

日常の条件的推論について*

岡崎 宏光 ・ 青山 寛六

The Logical Connective "Implies" In Everyday Logic

Hiromitsu OKAZAKI and Kanroku AOYAMA

(Received 31, October 1983)

The purpose of this paper is to search out the types (Mathematical Logic, Child Logic and others) of the logical thinking in daily lives. Using the answers for the problems of deductive reasoning, the table 1 and 2 are constructed, which are modifications of Student-Problem Score Table. In the table 2, it is easy to pick up the special types of the logical thinking.

緒 言

数学的命題を記述するときに使われる「～ならば、～」(記号では「 \rightarrow 」がよく使われる)と日常の会話で使われる「～ならば、～」は、少し異なっている。簡単のため、数学的論理 (Mathematical Logic) を ML と書くことにする。ML に対して、日常行われている推論を日常論理と言う。ここで、ML とは、古典論理 (Classical Logic) を示すものとする。従って、ML は、公理と推論規則で構成することができる¹⁾。それに対して、日常論理は、混沌としている。本研究では、混沌とした日常論理の中に潜む規則性を表やグラフに表現する方法を研究する。

これまでの日常論理研究

日常論理の分析としては、オブライエン他による Child Logic や Quasi-Child Logic についての研究^{5,6)}、松尾他による日常論理についての研究がある^{2,3)}。それらは、いずれも syntactical な構成を求めることを目的としたものではないが、日常論理の特徴をとらえ、どのようなタイプに分類できるかを研究しているので、規則性を捜す上で重要な研究である。通常、ML では、

$$P \rightarrow Q \equiv (P \wedge Q) \vee (\bar{P} \wedge \bar{Q}) \vee (\bar{P} \wedge Q)$$

$$P \rightarrow Q \equiv (P \wedge Q) \vee (\bar{P} \wedge \bar{Q})$$

の意味で「ならば」をとらえることが子供に多く見られることから Child Logic と名付けられている⁵⁾。ここでの記号の意味は「 \bar{P} 」が「Pでない」、「 $P \wedge Q$ 」が「PかつQ」、「 $P \vee Q$ 」が「PまたはQ」である。後に子供達の論理にはまだ数種のタイプがあるとして Quasi-Child Logic という名前で更に5種類加えられた⁶⁾。松尾他は各々三つの文章からなる4タイプの質問を用意して生徒の推論形態を調べている。その4タイプの質問を次のように名前をつけた。

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) MP (本命題) | 2) CP (対偶命題) |
| $P \rightarrow Q$ | $P \rightarrow Q$ |
| $\frac{P}{Q} ?$ | $\frac{Q}{P} ?$ |
| 3) INV (裏命題) | 4) CONV (逆命題) |
| $P \rightarrow Q$ | $P \rightarrow Q$ |
| $\frac{P}{Q} ?$ | $\frac{Q}{P} ?$ |

そしてこの各々のタイプに相当する日常の文章で書かれた問題を多数用意して質問することにより、生徒の推論形態を見るわけである。

MP の質問例

気候の悪い年は病人が多い。
今年が気候が悪い。
今年が病人が多いか。

この三行の文章のうち上二行は正しいと仮定して

* 本研究は昭和57年5月22日 日本教科教育学会第8回全国大会熊本大会で発表した。

三行目の問いに「多い」(Yes), 「少ない」(No), 「どちらともいえない」(Not enough clues) の中から選んで答える。

CP 質問例

水がきれいだと魚が住まない。
この川には魚がいます。
この川の水はきれいか。

INV の質問例

山に住むと泳げない。
次郎君は山に住んでいない。
次郎君は泳げないか。

CONV の質問例

水をあびると風邪をひかない。
大友君は風邪をひかない。
大友君は水をあびるか。

ML の立場で見れば, MP と CP については Yes か No が決まり, INV と CONV については「どちらともいえない」が正答になる。CL (Child Logic) の立場から見ると 4 タイプすべて Yes か No が決まることになる。松尾他の論文でも ML, CL 以外にいくつかの型が見られることを指摘している²⁾。

本研究の実験方法

文献²⁾ で用いられたテスト問題の内の T。の問題の始めから60問を用いて問題1~60として, 大学生約二百名に出題した。答はマークカードに記入する方法を採用した。集計するのに, 適当な解答であったかどうかで疑問があったり, マークカード記入ミス分除いたため, 本研究に使用した数は112名分であった。これを SP 表の要領で一覧表にしたものが表1である。先行研究に見られるような型を表の上に出現させるため, 横軸に左から CONV, INV, CP, MP の順にまとめて各々の中で SP 表にしたものが表2である。いずれの表も表示の関係で55名分である。左端のラインナンバー119~132が学生の番号(仮番号)であり, 右端がその学生の60問中の正答数である。ラインナンバー800は CL としての正答, ラインナンバー700は ML としての正答である。Yes または No が1か2で, 3は「どちらともいえない」を意味する。ラインナンバー900は質問のタイプを示し, 一番下から二行目が問題番号, 一番下が問題別正答数である。表の中で空白部は ML として正答であることを示し, C は ML としては誤答で, CL として正答であることを示す。U は誤答のうちで「どちらともいえない」という答であり, その他の記号はそれ以外の誤答である。さらに問題が

比較的常識通りか(合経験), 常識に反するか(反経験)によつての正答率が異なることを示すために4タイプをさらに合経験と反経験に分けた。8タイプの問題別正答率グラフを作成した。合経験と反経験を区別した研究は文献⁴⁾に見られる。

結果の分析

表1では空白の所は正答, 何か記号のある所は ML としては誤答であるから日常の論理が ML で行われていないことは明白である。

問題のタイプ別に見ると左側に1すなわち MP が多く, 右側に2と4すなわち CP と CONV が多い。一般的に言って, 普通の三段論法には強いが対偶と逆には弱いということになる。

一番正答の多かった19番(正答率98.2%)の問題は次のものである。

ハブは毒蛇だ。
この蛇は, ハブではない。
この蛇は毒蛇か。

これは INV であるが, 一行目が常識に一致するので, 一行目が隠れていても正答が出てしまうため, 正答率が高かったのではないと思われる。

二番目に正答率が高かった17番(正答率96.4%)は前出の MP の質問例である。これも常識と一致する。

一番正答率の低かった9番(正答率12.7%)は次のものである。

地理に詳しくないと道に迷う。
正君は道に迷った。
正君はこのあたりの地理に詳しくないか。

この問題の一行目は常識に一致する。しかし, 「道に迷ったのは地理に詳しくなかったからだ」ということも常識的には正しいので, CL としての正答が出てしまったらしい。

反経験の例として11番(正答率27.3%)があげられる。

車が停まっていない道路は駐車禁止である。
あの道路は駐車禁止ではない。
あの道路に車が停まっているか。

仮定である一行目が反経験なので, こういう命題の対偶は難解であり, 一行目を無視しては正答は有り得ないということから正答が少なかったと思われる。

表2では全体として, CONV(逆命題)とCP(対偶命題)に誤答が多いことが分かる。INV と CONV, 特に CONV に CL としての正答が多いこ

と、CPに「どちらともいえない」という答が多いことが読み取れる。個々の学生別に見ると、典型的なCLタイプを容易に捜すことができる。150番の学生は代表的なCLと言えるであろう。109番がこれに次いでCLタイプである。この表に載らなかった57名中に3名程度典型的CLが存在した。中の一人はINVとCONVの問題ではMLとしての正答が一つもなかった。112名中5名程度が典型的CLであることになる。60問中57問以上の正答者を数えると8名であった。これらは典型的MLと考えて良いであろう。

残りの多くの中に特徴のあるものが存在することも、この表2から読み取ることができる。それらは以下の三つである。

- (D) CONVではCLで、INVではMLとしての正答を出しているタイプ(表2では106, 143等)。
- (E) CONVではMLでINVではCLとしての正答を出しているタイプ(表2では典型的なものがないが、残り57名の中には2名ほど見られる)。
- (F) CONV, INVはMLとして正答だが、CPやMPに誤答が多いタイプ。これは殆んどの問題に「どちらともいえない」と答えている人のタイプである。

先行研究と比較して見ると、文献²⁾に出てくるMLやCL以外のD, E, Fタイプが上記(D), (E), (F)と一致する。従って、表2は先行研究で出てきたタイプの者を拾い出す役割を果たすことが分かる。

次に、全体の傾向を見る。図1は112名分の問題別の正答率である。CPとCONVの正答率が少し低いことがわかる。さらに常識的問題(合経験)と

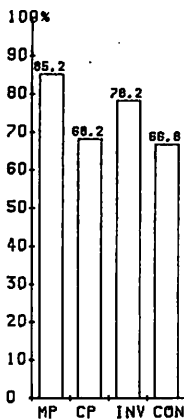


図1

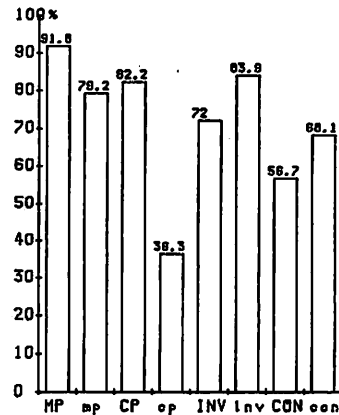


図2

反常識的問題(反経験)を分けてグラフにしたものが図2である。MP, CP, INV, CON(表示の関係でVが略されている)が常識と一致する問題で、(mp, cp, inv, con)は常識に反する問題である。このグラフから、cpの正答率が極端に低いことが読み取れる。更に、INVとCONに比べてinvとconの正答率が高い。これは常識に反する問題に対して分からなくなったため、「どちらともいえない」を選んだからかもしれない。

結果の考察

日常論理がMLと一致しない、つまり日常の文章がMLに従っていないことは明白であるがCPの反常識問題に対して正答率が低いことは、数学の問題でも対偶をとって背理法で証明する方法が身につけていないのではないかと想像される。日常の論理を調べる為に日常の文章で問題が書かれていたわけであるが、数学的問題で同様の問題を作り、比較する必要があるであろう。算数・数学でもMLで、すべての論証が行われているとは言えないと思う。小学校では、仮定を設けた質問形式を殆んど用いないし、まして偽命題を仮定に置くことなどまずあり得ない。ところが中学校では $\sqrt{2}$ が無理数であることを示すのに背理法を用いる。十分に論証力が養われて後の背理法使用とは思えない。もっと小学校のうちから仮定を設けた質問をして論証力を養うべきであろう。

ところでCL, D, E, Fの各タイプはそれぞれ「ならば」の意味がMLと異なっていると考えられるので、矢印の上にタイプ名を書くことにすると、CLについては

$$P \stackrel{CL}{\rightarrow} Q \equiv (P \wedge Q) \vee (\bar{P} \wedge \bar{Q})$$

と表現される。CLと同様な表現をしたいと考えても、Fタイプは殆んど総てに「どちらともいえない」と答えているので、真と偽のみの二値論理での表現は無理である。このタイプは、「ならば」が命題の真偽を判定する働きをしていないとも言えるから、「ならば」を持たないタイプであるとも言える。表2の143番は少しCPにも誤答があるので

$$P \stackrel{D}{\rightarrow} Q \equiv P \wedge Q$$

と考えることもできるが、一般的Dタイプを説明することにはならない。

さらに日常論理では「ならば」には時間的経過を伴うことが多く、普通のMLでそれを表現することは無理がある。最近時間的経過も取り入れた論理研究も行なわれ始めている。日常論理を的確に把握するためには、古典論理の範囲から脱却した記述の必要があるのではないかと考える。

あとがき

データ量が少なかったので、計算機とマークカードによる大量処理の利点が生かされなかった。SP

表を作成し、さらにそれから典型的タイプを抽出するための並べ替えに計算機は有効であった。ここではMLとしての正答とCLとしての正答を比較して表にしたが、さらに色々な立場からの正答を重ねて正誤を見る必要があると考える。

謝 辞

本研究について御助言を戴きました東京理科大学教授松尾吉知先生に深く感謝の意を表します。

文 献

- 1) 竹内外史：数学基礎論，共立出版，1974.
- 2) 松尾吉知，他：日常の論理について，日本数学教育学会誌，数学教育論究，31(1977)，1-33
- 3) 松尾吉知，他：論理的思考と数学の成績，日本数学教育学会第14回数学教育論文発表会予稿集，1980.
- 4) 石田裕久：論理的思考の発達に関する研究，日本教育心理学会第19回総会発表論文集，1977.
- 5) O'Brien, Tomas C.: Logical Thinking in Collage Students, Educational Studies in Mathematics, 5(1973), 71-79
- 6) Shapiro, Bernard J. and Thomas C. O'Brien: Quasi-Child Logic, Educational Studies in Mathematics, 5(1973), 181-184

