

533.6.011.5

正常反射からマッハ反射への移行について\*

伊 東 繁\*\*, 上 林 勲\*\*\*, 板 谷 松 樹\*\*\*\*

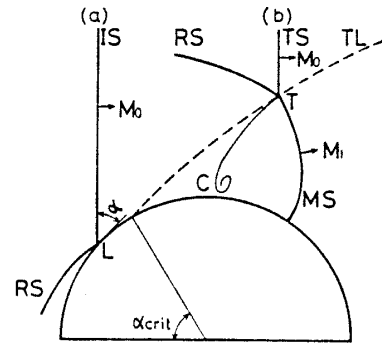
1. ま え が き

伝ばする平面衝撃波が、凸面形状を有する曲面壁と干渉すると、ある入射角で、正常反射からマッハ反射へ移行することは、すでに Heilig<sup>(1)</sup>, Bryson-Gross<sup>(2)</sup>, らによって実験的に確かめられている。このような準定常な場合には、正常反射からマッハ反射するときの入射の臨界角(以下  $\alpha_{crit}$  と称す)が、Neumann<sup>(3)</sup> によってつくられた Two-shock 理論値と異なることもすでに Henderson<sup>(4)</sup>, Heilig らによって報告されている。例えば入射衝撃波マッハ数 1.92 の場合、 $\alpha_{crit}$  の実験値と理論値は約  $10^\circ$  程度異なると報告されている(Heilig)。しかしながら、Lean<sup>(5)</sup>, Bardsley-Mair<sup>(6)</sup> によれば、定常な場合は、 $\alpha_{crit}$  は Two-shock 理論値と良く一致するという事も実験的に確認されている。準定常な場合の  $\alpha_{crit}$  の定量的なみつもりは現在のところ完全ではない。Henderson<sup>(7)</sup> は、平面衝撃波と曲面壁との干渉写真をもとに、 $\alpha_{crit}$  の定性的な議論をしているが、定量値については不十分である。ところで、Whitham<sup>(8)</sup> の Ray-shock 理論をもとに、反射衝撃波、伝達衝撃波、およびマッハシステムのつくる三重点の軌跡を議論する際、この  $\alpha_{crit}$  は初期値として極めて重要な値である。従来、この  $\alpha_{crit}$  を Two-shock 理論値、あるいは実験値から与えているが、Two-shock 理論値から与えると、実験値との誤差が大きくなる(Heilig)。また実験値から与えると、その軌跡はうまく実験結果を説明し得るが(Heilig, 伊東<sup>(9)</sup>) 本質的ではない。本報では、各種形状を有する物体と平面衝撃波の干渉をシュリーレン写真にとり、 $\alpha_{crit}$  および三重点の軌跡の議論を行う。さらに、 $\alpha_{crit}$  を予測する理論を Ray-shock 理論から確立し、それが、極めて良く実験結果を説明しうることを明らかにする。

2. 理 論

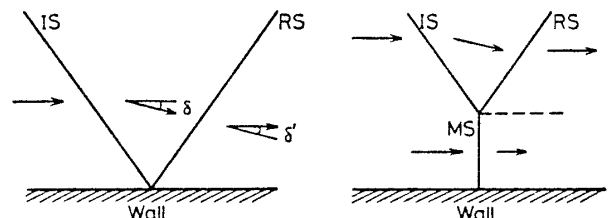
理論および考察に使用する記号を正常反射および

マッハ反射の説明とともに図 1 に示す。同図ははじめ平面衝撃波が曲面壁にであうと正常反射 (a) し、その後時間の経過とともにマッハ反射 (b) する場合は示す。また定常な正常反射およびマッハ反射を図 2 に示す。正常反射の場合、入射衝撃波 IS を通して流れは  $\delta$  曲げられ、さらに反射衝撃波 RS を通して  $\delta'$  曲げられる。この場合、 $\delta + \delta' = 0$  となる。この理論的展開は Neumann によってなされ、Two-shock 理論と呼ばれる。マッハ反射の場合 IS, RS を通して曲げ



(a) は正常反射を示す。  
 IS: 入射衝撃波 RS: 反射衝撃波  
 L: IS の入射点  
 (b) はマッハ反射を示す。  
 TS: 伝達衝撃波 RS: 反射衝撃波  
 MS: マッハシステム  
 $\alpha_{crit}$ : 正常反射からマッハ反射へ移行するときの入射の臨界角  
 T: TS, RS, MS, のつくる三重点  
 TL: 三重点の軌跡 c: ナベリ流  
 $\alpha$ : 入射角  $M_1$ : マッハシステムのマッハ数  
 $M_0$ : 入射衝撃波マッハ数

図 1 波系の定義図および記号



(a) 正常反射 (b) マッハ反射  
 図 2 定常な場合の正常反射およびマッハ反射

\* 昭和 53 年 6 月 10 日 関西支部第 238 回講演会において論文講演として講演，原稿受付 昭和 53 年 1 月 30 日。  
 \*\* 正員，九州産業大学工学部 (〒813 福岡市東区松香台 2-327)。  
 \*\*\* 学生員，九州産業大学大学院。  
 \*\*\*\* 正員，名誉員，九州産業大学工学部。

られた流れと MS を通した流れでは速度が異なるため、すべり流を生じる。このような、3 衝撃波系の理論を Three-shock 理論と呼ぶ。

正常反射からマッハ反射へ移行する場合の、移行点近傍の衝撃波系を図 3 に示す。同図の幾何学からただちに次の関係をうる。

$$\left. \begin{aligned} L &= M_0 a_0 \delta t, \quad S = M_1 a_0 \delta t \\ L' &= S \sin(\alpha_{crit}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで  $a_0$  は伝達衝撃波前方の音速、 $\delta t$  は微小時間である。今  $L' > L$  のときマッハ反射が生じることは同図からただちにわかる。それゆえ  $|L' - L| \rightarrow 0$  ( $L' > L$ ) のとき移行点の入射角が定義できる。 $\alpha_{crit}$  に対して次式をうる。

$$M_1 a_0 \delta t \sin(\alpha_{crit}) = M_0 a_0 \delta t \dots\dots\dots (2)$$

今両辺を  $a_0 \delta t (\neq 0)$  で除すれば、 $M_1$ 、 $M_0$ 、 $\alpha_{crit}$  に対して次の関係式を得る。

$$\frac{M_1}{M_0} \sin(\alpha_{crit}) = 1 \dots\dots\dots (3)$$

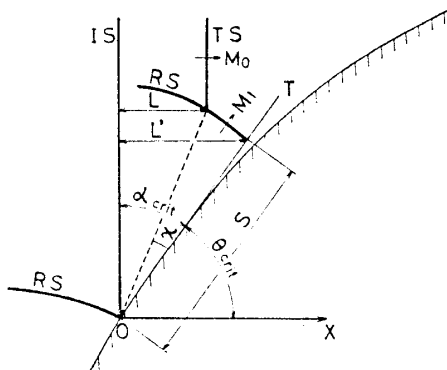
ここで  $\alpha_{crit} = \pi/2 - \theta_{crit}$  であるので、 $\theta_{crit}$  を用いると式 (3) は次式となる。

$$\frac{M_1}{M_0} = \frac{1}{\cos(\theta_{crit})} \dots\dots\dots (4)$$

三角関数の計算を簡単にするために式 (4) の両辺に  $\sin(\theta_{crit})$  をかける。

$$\frac{M_1}{M_0} \sin(\theta_{crit}) = \tan(\theta_{crit}) \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) を  $\theta_{crit}$  を規定する式とする。今  $\delta t \rightarrow 0$  としたため移行点 O の近傍において、曲面壁はその点の接線の傾きに等しいくさびで近似できる。くさびの場合あとの実験結果が示すように、 $M_1$  は Whitham<sup>(9)</sup> の Ray-shock 理論でかなりの良い精度で予測され



- $\lambda$ : 三重点の軌跡角
- $\alpha_{crit}$ : 入射の臨界角
- L: 伝達衝撃波の移動距離
- IS: 入射衝撃波
- TS: 伝達衝撃波
- $M_0, M_1$ : 図 1 参照
- OT: 点 O の接線
- $\theta_{crit} = \pi/2 - \alpha_{crit}$
- S: マッハステムの移動距離
- RS: 反射衝撃波
- O: 移行点

図 3 移行点 (O) 近傍の衝撃波系

る。ここでその理論の概要を述べる。なおその詳細は文献 (8) を参照されたい。Ray-shock 理論の考え方を示す  $(\alpha, \beta)$  座標系を図 4 に示す。図中の実線は衝撃波を、破線は Ray をそれぞれ示す。同図の幾何学からただちに次式を得る。

$$\frac{\partial \theta}{\partial \beta} = \frac{1}{M} \frac{\partial A}{\partial \alpha} \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = -\frac{1}{A} \frac{\partial M}{\partial \beta} \dots\dots\dots (7)$$

式 (6), (7) を変形すれば次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{1}{M} \frac{\partial A}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{1}{A} \frac{\partial M}{\partial \beta} \right) = 0 \dots\dots\dots (8)$$

今  $A = A(M)$  と仮定し、式 (6), (7) を再整理し、それを式 (8) に代入して得られる式は、もっと便利な特性形に変換できる。その結果式 (9), (10) を得る。

$$\left( \frac{\partial}{\partial \alpha} + c \frac{\partial}{\partial \beta} \right) \left( \theta + \int \frac{dM}{Ac} \right) = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial \alpha} - c \frac{\partial}{\partial \beta} \right) \left( \theta - \int \frac{dM}{Ac} \right) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここで  $c^2 = -(d(M^2)/d(A^2))$  である。さらに A は、Chester<sup>(10)</sup>、Chisnell<sup>(11)</sup>、Whitham<sup>(9)</sup> によれば、次式で与えられる。

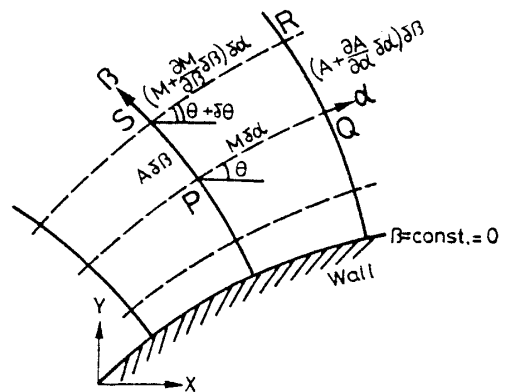
$$\frac{dA}{A} = \frac{-2MdM}{(M^2 - 1)K(M)} \dots\dots\dots (11)$$

$$K(M) = 2 \left[ \left( 1 + \frac{2}{\gamma + 1} \frac{1 - \mu^2}{\mu} \right) (2\mu + 1 + M^{-2}) \right]^{-1} \dots\dots\dots (12)$$

$$\mu^2 = \frac{(\gamma - 1)M^2 + 2}{2\gamma M^2 - (\gamma - 1)} \dots\dots\dots (13)$$

ここで  $\gamma = c_p/c_v$  (比熱比)

比 (9), (10) よりそれぞれ次式をうる。



$\alpha = a_0 t$ ,  $a_0$  は衝撃波前方の静止領域の音速、 $\alpha$  は時刻  $t$  において  $(x, y)$  座標系で衝撃波の占める位置、 $\beta$  は  $\alpha$  に直交する座標で Ray と呼ばれる。 $M$  は衝撃波マッハ数であり  $M \delta \alpha$  は線分 PQ の長さを示す。また  $A$  は相となる Ray の面積で単位幅をとれば  $A \delta \beta$  は線分 PS の長さとなる。 $\theta$  は Ray が  $x$  軸となす角である。壁は  $\beta = \text{const.} = 0$  となる

図 4  $(x, y)$  および  $(\alpha, \beta)$  座標系

$$\theta + \int \frac{dM}{Ac} = \text{一定}, \quad \frac{d\beta}{d\alpha} = c \text{ 上} \dots\dots\dots(14)$$

$$\theta - \int \frac{dM}{Ac} = \text{一定}, \quad \frac{d\beta}{d\alpha} = -c \text{ 上} \dots\dots\dots(15)$$

$\beta$  の増加の方向に動く単一液の場合、すべての領域にわたって式 (15) が適用できる。式 (15) と式 (11) を結びつけ整理し、 $\theta=0$  で  $M=M_0$ ,  $\beta=0$  上 (壁上) で  $\theta=\theta_w$  とし、その時  $M=M_w$  とすれば次式をうる。

$$\theta_w = \int_{M_0}^{M_w} \frac{dM}{Ac} = \int_{M_0}^{M_w} \frac{\sqrt{2} dM}{\{(M^2-1)K(M)\}^{1/2}} \dots\dots\dots(16)$$

ここで  $K(M)$  は chester 関数とよばれ、 $M \rightarrow 1$  で  $K(M)=0.5$ ,  $M \rightarrow \infty$  で  $K(M)=0.3941$  となる単調減少関数である。今  $K(M)=n$  とし、 $n$  を一定とすれば、式 (16) は極めて簡単となり、ただちに積分でき次式となる。

$$\theta_w = \sqrt{\frac{2}{n}} \log \left| \frac{\sqrt{M_w^2-1} + M_w}{\sqrt{M_0^2-1} + M_0} \right| \dots\dots\dots(17)$$

Lee-Wu, Ostrowsky ら<sup>(12)</sup> は  $n=K[(M_0+M_w)/2]$  として平均化した  $M$  から  $n$  を求める方法を提案している。この方法によれば、計算のはじめに適当に  $n_0$  を仮定し、 $\theta_w$  と  $M_0$  から式 (17) を用いて  $M_w$  を出す。その後  $M_{\text{mean}}=(M_0+M_w)/2$  から  $n=K(M_{\text{mean}})$  を求める。この  $n$  と  $n_0$  が一致するところで  $M_w$  を決定する。この方法によれば、比較的簡単なアルゴリズムで計算可能であり、また解の収束も早く、Bryson-Gross の行った図から求める  $M_w$  との差は極めて小さい。そのため著者らもこの方法に従う。式 (17) を変形すれば、 $M_w/M_0$  に対して次式をうる。

$$\frac{M_w}{M_0} = \frac{1}{2M_0} \left[ (\sqrt{M_0^2-1} + M_0) \exp \left( \sqrt{\frac{n}{2}} \theta_w \right) + \left\{ (\sqrt{M_0^2-1} + M_0) \exp \left( \sqrt{\frac{n}{2}} \theta_w \right) \right\}^{-1} \right] \dots\dots\dots(18)$$

上式において、 $M_0 \rightarrow \infty$  とすると、強い衝撃波の解として次式をうる。

$$\frac{M_w}{M_0} = \exp \left( \sqrt{\frac{n}{2}} \theta_w \right) \dots\dots\dots(19)$$

上式は、Whitham によって解かれた強い衝撃波の解 [文献 (8), 式 (27)] と同一である。次に  $M_0 \rightarrow 1$  とすれば、式 (18) は極めて簡単に次式となる。

$$\frac{M_w}{M_0} = \cosh \left( \frac{1}{2} \theta_w \right) \dots\dots\dots(20)$$

$\cosh(\theta_w/2)$  を  $\theta_w$  について展開し、今考えている  $\theta_w$  は  $O(1)$  であるので、 $\theta_w$  の四次以上の項を省略する [ $\theta_w$  の四次の項の係数は  $1/352$  であり、 $\theta_w$  はたかだか  $(\pi/2)$  である] と次式を得る。

$$\frac{M_w}{M_0} = \left( 1 + \frac{1}{8} \theta_w^2 \right) \dots\dots\dots(21)$$

式 (20), (21) は  $\theta_w$  が正の場合に適用し得る。以上のことより、一般的な強さの入射衝撃波に対して与えられた  $\theta_w$  に対する  $M_w$  を求める式を式 (18) とする。さらに Ray-shock 理論より、三重点の軌跡角  $\chi$  を求める式を導出する。図 5 にマッハ反射した場合の伝達衝撃波、反射衝撃波、マッハシステムのつくる三重点の軌跡角  $\chi$  の定義を示す。 $\chi$  は Ray-shock 理論によれば次式で与えられる。

$$\tan \chi = \frac{A_1 \beta}{M_1 \alpha} \dots\dots\dots(22)$$

$\beta/\alpha$  は  $c$  に等しいから、 $\chi$  に対して次式をうる。

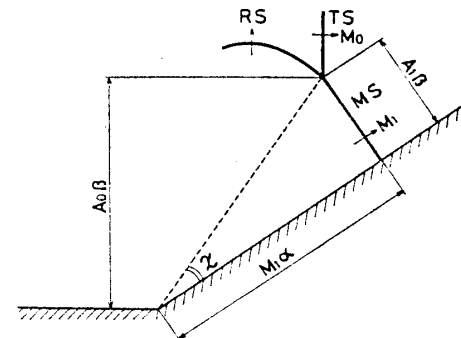
$$\tan \chi = \frac{A_1}{A_0} \left\{ \frac{1 - (M_0/M_1)^2}{1 - (A_1/A_0)^2} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(23)$$

ここで下添字 0 は入射衝撃波が一定の速度で伝ばする領域を示し、下添字 1 はマッハシステムが伝ばする領域を示す。

つぎに  $M_w/M_0$  に対する Ray-shock 理論式 (18) を式 (5) に代入し、 $\theta_{\text{crit}}$  を一般的な表示  $\theta_w$ , および  $M_w$  をマッハシステムのマッハ数  $M_1$  にかえることによって、正常反射からマッハ反射へ移行する臨界面角  $\theta_{\text{crit}}$  を与える式をうる。それを式 (24) に示す。式 (24) で | 右辺 = 左辺 | のときの  $\theta_w$  が移行点の臨界面角を与える。

$$\frac{1}{2M_0} \left[ (\sqrt{M_0^2-1} + M_0) \exp \left( \sqrt{\frac{n}{2}} \theta_w \right) + \left\{ (\sqrt{M_0^2-1} + M_0) \exp \left( \sqrt{\frac{n}{2}} \theta_w \right) \right\}^{-1} \right] \times \sin \theta_w = \tan \theta_w \dots\dots\dots(24)$$

上式の解は、解析的には求まらないが、 $\theta_w$  と  $M_0$  を与えることによって数回の繰返し計算で極めて簡単に求まる。つぎに  $M_0 \rightarrow 1$ ,  $M_0 \rightarrow \infty$ , および一般的な  $M_0$  に対する場合の  $\theta_{\text{crit}}$  を求める手順を以下に述べ



$M_0$ : 入射衝撃波マッハ数  $M_1$ : マッハシステムのマッハ数  
 $\chi$ : 三重点の軌跡角 TS, RS, MS: は図 1 参照  
 A: Ray の面積

図 5  $\chi$  の定義図

る。

(i)  $M_0 \rightarrow 1$  の場合 この場合式(24)は次式となる。

$$\left(1 + \frac{1}{8}\theta_w^2\right) \sin \theta_w = \tan \theta_w \dots\dots\dots(25)$$

上式の場合, 適当な  $\theta_w$  に対してプロットすれば,  $\theta_w = 0$  ( $0 \leq \theta_w \leq \pi/2$ ) のときのみ式(25)を満足することがわかる。このとき  $\alpha_{crit} = 90^\circ$  であり, Two-shock 理論値と同じである。

(ii)  $M_0 \rightarrow \infty$  の場合 この場合式(24)は次式となる。

$$\exp\left(\sqrt{\frac{0.3941}{2}}\theta_w\right) \sin \theta_w = \tan \theta_w \dots\dots\dots(26)$$

上式は  $\theta_w$  に対して解析的には解けないが, 簡単な繰返し計算で解は求まり,  $\theta_w = 45.25$ ,  $\alpha_{crit} = 44.75^\circ$  となる。

(iii) 一般的な  $M_0$  の場合 この場合は直接繰返し計算で式(24)より  $\theta_w$  を求める。以下にその手順を示す。

(1)  $M_0$  および  $\theta_w$  を与えて, その時の  $n_0$  を仮定する。

(2) (1)の諸量を用いて式(13)より  $M_1$  を求め,  $M_{mean} = (M_0 + M_1)/2$  を計算する。

(3) 平均化された  $M_{mean}$  に対する  $n$  を求め,  $n_0$  との差  $\Delta n$  を求める。それがある収束値  $\delta$  より小さくなるときの  $n$  を求める。

(4) (3)で求められた  $n$  と  $\theta_w$ ,  $M_0$  を式(24)に代入し, |左辺-右辺| <  $\epsilon$  なる  $\theta_w$  を求め, この  $\theta_w$  より  $\alpha_{crit}$  を求める。

著者らの場合,  $\delta = 10^{-5}$ ,  $\epsilon = 10^{-3}$  とした。プログラムは極めて簡単で解の収束も早く, 5~6回の繰返し計算で解は得られる。図6は,  $M_1 \sin \theta_w / M_0$  と  $\tan \theta_w$

表 1  $\alpha_{crit}$

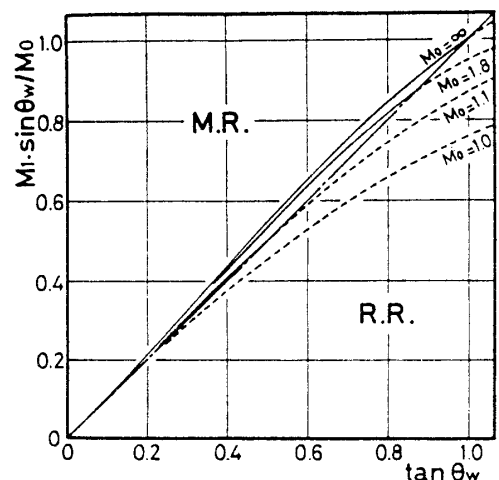
図表で  $\alpha_{Ray}$  は式(24)から求まる理論値,  $\alpha_{Two}$  は Two-shock 理論,  $\alpha_{Three}$  は Three-shock 理論値,  $\xi = P_0/P_1$  (単位: 度)

$\xi$	$R_{Ray}$	$\alpha_{Two}$	$\alpha_{Three}$
0.0	44.75	39.97	21.77
0.1	45.58	39.20	28.73
0.2	46.84	39.25	34.32
0.3	48.42	39.85	38.25
0.4	50.25	40.09	40.60
0.5	52.39	42.50	41.81
0.6	55.02	44.55	42.29
0.7	58.30	47.70	42.34
0.8	62.72	52.60	42.15
0.9	69.54	60.75	41.81
1.0	90.00	90.00	41.39

の関係を代表例として, 四つの場合の  $M_0$  に対して示す。それぞれの交点が  $\alpha_{crit}$  を与える壁の角度である。表1は, 入射衝撃波前後の圧力比の逆数と  $\alpha_{crit}$  を示す。また同表には, Neumann によって与えられた Two-shock 理論値および Three-shock 理論値を合わせて示す。

### 3. 実験装置および実験方法

実験は通常の圧力形衝撃波管を用いて行った。管路断面積は, 50 mm x 70 mm であり, 破膜部から観測窓までの距離は, 4725 mm である。図7に実験系統図とともに装置図を示す。シュリーレン写真は, 口径 200 mm の凹面鏡を用い Mg スパークを光源として撮影した。入射衝撃波の伝ば速度は, 観測部上流に 300 mm の間隔で置かれた圧力変換器の出力を時間カウンタにとり出して求めた。また #1200 の紙やすりで注意深く仕上げ, じょう乱の影響のない桜木製のブロックを観測部にそう入することによって種々の曲面壁を得た。ブロックの形状および寸法を図8に示す。入射衝撃波マッハ数  $M_0$  は 1.4 から 2.0 まで 0.2 きざみとし, いずれの  $M_0$  に対しても  $\pm 0.3\%$  の誤差範囲で再現性のあるよう注意深く実験した。さらに正常反射からマッハ反射への移行点近傍では, 2  $\mu/s$  おきにシュリーレン写真を取り, その写真をもとに三重点の軌跡を求め, その外そうにより  $\alpha_{crit}$  を求めた。なお試料気体, 駆動気体はいずれも空気である。また写真解析したポジとネガの倍率は 3.5 倍である。



図中の一点鎖線は傾き1の直線である。これより上はマッハ反射する領域(M.R.), 下は正常反射する領域(R.R.)を示す。曲線群は  $M_0 = 1.0, 1.1, 1.8$  および  $\infty$  における Ray-shock 理論値を示す。それぞれの曲線と傾き1の直線の交点が  $\theta_{crit} = \pi/2 - \alpha_{crit}$  を与える

図 6  $M_1 \sin \theta_w / M_0 - \tan \theta_w$  の関係

4. 実験結果および考察

図 9 は、斜壁の場合に得られた  $M_1/M_0$  と斜壁先端からの無次元距離との関係を示す。斜壁の場合、 $M_1/M_0$  は Ray-shock 理論で比較的良い精度で予測できることがわかる。なお実験点は得られたシュリーレン写真をもとに切り刃の先端からの距離と伝達衝撃波の移動距離およびマッハシステムの移動距離の比から求めた。 $M_0=2.42$  の場合における  $(M_1/M_0) \sin \theta_w$  と  $\tan \theta_w$  の関係を Ray-shock 理論と Smith<sup>(13)</sup> の実験結果をあわせて図 10 に示す。 $\theta_w$  が小さいとき(この場合はマッハ反射している), Smith の実験値は極め

て良い精度で理論値と一致することがわかる。しかしながら  $\theta_w$  が大きくなるにつれて、とくに移行点近傍において両者には不一致があらわれる。これは  $\alpha_{crit}$  近傍の斜壁では、 $M_1$  の実験的なみつもりに問題があるためと考えられる。なお図中には、Ray-shock 理論で求まる  $\alpha_{crit}$  も合わせて示す。図 11 は  $\alpha_{crit}$  と  $\xi$  との関係を示す。式 (24) で与えられる  $\alpha_{crit}$  は極めて良い精度で実験値を説明できることが同図からわかる。なおラベル 1 の実験値は Henderson によるものであるが、文献 (4) の図 1 に示されている  $\xi$  の対応が間違いと思う。そこで  $M_0=4.0$  の場合に対する  $\xi$  を求め、それに対する実験値として図 11 にプロット

した。同図によれば、例えば  $\xi=0.2$  で  $\alpha_{crit}$  は実験値と理論値でわずかに  $1.5^\circ$  程度異なることがわかる。これは Ray-shock 理論が反射衝撃波の影響およびじょう乱によって生じるマッハシステムの曲りの影響を考慮していないためと考えられる。さらに実験値が、得られた写真をもとに外そう法によっているため、誤差が生じるためと考えられる。図 12, 13 は、凸面壁および円筒壁に対して得られた代表的なシュリーレン写真を

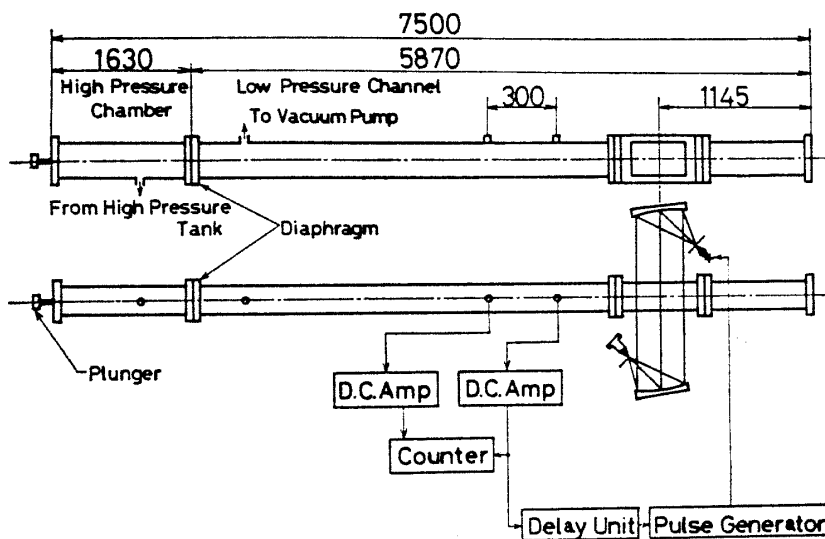


図 7 実験統系図

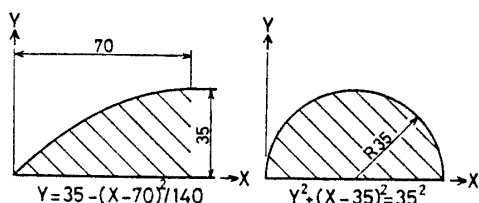
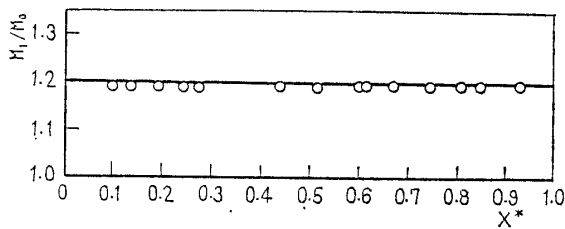
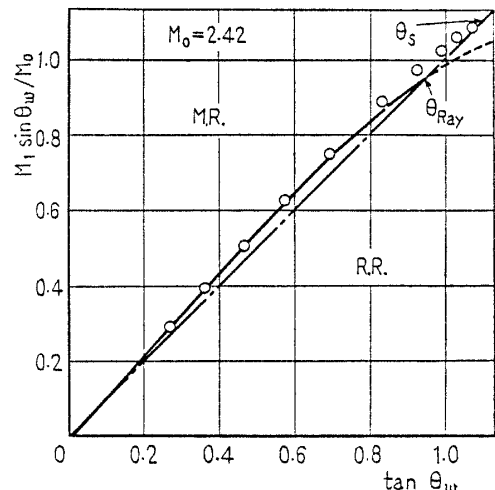


図 8 ブロック形状および寸法



実線は Ray-shock 理論値,  $\circ$  は実験点,  $X^*$  は面積変化部の長さ 70 mm で無次元化された斜壁先端からの距離を示す。

図 9  $M_1/M_0 - X^*$  ( $M_0=1.8$ )

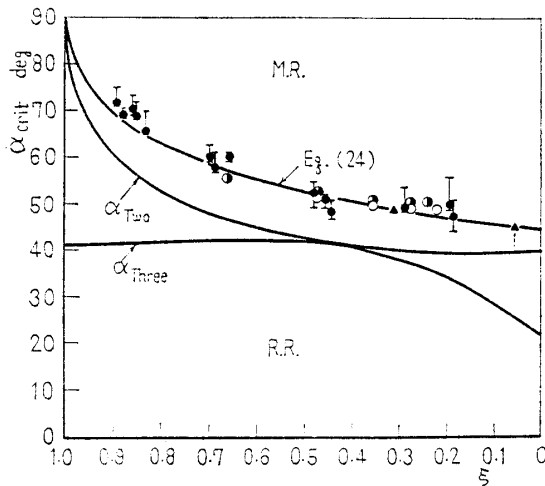


$\circ$  は、Smith<sup>(13)</sup> によって得られた斜壁に対する  $M_0=2.42$  の実験結果を示す。実線は式 (24) で与えられる理論値である。また一点鎖線は傾き 1 の直線であり、 $\theta_{Ray}$  は式 (24) で与えられる移行点の壁の接線角の値、 $\theta_s$  は Smith の実験による移行点の壁の角度である。M. R., R. R. は図 6 参照。

図 10  $M_1 \sin \theta_w / M_0 - \tan \theta_w$

示す。凸面壁の場合、最大接線角が  $45^\circ$  であるため、Two-shock 理論値は記せなかった。図 14, 15 はそれぞれ  $M_0=1.8, 1.92$  とおいて円筒壁に対して得られた三重点の軌跡の実験値と理論値を示す。 $\alpha_{Two}$  は Two-shock 理論から求まる  $\alpha_{crit}$ ,  $\alpha_{Ray}$  は式 (24)

から求まる  $\alpha_{crit}$  にそれぞれ対応している。また理論曲線は、それぞれ  $\alpha_{Two}$ ,  $\alpha_{Ray}$  を始発点とし、特性曲線法 [文献 (2)] によって得られた曲線である。 $\alpha_{Ray}$  を始発点として求まる理論曲線と実験値の軌跡はいずれの  $M_0$  に対しても極めて良く一致することがわかった。凸面壁の場合の三重点の軌跡を図 16 に示す。同図にはまた  $\alpha_{Ray}$  からはじまる理論値も合わせて示されている。 $\alpha_{Two}$  は  $39.5^\circ$  となり、図中には始発点はみいだせない。通常このような場合、三重点の軌跡は



M.R. はマッハ反射する領域, R.R. は正常反射する領域を示す。 $\alpha_{Two}$  は、Neumann によって与えられた Two-shock 理論値を示し、Eq. (24) は式 (24) の値を示す。 $\epsilon$  は、入射衝撃波前後の圧力比の逆数である。● は円筒壁の実験結果を示し、○ は凸面壁の実験結果である。I は Helwig<sup>(1)</sup> の実験結果であり、▲ は Henderson<sup>(4)</sup> の結果を示す。 $\alpha_{Three}$  は Three-shock 理論値である。

図 11  $\alpha_{crit}-\epsilon$

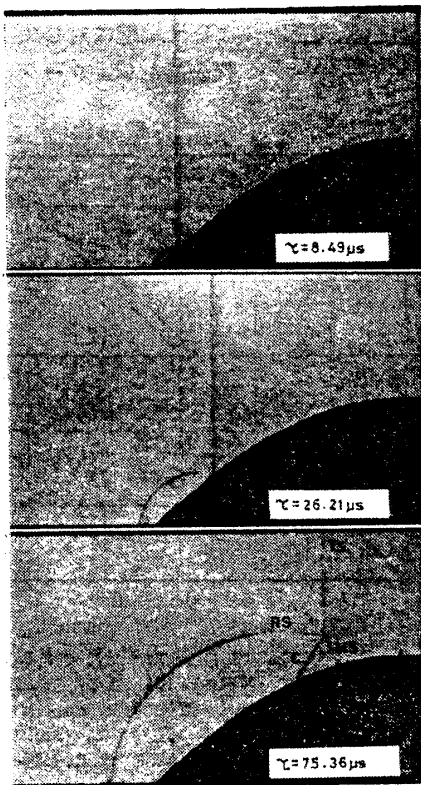


図 12 凸面壁の場合 ( $M_0=1.8$ )

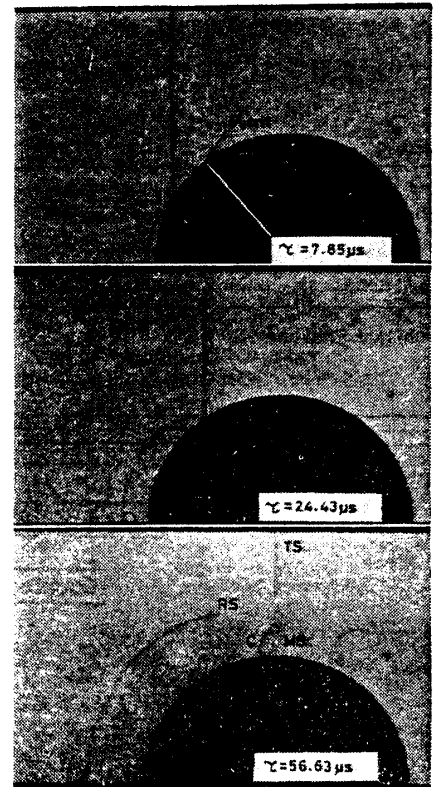
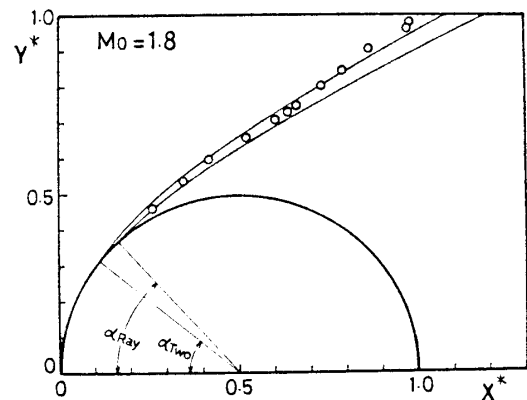
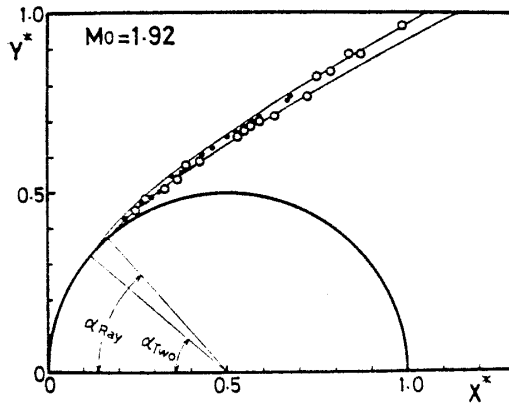


図 13 円筒壁の場合 ( $M_0=1.8$ )



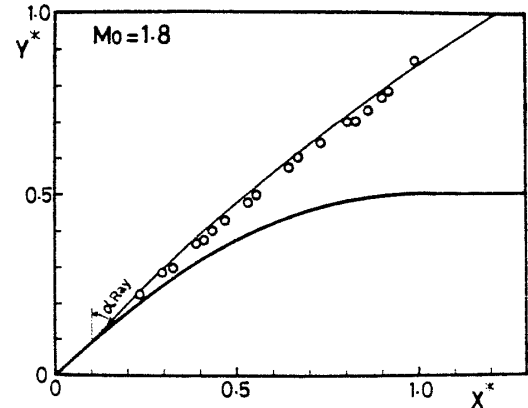
二つの曲線は  $\alpha_{Two}$  と  $\alpha_{Ray}$  の場合の三重点の軌跡を示す。○ はシュリーレン写真より得られた実験点である。同図の横、縦軸は、円筒の直径で無次元化された距離を示す。

図 14 三重点の軌跡 ( $M_0=1.8$ )



二つの曲線はそれぞれ  $\alpha_{Two}$  および  $\alpha_{Ray}$  に対応している。○は著者らの実験点を示し、●は Heilig<sup>(1)</sup> によって得られた実験点である。横、縦軸とも円筒の直径で無次元化されている。

図 15 三重点の軌跡 ( $M_0=1.92$ )



二次関数表示される場合の三重点の軌跡、曲線は式 (24) によって与えられる  $\alpha_{crit}$  をもとにえがいた三重点の軌跡である。図中のプロット点は実験結果を示す。

図 16 三重点の軌跡

Two-shock 理論では議論できない。  $\alpha_{Ray}$  をもとに得られた三重点の軌跡の理論値は、実験値と極めて良く一致することがわかった。

## 5. 結 論

曲面壁と平面衝撃波の干涉写真をもとに、正常反射からマッハ反射への移行点を実験的に求め、Ray-shock 理論を用いて、移行点の入射臨界角  $\alpha_{crit}$  を議論し次の結論を得た。

(1) 準定常な (pseudo-stationary) 反射の場合、  $\alpha_{crit}$  に対する Neumann の Two-shock 理論値は実験値と大きく異なる (例えば  $M_0=1.92$  で約  $10^\circ$  程度) ことが再度確かめられた。

(2) 移行点に極めて近いところでは、曲面壁とはいえ、その接線角をもつ斜壁と同様に考え、  $M_1$  を与える Ray-shock 理論を適用し、その値を用いて正常反射からマッハ反射へ移行する  $\alpha_{crit}$  を与える式を構成した。その式を用いて  $\alpha_{crit}$  を議論し、いずれの  $M_0$  に対しても 2~3% の誤差内で実験値を良く説明できることがわかった。

(3) 従来は  $\alpha_{crit}$  として、Two-shock 理論値あるいは実験値を用いて特性曲線法により三重点の軌跡を議論していた。しかしながら Two-shock 理論値を用いると誤差が大きいし、実験値を用いることは本

質的ではない。本報に示されるような  $\alpha_{crit}$  の理論値をもとに三重点の軌跡を構成すれば、それが極めて良い精度で実験値を説明し得ることがわかった。

(4) 凹面壁の場合、マッハ反射の形態は、凸面壁の場合と異なり、Stationary に近い反射形態となる。このため式 (24) を用いて移行点 (この場合マッハ反射から正常反射へ移行する) の入射角をみつめることはできなかった。この場合の理論的な取扱いは今後の課題である。

## 文 献

- (1) Heilig, W. H., *Phys. Fluid*, Suppl. I, I-154 (1969).
- (2) Bryson, A. E. and Gross, W. F., *J. Fluid Mech.*, 10-1 (1961-2), 1.
- (3) Neumann, V., *J. Collected Works*, IV, (1963), 238, Pergamon Press.
- (4) Lozzi, A. and Henderson, L. F., *Modern Devel. in Shock Tube Research*, (1975), 363, Kyoto Univ.
- (5) Lean, G. H., *Rep. Aero. Res. Com.*, No. 10629 G. B., (1946).
- (6) Bardsley, O. and Mair, W. A., *Phil. Mag.*, 42 (1951), 39.
- (7) Henderson, L. F. and Lozzi, A., *J. Fluid Mech.*, 68-1 (1975-3), 139.
- (8) Whitham, G. B., *J. Fluid Mech.*, 2 (1957), 145.
- (9) Itoh, S. and Itaya, M., *Proc. 11th. Int. Symp. on Shock Tubes and Waves, Seattle*, (1977-7), 99.
- (10) Chester, W., *Phil. Mag.*, 7-45 (1954), 1293.
- (11) Chisnell, R. F., *J. Fluid Mech.*, 5-3 (1959-4), 369.
- (12) Lee, J. H., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, 76-4 (1976-8), 675.
- (13) Smith L. G., *O. S. R. D. Rep.*, 6271 (1945).

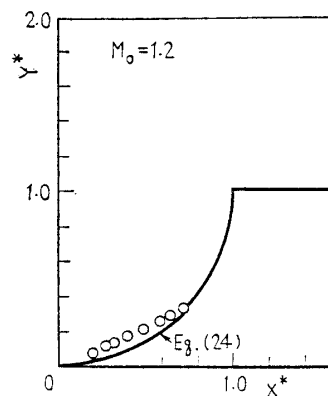
## 討 論

〔質問〕 松尾一泰

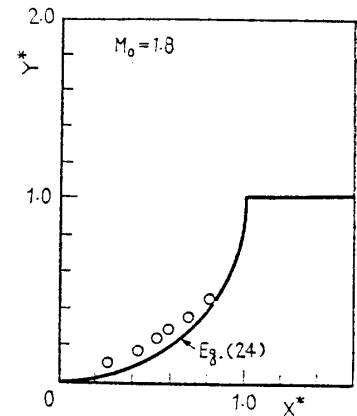
(九州大学 総合理工学  
研究科)

結論(4)に関して本文中に全く述べられていず、意味が不明である。ご説明願いたい。

〔回答〕 ご指摘のように、本文中には著者のモデルの限界にはふれず、結論(4)のみでそのことを述べたのでは不十分である。凹面壁の場合、正常反射とマッハ反射の移行点が本文の式(24)では予測できないという結果が、現在のところ著者の実験で得ている。その一例を付図1, 2に示す。これは現在のところ、壁面の形状効果などによるものと考えているが、詳細な解析は今後にゆずりたいと思う。



付図 1



付図 2

付図 1, 2 のプロット点は三重点の軌跡、実線は曲面形状を示す。また Eq. (24) は式 (24) で求まる移行点を示す。X\*, Y\* はいずれも、曲面壁の半径で無次元化した距離、M<sub>0</sub> は入射衝撃波マッハ数を示す。