

曲げと圧縮を受ける冷間成形円形鋼管部材の終局耐力の統計的評価

正会員 ○越智健之\*1 同 黒羽啓明\*2

1. はじめに 限界状態設計では部材の耐力や変形能力に影響する数々の因子を統計的に扱い、総合的に部材あるいは構造物の安全性を論じる必要がある。そのために、部材耐力の信頼性に関して多くの研究があり、すでに限界状態設計は実用段階にある。しかし、それらの研究の多くはH形鋼部材について考察されており、円形鋼管部材の耐力問題を設計段階まで論じた研究は少ない。

曲げと圧縮を受ける冷間成形鋼管部材の耐力は簡単な解析値とよく一致している。しかし、素材の応力-ひずみ関係をどのようにモデル化するか、あるいは、複雑な残留応力をどのように評価するのかという問題がある。それらは、限界状態設計における耐力係数に直接関連している。著者らは文献[1]において応力-ひずみ関係の一般化を試みており、その結果から局部座屈耐力と中心圧縮柱の耐力について考察した。ただし、応力-ひずみ関係の一般化にも数値演算が必要であり物理的な意味が不明確である。ここでは応力-ひずみ関係の硬化係数の簡便な近似式を提案し、その結果から曲げと圧縮を受ける部材の耐力問題について考察する。

2. 冷間成形完成品のみかけの応力-ひずみ関係

2.1 硬化係数と降伏比 応力-ひずみ関係をRamberg-Osgood式で近似するには、①応力-ひずみ関係上の1点(応力、ひずみ)の値 ②ある条件を満足する応力、あるいはひずみの値が最低限必要である。

降伏応力 $\sigma_y$ (0.2%残留ひずみ値)が明らかであれば

①が与えられるので

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^m \quad (\text{図1.を参照})$$

②の条件に引張強さ時の真ひずみ $\epsilon_e$ を用いて硬化係数 $m$ を求める方法はすでにある。しかし、 $\sigma_y$ と引張強さ $\sigma_u$ には統計量があるが、 $\epsilon_e$ には統計量がない。そこで、引張強さ $\sigma_u$ に注目して

$$\epsilon_e = \frac{\sigma_e}{E} + 0.002 \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right)^m \quad (1)$$

$$\epsilon_e = \ln(\sigma_e / \sigma_u) \quad (2)$$

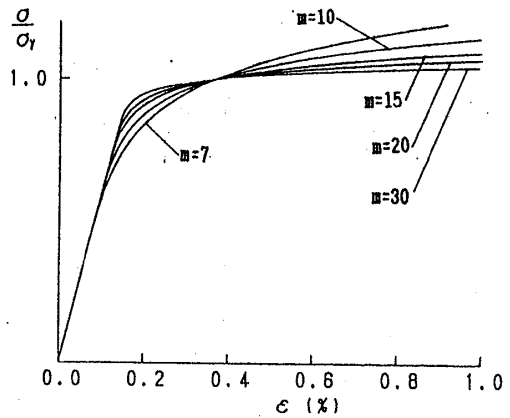


図1. 応力-ひずみ関係

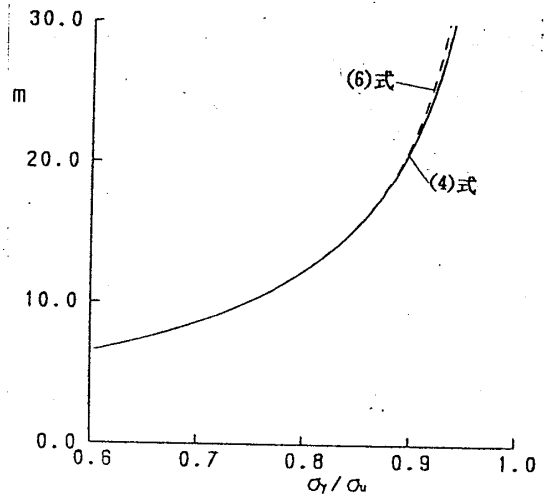


図2. 硬化係数と降伏比の関係

$$1 = \frac{\sigma_e}{E} + 0.002 \cdot m \left( \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \right)^m \quad (3)$$

これらの条件式は複雑な非線形式であり、 $m$ を求める収束計算も複雑となる。そこで、近似解を求めるために(1),(3)式の弾性部の項を無視し、 $\sigma_u$ 時の真応力 $\sigma_e$ を消去して

$$\ln(\sigma_y / \sigma_u) = 1/m \{ 1 - \ln(500/m) \} \quad (4)$$

この(4)式で注目すべきことは硬化係数が降伏比のみ関数となることである。図2.に(4)式を実線で示す。(4)式では数値的に $m$ を求めなくてはならない。そこで、(4)式を適当な関数に置き換えることによって $m$ の解を

\*1 熊本大学・助手 \*2 同・教授・工博

求める。(4)式を三次までのテーラ展開式および対数式の級数解で近似すると誤差が大きく、次数を増やしても解が複雑となり実用にならない。そこで、(4)式右辺の  $\ln x$  を

$$y = a \cdot x^{0.5} + b \cdot x + c$$

この関数は、3つの未知数(a,b,c)があるから、ある点の接線勾配と曲率勾配を合わせる。mの平均は都合よく10程度であるから、この点まわりで各勾配を一致させた。その結果から(4)式は

$$\ln(\sigma y / \sigma u) = -5.91 \cdot m^{-1} + 1.26 \cdot m^{-0.5} - 0.1 \quad (5)$$

$$m = \frac{-5.91 S + 0.209 - 3.08 \sqrt{-S - 0.0323}}{(S + 0.1)^2}$$

ただし  $S = \ln(\sigma y / \sigma u)$  (6)

この(6)式で与えられるmと降伏比との関係を図2.に破線で示す。実線の(4)式とほぼ一致している。降伏比の統計量が明らかになれば、(6)式を用いて応力-ひずみ関係の統計的な一般化が簡単にできる。

**2. 2 降伏比の統計量** 降伏応力  $\sigma y$  は短柱の圧縮試験から得られる値としており、降伏比も圧縮試験の降伏応力を使用しなければならない。STK41材の統計量は

$$\ln \sigma y = -0.08031 \ln(D/t) + \ln 4.56 + \ln M1 \quad \text{cov} = 0.1205$$

$$\ln \sigma u = -0.003411 \ln(D/t) + \ln 4.78 + \ln M2 \quad \text{cov} = 0.078$$

$$\rho = 0.576 \quad (\ln M1 \text{ と } \ln M2 \text{ の相関係数})$$

であるから [1]

$$\frac{\sigma y}{\sigma u} = 0.956 M3 \left(\frac{D}{t}\right)^{-0.0769} \quad (7)$$

ただし  $\ln M3 = \ln M1 - \ln M2$

$\ln M3$  の標準偏差すなわち降伏比の変動係数は

$$\text{Var}(\ln M3) = \text{Var}(\ln M1) + \text{Var}(\ln M2) - 2\rho \cdot \text{sd}(\ln M1) \cdot \text{sd}(\ln M2) \quad \text{から}$$

$$\text{cov}(M3) = \text{sd}(\ln M3) = 0.0989$$

ここで、cov: 変動係数 sd: 標準偏差 Var: 分散

実験資料の降伏比を図3.に示す。ただし、図中の実線は(7)式であり、破線は平均から変動係数の2倍分はなれた95%信頼限界である。実験値とそれらの誘導された値は実験資料とよく一致している。

**3 曲げと圧縮を受ける部材の耐力**

**3. 1 実験資料と解析値** (6)式でmを算定するに

は  $\sigma y$  と  $\sigma u$  が必要である。実験資料において両者が公表

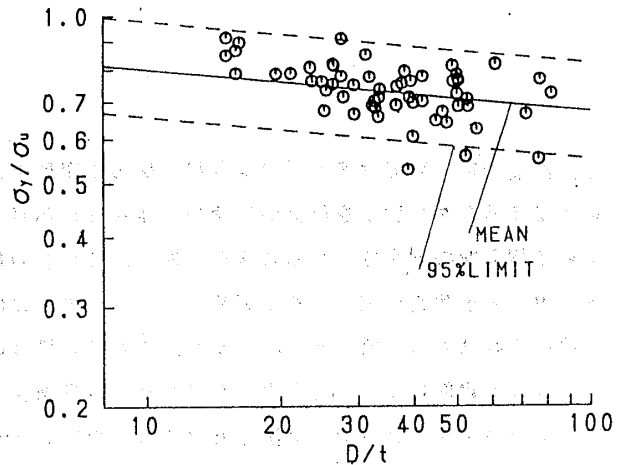


図3. 降伏比と径厚比の関係

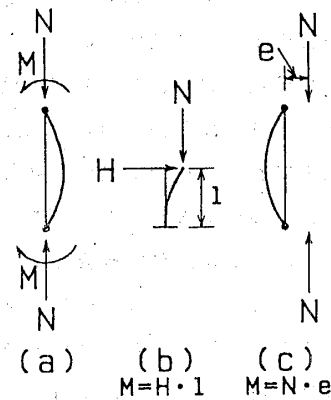


図4. 載荷方法

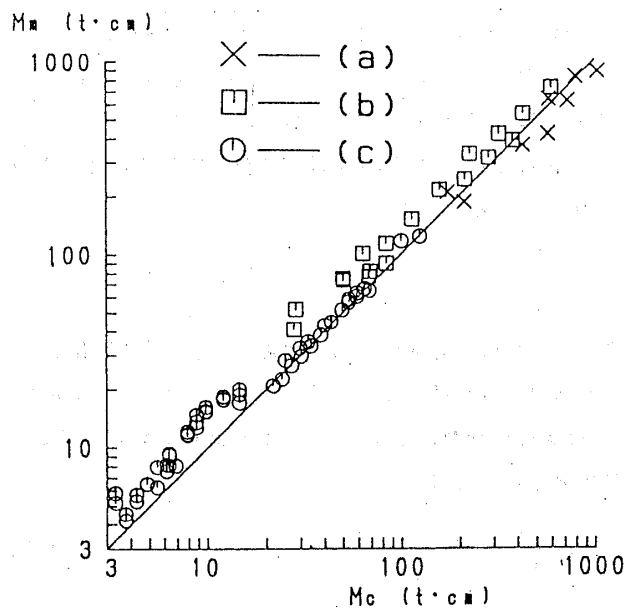


図5. 実験値の耐力と計算値の関係

されている場合には(6)式を用いて応力-ひずみ関係を近似した。短柱の圧縮試験のみしか公表されていない場合には、0.4%の残留ひずみに対応する応力で $m$ を求めた。引張試験のみ公表された実験と焼鈍材の実験は扱わない。

既往の実験資料は図4.のように3種類の荷重方法がある。部材の解析法には数々の提案があるが、耐力を一般化するためには多くの数値演算が必要である。そこで、たわみ形を正弦波で仮定した近似解 [3] [4] をすべての荷重方法に使用する。この方法で求めた耐力は図4.(a), (c)のタイプの実験値とよく一致することが明らかになっている。また、断面を周方向に40分割した数値積分法で断面力を求める。

実験値 $M_m$ と計算値 $M_c$ を図5.に示す。図4.(a)タイプでは、一部の実験値が解析値を下回っている。これは [4] に述べられているように局部座屈の影響と考えられる。また(b)タイプでは、実験値が解析値よりも若干高い。(c)タイプでは、摩擦力の影響が報告されている耐力の低い小径の実験を除いて、計算値は実験値とよく一致している。総じて実験値と計算値の相関は良好である。これらのことから、ここで用いた解析法と前述の応力-ひずみ関係の近似方法は妥当であるといえる。

**3. 2 統計量**  $M_1$ ,  $M_2$ あるいは $M_3$ の相関を考慮して数値積分を行えば、数値的に厳密な終局耐力の確率の密度関数が求めることができる。しかし、その段階まで至っていないので確率的な近似解を求めて基礎考察とする。すなわち、 $M_1$ と $M_2$ の相関に完全相関を仮定し、耐力の中央値と95%信頼限界を求める [2]。この方法の中央値は一次近似の平均値と等しく、95%信頼限界の幅は実

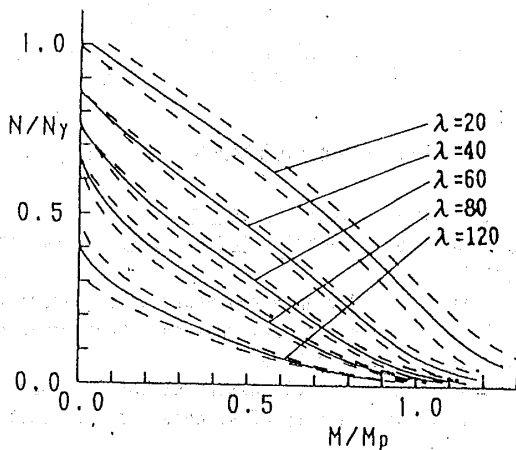
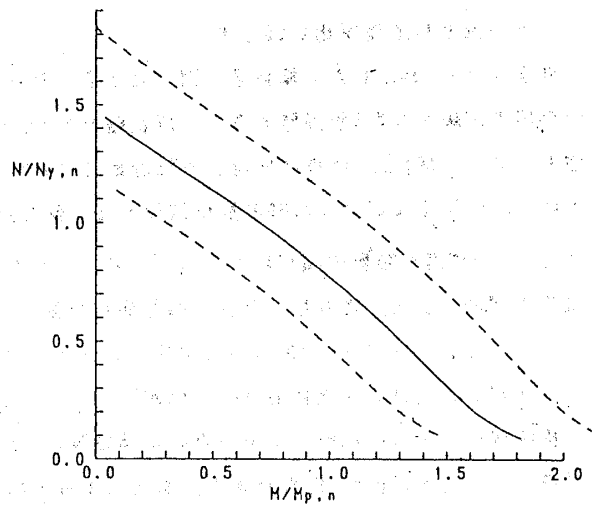
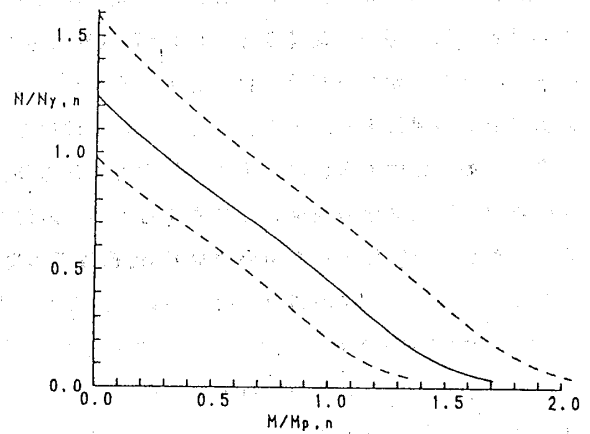


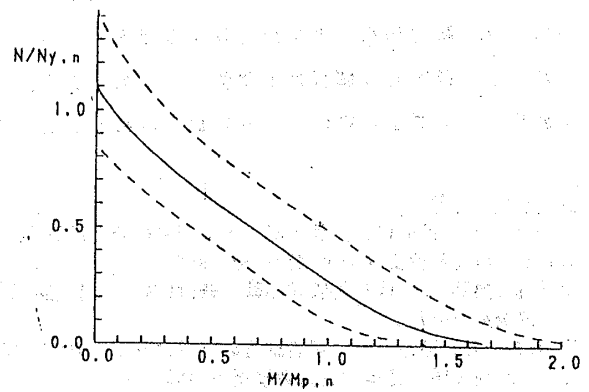
図6. 圧縮と曲げの相関関係



(a)  $\lambda = 20$



(b)  $\lambda = 40$



(c)  $\lambda = 60$

図7. 公称値における圧縮と曲げの相関関係

際の相関係数を考慮した数値積分の結果よりも狭くなる。  
また、 $\sigma_y$ や $m$ の統計量は径厚比(D/t)で変化するが、こ  
こでは一例として径厚比を30とする。

外径を165.2mmとした演算結果を図6.に示す。実線が  
中央値で破線が95%信頼限界である。降伏軸力 $N_y$ と全塑  
性モーメント $M_p$ は、演算に使用した統計量の $\sigma_y$ で求め  
ている。細長比 $\lambda$ が40,60,80の解析結果では、軸力が高  
くなると95%信頼限界の幅が狭くなっている。 $\lambda=120$ で  
は逆の傾向がある。これは、断面が弾性領域で耐力が低  
下するような部材では $\sigma_y$ が耐力に関係しないためであ  
り、 $\lambda$ が40,60,80の現象にも $N_y$ 、 $M_p$ が関係している。  
公称降伏応力(2.4t/cm<sup>2</sup>)を用いた降伏軸力 $N_{y,n}$ と全  
塑性モーメント $M_{p,n}$ で解析結果を無次元化すると図7.  
となる。図6.と同様に実線が中央値で破線が95%信頼  
限界である。図6.と比べて中央値は高くなり95%信頼  
限界の幅は広くなる。また、図6.とは逆に細長比が極端に大  
きい場合には、軸力が高くなると95%信頼限界の幅が狭  
くなる。そのほかの細長比では、軸力の変化によって9  
5%信頼限界の幅はそれほど変化していない。曲げと圧縮  
を受ける場合の耐力係数は、中心圧縮耐力の耐力係数と  
曲げ耐力の耐力係数の相関として考えるのが一般的であ  
る。しかし、図7.に示した中央値や95%信頼限界の変化  
に対応するには、別途の耐力係数が必要であろう。図8  
に図7.の95%信頼限界の下限値をまとめて示しておく。  
ほかの形鋼と比べて耐力の余裕があるものと考えられる。

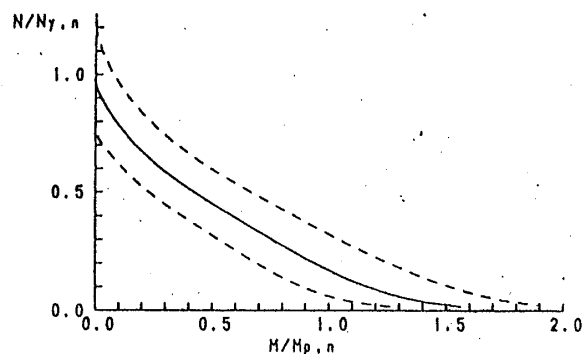
4. まとめ 曲げと圧縮を受ける部材の耐力について  
統計的な考察を行った。その結果、耐力は高いが変動が  
大きいという素材の特性がそのまま部材の耐力に現れた。  
また、その変動は軸力比、細長比で変化することが明ら  
かになり、耐力係数の考察が可能となった。

ただし、確率的な解析は危険側の近似解であり、限界  
状態設計に必要な変動係数、平均値を求めることはでき  
ない。

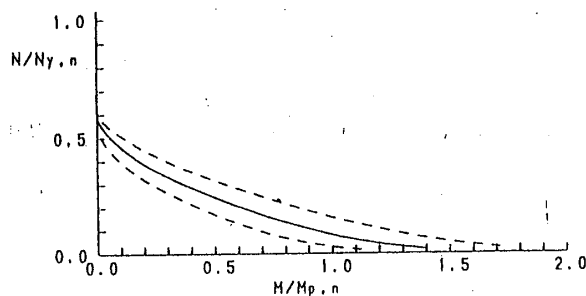
参考・引用文献

[1]越智,黒羽:冷間成形鋼管の耐力と変形能の統計的評価,日本  
建築学会構造系論文報告集,第391号,1988.9  
[2]越智,黒羽:冷間成形鋼管柱の確率統計的強度特性,建築学会  
大会梗概集,1987.10  
[3]若林,石田,野中,西川:電綫鋼管の座屈に関する実験的研究-  
その2 座屈実験-,建築学会大会梗概集,1968.10  
[4]西田,加藤,久光,奥戸,坂本:塑性設計法の鋼管構造への応用  
,住友金属,Vol.23, No.4,1971.10  
[5]仲,加藤,阿部:高張力鋼管の座屈実験,建築学会論文報告集,  
63号,1959.10  
[6]仲,加藤,清山:非調質鋼管の座屈実験,建築学会論文報告集,  
号外,1965.9

[7]藤本,鈴木:鋼管構造便覧,日本鋼管株式会社  
[8]加藤,秋山,斉藤:偏心圧縮柱の変形性状について,建築学会関  
東支部,1973  
[9]Matsui and Tsuda:Strength and Behavior of Circular  
Steel Tubular Beam-Columns,International Conference on  
Steel Structures,Budva,1986.9  
[10]Sherman:Interpretive Discussion of Tubular Beam-  
Column Test Data,University of Wisconsin-Milwaukee,1980.  
12  
[11]越智,最相,黒羽,大塚:円形鋼管部材の履歴性状-その1.耐力  
,変形能と径厚比,建築学会大会梗概集,1985.10



(d)  $\lambda=80$



(e)  $\lambda=120$

図7. 公称値における圧縮と曲げの相関関係(続き)

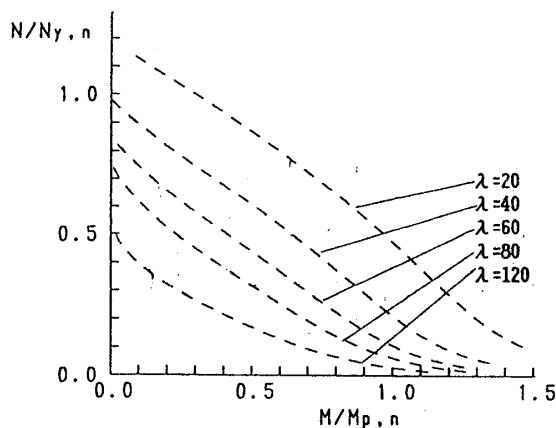


図8. 圧縮と曲げの相関関係の統計的下限値