値になるように弾性限耐力 Q_y を調整している。

- ・見かけの周期 $f T_0$: 0.2~2.4 秒の 12 種
- ・第2分枝剛性比 τ : 0.0 と 0.5 の 2 種
- ・最大塑性変形倍率 η_{max} : 2, 6, 20 の 3 種

また、図6には、図5と同じ解析例における ΔE_{dm} と E_{dm} の比を示し、 $r_{cycle} = 0.25$ を鎖線で示している。

まず、図5によると次のような傾向が認められる。

1. 第2分枝剛性比 τ が小さいほど、また、最大塑性変形倍率 η_{max} が大きいほど塑性挙動が顕著になり、 $V_{dm} - f T_0$ 関係と $\Delta V_{dm} - f T_0$ 関係は滑らかになって、 S_V や $S_V/2$ を平滑化(周辺固有周期領域で平均化)したものになる傾向がある⁹⁾。
2. $V_{dm} - f T_0$ 関係が擬似速度応答スペクトル S_V で近似できると考えるのであれば、図5からは、同程度の精度で $\Delta V_{dm} - f T_0$ 関係が $S_V/2$ を近似するという傾向が認められる¹⁰⁾。

すなわち、図5からは、 $\Delta V_{dm} - f T_0$ 関係と $V_{dm} - f T_0$ 関係はよく似た形状を持ち、 ΔV_{dm} と V_{dm} の比は 0.5 程度、 ΔE_{dm} と E_{dm} の比は 0.25 程度となることが予想される。しかし、図6に示すように

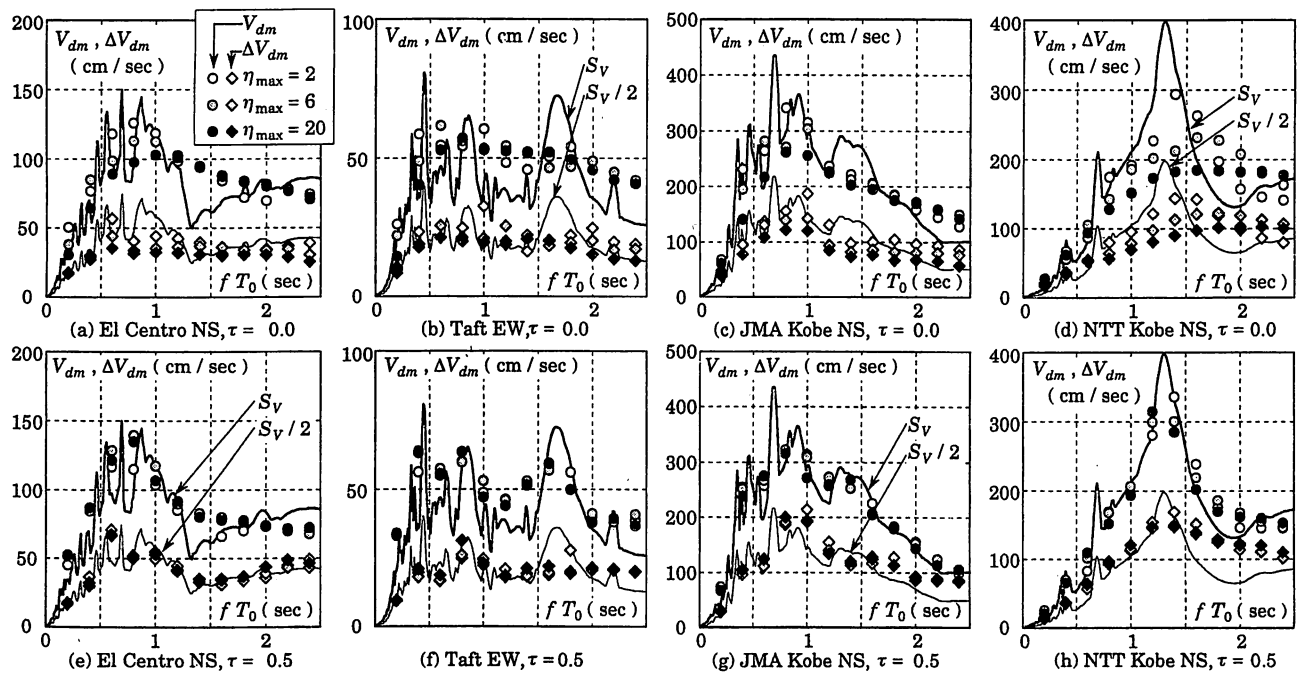


図5 $f T_0 - V_{dm}, \Delta V_{dm}$ 関係

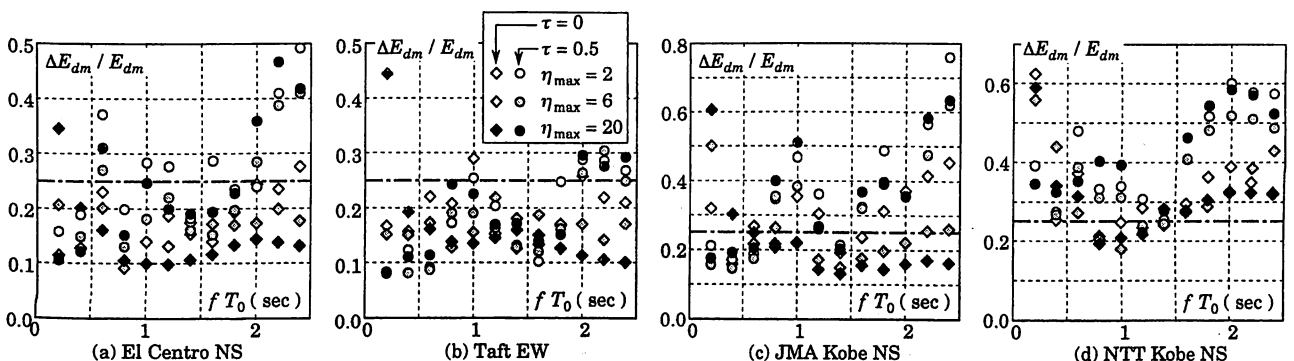


図6 $f T_0 - \Delta E_{dm} / E_{dm}$ 関係

$\Delta E_{dm} / E_{dm}$ の値は大きなばらつきをもつ。

図6によると、 $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ の値は大きなばらつきをもつと共に、図6(b)のTaft EWについては0.25が応答値の上限値程度を与えているのに対して、図6(d)のNTT NSでは0.25が応答値の下限値程度になるなど、地震外乱による違いも認められる^{7,9,10)}。

図5と図6を見比べると、図5において他の周期に比べて V_{dm} が相対的に小さい周期域では、図6に示す $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ に非常に大きな値が現れる傾向があり、逆に V_{dm} が相対的に大きい周期域、擬似速度応答スペクトル S_V が最大となる周期域では、 $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ の値は小さくなる傾向がある。したがって、図6(c)のJMA Kobe NSに対する応答では、 $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ が0.8程度の例も現れているが、このときの ΔV_{dm} の値は他の周期域に比べて決して大きくない。また、図6(a)のEl Centro NSにおいても $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ が0.5程度の解析例があるが、このときの ΔV_{dm} は $S_V / 2$ 程度であり、 V_{dm} が S_V を下回っていることが $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ が大きくなる原因となっている。

上述したように、図5において $\Delta V_{dm} - f T_0$ 関係の形状は擬似速度応答スペクトル $S_V / 2$ の形状と類似している。図6では比を示した値を、図5では平方根をとって比較しているその差が縮小されて表現されており、数値的には検討の余地があるが、形状の類似は ΔV_{dm} と V_{dm} の比が概ね一定であることを示唆している。 E_{dm} は(1)式から予測される量で見かけ固有周期によって変動する。 ΔE_{dm} と同様に E_{dm} も設計時には予測される値で、ばらつきをもっていることを前提とすれば、個々の解析例による $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ の値よりも、図5のような解析例で ΔV_{dm} と V_{dm} の平均値の比を定量化した方が ΔE_{dm} を予測する上で有用であると考えた。したがって、応答解析による r_{cycle} の値は、周期0~2.5秒における ΔV_{dm} と V_{dm} の積分値 $I_{\Delta V_{dm}}$ と $I_{V_{dm}}$ を使って、次式から求めることにした。

$$r_{cycle} = \left(I_{\Delta V_{dm}} / I_{V_{dm}} \right)^2 \quad (7)$$

ここで、

$$I_{\Delta V_{dm}} = \int_0^{2.5} \Delta V_{dm} df T_0, \quad I_{V_{dm}} = \int_0^{2.5} V_{dm} df T_0 \quad (8)$$

表1に示す12種の地震外乱に対して(7)式による r_{cycle} の値を算定した。解析パラメータは次の通りである。

- ・ 第2分枝剛性比 τ : 0.0, 1/3, 2/3の3種
- ・ 最大塑性変形倍率 η_{max} : 2~20の10種

(8)式の積分は0.02秒刻みの $f T_0$ について求めた値を台形則で数値積分している。

結果を図7に示す。図7によると、 $(I_{\Delta V_{dm}} / I_{V_{dm}})^2$ は、第2分枝剛性比 τ が大きいほど大きくなり、完全弾塑性系では最大塑性変形倍率 η_{max} が大きくなるほど小さくなる傾向が認められ、必ずしも一定した値ではない。しかし、大部分の結果は0.25以下に収まっており、特に大きな $(I_{\Delta V_{dm}} / I_{V_{dm}})^2$ が生じるJMA Kobe NSやNTT Kobe NSにおいても0.4程度以下に収まっている。紙面の都合で結果は示せないが、兵庫県南部地震におけるFukuiやTakatori, Northridge地震におけるTarzanaやSylmarの水平2成分の強震記録について図7と同様の解析をした結果においても、 $(I_{\Delta V_{dm}} / I_{V_{dm}})^2$ はすべて0.4程度以下となっている。したがって、最大変位応答を予測するための r_{cycle} の値としては、通常0.25程度が適当^{18,19)}、直下型地震^{20,21)}を受ける第2分枝剛性比 τ が大きい系の応答を含めて、あくまで上限値を求めることを目的とするのであれば0.4程度が適当である。

表1 入力地震動

	最大加速度(gal)	継続時間(sec)	マーク
El Centro NS, 1940	341.7	53.78	●
El Centro EW, 1940	210.1	53.58	○
Taft NS, 1952	152.7	54.38	▲
Taft EW, 1952	175.9	54.38	△
Hachinohe NS, 1968	225.0	35.99	■
Hachinohe EW, 1968	182.9	35.99	□
Tohoku Univ. NS, 1978	258.2	40.98	◆
Tohoku Univ. EW, 1978	202.6	40.98	◇
JMA Kobe NS, 1995	820.6	29.98	◀
JMA Kobe EW, 1995	619.2	29.98	◁
NTT Kobe NS, 1995	330.7	50.58	▶
NTT Kobe EW, 1995	153.5	50.58	▷

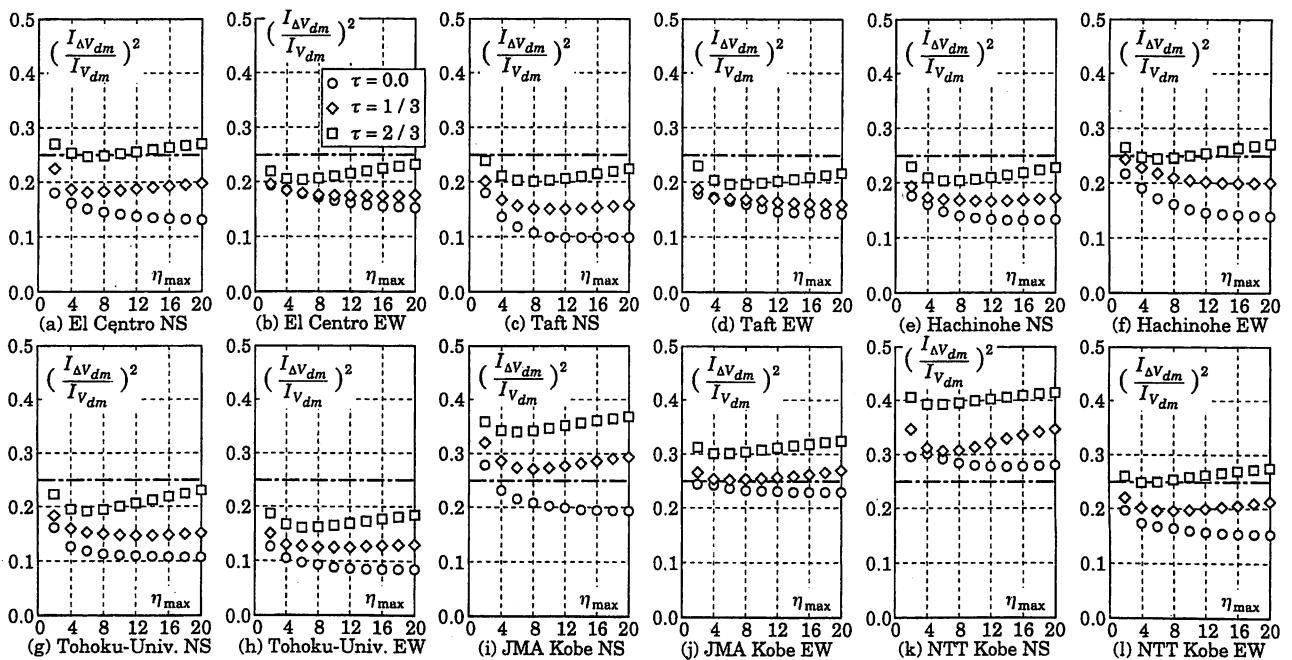


図7 $(I_{\Delta V_{dm}} / I_{V_{dm}})^2$ の算定値

2.3 半サイクル毎の地震入力エネルギー ΔE

第2分枝剛性比 τ が大きな系は、最大変位応答時には大きな弾性歪エネルギー E_e を蓄えている。半サイクルの地震入力エネルギーは前節2.2で述べたように限界付けられているので、最大変位に到達するためには、繰り返し履歴を伴いながら弾性歪エネルギーを蓄える過渡振動が必要である⁸⁾。大きな弾性歪エネルギーを蓄えるには多数回の繰り返し履歴が必要となるが、塑性変形を伴う履歴の回数が増加すると、塑性変形による消費エネルギー E_p が増大して、蓄えられる弾性歪エネルギー E_e はむしろ減少してしまう。このような系の最大変位応答を予測するには、半サイクルの地震入力エネルギーの最大値 ΔE_{dm} だけでなく、各半サイクルの地震入力エネルギー ΔE が必要である。

各半サイクルの地震入力エネルギー ΔE を大きいものから順に番号を付け、 i 番目のものを ΔE_i とする²²⁾。ただし、

$$\Delta E_1 = \Delta E_{dm} = r_{cycle} E_{dm} \quad (9)$$

ここで、半サイクルの最大地震入力エネルギー ΔE_{dm} が入力される半サイクルを除いても、地震によるエネルギー入力の性質は変わらないと仮定する。すなわち、残りの損傷に寄与する地震入力エネルギーは $(1-r_{cycle})E_{dm}$ であるが、その内、半サイクルの最大地震入力エネルギーが占める割合は r_{cycle} であると仮定する。

$$\Delta E_2 = r_{cycle} (1-r_{cycle}) E_{dm} \quad (10)$$

3番目以降についても同様に仮定すれば、 i 番目に大きい半サイクルの地震入力エネルギー ΔE_i は次式で表される。

$$\Delta E_i = r_i E_{dm} = r_{cycle} (1-r_{cycle})^{i-1} E_{dm} \quad (11)$$

上式で、 r_i は i 番目に大きい半サイクルの地震入力エネルギー ΔE_i と損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} の比である。

大きいものから順に i 番目までの半サイクルの地震入力エネルギーの和を求めると次式となる。

$$\sum_{j=1}^i \Delta E_j = E_{dm} \sum_{j=1}^i r_j = \{1 - (1-r_{cycle})^i\} E_{dm} \quad (12)$$

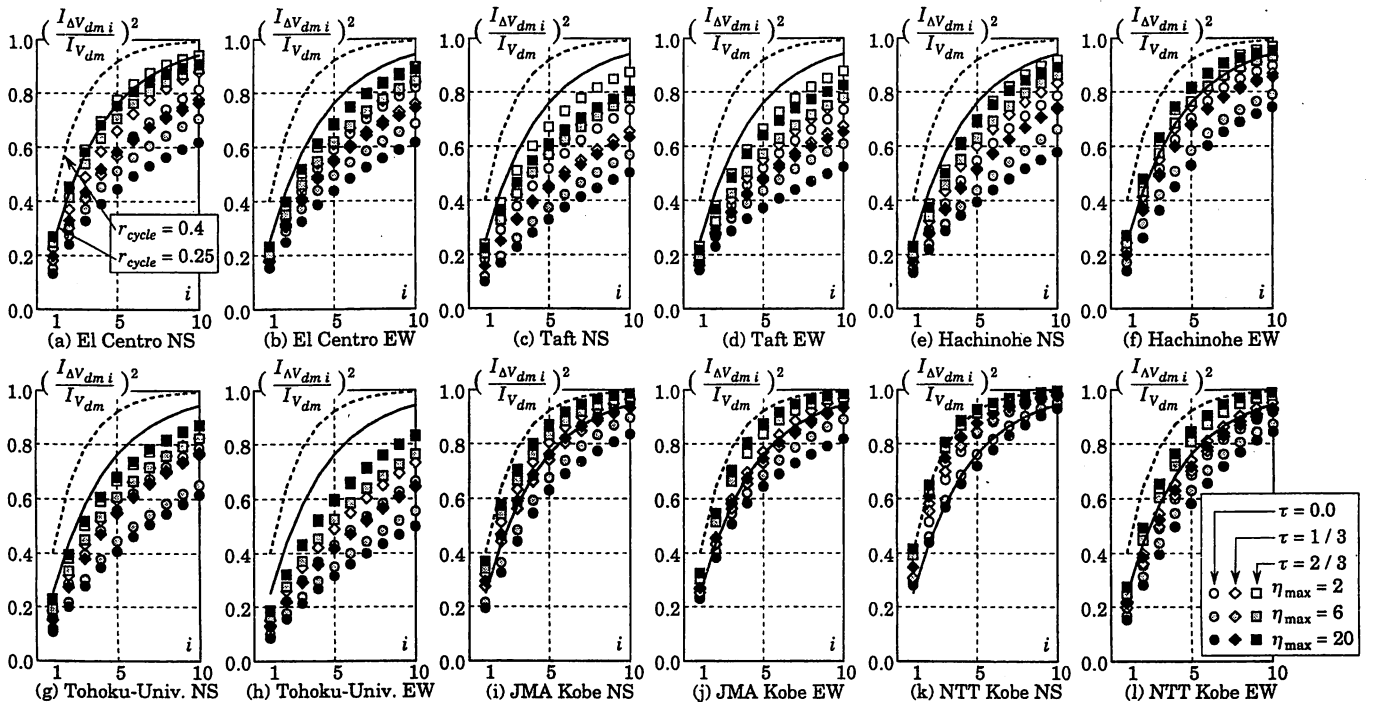


図8 $(I_{\Delta V_{dm}i} / I_{V_{dm}})^2$ の算定値

地震応答解析結果と対比して、(12)式の適用性を検討する。ただし、個々の応答解析例における $\sum_{j=1}^i \Delta E_j$ と E_{dm} の比は大きなばらつきをもつので、前項で r_{cycle} について述べた(7)式と同様に、それぞれを速度換算して表したスペクトルの面積の比を使って検討する。

$$\sum_{j=1}^i r_j = (I_{\Delta V_{dm}i} / I_{V_{dm}})^2 \quad (13)$$

ここで、

$$I_{\Delta V_{dm}i} = \int_0^{2.5} \Delta V_{dm}i df T_0, \quad \Delta V_{dm}i = \sqrt{\frac{2}{M} \sum_{j=1}^i \Delta E_j} \quad (14)$$

応答解析結果から求めた $(I_{\Delta V_{dm}i} / I_{V_{dm}})^2$ の値を図8に示し、 r_{cycle} を0.25または0.4として(12)式から求めた $\sum_{j=1}^i r_j$ の値と比較する。ただし、解析パラメータは下記の通りである。

- ・第2分枝剛性比 τ : 0.0, 1/3, 2/3の3種
- ・最大塑性変形倍率 η_{max} : 2, 6, 20の3種

図8によると、直下型地震であるJMA KobeとNTT Kobeについては $r_{cycle} = 0.4$ として(12)式から求めた破線が応答値の概ね上限となっており、JMA KobeとNTT Kobe以外については $r_{cycle} = 0.25$ として(12)式から求めた実線が応答値の上限的な値となっている。したがって、大きいものから順に i 番目までの半サイクルの地震入力エネルギーの和を(12)式で与える本論の仮定は、合理的であると判断した。

3. 損傷に寄与する地震入力エネルギーと最大変位応答の関係

まず、 i 回目の塑性変形によって塑性率が μ_{i-1} から μ_i に変化する状態を考える。図9は、塑性変形が生じる方向を正方向としてこの履歴を示したものである。この半サイクルの間の地震入力エネルギーを $R_i E_{dm}$ とすると、 $R_i E_{dm}$ はこの変形で系が吸収したエネルギー(図9の灰色部分の面積)から既に蓄えていた弾性歪エネルギー(図9の斜線を施した面積)を減じた値となる⁸⁾。すなわち、

$$R_i E_{dm} = \frac{\tau K}{2} \{(\mu_i \delta_y)^2 - (\mu_{i-1} \delta_y)^2\} + Q_y \delta_y (1-\tau) (\mu_i + \mu_{i-1} - 2) \quad (15)$$

(15)式の両辺を初期弾性限歪エネルギー E_y で除し、 E_y を基準値とす

る E_{dm} の無次元量を入力エネルギー指標 e_{dm} と定義する。

$$E_{dm} = e_{dm} E_y \quad \text{ただし, } E_y = Q_y \delta_y / 2 \quad (16)$$

(15), (16)式から次式を得る。

$$R_i e_{dm} = \tau (\mu_i^2 - \mu_{i-1}^2) + 2(1-\tau)(\mu_i + \mu_{i-1} - 2) \quad (17)$$

系は、正負交互に n 回の塑性変形を受けて最大塑性率 μ_{max} に到達すると仮定し、この塑性変形を受ける以前に初期弾性限歪エネルギーを蓄える過程を第0回とする。すなわち、 $\mu_0 = 1$ であり、第0回の地震入力エネルギー $R_0 E_{dm}$ は E_y である。各半サイクルのエネルギーの釣合は(17)式から次のように表される。

$$\begin{aligned} R_0 e_{dm} &= 1 \\ R_1 e_{dm} &= \tau (\mu_1^2 - \mu_0^2) + 2(1-\tau)(\mu_1 + \mu_0 - 2) \\ &\downarrow \\ R_i e_{dm} &= \tau (\mu_i^2 - \mu_{i-1}^2) + 2(1-\tau)(\mu_i + \mu_{i-1} - 2) \\ &\downarrow \\ R_n e_{dm} &= \tau (\mu_n^2 - \mu_{n-1}^2) + 2(1-\tau)(\mu_n + \mu_{n-1} - 2) \end{aligned} \quad (18)$$

(18)式の左辺と右辺それぞれの和を取り、第 n 回目の塑性率 μ_n が最大塑性率 μ_{max} であるとすると、次式を得る。

$$e_{input} = e_{deform} \quad (19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} e_{input} &= e_{dm} \sum_{i=0}^n R_i \\ e_{deform} &= 1 + \tau (\mu_{max}^2 - 1) + 2(1-\tau) \sum_{i=1}^n (\mu_i + \mu_{i-1} - 2) \end{aligned} \quad (20)$$

上式の e_{input} は n 回の塑性変形を生じるまでの地震入力エネルギーの大きさを表す指標であり、 e_{deform} は最大塑性率 μ_{max} に到達するために必要なエネルギーの大きさを表す指標である。

e_{input} の計算で総和を取る R_i ($i=1 \sim n$) は、半サイクル毎の地震入力エネルギーの内、大きいものから順に n 個を取ることになると、 e_{input} は次式で近似できる。

$$e_{input} \approx 1 + e_{dm} \sum_{i=1}^n r_i = 1 + \{1 - (1 - r_{cycle})^n\} e_{dm} \leq e_{dm} \quad (21)$$

e_{deform} の計算で総和を取る塑性率 μ_i は、最大値が μ_{max} であり最小値は1であるので平均値を $(\mu_{max} + 1) / 2$ で近似する。

$$\sum_{i=1}^n (\mu_i + \mu_{i-1}) / 2n = (\mu_{max} + 1) / 2 \quad (22)$$

(22)式を仮定すれば、 e_{deform} は次のように表される。

$$e_{deform} \approx 1 + \tau (\mu_{max}^2 - 1) + 2n(1-\tau)(\mu_{max} - 1) \quad (23)$$

図10は、(21), (23)式による e_{input} と e_{deform} の計算例を示したものである。 n は本来自然数であるが、この図で $n - e_{input}$ 関係を曲線で示しているように、本論では以後 n は1以上の実数として扱う。な

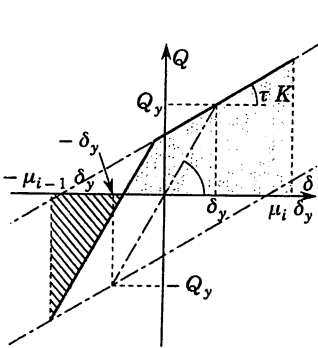


図9 i 回目の塑性変形

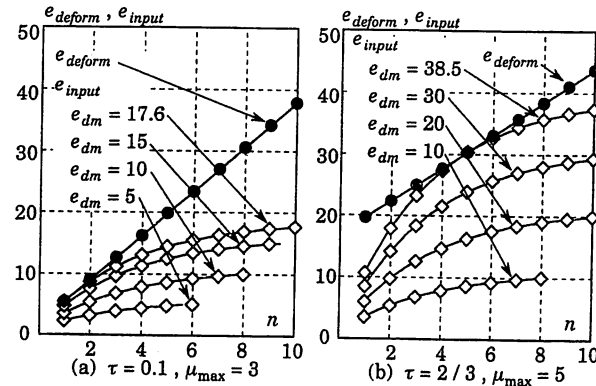


図10 $n - e_{input}$ 関係と $n - e_{deform}$ 関係

お、図10は $r_{cycle} = 0.25$ として計算している。

図10に示すように、最大塑性率 μ_{max} が与えられると、最大塑性変形に至るまでの塑性変形の回数 n と e_{deform} の関係が決まる。一方、入力エネルギー指標 e_{dm} が大きくなるにしたがって e_{input} が大きくなり、ある e_{dm} に達すると $n - e_{input}$ 関係と $n - e_{deform}$ 関係は交点をもつ。この交点を持つ最小の e_{dm} が、最大塑性率 μ_{max} に到達するために必要な最小の入力エネルギー指標である。図10(a)に示すように第2分枝剛性比 τ が小さい場合や最大塑性率 μ_{max} が小さい場合には $n = 1$ で交点をもつ。一方、図10(b)に示すように、第2分枝剛性比 τ が大きい場合や最大塑性率 μ_{max} が大きい場合には、 $n - e_{input}$ 関係と $n - e_{deform}$ 関係は接するようになる。 $n = 1$ で交点をもつときの e_{dm} の値を $1e_{dm}$ 、1以上の n で接点をもつときの e_{dm} の値を $2e_{dm}$ とすると、(19)式を満たす最小の e_{dm} は次式で得られる。

$$e_{dm} = \min(1e_{dm}, 2e_{dm}) \quad (24)$$

$n = 1$ として(19), (21), (23)式を整理すると、 $1e_{dm}$ は次式となる。

$$1e_{dm} = \frac{\tau (\mu_{max}^2 - 1) + 2(1-\tau)(\mu_{max} - 1)}{r_{cycle}} \quad (25)$$

次に、(21)式の $n - e_{input}$ 関係と(23)式の $n - e_{deform}$ 関係が接するという条件から n を求めると次式を得る。

$$(1 - r_{cycle})^n = \frac{-2(1-\tau)(\mu_{max} - 1)}{e_{dm} \ln(1 - r_{cycle})} \quad (26)$$

(19), (21), (23), (26)式を整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{2e_{dm} \ln(1 - r_{cycle})}{2(1-\tau)(\mu_{max} - 1)} - \frac{\tau(\mu_{max} + 1) \ln(1 - r_{cycle})}{2(1-\tau)} \\ + \ln 2e_{dm} + 1 - \ln \frac{-2(1-\tau)(\mu_{max} - 1)}{\ln(1 - r_{cycle})} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、 $n \geq 1$ より、上式の有効範囲は次のように表される。

$$2e_{dm} \geq \frac{-2(1-\tau)(\mu_{max} - 1)}{(1 - r_{cycle}) \ln(1 - r_{cycle})} \quad (28)$$

(27), (28)式の解として、 $2e_{dm}$ が得られる。

(15)~(28)式の誘導は、系が初期弾性限歪エネルギーを蓄えた後、少なくとも $r_{cycle} E_{dm}$ の地震入力エネルギーがあることを前提としている。しかし、入力エネルギー指標 e_{dm} が極端に小さいときには、損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} の大部分を弾性歪エネルギーとして蓄え、塑性化後の変形に利用できるエネルギーは $r_{cycle} E_{dm}$ より小さくなる。このとき生じる最大塑性率 μ_{max} は小さく、繰り返し塑性履歴を伴わなくても、弾性状態から $r_{cycle} E_{dm}$ 以下のエネルギーが入力されることで到達できる。初期状態から単調載荷で最大塑性率 μ_{max} に到達するまでに必要なエネルギーを $0e_{dm} E_y$ とすると、

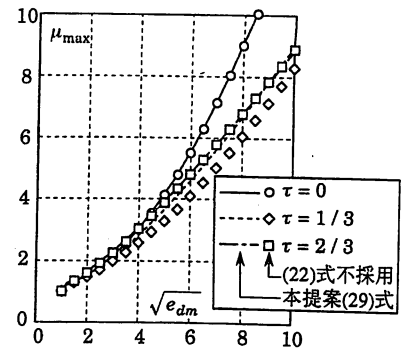


図11 (22)式の仮定による影響

$0e_{dm}$ は e_{dm} の下限値となる。したがって、最大塑性率 μ_{max} に到達するために必要な最小の入力エネルギー指標 e_{dm} は次式で得られる。

$$e_{dm} = \max \{ 0e_{dm}, \min (1e_{dm}, 2e_{dm}) \} \quad (29)$$

ただし、

$$0e_{dm} = 1 + \tau(\mu_{max}^2 - 1) + 2(1 - \tau)(\mu_{max} - 1) \quad (30)$$

(29)式で $e_{dm} = 0e_{dm}$ となるのは、 μ_{max} が小さい領域に限られており、 $r_{cycle} = 0.25$ とすると μ_{max} が 7/6 程度以下、 $r_{cycle} = 0.4$ とすると μ_{max} が 4/3 程度以下の時である。

(29)式は、塑性率 μ_i の平均値を $(\mu_{max} + 1)/2$ とするという(22)式の仮定に基づいている。しかし、この仮定を用いなくても、各半サイクルの地震入力エネルギー ΔE_i を(11)式とし、入力される順番を適当に仮定すれば、(18)式から μ_n は計算できる。 μ_n が最大になるように ΔE_i が入力される順番を変化させて、最大塑性率 μ_{max} を(18)式から算定した。このように(22)式の仮定を用いずに求めた μ_{max} の値を図11に \diamond の記号で示し、線で示した(29)式による値と比較する。図11に示すように、 $\tau = 0$ では両者は完全に一致し、全体的には、塑性

率 μ_i の平均値を $(\mu_{max} + 1)/2$ とするという(22)式の仮定は、最大塑性率 μ_{max} を若干過大評価する傾向をもっている。なお、この図11も $r_{cycle} = 0.25$ として計算している。

(29)式による結果を地震応答解析結果と比較する。図12は、降伏耐力を変化させて、損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} を一定としたときの最大せん断力 Q_{max} と最大変位 δ_{max} の値を、弾性時の最大値 (eQ_{max} , $e\delta_{max}$) で無次元化して示している。応答解析パラメータは次の通りである。

- ・ 固有周期 T_0 : 0.5, 1, 1.5 秒の3種
- ・ 第2分枝剛性比 τ : 0.0, 1/3, 2/3 の3種
- ・ 耐力比 Q_y / eQ_{max} : 0.05~1 の20種

入力地震動は表1に示した12種であり、 E_{dm} を一定とするために加速度を調整(増幅または低減)している。図12では、表1のマークを使って各入力地震動に対する応答値を示している。

図12には、 $r_{cycle} = 0.25$ としたときの予測結果を太線で示し、 $r_{cycle} = 0.4$ としたときの予測結果を細線で示している。 $r_{cycle} = 0.25$

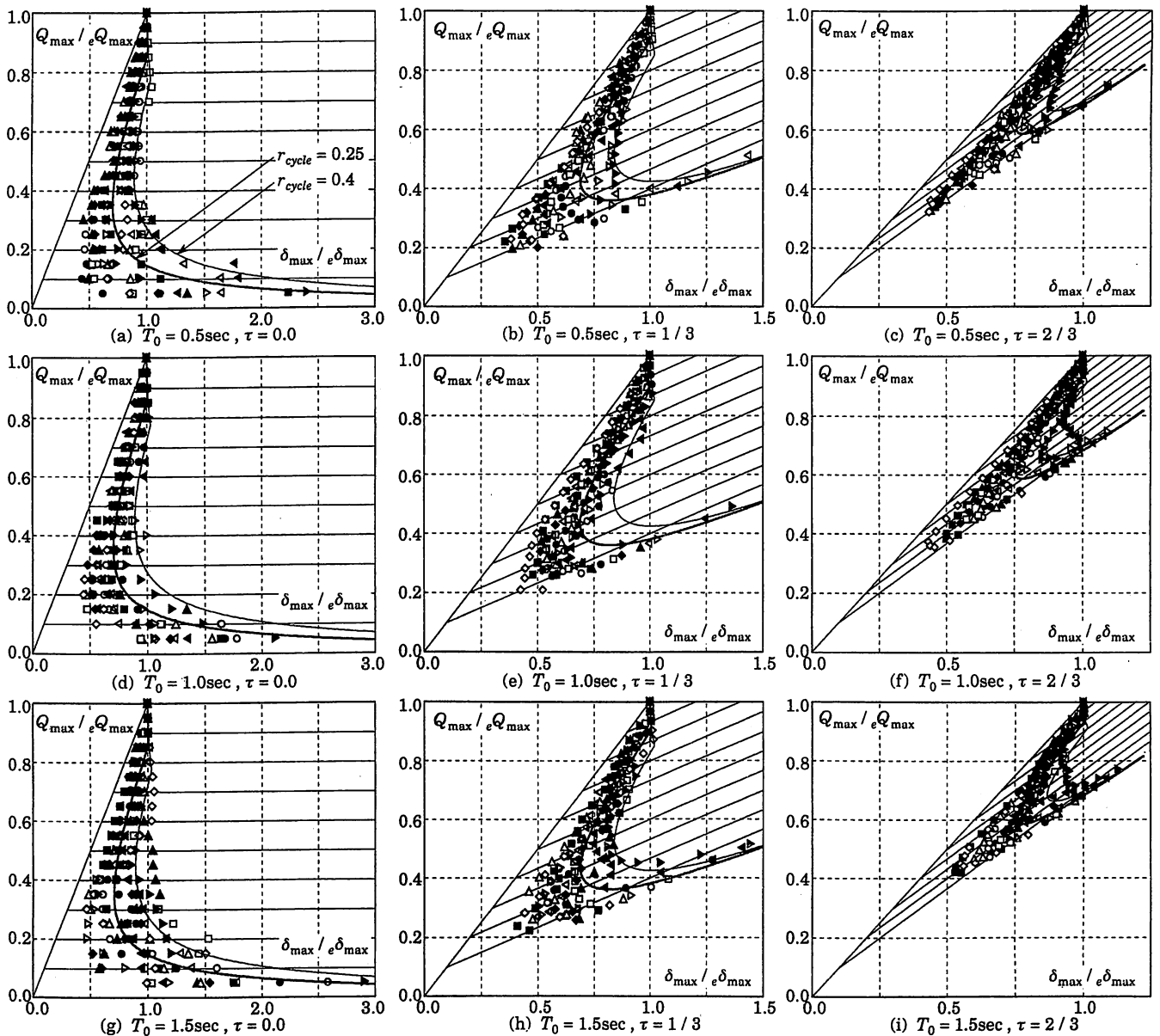


図12 E_{dm} を一定としたときの最大応答値

とて求めた太線は概ね応答の平均的な値を与えており、太線を越える応答値は直下型地震(◀◁▶▶印)に関するものが多い。一方、 $r_{cycle} = 0.4$ とし求めた細線は、直下型地震に対する応答を含め、大部分の応答値に対して上限値を与えている。(29)式が変位応答の上限値予測を目的としているにもかかわらず、予測値を上回る応答値が現れるのは、図6にも示したように、個々の応答における $\Delta E_{dm} / E_{dm}$ の値は大きくなればつきをもつためである。

図12によると、弾性時の最大せん断力応答より降伏耐力を少し低下させても最大変位応答はほとんど変わらないが、更に降伏耐力を低下させると最大変位応答は徐々に減少し、ある降伏耐力を境に更に降伏耐力を減少させると最大変位応答が急増する傾向²³⁾が、いずれの応答にも現れている。本提案式による値は、応答値のこのような傾向を良く捉えている。

図12に示す $\tau = 1/3$ のBilinear系の応答値では、履歴減衰効果によって適切な降伏耐力をもつ弾塑性系の最大変位応答が弾性系より小さくなるという傾向が、特に明確に現れている。弾塑性系の最大変位応答は同じ固有周期の弾性系の最大変位応答とあまり変わらないという傾向は、変位一定説^{9,13,24)}として既に良く知られている。本提案は、この変位一定説と矛盾しない結果を与えながら、履歴減衰効果を明確にし、極端に降伏耐力が低い系の挙動までを連続的に表現したものとなっている。

4. 結論

本論では、半サイクルの地震入力エネルギー ΔE を、弾性歪エネルギーと塑性変形による消費エネルギーの和 $E_e + E_p$ が極大値をとった時の、それ以前の $E_e + E_p$ の極大値の最大値からの増大量と定義して、半サイクルの地震入力エネルギー ΔE と損傷に寄与する地震入力エネルギー E_{dm} の比について検討した。その結果を要約すると、以下のようなになる。

- [1] ΔE と E_{dm} の比の最大値を、半サイクルの最大地震入力エネルギー率 r_{cycle} と定義すると、 r_{cycle} は地震波形や第2分枝剛性比、塑性変形の相対的な大きさなどによって変動する。特に、直下型地震に対する応答や、第2分枝剛性比が大きい系の応答では r_{cycle} が大きくなる傾向がある。
- [2] 最大応答値を予測するための r_{cycle} の値としては、通常0.25程度が適当であり、直下型地震を受ける第2分枝剛性比 τ が大きい系の応答を含めて、あくまで上限値を求めることが目的であれば0.4程度が適当である。
- [3] 半サイクルの地震入力エネルギーの内大きいものから順に和を取れば、その値は(12)式で近似できる。

また、本論では、このように定量化した半サイクルの地震入力エネルギーを用いて、半サイクル毎のエネルギーの釣合から系の最大変位応答と損傷に寄与する地震入力エネルギーの関係式を求めた。その結果は、変位一定説と類似した結果を与えるが、下記の2つの現象も連続的に表現できるものとなっている。

- (i) 履歴減衰効果によって、適切な降伏耐力・適切な第2分枝剛性比をもつ系の最大変位応答は同じ固有周期をもつ弾性系の最大変位応答より小さくなる。
- (ii) 降伏耐力を極端に小さくすると、同じ固有周期をもつ弾性系に比べて、最大変位応答がかなり大きくなる。

謝辞

本研究は、文部省科学研究費補助金(基盤研究C)の助成を受けて行いました。また、本研究を進めるにあたっては、京都大学 井上一朗教授より貴重なご助言を頂きました。

参考文献

- 1) 棚橋諒：地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見，建築雑誌，1935.5
- 2) G. W. Housner：Limit Design of Structures to Resist Earthquakes, Proc. of 1st WCEE, Berkeley, California, pp.5.1-5.13, 1956.6
- 3) G. W. Housner：Behaviour of Structures during Earthquakes, ASCE, Vol.85, No.EM4, pp.109-129, 1959.10
- 4) 加藤勉，秋山宏：強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷，日本建築学会論文報告集，第235号，pp.9-18, 1975.9
- 5) 秋山宏：建築物の耐震極限設計，初版，1980.9
- 6) 日本建築学会：建築耐震設計における保有耐力と変形性能(1990)，pp.261-337, 1990.10
- 7) 小川厚治・黒羽啓明・待鳥賢治：強震をうける1自由度系の正負2方向の損傷分布に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第481号，pp.117-126, 1996.3
- 8) 小川厚治・井上一朗・小野聡子：柱・梁を弾性域に留める履歴ダンパー付架橋の設計耐力(1質点系による考察)，JSSC鋼構造論文集，第5巻第17号，pp.13-28, 1998.3
- 9) 桑村仁，伊山潤，竹田拓也：地震動のエネルギー入力率スペクトルの特性(変位一定説とエネルギー一定説の調和)，日本建築学会構造系論文集，第498号，pp.37-42, 1997.8
- 10) 井上範夫，堀則男，中村孝也：RC構造物の応答に対する地震動のエネルギー入力性状の影響，コンクリート工学年次論文集，Vol.19, No.2, pp.531-536, 1997.6
- 11) 中村孝也・堀則男・井上範夫：地震動エネルギーの入力過程を考慮した鉄筋コンクリート造建物の応答最大変形推定法，構造工学論文集，Vol.44B, pp.359-368, 1998.3
- 12) 岩崎智哉・堀則男・井上範夫：瞬間入力エネルギーによる地震時応答変形の推定，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造II, pp.483-484, 1998.9
- 13) A.S. Veletsos and N.M. Newmark：Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions, Proc. of 2nd WCEE, Tokyo and Kyoto, pp.895-912, 1960
- 14) 松村和雄：完全弾塑性構造物の降伏耐力と塑性率の関係，日本建築学会中国・九州支部研究報告，第10号，pp.229-232, 1996.3
- 15) 谷本憲郎・小川厚治：塑性化に伴う鋼構造骨組の地震入力エネルギーの変動に関する研究，JSSC鋼構造論文集，第6巻第23号，pp.71-79, 1999.9
- 16) 小川厚治・井上一朗・中島正愛：損傷に寄与する地震入力エネルギーに関する研究，日本建築学会構造系論文集，第530号，2000.4掲載予定
- 17) 井上一朗：「地震動のエネルギー入力率スペクトルの特性」に関する討論，日本建築学会構造系論文集，第511号，pp.169-170, 1998.9
- 18) 萩原豊：1サイクル間の地震動のエネルギー入力特性と累積的損傷下の耐震裕度評価法，電力中央研究所報告，pp.1-20, 1992.10
- 19) 日本建築学会：免震構造設計指針，pp.454-458, 1993.12
- 20) 高橋誠，秋山宏：1995年兵庫県南部地震神戸海洋気象台記録に基づくエネルギー入力について，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造II, pp.213-214, 1995.8
- 21) 桑村仁，竹田拓也，佐藤義也：地震動の破壊力指標としてのエネルギー入力率(直下型地震と海洋型地震の比較)，日本建築学会構造系論文集，第491号，pp.29-36, 1997.1
- 22) 多田元英：1層1スパン鋼骨組の層間変位速度応答に関する考察，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造III, pp.745-746, 1996.9
- 23) J. Penzien：Elasto-Plastic Response of Idealized Multi-Story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquake, Proc. of 2nd WCEE, Tokyo and Kyoto, pp.739-760, 1960
- 24) 桑村仁，伊山潤，竹田拓也：井上一朗氏の討論に関する回答，日本建築学会構造系論文集，第511号，pp.171-172, 1998.9