

曲げと圧縮を受ける冷間成形円形鋼管部材の 終局耐力の統計的評価

正 会 員 越 智 健 之*

正 会 員 黒 羽 啓 明**

1. はじめに

限界状態設計では部材の耐力や変形能力に影響する数々の因子を統計的に扱い、総合的に部材あるいは構造物の安全性を論じる必要がある。この問題については多くの研究成果があり、それらに基づいて限界状態設計はすでに実用段階にある。しかし、それらの研究は主にH形鋼部材について考察されており^{1)~3)}、円形鋼管部材の耐力問題を設計段階まで論じた研究は少ない。

部材耐力の統計的な評価には数々の方法があるが、現在のところ設計に生かせるのは、LRFD¹⁾に代表される実験値と解析値に基づいた1次近似の2次モーメント法である。また、曲げと圧縮を受ける部材は、荷重状態により耐力が変化するために、厳密な安全性の評価は困難であり、耐力の評価方法の統一が必要である。この耐力評価の問題についても、LRFDでなされた方法は有効であると考えられる。

しかし、曲げと圧縮を受ける部材の耐力に対するLRFDの統計的な評価方法は、実験変数にかかわらず耐力の変動係数は一定として、設計値に対する実験値の平均値と変動係数を求めている。部材耐力の変動係数は、実験変数、たとえば細長比により変化するので、この方法では合理的な評価とならない。この欠点を解消できるものとして、確率変数の分布形を質点モデルで表現した数値解析で耐力問題を考察した研究⁴⁾がある。

曲げと圧縮を受ける冷間成形鋼管部材の耐力は簡単な解析値⁵⁾とよく一致する^{6),7)}。また、実験資料の数は限られている。つまり、実験値を評価するだけでは、安全性の論議ができないので、数値解析で基本的な考察を行う必要がある。その場合に、塑性加工後の素材の応力-ひずみ関係の特性や複雑な残留応力の評価が問題となる。また、冷間成形により素材は高い降伏応力となるので、部材の変形能力が小さくなることが報告されている⁸⁾。

これらは設計に関連するので、統計的に応用が可能な形で応力-ひずみ関係の評価が必要であるといえる。

著者らは文献9)において冷間成形円形鋼管材の応力-ひずみ関係の一般化を試みており、その結果から局部座屈耐力と中心圧縮柱の耐力について考察した。ただし、応力-ひずみ関係の一般化にも数値演算が必要であり、物理的な意味が不明確である。ここでは、まず応力-ひずみ関係における硬化指数の簡便な近似式を提案する。その結果を用いて、曲げと圧縮を受ける部材の耐力問題の統計的考察を行う。

2. 冷間成形完成品のみかけの応力-ひずみ関係

2.1 硬化指数の近似値

応力-ひずみ関係を Ramberg-Osgood 式で近似するためには

① 応力-ひずみ曲線上の1点(応力, ひずみ)の値

② ある条件を満足する応力, あるいはひずみの値が最低必要である。

みかけの降伏応力 σ_y (0.2% 残留ひずみ値) が明らかであれば①の条件が与えられるので、

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^m \quad (\text{Fig.1 参照})$$

ただし、 E : ヤング係数 (2100 t/cm²)

②の条件に引張強さ時の対数ひずみ ϵ_e を用いて硬化指数 m を求める方法はすでに導かれている¹⁰⁾。しかし、

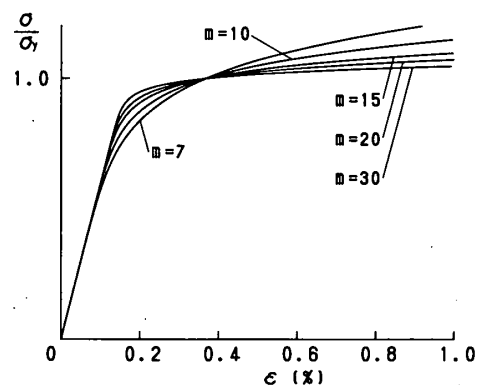


Fig.1 Stress-strain models showing effect of hardening exponent

本論文の一部は、文献20)に発表したものである。

* 熊本大学 助手

** 熊本大学 教授・工博

(1989年8月10日原稿受理, 1989年12月19日採用決定)

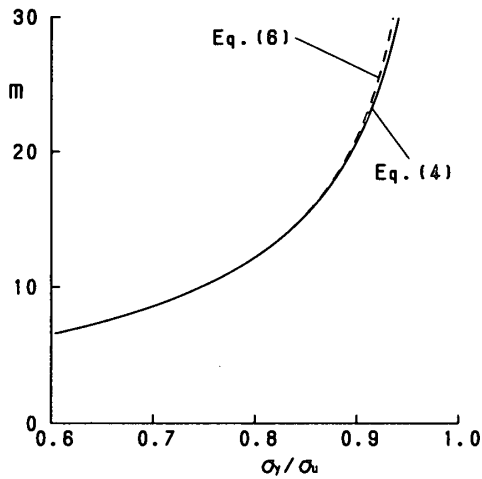


Fig. 2 Relations between hardening exponent and yield ratio

σ_y と引張強さ σ_u には統計量があるが、 ϵ_e には統計量がない。そこで、引張強さ σ_u 時の真応力 σ_e と ϵ_e との関係に注目すると

$$\epsilon_e = \frac{\sigma_e}{E} + 0.002 \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right)^m \dots\dots\dots (1)$$

$$\epsilon_e = \ln(\sigma_e / \sigma_u) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\sigma_e}{E} + 0.002 \cdot m \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right)^m = 1 \dots\dots\dots (3)$$

σ_y と σ_u の値をこれらの条件式に代入し、収束計算で m を求めた⁹⁾。しかし、これらの条件式は複雑な非線形式であり、 m を求める収束計算も複雑である。そこで、近似解を求めるために (1)、(3) 式の弾性部分の項を無視し、 σ_e と ϵ_e を消去すると

$$\ln(\sigma_y / \sigma_u) = 1/m \{1 - \ln(500/m)\} \dots\dots\dots (4)$$

この (4) 式で注目すべきことは、硬化指数が降伏比のみの関数となることである。Fig. 2 に (4) 式を実線で示す。しかし、(4) 式では数値的に m を求めなくてはならない。そこで、(4) 式を適当な関数に置き換えることによって m の解を求める。

3 次までの Taylor 展開式あるいは対数式の級数解で (4) 式を近似すると誤差が大きく、次数を増やしても解が複雑となり実用にならない。そこで、(4) 式右辺の $\ln x$ を下式で近似する。

$$y = ax + bx^{0.5} + c$$

この関数には 3 つの未定係数 (a, b, c) があるから、 $\ln x$ のある点における接線こう配と曲率こう配を合わせる。 m の平均値は都合よく 10 程度であるから、 $m = 10$ の点まわりで各こう配を一致させた。その結果から (4) 式は

$$\ln(\sigma_y / \sigma_u) = C_1 \cdot m^{-1} + C_2 \cdot m^{-0.5} + C_3 \dots\dots\dots (5)$$

$$m = \frac{2 C_1 S + C_2^2 - 2 C_1 C_3 - C_2 \sqrt{4 C_1 S - 4 C_1 C_3 + C_2^2}}{2(S - C_3)^2} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $S = C_3$ のとき $m = (C_1 / C_2)^2$

$S = \ln(\sigma_y / \sigma_u)$, $C_1 = -5.91$, $C_2 = 1.26$, $C_3 = -0.1$
この (6) 式で与えられる m と降伏比との関係を Fig. 2 に破線で示す。実線の (4) 式とほぼ一致している。降伏比の統計量が明らかになれば、(6) 式を用いて応力-ひずみ関係の統計的な一般化が可能である。

2.2 降伏比の統計量

残留応力などの影響を含んだみかけの応力-ひずみ関係を近似するために、降伏応力 σ_y は短柱の圧縮試験から得られる値としている。したがって、(6) 式の降伏比も圧縮試験の降伏応力を使用しなければならない。降伏応力 σ_y や引張強さ σ_u と同様に降伏比の実験値を回帰すれば必要な統計量を得ることができる。しかし、引張試験と圧縮試験のそろった資料は少なく、両者のそろった資料を回帰しても、統計量としての信頼性は σ_y , σ_u の統計量よりも低くなる。そこで、 σ_y と σ_u の統計量から降伏比の統計量を誘導する。ロール成形された STK 41 材の統計量は

$$\ln \sigma_y = -0.0803 \cdot \ln(D/t) + \ln 4.56 + \ln M_1$$

$$COV = 0.121 \quad \text{サンプル数: } 68 \dots\dots\dots (7)$$

$$\ln \sigma_u = -0.0034 \cdot \ln(D/t) + \ln 4.78 + \ln M_2$$

$$COV = 0.078 \quad \text{サンプル数: } 320 \dots\dots\dots (8)$$

$$\rho = 0.576 \quad (\ln M_1 \text{ と } \ln M_2 \text{ の相関係数})$$

であるから⁹⁾

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_u} = 0.954 \cdot M_3 \left(\frac{D}{t} \right)^{-0.0769} \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $\ln M_3 = \ln M_1 - \ln M_2$

したがって、 $\ln M_3$ の標準偏差すなわち降伏比の変動係数は

$$Var(\ln M_3) = Var(\ln M_1) + Var(\ln M_2) - 2\rho \cdot \sqrt{Var(\ln M_1)} \cdot \sqrt{Var(\ln M_2)}$$

から

$$COV(M_3) \approx \sqrt{Var(\ln M_3)} = 0.099$$

ただし、COV: 変動係数, Var: 分散

降伏比の実験資料を Fig. 3 に示す。ただし、図中の実線は (9) 式の確率変数 M_3 を 1.0 とした平均値であり、破線は平均値から変動係数の 2 倍分はなれた 95 %

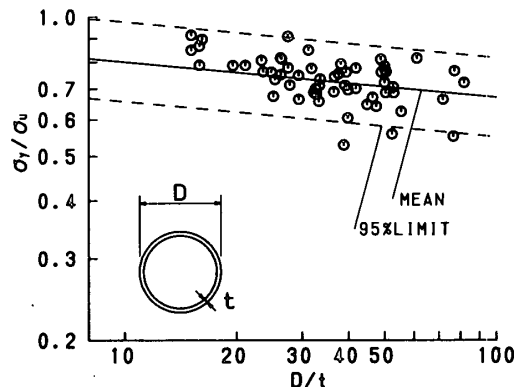


Fig. 3 Yield ratios showing effect of D/t

信頼限界である。それらの誘導された値は実験資料をよく表しているといえる。

3. 統計的評価方法

LRFD 方式に必要な耐力の統計量は平均値と変動係数である。

近似的に、耐力の対数値の標準偏差が耐力の変動係数と等しいとする。耐力の対数値 Y が各確率変数の関数となることを前提として

$$Y = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

各確率変数の平均値 $\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}$ のまわりで 1 次近似の Y の平均値は

$$E(Y) \approx g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \dots \dots \dots (10)$$

また、各確率変数間の相関を考慮して Y の分散は

$$\text{Var}(Y) \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right) \text{Cov}(X_i, X_j) \dots \dots \dots (11)$$

ただし、Cov：共分散

この近似は g が陽関数でない場合には直接使用することができない。しかし、部材耐力が数式の形ではなく、数値解析の結果として求められるとすると、各確率変数の平均値を用いて数値解析を行うことにより、(10) 式の値を求めることができる。

また、 g を多項式で補間する数値微分法¹¹⁾によって (11) 式の係数を与えることにより、耐力の分散を求めることができる。その場合に問題となるのは刻み点をどのように取るかである。

そこで、接線剛性理論にこの方法を用いて、中心圧縮柱の耐力の平均値と変動係数を求める。それらの数値と確率論的に厳密な値である確率密度関数の数値積分の結果を比較する。そのことで、1 次近似の平均値の妥当性と数値微分における関数 g の刻み点の検討をする。

なお、計算する点に高次モーメントを考慮して確率の重みをかけ、演算結果から統計量を得ると小野ら⁴⁾が用いた 3 point 法の概念と同じである。ここでは、(11) 式に基づいて分散を求めるためにのみ耐力の関数 g を離散化しており、確率の分布形などの考慮はしていない。また、ここでの方法は (11) 式の 1 次近似式に基づいているために、各確率変数間の相関を考慮することができる。

(7), (8) 式における降伏応力に関する確率変数 M_1 と引張強さの確率変数 M_2 が耐力に関係するとして

$$X_1 = \ln M_1, \quad X_2 = \ln M_2$$

とする。

X_1 と X_2 の相関を考慮した 2 次元の確率密度関数を与え、その確率密度関数に基づいた応力-ひずみ関係のモデルから得た接線剛性理論値の確率分布を数値積分して平均値と変動係数を求めた⁹⁾。その平均値を Fig. 4 に、変動係数を Fig. 5 にそれぞれ実線で示す。なお、Fig. 4

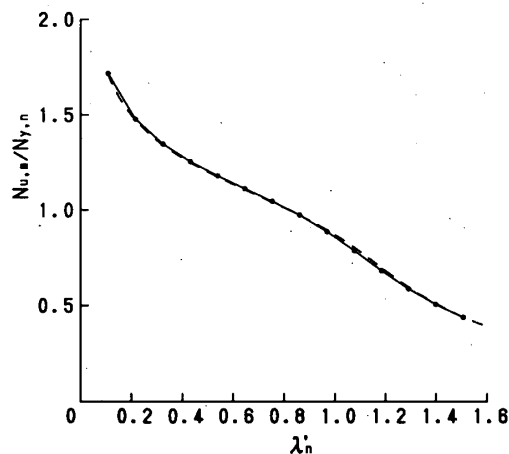


Fig. 4 Comparison between approximate mean and exact mean values of column strengths ($D/t=30$)

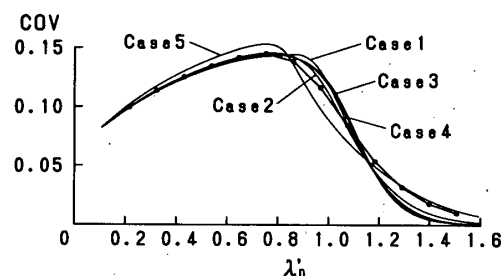


Fig. 5 COV of column strengths ($D/t=30$)

のため軸は公称の降伏軸力 $N_{y,m}$ で無次元化している。

前述のように、1 次近似の平均値は、各確率変数の平均値を用いた接線剛性理論の値となる。すなわち、 σ_y と σ_u の平均値は (7), (8) 式から

$$\sigma_{y,m} = 4.56 \left(\frac{D}{t} \right)^{-0.0803} \quad (\text{t/cm}^2) \dots \dots \dots (12)$$

$$\sigma_{u,m} = 4.78 \left(\frac{D}{t} \right)^{-0.0034} \quad (\text{t/cm}^2) \dots \dots \dots (13)$$

この 2 つの式を (6) 式に代入すると m の 1 次近似の平均値が得られる。その m の平均値と σ_y の平均値を用いて Ramberg-Osgood 式を与える。その応力-ひずみ曲線を用いて求めた接線剛性理論値を Fig. 4 に破線で示す。(12), (13) 式を用いることで、 μ_{x_1}, μ_{x_2} を用いたことになり、この値は 1 次近似の平均値となる。

Fig. 4 において、破線と実線に若干の差を生じているのは、耐力の確率の分布形がいびつになる細長比の領域であり、これは 1 次近似による誤差と考えられる。しかし、非常に小さな差であり、平均値は 1 次近似で十分な精度があることと、(6) 式の近似式が妥当であることが分かる。

次に、分散について考えてみる。(11) 式に必要な 1 次微分の値は Lagrange の方法に基づいた数値微分¹¹⁾で求める。変動係数を基準にして多項式に当てはめる刻み点を下記のように設定した。

- Case 1 5 点 (-2, -1, 0, 1, 2)
- Case 2 3 点 (-1, 0, 1)

- Case 3 5点 (-1, -0.5, 0, 0.5, 1)
- Case 4 3点 (-0.5, 0, 0.5)
- Case 5 3点 (-2, 0, 2)

かつこの中の数字 γ_i は標準偏差の倍率であり、それぞれの確率変数の平均値から標準偏差の γ_i 倍離れた数値で演算を行い耐力を求める。その耐力の対数値を通る多項式を求め、その多項式を微分して (11) 式の係数を求める。

確率変数 X_1 を例に説明する。 g の偏微分項を求める場合には、普通の変数と確率変数を区別する必要はないので、説明の便宜上、関数 g における X_1 を x とする。 μ_{x_i} から ζ_i の γ_i 倍離れた降伏応力の値を σ_{y,γ_i} で表し、その降伏応力と変数 x の値 x_i との関係は

$$\ln \sigma_{y,\gamma_i} = \ln \sigma_{y,m} + x_i = -0.0803 \cdot \ln(D/t) + \ln 4.56 + \gamma_i \cdot \zeta_i$$

ただし、 ζ_i は確率変数 X_1 の標準偏差 (0.121) である。 σ_{y,γ_i} と引張強さの平均値 (13) 式を (6) 式に代入して m を算定し、 γ_i に対応した Ramberg-Osgood 式を求める。それら 3 組ないし 5 組の応力-ひずみ曲線に対して接線剛性理論値を求める。それらの理論値の対数値 y_i から g を Lagrange の 2 次ないし 4 次の多項式 I_{n-1} で表すと

$$g(X_1, \mu_{x_2}) = I_{n-1}(x)$$

$$= \sum_{i=1}^n y_i \frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_1)(x_i-x_2)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)}$$

この多項式を x で微分することで、(11) 式中の偏導関数 $\partial g / \partial X_1$ の μ_{x_1} , μ_{x_2} における値を求めることができる。

同様に $\partial g / \partial X_2$ の値を求めて変動係数を算定した。Fig. 5 に演算結果を示す。 $\lambda_n(1/\pi \cdot \sqrt{2.4/2100} \cdot \lambda)$ が 0.8 以下の領域では、Case 5 を除いて数値積分の値と 1 次近似の値はよく一致している。それ以外の領域では、それぞれ若干の差はあるが、よく傾向が表されている。ここで生じた差は、耐力の確率分布の形がいびつになるためと考えられる。これは、接線剛性理論に上限値 (オイラー荷重) が存在するためであるから、この上限値の影響をあまり受けない曲げと圧縮を受ける部材耐力については、ここでの方法で十分な精度があるものと考えられる。

4. 部材の終局耐力の統計量

4.1 部材耐力の数値解析法

面内におよび変形を生じる部材の最大耐力を解析的に求める方法には数々の提案がある。精度の高い厳密な解析方法もあるが、耐力の一般化には多くの数値演算が必要であるので、たわみ形を正弦波で仮定した近似解⁵⁾⁻⁷⁾の妥当性を既往の実験資料^{6), 7), 12)-17)}を用いて検討する。ただし、断面を周方向に 40 分割した数値積分法で断面力を求めることとする。

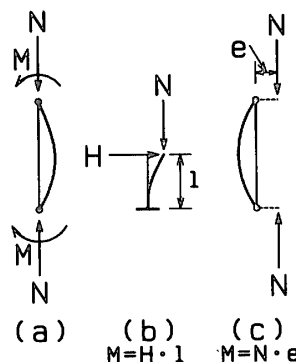


Fig. 6 Test conditions for beam-columns

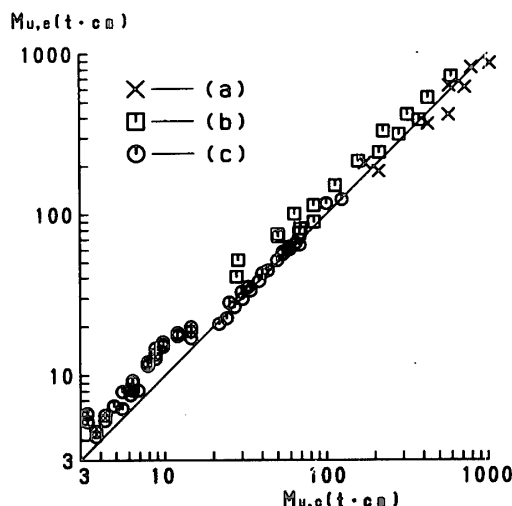


Fig. 7 Test results and predictions of ultimate strength of beam-columns

既往の実験には Fig. 6 のように 3 種類の荷重方法がある。この近似解で求めた最大耐力は Fig. 6(a), (c) のタイプの実験値とよく一致することが明らかになっている^{6), 7)}。

(6) 式で m を算定するためには素材の引張強さと短柱の圧縮試験の降伏応力が必要である。実験資料において両者が公表されている場合には (6) 式を用いて応力-ひずみ関係を近似した。短柱圧縮試験の応力-ひずみ関係のみが公表されている場合には、0.4% の残留ひずみに対応する応力 $\sigma_{0.4}$ を用いて m を求めた。すなわち

$$m = \frac{\ln 2}{\ln(\sigma_{0.4}/\sigma_y)}$$

短柱の圧縮試験の結果が公表されていない実験資料と熱間圧延の材料あるいは焼鈍材の実験資料は扱っていない。

Fig. 6 のすべての荷重方法では、曲げモーメントが変化するので、最大曲げモーメントの実験値 $M_{u,e}$ と計算値 $M_{u,c}$ との関係を Fig. 7 に示す。Fig. 6(a) タイプでは、一部の試験値が計算値を下回っている。これは文献⁷⁾の資料であり、その文献に述べられているように局部座屈の影響と考えられる。また (b) タイプでは、試験値は計算値よりも若干高いことが分かる。(c) タイプでは、

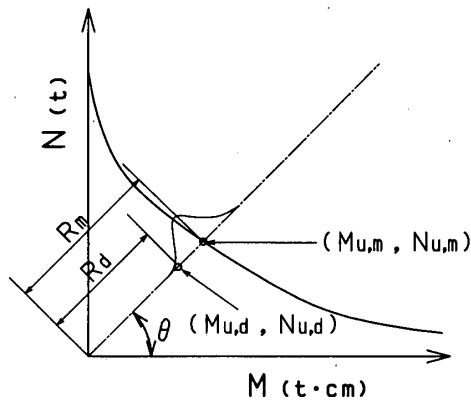


Fig. 8 Definition of resistance of beam-columns

耐力に摩擦力の影響が報告されている曲げ耐力の小さい小径の実験を除いて、計算値は実験値とよく一致している。総じて実験値と計算値の相関は良好である。

Fig. 6(b) の荷重方法では曲げモーメントにこう配があるために等価曲げモーメント係数 C_m を考えなければならない。しかし、実験資料の細長比 λ が小さいために、塑性設計指針¹⁸⁾ の算定式では C_m がほぼ 1.0 となり C_m を考えても設計値は変わらない。また、ここで行った解析方法では C_m の違いによる耐力の変化を表現できないので、Fig. 6(b) タイプの λ が大きな領域における部材耐力は考察の対象外とする。

4.2 平均値と変動係数

前述の部材耐力の数値解析法から得た最大耐力を前述の統計的評価方法に適用して部材耐力の統計量を求める。

この場合に、耐力の変動を評価する方法が問題となる。つまり、荷重の経路が明らかでなければ、耐力の分散が求められない。この問題には多くの議論があるが、ここでは LRFD¹⁾ と同様に、Fig. 8 に示すように荷重は $M-N$ 相関図の原点から直線で変化することとする。すなわち

$$M = N \cdot e$$

として、偏心量 e は確定量として変動はないものと考え。また、この直線上で部材耐力が変動することになるので、部材の最大耐力の統計量を偏心圧縮柱の軸方向耐力 N_u を用いて

$$R = N_u \cdot \sqrt{1 + e^2} \dots \dots \dots (14)$$

の値で評価する。また、Fig. 8 のように曲げモーメントを横軸とし、圧縮力をたて軸としたときの直線の角度 θ に対する R の変動係数の変化を調べる。直線の角度 θ と荷重状態には

$$\tan \theta = \frac{N}{M} = \frac{1}{e}$$

の関係がある。ここで、 θ は荷重状態を表す変数となり、偏心量のみで変化する確定量である。

解析の変数は細長比 $\lambda = 20, 40, 60, 80, 120$ とし、

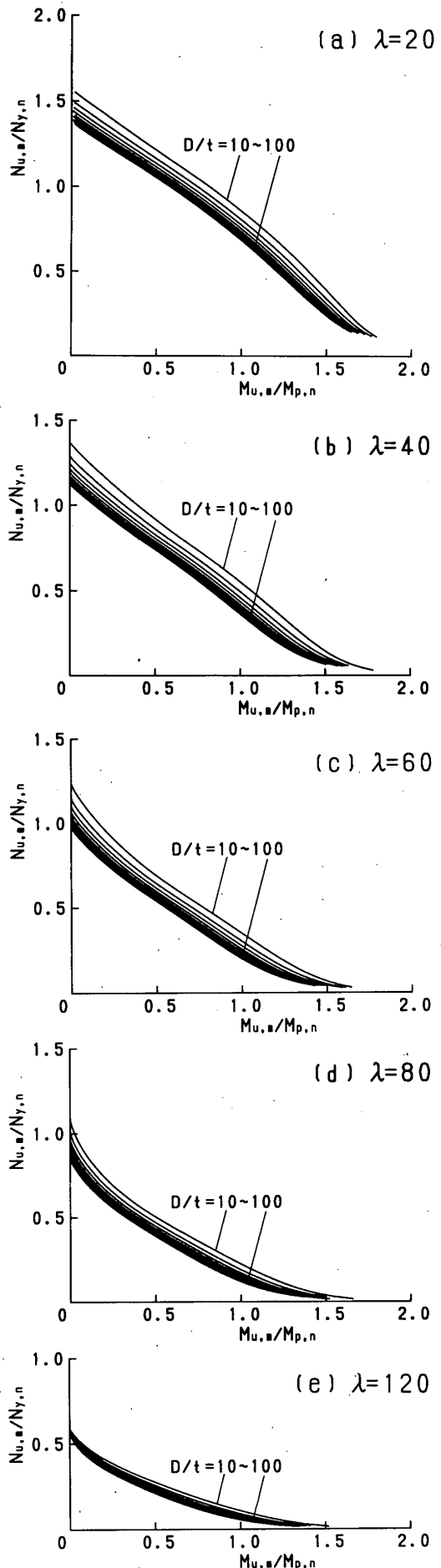


Fig. 9 Mean values of ultimate strengths of beam-columns

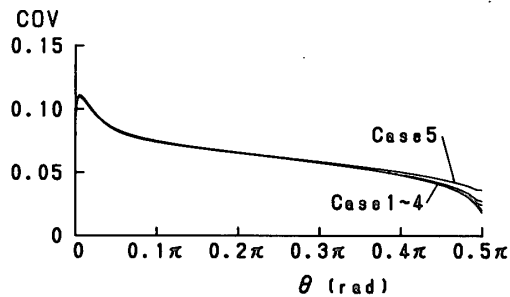


Fig. 10 Effect of differences in several discrete techniques on value of COV ($D/t=30$)

$M-N$ 相関線が 90 分割するように偏心量を設定し、径厚比 D/t は 10 から 100 まで 10 おきとした。なお、外径は 165.2 mm とした。

最大耐力の 1 次近似の平均値を公称の降伏応力 $\sigma_{y,n}$ (2.4 t/cm^2) で計算した公称の降伏軸力 $N_{y,n}$ と全塑性モーメント $M_{p,n}$ で無次元化して Fig. 9 に示す。平均値は公称の耐力に比べてかなり高くなる。また、径厚比により降伏応力と引張強さが変化するために、最大耐力の平均値も径厚比で変化している。

分散については、まず前述の数値微分における刻み点の違いによってどの程度の差が分散に現れるかを検討した。刻みの点によって分散の差が顕著な $\lambda=120$ の演算結果を Fig. 10 に示す。Case 5 の θ が大きい場合、すなわち高軸力の場合を除いて、すべての演算結果に大した差はない。これは、中心圧縮柱と違って耐力の確率密度の分布形がいびつではないことを示している。Case 5 を除けばどの演算結果も大した差がないので、Case 2 の演算結果を用いて以下の考察をする。

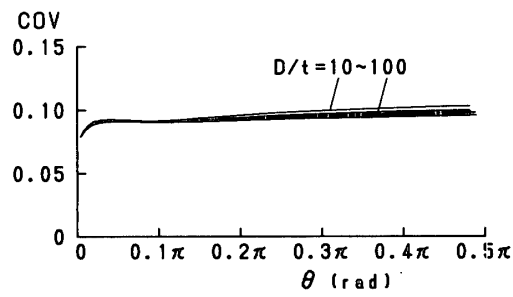
演算結果を Fig. 11 に示す。径厚比による変動係数の変化は $\lambda=120$ の場合に顕著である。ほかの細長比では、径厚比による変化はほとんどない。また、 θ に対する変動係数の変化は細長比により異なる。

変動係数と平均値の変化は複雑であり、LRFD 方式の設計において必要な低減係数と平均値を簡単な形で表すことはできないものと考えられる。

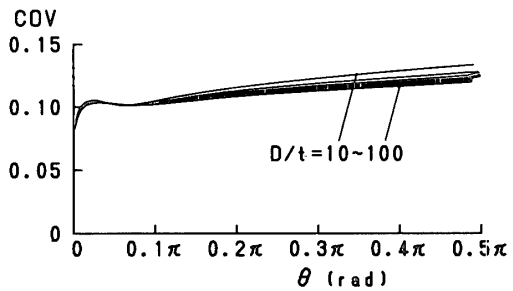
5. 設計耐力の考察

5.1 全塑性限界耐力

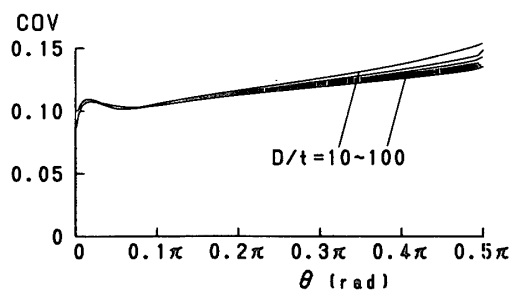
冷間成形材のように降伏棚が現れない材料では、全塑性モーメントの評価自体に問題がある。現在の耐力設計では、ひずみ硬化による耐力の上昇を見込んでいないので、全塑性モーメントが設計に使用する部材耐力の最大値であると考えられる。しかし、明瞭な降伏棚が現れない場合には徐々に応力-ひずみ関係の剛性が変化するために、全塑性モーメントを設計の最大値として良いのかどうか不明である。本論では、0.2% の残留ひずみに対応する応力を降伏応力としているが、この値を用いて算定した全塑性モーメントと部材耐力との関係も定かでない。



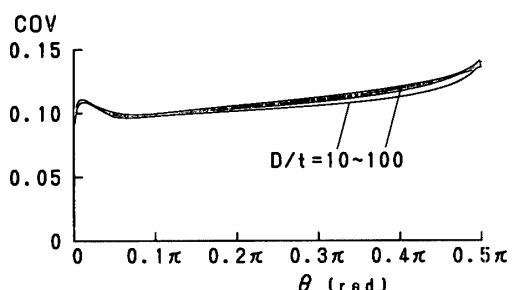
(a) $\lambda=20$



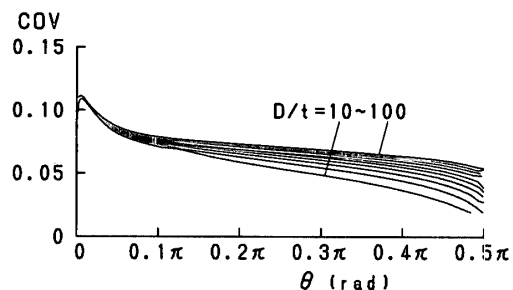
(b) $\lambda=40$



(c) $\lambda=60$



(d) $\lambda=80$



(e) $\lambda=120$

Fig. 11 COV of ultimate strengths of beam-columns

そこで、短柱 ($\lambda=20$) の最大耐力が全塑性状態の限界耐力であるとして、これを全塑性モーメントの計算値と比較してみる。

全塑性状態における相関式に基づいて圧縮に対する設

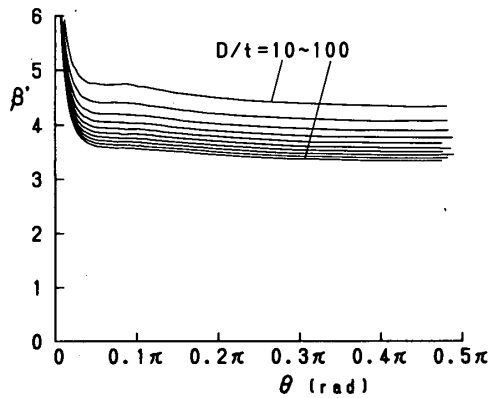


Fig. 12 Safety index for full plastic limit state

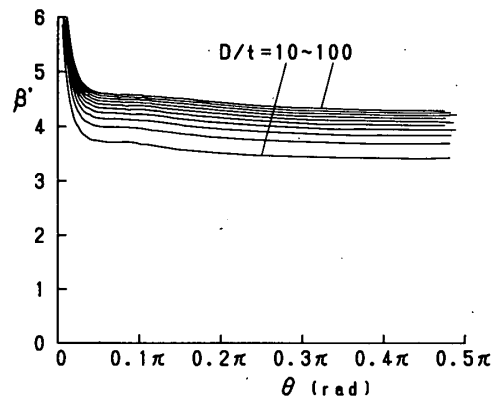


Fig. 13 Safety index controlled by statistical data of compressed yield stresses ($\beta_a=3.0$)

計値 $N_{u,d}$ と曲げに対する設計値 $M_{u,d}$ との関係は

$$\frac{M_{u,d}}{M_{p,d}} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{N_{u,d}}{N_{y,d}}\right) \dots \dots \dots (15)$$

ただし

- $M_{p,d} = Z_p \cdot \sigma_{y,d}$: 設計用全塑性モーメント
- $N_{y,d} = A \cdot \sigma_{y,d}$: 設計用降伏軸力
- $\sigma_{y,d}$: 設計用降伏応力, Z_p : 塑性断面係数
- A : 断面積

Fig. 8 に示すように $M_{u,d}$ と $N_{u,d}$ は

$$M_{u,d} = N_{u,d} \cdot e$$

を満足するとして

$$R_d = N_{u,d} \cdot \sqrt{1 + e^2}$$

とした R_d を設計用限界耐力とする。ただし、(15) 式では数式の形で R_d を与えることができないので、2分法で上記の条件を満足する (15) 式の根を求める。また、Fig. 11 に示した R の変動係数 ζ_R を考慮して R_d と R の平均値 R_m との関係を探る。そのための指標として

$$\beta' = \frac{\ln(R_m/R_d)}{\zeta_R} \dots \dots \dots (16)$$

β' は LRFD 方式の安全指標 β に分離定数 α をかけたものと等しい。また、荷重の変動を考えない場合には、設計変数によって β' が変化しなければ安全性が一定であるといえる。

(15) 式の設計用降伏応力 $\sigma_{y,d}$ に公称の降伏応力 $\sigma_{y,n}$ (2.4 t/cm^2) を用いた β' を Fig. 12 に示す。 β' は径厚比で大きく変化している。しかし、 θ に対してはあまり変化していない。これは、(15) 式は妥当であり、公称の降伏応力とした設計用降伏応力に問題があることを示している。

そこで、(7) 式の圧縮試験の降伏応力の統計量に基づいて設計用降伏応力を与える。すなわち、LRFD 方式と同様に

$$\sigma_{y,d} = \sigma_{y,m} \cdot \exp(-\beta_a \cdot \zeta_i)$$

Z_p と A を確定量としているために、この式中の β_a は M_p と N_y の安全指標と考えることができる。しかし、降伏応力 σ_y は 0.2% の残留ひずみに対応する応力であ

り、その σ_y で与えた M_p と N_y の計算値が部材の曲げ耐力と圧縮耐力を表しているとはいえない。そのために、 β_a を与えた設計用降伏応力を用いて求めた R_d と曲げと圧縮を受ける短柱の限界耐力の平均値 R_m とを比較して、 β' と β_a が等しいかどうか検討する必要がある。 β_a と β' が等しければ、その設計用降伏応力は部材耐力の評価に適切であるといえる。 $\beta_a=3.0$ とした設計用降伏応力を用いて (15) 式に基づいて R_d を算定した。Fig. 13 に計算結果を示す。径厚比の変化に伴う降伏応力の変化と部材耐力の変化は一致しないために、Fig. 13 のように径厚比によって β' は変化する。また、 β_a と β' はかなり異なる値である。これは、部材耐力の統計量が素材の応力-ひずみ関係における降伏応力の統計量ほど径厚比の影響を受けないためである。

すなわち、降伏応力が高い場合には、降伏比が高くなり硬化指数 m は大きくなる。したがって、降伏応力近傍での応力上昇率は小さくなり、ほぼ降伏応力で部材の最大耐力が決まる。逆に降伏応力が低いと m が小さくなり、応力の上昇率は大きくなり、ひずみの増加が小さくても応力はかなり上昇するので、部材の最大耐力は全塑性モーメントよりも高くなる。つまり、降伏応力と m の変化が部材耐力に与える影響は相殺されるので、降伏応力の統計量における径厚比の影響がそのまま部材耐力には現れない。

これは、0.2% の残留ひずみよりも若干大きなひずみ領域の応力の統計量を部材耐力の設計に使用すれば良いことを示している。しかし、そのような応力の統計量を求めるのは困難であるので、引張試験の降伏応力を使用してみる。引張試験の降伏応力 $\sigma_{y,t}$ は、圧縮の降伏応力と比較して分散は小さく、平均値は若干高くなり径厚比の影響が小さい⁹⁾。

$$\sigma_{y,t} = 4.69 \cdot M_4 \left(\frac{D}{t}\right)^{-0.0622} \quad (\text{t/cm}^2) \dots \dots \dots (17)$$

$$\text{COV} = 0.109$$

この統計量を用いて設計用降伏応力を与えると

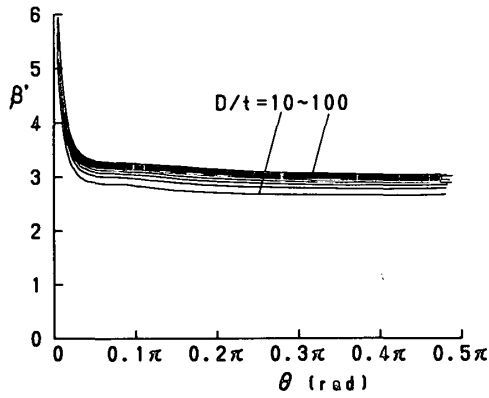


Fig. 14 Safety index controlled by statistical data of tensile yield stresses ($\beta_a=3.0$)

$$\sigma_{y,d} = \sigma_{y,m} \cdot \exp(-\beta_a \cdot \zeta_d) \dots \dots \dots (18)$$

Fig. 14 に $\beta_a=3.0$ とした場合の β' を示す。 β' は径厚比にかかわらずほぼ 3.0 である。つまり、安全性を一定にするためには (18) 式を用いて (15) 式の $M_{p,d}$ と $N_{u,d}$ を与えればよいといえる。

ただし、この結果は $\lambda=20$ の部材の最大耐力と比較した場合であり、細長比の値が変われば (18) 式との関係も変化するものと考えられる。

5.2 曲げ圧縮限界耐力

曲げと圧縮を受ける部材の設計には、圧縮を受ける部材の設計耐力 N_{cr} を用いた相関式が一般に下式で与えられている。

$$\frac{N_{u,d}}{N_{cr}} + \frac{M_{u,d}}{\left(1 - \frac{N_{u,d}}{N_E}\right) M_p} = 1.0 \dots \dots \dots (19)$$

ただし、 N_E : オイラー座屈強度

圧縮を受ける冷間成形部材の耐力の平均値や分散は熱間圧延材と異なっている。また、 N_{cr} の既往の設計式を冷間成形部材に適応した場合には、短柱の領域 ($\lambda < 30$) を除くと、設計式と部材耐力との不一致よりも径厚比で安全性が変化する割合の方が大きい⁹⁾。これらは、圧延材とは別の設計式が冷間成形材に必要なことを示している。しかし、それらのことを設計に反映するための考察は不十分である。また、一般に短柱領域での N_{cr} の低減係数と M_p の低減係数は同じ値が与えられることが多いので、これらの低減係数の値については考察しない。

設計変数 θ に対して一定の安全性を確保できる方法について考察する。そのために、細長比による耐力の平均値の変化と低減係数の変化が含まれた表現である塑性設計指針¹⁸⁾の設計式を N_{cr} として用いる。すなわち、STK 41 材では

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \lambda \leq 30 \text{ の場合} & \quad \frac{N_{cr}}{N_y} = 1.0 \\ 30 < \lambda \leq 120 \text{ の場合} & \quad \frac{N_{cr}}{N_y} = 1.0 - 0.006(\lambda - 30) \end{aligned} \right\}$$

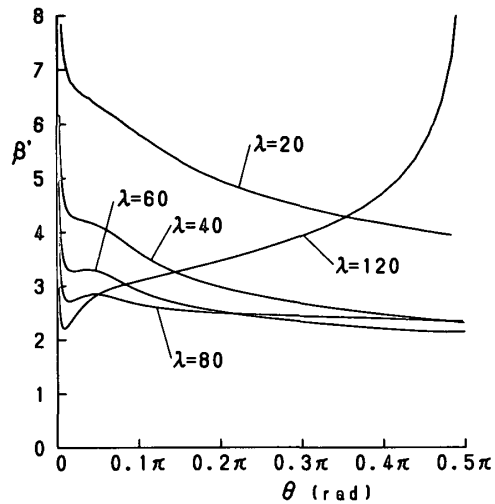


Fig. 15 Safety index using linear interaction equations ($D/t=30$)

$$\lambda > 120 \text{ の場合} \quad N_{cr} = \frac{N_E}{1.3} \dots \dots \dots (20)$$

また、(19) 式の M_p と (20) 式の N_y の計算には公称の降伏応力 $\sigma_{y,m}$ を使用する。公称の降伏応力を用いることで、それぞれに低減係数を含んでおり、(19)、(20) 式は設計耐力を与えることとする。

以上のことに基づいて、曲げ圧縮限界状態の β' を求めた。 β' の変化は径厚比が異なる場合にも θ に対してはよく似た傾向となるので、ここでは一例として $D/t=30$ の演算結果を Fig. 15 に示す。文献1) では β' の値を 1.65 ($\alpha=0.55, \beta=3.0$) としていることから判断すると、(19) 式に基づけば全体的に安全側の評価となることが Fig. 15 から分かる。しかし、 $\lambda=120$ を除いて θ が大きくなると β' が小さくなる傾向がある。この傾向は、H 形鋼部材を対象に設定された (19) 式が円形断面の部材耐力を表せないために生じたものと考えられる。

前項で示したように、円形断面の全塑性状態の設計式 (15) 式と $\lambda=20$ の限界耐力を比較した場合には、 θ に対して β' は変化しない。また、Fig. 15 中の $\lambda=40, 60, 80$ の β' の変化は $\lambda=20$ の変化と同じ傾向があるから、(15) 式に基づいた相関式を曲げ圧縮限界状態の設計に用いることが必要であると考えられる。(15) 式に基づいて、Sherman は

$$\frac{1}{\left(1 - N_{u,d}/N_E\right) M_p} \frac{M_{u,d}}{M_p} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{N_{u,d}}{N_{cr}}\right) \dots \dots \dots (21)$$

の相関式を使用している¹⁷⁾。この相関式を用いて β' を求めると Fig. 16 となり、短柱の領域 ($\lambda=20, 40$) では、 θ に対してほぼ一定の β' となる。しかし、 λ が 60 以上では θ が小さくなると β' は低下している。また、細長比が大きくなるにつれてその傾向は著しい。これは、冷

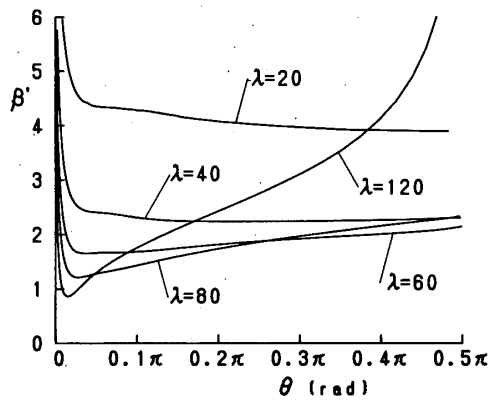


Fig. 16 Safety index using interaction curves of CHS ($D/t=30$)

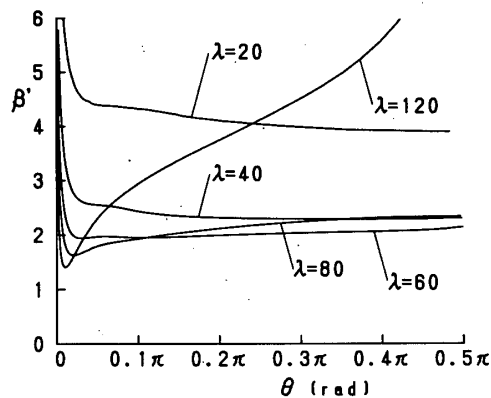


Fig. 17 Safety index using factored interaction curves ($D/t=30$)

間成形材ではかなり小さなひずみの領域で非弾性挙動がみられることが、部材耐力に影響するためと考えられる。この現象は評価しておく必要がある。低減係数 ψ を用いた相関式として

$$\frac{1}{(1-\psi \cdot N_{u,d}/N_e)} \frac{M_{u,d}}{M_p} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{N_{u,d}}{N_{cr}}\right) \dots \dots (22)$$

を想定し、 $\psi=1.3$ とすると θ に対して β' はほぼ一定の値であった。その演算結果を Fig. 17 に示す。径厚比が 30 の場合には、 $\lambda=20, 120$ を除いて β' はほぼ 2.0 となる。

$\lambda=120$ では、 θ に対して β' は大きく変化しており、その最低値はほかの細長比の値とおおむね等しい。また、 $\lambda=20$ では、 β' はほかの細長比の結果と比較して格段に大きな値である。これらの結果は、安全性の評価に既往の設計式 (20) 式を使用したことに起因しており、 N_{cr} の設計値には再考の余地があるといえる。

図示していないが、径厚比が変化すると β' の値自体は変化するが、 θ に対しては変化しなくてほぼ一定の値であった。

実験資料の限界耐力 R_e と (22) 式を用いて求めた設計用限界耐力 R_d を Fig. 18 に比較する。この図に単位を示していないのは、偏心量 e によって R_e と R_d の単

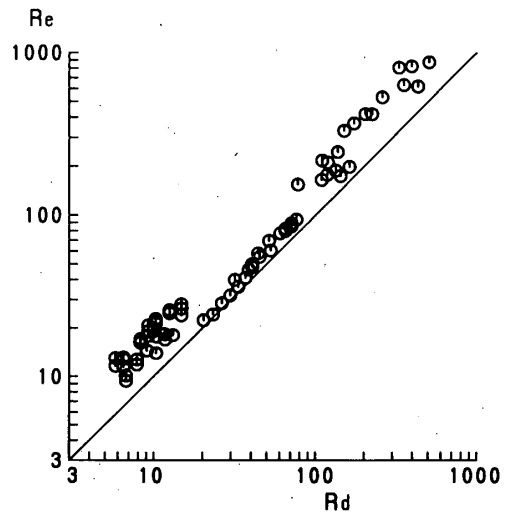


Fig. 18 Test results compared with factored resistances

位が変化するためである。 R_e と R_d の値は e (cm)、 N (t) として算定している。また、実験資料には STK 50 相当の材料があるので、その実験資料については $\sigma_{y,n} = 3.3 \text{ t/cm}^2$ として R_d を計算している。実験資料の数が限られている上に、実験変数に偏りがあり、同一素材の実験が多い。このような実験資料との比較では、前述の N_{cr} の問題や径厚比による安全性の変化を明らかにできないが、Fig. 18 によれば (22) 式を用いた設計値は存在軸力や曲げモーメントに関係なくおおむね一定の安全性を与えているといえる。

6. まとめ

曲げと圧縮を受ける部材耐力についての統計的な評価の結果をまとめる。

- (1) 加工後の応力-ひずみ関係を与えるモデルの係数について、統計的に応用が可能な形で簡便な近似式を得た。
- (2) 十分な精度のある部材耐力の近似解に応力-ひずみ関係のモデルを用いてその妥当性を確認した。
- (3) 1次近似の平均値と分散を数値的に求めた。その結果、曲げと圧縮を受ける部材の最大耐力の統計量は径厚比、軸力比、細長比により変化した。
- (4) 素材の降伏応力の統計量を用いた低減係数を降伏軸力と全塑性モーメントに与えることが、全塑性境界状態の設計に有効であることが分かった。
- (5) 現在の設計に使用されている曲げ圧縮耐力の相関式は、円形鋼管部材に対して適切な設計耐力を与えず、荷重状態により安全性が変化した。円形断面の全塑性状態における相関式に基づいた曲げ圧縮耐力の相関式では、細長比が大きくなると危険側の評価となった。特殊な低減係数をその相関式に与えると、ほぼ一定の安全性が確保できた。

これらのことから、曲げと圧縮を受ける冷間成形円形鋼管部材の耐力を統計的に評価できたといえる。しかし、

初期不整などの幾何学的な不整を考慮していない。また、具体的な低減係数の表現を避けて、既往の設計式を基準にして安全性の評価をしている。初期不整の問題は実際の構造物の施工程度を考慮した上で考えるべき問題であり、ほかの形鋼と統一される必要がある。また、低減係数を与えるために必要な安全指標と分離定数の値も荷重状態などを考慮した上で統一されるべきである。これらのことが成された後に、より合理的な評価を行う予定である。

謝 辞

本研究は文部省科学研究費（総合 A No. 63302052 代表者五十嵐定義）および東レ科学振興会の援助を受けた。記して感謝します。

参考文献

- 1) Bjorhovde, R., Galambos, T. V., Ravindra, M. K. : LRFD Criteria for Steel Beam-Columns, ASCE, Journal of Structural Division, Vol. 104, No. ST9, pp. 1371-1387, 1978. 9
- 2) 坂本 順, 小浜芳朗, 大宮幸男: 信頼性設計法に関する考察 [II], 日本建築学会論文報告集, 第 305 号, pp. 9-16, 1981. 7
- 3) 小野徹郎, 平野富之: 実験データに基づく鋼構造部材の耐力と変形能力に関する統計論的考察 (I), 日本建築学会論文報告集, 第 328 号, pp. 1-10, 1983. 6
- 4) 小野徹郎, 井戸田秀樹, 河原弘明: 高次積率を用いた鋼圧縮材および曲げ材の抵抗強度に関する統計論的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 370 号, pp. 19-27, 1986. 12
- 5) Chen, W. F., Atsuta, T. : Theory of Beam-Column, Volume 1, McGraw-Hill, pp. 387-391, 1976
- 6) 若林 実, 石田 昭, 野中泰二郎, 西川一正: 電縫鋼管の座屈に関する実験的研究—その 2 座屈実験—, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 971-972, 1968. 10
- 7) 西田芳弘, 加藤征宏, 久光脩文, 奥戸行一郎, 坂本 傑 : 塑性設計法の鋼管構造への応用, 住友金属, Vol. 23, No. 4, pp. 107-117, 1971. 10
- 8) 加藤 勉: 閉断面部材の局部座屈と変形能力, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 378 号, pp. 27-36, 1987. 8
- 9) 越智健之, 黒羽啓明: 冷間成形円形鋼管部材の耐力と変形能の統計的評価, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 391 号, pp. 59-71, 1988. 9
- 10) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 培風館, pp. 21-24, 1980
- 11) 例えば 山内二郎, 森口繁一, 一松 信: 電子計算機のための数値計算法 I, 培風館, pp. 67-69, pp. 90-92, 1965
- 12) 仲 威雄, 加藤 勉, 清山卓郎: 非調質鋼管の座屈実験, 日本建築学会論文報告集, 号外, pp. 299, 1965. 9
- 13) 藤本盛久, 鈴木敏郎: 鋼管構造便覧, 日本鋼管株式会社, pp. 675-684
- 14) 越智健之, 最相元雄, 黒羽啓明, 大塚孝志: 円形鋼管部材の履歴性状—その 1. 耐力, 変形能と径厚比, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 667-668, 1985. 10
- 15) 蓑田 茂, 越智健之, 黒羽啓明: 熱間圧延円形鋼管部材の耐力と変形能に関する実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 C II, pp. 1125-1126, 1989. 10
- 16) Matsui, C. and Tsuda, K. : Strength and Behavior of Circular Steel Tubular Beam-Columns, International Conference on Steel Structures, Recent Research Advances and Applications, Budva, Yugoslavia, 1986. 9
- 17) Sherman, D., R. : Interpretive Discussion of Tubular Beam-Column Test Data, Department of Civil Engineering, University of Wisconsin-Milwaukee. 1980. 12
- 18) 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針, 1975
- 19) Chen, W. F., Sohal, I. S. : Cylindrical Members in Offshore Structures, Thin-Walled Structures, Vol. 6, pp. 153-285, 1988
- 20) 越智健之, 黒羽啓明: 曲げと圧縮を受ける冷間成形円形鋼管部材の終局耐力の統計的評価, 日本建築学会九州支部研究報告, 第 31 号 1, pp. 205-208, 1989. 3

SYNOPSIS

UDC : 624.014.2 : 691.714 : 62-462

STATISTICAL EVALUATION OF ULTIMATE CAPACITIES OF COLD-FORMED CIRCULAR TUBULAR BEAM-COLUMNS

by **KENSHI OCHI**, Research Assistant, Kumamoto University, and Dr. **YOSHIAKI KUROBANE**, Professor, Kumamoto University, Members of A. I. J.

This paper presents results of an analysis of ultimate behavior of tubular beam-columns based on statistical data for cold-formed circular tubes under combined bending and axial loads.

The conclusions drawn are summarized as follows :

- (1) The hardening exponent included in a stress-strain model for tubular sections after cold-forming was found to be represented by a simple function of yield ratio. Statistics of the yield ratio were determined by using statistical data on compressive yield stresses and ultimate tensile strengths.
- (2) Mean values and coefficients of variation of the column buckling strengths were obtained by using a semi-probabilistic numerical approach. These values were found to agree well with exact values.
- (3) A simple theoretical approach based on a proposed stress-strain model was found to be capable of interpreting ultimate strengths of tubular beam-columns in the existing data base. Numerical analysis according to the first order probabilistic approximation was carried out to determine mean values and coefficients of variation of resistances of tubular beam-columns.
- (4) On the basis of these numerical results, recommendations were given for the design of tubular beam-columns.