

ハイゲインフィードバックに基づくロバスト適応 バックステッピング制御とそのCSTR制御への応用*

水本郁朗^{*1}, 道野隆二^{*2}, 岩井善太^{*1}
Ratna Bhushan Gopaluni^{*3}, Sirish L. Shah^{*3}

Robust Adaptive Backstepping Control Based on High-Gain Feedback and Its Application to a CSTR Control

Ikuro MIZUMOTO^{*4}, Ryuji MICHINO, Zenta IWAI,
Ratna Bhushan GOPALUNI and Sirish L. SHAH

^{*4} Department of Mechanical Engineering and Materials Science, Kumamoto University,
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

In this paper, we propose a robust adaptive control for uncertain nonlinear systems via backstepping procedure based on high gain feedback strategy. It is shown that one can design a stable adaptive control system provided that the uncertain nonlinearities can be evaluated by an unknown constant and a known nonlinear function which give upper bounds of uncertainties. The effectiveness of the proposed methods is demonstrated by a simulation for a CSTR model.

Key Words: Robust Adaptive Control, Nonlinear System, Process Control, High-Gain Feedback, Backstepping

緒 言

非線形システムの制御に関して，“フィードバック線形化”や“受動化”手法は、非線形制御理論の応用という面で重要かつ興味深い結果として知られている^{(1)~(3)}。しかしこれらの手法は、基本的には、対象システムが既知でなければならないことから、実用に際しては、対象システムのもつ不確かさに対する対策が必要となる。適応制御は、このようなシステムの不確かさに対する問題を解決する一つの手法として知られており、’90年代の初めには、非線形システムに対するさまざまな適応制御手法が提案されている^{(4)~(9)}。しかし、これらのほとんどの手法において、何らかの制約が課せられていた。例えば、文献(4)～(6)の手法では、マッチング条件を満たすフィードバック線形化可能なシステムに対象が限定されており、また、文献(7)～(9)の手法では、マッチング条件は必要としないが、文献(7)においては、非線形性に Lipschitz で

なければならぬという制約があり、また、文献(8)、(9)では“control Lyapunov function”的情報が既知でなければならない、などの制約が課せられていた。

適応バックステッピング手法は、このような問題を回避する手法の一つとして’90年代初めに提案された新しい制御手法である⁽¹⁰⁾。この手法は、対象システムが“parametric feedback form”⁽¹¹⁾と呼ばれるシステム表現に変換可能でなければならないが、マッチング条件は必要なく、また Lipschitz 条件を満足しないより広い範囲の非線形性に対しても適用可能である。しかし、この手法も対象システムは、パラメトリックな不確かさをもつシステム、すなわち、不確かさが既知関数と未知定数の線形和で表されるものに限定されていた。しかし、実際の多くのシステムは、当然パラメトリックに表現できない不確かさをもつ場合も多くあることから、ノンパラメトリックな不確かさをもつ非線形システムに対する、よりロバストな制御手法を考えることは、実用性という面からも重要であると思われる。このようなことから、近年、ノンパラメトリックな不確かさをもつ非線形システムに対する手法がいくつか提案されている^{(12)~(17)}。しかしながら、そのほとんどの手法において、制御入力項にかかる不確かな非線形項はパラメトリックなものに限定されていた。

* 原稿受付 2003年1月23日。

*¹ 正員、熊本大学工学部(〒860-8555 熊本市黒髪2-39-1)。

*² 熊本大学大学院自然科学研究科。

*³ アルバータ大学(カナダ)。

E-mail: ikuro@gpo.kumamoto-u.ac.jp

文献(14)では入力項に不確かさが存在する場合の適応制御系の構成法を提案しているが、この場合の入力項の不確かさは符号が未知な定数である。

本報告では、ノンパラメトリックな不確かな非線形項をもつ strict-feedback 非線形システムに対し、ハイゲインフィードバック手法を用いたバックステッピング法に基づくロバスト適応追従制御系設計法の提案を行う。また、提案手法の有効性を CSTR(Continuous Stirred Tank Reactor)の制御シミュレーションにより検証する。提案手法は、制御入力項にもノンパラメトリックな不確かさが存在するより一般的な非線形システムに対しても適用可能であり、また、各制御系構成ステップにおける調整パラメータは一つであることから、一般の適応バックステッピング手法により構成される制御系よりも構造が簡単となる特徴をもっている。

1. 問題設定

つぎのように表される n 次の 1 入出力非線形系を考える。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x, t) + g_1(x, t)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x, t) + g_2(x, t)x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= f_{n-1}(x, t) + g_{n-1}(x, t)x_n \\ \dot{x}_n &= f_n(x, t) + \beta(x, t)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad \dots \quad (1)$$

ここに、 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ は、状態ベクトルであり、 $y \in R$ は出力、 $u \in R$ は制御入力である。 f_i, g_i および β は滑らかな未知の非線形項である。

このシステム(1)に対し、以下の仮定をおく。

[仮定 A]

(A-1) 未知非線形関数 $f_i(x, t)$ に対し、

$$|f_i(x, t)| \leq f_{0i} |f_{Mi}(x_1, \dots, x_i)|$$

なる関係を満足する未知正定数 f_{0i} および滑らかな既知関数 $f_{Mi}(x_1, \dots, x_i)$ が存在する。

(A-2) 未知非線形関数 $g_i(x, t)$ に対し、

$$0 < g_{mi} \leq g_i(x, t) \leq g_{0i} |g_{Mi}(x_1, \dots, x_{i+1})|$$

なる関係を満足する未知正定数 g_{mi}, g_{0i} および滑らかな既知関数 $g_{Mi}(x_1, \dots, x_{i+1})$ が存在する。

(A-3) 未知非線形関数 $\beta(x, t)$ に対し、

$$0 < \beta_m \leq \beta(x, t)$$

なる未知定数 β_m が存在する。

このとき制御目的は、出力 y が与えられた規範信号 y_r に追従する、すなわち、与えられた微小定数 δ に対し、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y - y_r| \leq \delta \quad \dots \quad (2)$$

を満足する適応制御器を設計することである。ここに、 y_r は、以下の条件を満足する信号である。

$$|y_r(t)| \leq d_0, |\dot{y}_r(t)| \leq d_1 \quad \forall t \in (0, \infty)$$

(注意 1) 仮定のもと、システム(1)は、strict-feedback または pure-feedback 非線形系と考えることができる。

2. ハイゲインフィードバックに基づくロバスト適応バックステッピング

2.1 バックステッピング法による適応制御系構成

ここでは、仮定(A-1)～(A-3)を満足するシステム(1)に対し、適応ハイゲインフィードバック手法を用いた Backstepping 法による適応制御系の設計法を示す。

Step 1:

追従誤差として新しい変数： $z_1 = x_1 - y_r = y - y_r$ を定義する。 z_1 -システムは

$$\dot{z}_1 = f_1(x, t) + g_1(x, t)x_2 - \dot{y}_r \quad \dots \quad (3)$$

と表される。このとき、 \dot{z}_1 -方程式の中の x_2 に対する仮想入力 a_1 を以下のように構成する。

$$a_1 = -\hat{k}_{11}z_1 \quad \dots \quad (4)$$

\hat{k}_{11} は適応的に調整されるフィードバックゲインであり、以下のように調整する。

$$\hat{k}_1 = \hat{k}_{11} + \hat{k}_{1P}$$

$$\dot{\hat{k}}_{11} = \gamma_{11}D(z)z_1^2, \hat{k}_{11}(0) \geq 0, \gamma_{11} > 0 \quad \dots \quad (5)$$

$$\hat{k}_{1P} = \gamma_{1P}\eta_1, \eta_1 = f_{M1}^2, \gamma_{1P} > 0$$

ここに、

$$D(z) = \begin{cases} 0 & \text{for } z \in Q_{z0} \\ 1 & \text{for } z \in Q_{z1} \end{cases} \quad \dots \quad (6)$$

$$Q_{z0} = \{z \in R^n \mid \|z\|^2 \leq \delta_z\}$$

$$Q_{z1} = \{z \in R^n \mid \|z\|^2 > \delta_z\}$$

と定義する。ただし、 $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$ であり、 $z_i, i = 2, \dots, n$ は後で定める信号である。

さて、ここで $z \in Q_{z1}$ に対し、つぎの正定値関数 V_1 を考える。

$$V_1 = \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{g_{m1}}{2\gamma_{11}}(\hat{k}_{11} - k_1^*)^2 \quad \dots \quad (7)$$

ここに、 $k_1^* > 0$ は、後で決定される \hat{k}_{11} に対する未知理想フィードバックゲインである。このとき、 V_1 の時間微分は、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= f_1(x, t)z_1 + g_1(x, t)(a_1 + z_2)z_1 \\ &\quad - \dot{y}_r z_1 + g_{m1}(\hat{k}_{11} - k_1^*)z_1^2 \end{aligned} \quad \dots \quad (8)$$

ここに $z_2 = x_2 - a_1$ である。式(4)～(6)で与えた a_1 の構造から

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= f_i(x, t)z_i - g_i(x, t)\hat{k}_{1I}z_i^2 - g_i(x, t)\hat{k}_{1P}z_i^2 \\ &\quad + g_i(x, t)z_1z_2 - \dot{y}_r z_i + g_{m1}(\hat{k}_{1I} - k_i^*)z_i^2\end{aligned}\dots\dots\dots(9)$$

を得る。ここで式(5)より、 $\hat{k}_{1I} \geq 0$ であることおよび仮定(A-2)から

$$\begin{aligned}-g_i(x, t)\hat{k}_{1I}z_i^2 + g_{m1}(\hat{k}_{1I} - k_i^*)z_i^2 \\ \leq -g_{m1}\hat{k}_{1I}z_i^2 + g_{m1}(\hat{k}_{1I} - k_i^*)z_i^2 \\ = -g_{m1}k_i^*z_i^2\dots\dots\dots(10)\end{aligned}$$

また、仮定(A-1)および式(5)より、

$$\begin{aligned}f_i(x, t)z_i - g_i(x, t)\hat{k}_{1P}z_i^2 \\ \leq f_{01}|f_{M1}||z_1| - g_{m1}\gamma_{1P}f_{M1}^2z_1^2 \\ \leq \frac{f_{01}^2}{4g_{m1}\gamma_{1P}}\dots\dots\dots(11)\end{aligned}$$

を得る。よって、 $|\dot{y}_r| \leq d_1$ であることより、 \dot{V}_1 は任意正定数 ρ_1 を用いて、

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &\leq -g_{m1}k_i^*z_i^2 + d_1|z_1| + \frac{f_{01}^2}{4g_{m1}\gamma_{1P}} + g_i(x, t)z_1z_2 \\ &\leq -g_{m1}k_i^*z_i^2 + \rho_1z_i^2 - \rho_1z_i^2 + d_1|z_1| \\ &\quad + \frac{f_{01}^2}{4g_{m1}\gamma_{1P}} + g_i(x, t)z_1z_2 \\ &\leq -(g_{m1}k_i^* - \rho_1)z_i^2 + R_1 + g_i(x, t)z_1z_2\end{aligned}\dots\dots\dots(12)$$

と評価できる。ここに、

$$R_1 = \frac{d_1^2}{4\rho_1} + \frac{f_{01}^2}{4g_{m1}\gamma_{1P}}\dots\dots\dots(13)$$

である。

Step i : ($2 \leq i \leq n-1$)

ステップ i では、 \dot{z}_i -方程式の x_{i+1} に対する仮想入力 α_i をつきのように設計する。ここに、 $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ である。

$$\alpha_i = -\hat{k}_{ii}z_i\dots\dots\dots(14)$$

ここに、 \hat{k}_{ii} は適応的に調整されるフィードバックゲインであり、以下のように調整する。

$$\begin{aligned}\hat{k}_i &= \hat{k}_{ii} + \hat{k}_{ip} \\ \dot{\hat{k}}_{ii} &= \gamma_{ii}D(z)z_i^2, \quad \hat{k}_{ii}(0) \geq 0, \quad \gamma_{ii} > 0 \\ \hat{k}_{ip} &= \gamma_{ip}\eta_i \\ \eta_i &= f_{Mi}^2 + \sum_{k=1}^{i-1} \left(f_{Mk} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{k=1}^{i-1} \left(g_{Mk} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} \right)^2 \\ &\quad + \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{k}_{ki}} z_k^2 \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \right)^2 + (g_{Mi-1}z_{i-1})^2\end{aligned}\dots\dots\dots(15)$$

なお、 α_{i-1} の時間微分が³

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_{i-1} &= \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k(x, t) + g_k(x, t)x_{k+1}) \\ &\quad + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{k}_{ki}} \dot{\hat{k}}_{ki} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \dot{y}_r\dots\dots\dots(16)\end{aligned}$$

と表されることから、 \dot{z}_i -方程式は、

$$\begin{aligned}\dot{z}_i &= f_i(x, t) + g_i(x, t)x_{i+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{k}_{ki}} \dot{\hat{k}}_{ki} \\ &\quad - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \dot{y}_r - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k(x, t) + g_k(x, t)x_{k+1})\end{aligned}\dots\dots\dots(17)$$

と表される。この z_i -システムに対し、 $z \in \Omega_{z1}$ において、つぎの正定値関数

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}z_i^2 + \frac{g_{mi}}{2\gamma_{ii}}(\hat{k}_{ii} - k_i^*)^2\dots\dots\dots(18)$$

を定義する。ここに、 $k_i^* > 0$ は、後で決定される \hat{k}_{ii} に対する未知理想フィードバックゲインである。このとき、 V_i の時間微分は、ステップ 1 と同様の手順で

$$\begin{aligned}\dot{V}_i &\leq -(g_{m1}k_i^* - \rho_1)z_i^2 + \sum_{k=2}^{i-1} g_{mk}k_k^*z_k^2 \\ &\quad + g_{i-1}(x, t)z_{i-1}z_i + f_i(x, t)z_i - g_i(x, t)\hat{k}_{ii}z_i^2 \\ &\quad - g_i(x, t)\hat{k}_{ip}z_i^2 + g_i(x, t)z_iz_{i+1} \\ &\quad - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k(x, t) + g_k(x, t)x_{k+1})z_i \\ &\quad - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{k}_{ki}} \dot{\hat{k}}_{ki}z_i - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \dot{y}_r z_i + g_{mi}(\hat{k}_{ii} - k_i^*)z_i^2\end{aligned}\dots\dots\dots(19)$$

となる。ここで、式(15)より、 $\hat{k}_{ii} \geq 0$ であることおよび仮定(A-2)より

$$\begin{aligned}-g_i(x, t)\hat{k}_{ii}z_i^2 + g_{mi}(\hat{k}_{ii} - k_i^*)z_i^2 \\ \leq -g_{mi}\hat{k}_{ii}z_i^2 + g_{mi}(\hat{k}_{ii} - k_i^*)z_i^2 \\ \leq -g_{mi}k_i^*z_i^2\dots\dots\dots(20)\end{aligned}$$

であり、さらに仮定(A-1)(A-2)および式(15)より

$$\begin{aligned}g_{i-1}(x, t)z_{i-1}z_i + f_i(x, t)z_i \\ - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k(x, t) + g_k(x, t)x_{k+1})z_i \\ - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \dot{y}_r z_i - \sum_{k=1}^{i-1} \gamma_{ki} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{k}_{ki}} z_k^2 z_i - g_i(x, t)\hat{k}_{ip}z_i^2 \\ \leq g_{0i-1}|f_{Mi-1}||z_{i-1}||z_i| + f_{0i}|f_{Mi}||z_i| \\ + \sum_{k=1}^{i-1} \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| (f_{0k}|f_{Mk}| + g_{0k}|g_{Mk}||x_{k+1}|)|z_i| \\ + d_1 \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \right| |z_i| + \sum_{k=1}^{i-1} \gamma_{ki} \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{k}_{ki}} \right| z_k^2 |z_i| \\ - g_{mi}\gamma_{ip} \left\{ f_{Mi}^2 + \sum_{k=1}^{i-1} \left(f_{Mk} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \right)^2 + \sum_{k=1}^{i-1} \left(g_{Mk} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} \right)^2 \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{k}_{ki}} z_k^2 \right)^2 + (g_{Mi-1}z_{i-1})^2 \right\} z_i^2 \\ \leq \frac{1}{4g_{mi}\gamma_{ip}} \left(\sum_{k=1}^i f_{0k}^2 + \sum_{k=1}^{i-1} g_{0k}^2 + d_1^2 + \sum_{k=1}^{i-1} \gamma_{ki}^2 + g_{i-1}^2 \right)\end{aligned}\dots\dots\dots(21)$$

であることから、 \dot{V}_i は結局つぎのように評価できる。

$$\dot{V}_i \leq -(g_{m1} - \rho_1)z_i^2 - \sum_{k=2}^{i-1} g_{mk}k_k^*z_k^2 + g_i(x, t)z_iz_{i+1}$$

束することがわかる。このことは、

を意味している。すなわち、

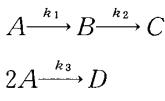
がいえる。 [終了]

(注意2) 式(32)において設定される k_i^* は、既知である必要はない。なぜなら、制御器のフィードバックゲインは、式(15), (25)の適応則によって適応的に決定され、制御系構成に k_i^* の情報は必要とされないからである。

3. CSTR システムに対する制御系設計

ここでは、2章で示したロバスト適応バックステッピング手法を用いた完全混合タンク反応器(CSTR)の制御を考える。対象とするCSTRモデルとしては、文献(18), (19)で与えられている厳密なCSTRモデルを考える。このCSTRモデルは、強い非線形特性や不安定ゼロダイナミクスをもった非常に制御の難しい対象として知られている。

3・1 CSTR システムのモデル表現 多くの化学プロセスにおいて、所望の生成物を生む反応は、平行して不要な生成物を作る反応も起こす。対象とする CSTR システムでは、つぎのような反応を考えている。



ここに A は反応物, B は所望の生成物, C, D は不要な生成物であり, k_i は反応速度である.

冷却筒のある上記の物質 A から物質 B が生成される反応器のダイナミクスは、つぎのように表される⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。

$$\begin{aligned}\dot{c}_A &= \frac{\dot{V}}{V_R} (c_{A0} - c_A) - k_1(v)c_A - k_3(v)c_A^2 \\ \dot{c}_B &= -\frac{\dot{V}}{V_R}c_B + k_1(v)c_A - k_2(v)c_B \\ \dot{v} &= \frac{\dot{V}}{V_R}(v_0 - v) + C_1(v_K - v) \\ &\quad - \frac{1}{\rho C_p} (k_1(v)c_{AD_1} + k_2(v)c_{BD_2} + k_3(v)c_A^2 d_3) \\ \dot{v}_K &= \frac{1}{m}Q_K + \frac{C_2}{m}(v - v_K) \quad \dots \dots \dots \quad (40)\end{aligned}$$

ここに, c_A, c_B ($c_A \geq 0, c_B \geq 0$) は A, B の濃度である. また v は反応器内部の温度であり, v_K は冷却筒内部の温度である. どちらの温度も絶対温度 K で表す.

c_{A0} , v_0 は、ある最適点における A の濃度および温度である。また化学反応の速度はつぎのように仮定でき

Table 1 Process parameters

Symbol	Values	unites
k_{10}	3.575×10^8	sec^{-1}
k_{20}	3.575×10^8	sec^{-1}
k_{30}	2.512×10^6	mol A. sec^{-1}
E_1	-9758.3	degK
E_2	-9758.3	degK
E_3	-8560	degK
d_1	4.20	kJ/mol A
d_2	-11.0	kJ/mol B
d_3	-41.85	kJ/mol A
ρ	0.9342	kg/l
C_p	3.01	kJ/kg.K
C_1	85.6347×10^{-4}	sec^{-1}
C_2	0.2408	kJ/sec.K
m	10.0	kJ/K
V_R	0.01	m^3

るものとする。

$$k_i(v) = k_{i0} \exp \frac{E_i}{v}, \quad i=1, 2, 3 \quad \dots \dots \dots \quad (41)$$

また物理定数、化学定数を表 1 に示す。

さて、式(40)において、 $x = [c_A, c_B, v, v_K]^T$ とおき、
 $u_1 = \dot{V}/V_R$, $u_2 = Q_K$ とおけば、

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= u_1(c_{40} - x_1) - k_1(x_3)x_1 - k_3(x_3)x_1^2 \\ \dot{x}_2 &= -u_1x_2 + k_1(x_3)x_1 - k_2(x_3)x_2 \\ \dot{x}_3 &= u_1(v_0 - x_3) + C_1(x_4 - x_3) \\ -\frac{1}{\rho C_p}(k_1(x_3)x_1d_1 + k_2(x_3)x_2d_2 + k_3(x_3)x_1^2d_3) \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{m}u_2 + \frac{C_2}{m}(x_3 - x_4) \quad \dots \dots \dots (42)\end{aligned}$$

を得る。 u_1, u_2 は、それぞれ反応器の容量で正規化された物質 A の流入速度、および熱移動量で与えられる制御入力である。ここで状態変数 x_1, x_2, x_3 をある微小正定数 δ_v を用いて、つぎのように仮定する。

$$c_{A0} > x_1 > x_2 > 0, \quad x_3 > \delta_V \quad \dots \dots \dots \quad (43)$$

さらに, $E_1 = E_2$, $k_{10} = k_{20}$ とし, E_1 の上界 E_{01} と c_{A0} は既知とする.

これらの仮定のもと、つぎの新しい変数を定義する。

ここに $E(>E_{01})$ および $k_n (>0)$ は任意に与えられる設計パラメータである (k_n は適切なスケーリング要素である). このとき, 式(42)はつぎのようによく表すことができる.

$$\dot{x}_1 = -\bar{k}_1(\bar{x}_3)x_1 - \bar{k}_3(\bar{x}_3)x_1^2 + (c_{A0} - x_1)u_1$$

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_3 &= -\bar{x}_3 \frac{\left[\ln \frac{\bar{x}_3}{k_n}\right]^2}{E} \left[u_1 \left(v_0 - \frac{E}{\ln \frac{\bar{x}_3}{k_n}} \right) - \frac{C_1 E}{\ln \frac{\bar{x}_3}{k_n}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\rho C_p} (\bar{k}_1(\bar{x}_3)(x_1 d_1 + x_2 d_2) + \bar{k}_3(\bar{x}_3)x_1^2 d_3) \right] \\ &\quad - \bar{x}_3 \frac{C_1}{E} \left[\ln \frac{\bar{x}_3}{k_n} \right]^2 x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{C_2}{m} \left(\frac{E}{\ln \frac{\bar{x}_3}{k_n}} - x_4 \right) + \frac{1}{m} u_2 \end{aligned} \quad (45)$$

ここに

$$\begin{aligned}\bar{k}_1(\bar{x}_3) &= k_{10} \left(\frac{\bar{x}_3}{k_n} \right)^{\frac{E_1}{E}}, \bar{k}_3(\bar{x}_3) = k_{30} \left(\frac{\bar{x}_3}{k_n} \right)^{\frac{E_3}{E}}, \\ \bar{k}_0(\bar{x}_3) &= \frac{k_{10}}{k_n} \left(\frac{\bar{x}_3}{k_n} \right)^{\frac{E_1-E}{E}} \end{aligned} \quad (46)$$

である。 E_i が負の定数であり、 E は $E_1 < E$ となるように選ばれていることから、 $\bar{k}_i(\bar{x}_3)$, $i=0, 1, 3$ は任意の $x_3 > 0$ に対して有界である。

ここで制御目的は、 x_2 の濃度を所望の値にすることと、同時に比率 x_2/x_1 の値を所望の値にすることである。

(注意3) 式(43)は、物理的および実際の面から考えて、問題のない仮定と思われる。しかし、このような仮定のため、本問題は理論的には、大域的な結果とはならない。

3・2 適応制御系設計 CSTRシステムに対して2・1節で提案した適応制御系を設計する際、式(45)においてシステムを x_1 -システムと (x_2, \bar{x}_3, x_4) -システムとに分ける。 x_1 システムにおいては、 u_1 を制御入力とし、提案した適応制御系によって状態変数 x_1 を規範出力 x_{1r} に追従させる。 (x_2, \bar{x}_3, x_4) -システムにおいては、 u_2 を制御入力として、 x_2 を x_{2r} に追従させる適応制御系を構成する。 u_2 を構成する際には u_1 は既知として取扱う。

式(1)との対応を考えると式(45)から x_1 -システムはつぎのように表現できる。

$$\dot{x}_1 = f_1(x) + (c_{A0} - x_1)u_1 \quad (47)$$

また (x_2, \bar{x}_3, x_4) -システムは u_1 が既知であるので、 x_1 -システム同様つぎのように表現できる。

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= f_2(x, t) + g_2(x)(x_1 - x_2)\bar{x}_3 \\ \dot{\bar{x}}_3 &= f_3(x, t) + g_3(x)x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_4(x) + g_4(x)u_2\end{aligned} \quad (48)$$

式(43)で与えた仮定とシステム表現式(47), (48)から f_i, g_i は仮定(A-1)–(A-3)を満足することがわかる。

Part I : 式(43)から $(c_{A0} - x_1) \neq 0$ であるから、制御入力 u_1 をつぎのように設計する。

$$u_1 = -\hat{k}_1 z_1 / (c_{A0} - x_1) \quad (49)$$

$$\hat{k}_1 = \hat{k}_{1I} + \hat{k}_{1P}$$

$$\dot{\hat{k}}_{1I} = \gamma_{1I} D(z_1) z_1^2, \hat{k}_{1I}(0) \geq 0, \gamma_{1I} > 0$$

$$\hat{k}_{1P} = \gamma_{1P} f_{M1}^2, f_{M1} = x_1 + x_1^2, \gamma_{1P} > 0$$

ここに $z_1 = x_1 - x_{1r}$ である。

Part II : 式(43)から $(x_1 - x_2) \neq 0$ であり、 (x_2, \bar{x}_3, x_4) -システムに対してつぎのように制御入力 u_2 を設計する。

$$u_2 = -\hat{k}_4 z_4 \quad (50)$$

$$\hat{k}_4 = \hat{k}_{4I} + \hat{k}_{4P}$$

$$\dot{\hat{k}}_{4I} = \gamma_{4I} z_4^2, \hat{k}_{4I}(0) \geq 0, \gamma_{4I} > 0$$

$$\hat{k}_{4P} = \gamma_{4P} \eta_4, \gamma_{4P} > 0$$

$$\begin{aligned}\eta_4 &= f_{M4}^2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial x_i} f_{Mi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial x_1} \hat{k}_1 z_1 \right)^2 + (g_{M3} z_3)^2 \\ &\quad + \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial x_2} (x_1 - x_2) \bar{x}_3 \right)^2 + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial \bar{x}_3} f_{M3i} \right)^2 \\ &\quad + \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial \bar{x}_3} g_{M3} x_4 \right)^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial k_{ii}} z_i^2 \right)^2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial x_{ir}} \right)^2\end{aligned}$$

$$\alpha_3 = -\hat{k}_3 z_3 \quad (51)$$

$$\hat{k}_3 = \hat{k}_{3I} + \hat{k}_{3P}$$

$$\dot{\hat{k}}_{3I} = \gamma_{3I} z_3^2, \hat{k}_{3I}(0) \geq 0, \gamma_{3I} > 0$$

$$\hat{k}_{3P} = \gamma_{3P} \eta_3, \gamma_{3P} > 0$$

$$\begin{aligned}\eta_3 &= \sum_{i=1}^4 (f_{M3i})^2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial x_i} f_{Mi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \hat{k}_1 z_1 \right)^2 \\ &\quad + \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (x_1 - x_2) \bar{x}_3 \right)^2 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{k}_{ii}} z_i \right)^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial x_{ir}} \right)^2 + ((x_1 - x_2) z_2)^2\end{aligned}$$

$$\alpha_2 = -\hat{k}_2 z_2 / (x_1 - x_2) \quad (52)$$

$$\hat{k}_2 = \hat{k}_{2I} + \hat{k}_{2P}$$

$$\dot{\hat{k}}_{2I} = \gamma_{2I} z_2^2, \hat{k}_{2I}(0) \geq 0, \gamma_{2I} > 0$$

$$\hat{k}_{2P} = \gamma_{2P} \eta_2, \eta_2 = f_{M2}^2, \gamma_{2P} > 0$$

ここに $z_2 = x_2 - x_{2r}$, $z_3 = \bar{x}_3 - \alpha_2$, $z_4 = x_4 - \alpha_3$ であり、また制御系内の非線形関数はつぎのように与えられる。

$$f_{M2} = u_1 x_2, f_{M31} = \bar{x}_3 \left(\frac{1}{x_3} \right)^2 u_1, f_{M32} = \frac{\bar{x}_3}{x_3} u_1,$$

$$f_{M33} = \frac{\bar{x}_3}{x_3}, f_{M34} = \bar{x}_3 \left(\frac{1}{x_3} \right)^2 (x_1 + x_2 + x_1^2) \quad (53)$$

$$f_{M4} = x_3 - x_4, g_{M3} = \bar{x}_3 \left(\frac{1}{x_3} \right)^2$$

3・3 シミュレーション結果 本シミュレーションにおいて、規範出力はつぎの規範モデルより得られるものとする。

$$x_{r1} = 2.14 + G_1(s)[r_1] \quad (54)$$

$$G_1(s) = \frac{0.02 \times 0.03}{(s+0.02)(s+0.03)}$$

$$r_1 = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < 3500 \\ -0.03 & \text{for } 3500 \leq t \end{cases}$$

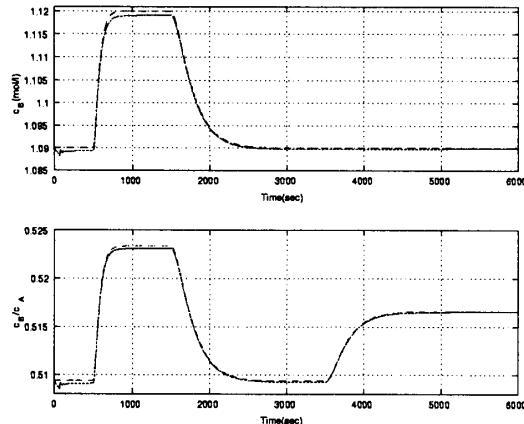


Fig. 1 Tracking results of x_2 and x_2/x_1

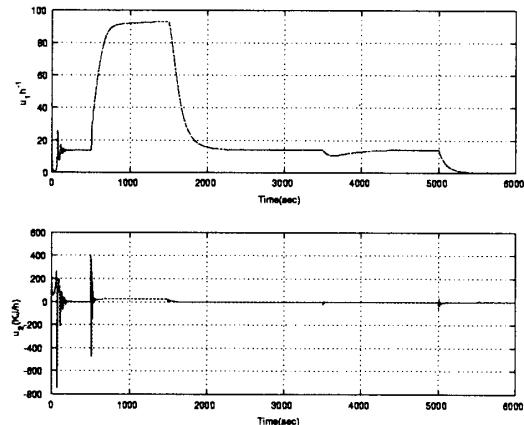


Fig. 2 Control inputs u_1 and u_2

$$G_2(s) = \frac{0.02 \times 0.03}{(s + 0.02)(s + 0.03)}$$

$$r_2 = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < 500 \\ 0.03 & \text{for } 500 \leq t < 1500 \\ -0.03 & \text{for } 1500 \leq t \end{cases}$$

さらに本制御系のロバスト性を検証するため、流入濃度 c_{A0} と温度 v_0 にそれぞれ変化を与えており、もともと既知定数である流入濃度 $c_{A0}=5.10 \text{ mol/l}$ と温度 $v_0=378.05 \text{ deg K}$ において、 c_{A0} に関しては、 $t=5\,000$ から500秒かけて+10%増加させ、また同様に、 v_0 に関しては $t=5\,500$ から500秒かけて+15%増加させている。これらの変化は未知なものとし、制御器では全時間において $c_{A0}=5.10 \text{ mol/l}$, $v_0=378.05 \text{ deg K}$ が用いられている。また本シミュレーションにおける設計パラメータはつぎのように与えている。

$$\gamma_{1I} = 10^5, \gamma_{2I} = 5 \times 10^4, \gamma_{3I} = 5 \times 10^3, \gamma_{4I} = 0.01$$

$$\gamma_{1P} = 1, \gamma_{2P} = \gamma_{3P} = 10^{-8}, \gamma_{4P} = 10^{-8}, \delta_z = 10^{-10}$$

$$\hat{k}_{1I}(0) = \hat{k}_{2I}(0) = \hat{k}_{3I}(0) = \hat{k}_{4I}(0) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (56)$$

状態変数の初期値は $x_1(0)=2.14$, $x_2(0)=1.09$, $x_3(0)=387.2$, $x_4(0)=387.2$ と与えている。また、変数 \bar{x}_3 のパラメータは $E=-9,500$, $k_n=3.575 \times 10^5$ と与えた。

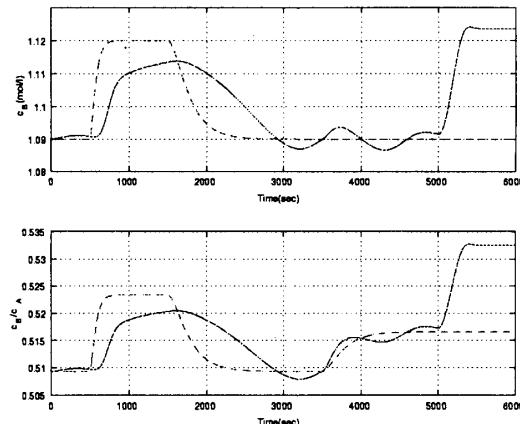


Fig. 3 Tracking results of x_2 and x_2/x_1 by PID controller

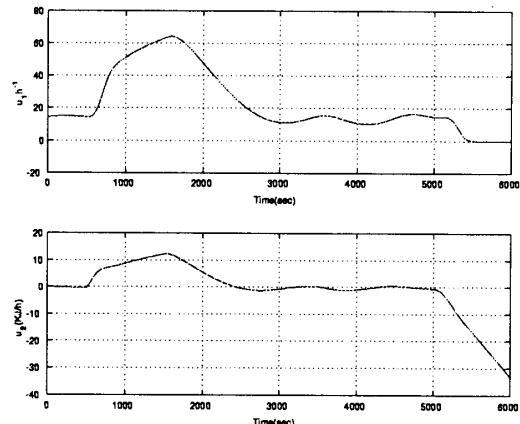


Fig. 4 Control inputs u_1 and u_2 by PID controller

図1, 2に提案手法による制御結果を示す。CSTRモデルのほとんどのパラメータが未知であり、また既知パラメータの変動が起こっているにもかかわらず、提案手法により良好な制御結果が得られていることがわかる。比較として行ったPID制御の結果を図3, 4に示す。試行錯誤により、パラメータを選定したあまりよい結果は得られなかった。

結 言

本報告では、ノンパラメトリックな不確かさを有する非線形システムに対するロバスト適応制御系の構成法を提案した。さらに提案手法を非線形性の強いCSTRの制御に適用し、提案手法の有効性の検証を行った。提案手法は、バックステッピング法にハイゲインフィードバックの考えを取り入れたものであり、そのため入力項にかかるノンパラメトリックな不確かさを有する非線形システムに対しても適用できる。また各ステップにおける推定項は不確かさの数にかかわらずただ一つであることから、比較的構造の簡単な適応バックステッピング制御系が設計できる。

文 献

- (1) Isidori, A., *Nonlinear Control Systems, 3rd Ed.*, (1995), 147-161, Springer Verlag.
- (2) Khalil, H. K., *Nonlinear systems, 2nd Ed.*, (1996), 399-576, Prentice Hall.
- (3) Sastry, S., *Nonlinear Systems ; Analysis, Stability and Control*, (1999), 125-448, Springer Verlag.
- (4) Taylor, D. G., Kokotovic, P. V., Marino, R. and Kanellakopoulos, I., Adaptive Regulation of Nonlinear Systems with Unmodelled Dynamics, *IEEE Trans. Autom. Control*, **34** (1989), 405-412.
- (5) Campion, G. and Bastin, G., Indirect Adaptive State Feedback Control of Linearly Parametrized Nonlinear Systems, *Int. J. Adaptive Control Signal Proc.*, **4** (1990), 345-358.
- (6) Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P. V. and Marino, R., An Extended Direct Scheme for Robust Adaptive Nonlinear Control, *Automatica*, **27** (1991), 247-255.
- (7) Sastry, S. S. and Isidori, A., Adaptive Control of Linearizable Systems, *IEEE Trans. Autom. Control*, **34** (1989), 1123-1131.
- (8) Pomet, J.-B. and Praly, L., Adaptive Nonlinear Control: Estimation from the Lyapunov Equation, *IEEE Trans. Autom. Control*, **37** (1992), 729-740.
- (9) Seron, M. M., Hill, D. J. and Fradkov, A. L., Nonlinear Adaptive Control of Feedback Passive Systems, *Automatica*, **31-7** (1995), 1053-1060.
- (10) Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P. V. and Morse, A. S., Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems, *IEEE Trans. Autom. Control*, **36-11** (1991), 1241-1253.
- (11) Krstic, M., Kanellakopoulos, I. and Kokotovic, P. V., *Nonlinear Adaptive Control Design*, (1995), 99, New York, Wiley.
- (12) Pan, Z. and Basar, T., Adaptive Controller Design for Tracking and Disturbance Attenuation in Parametric Strict-Feedback Nonlinear Systems, *IEEE Trans. Autom. Control*, **43-8** (1998), 1066-1083.
- (13) Arslan, G. and Basar, T., Robust Output-Feedback Control of Strict-Feedback Systems with Unknown Nonlinearities, *Proc. 38th IEEE Conf. Decision Control*, (1999), 4748-4753, Phoenix, Arizona.
- (14) Xudong, Y. and Ding, Z., Robust Tracking Control of Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Directions, *Systems Control Letters*, **42** (2001), 1-10.
- (15) Kojic, A. and Annaswamy, A. M., Adaptive Control of Nonlinearly Parametrized Systems with a Triangular Structure, *Proc. 38th IEEE Conf. Decision, Control*, (1999), 4754-4759, Phoenix, Arizona.
- (16) Polycarpou, M. M. and Ioannou, P. A., A Robust Adaptive Nonlinear Control Design, *Automatica*, **32-3** (1996), 423-427.
- (17) Yao, B. and Tomizuka, M., Adaptive Robust Control of SISO Nonlinear Systems in a Semi-strict Feedback Form, *Automatica*, **33-5** (1997), 893-900.
- (18) Sanchez, F. H. and Nijmeijer, H., Dynamic State Feedback in a Continuous Stirred Tank Reactor, *Proc. IFAC Nonlinear Control Design*, (1995), 25-30, Tahoe City, CA.
- (19) Engell, S. and Klatt, K.-U., Nonlinear Control of a Non-Minimum-Phase CSTR, *Proc. American Control*, (1993), 2941-2945, San Francisco, CA.