

本来算数・数学は自由なものである

岡崎 宏光*

Free-thinking : the essence of mathematics

Hiromitsu OKAZAKI

はじめに

算数・数学の授業で、「これはどうなると思うか」とか「これをどうすればよいと思うか」と、先の見通しを生徒に問いかけることはよくある。しかし多くの場合、教科書に載っている先の内容に合致した答が取り上げられ、その方向に生徒は導かれる。算数・数学は一本道であり、教科書の方針から外れることはない。生徒も次第に慣れてしまっ、教科書によってつけられている道に納まる答しか答えなくなる。本当は算数・数学の多くの箇所教科書とは違った道がある。それらを授業ですべて取り上げることはできないが、「他にも道はあるが授業としては教科書の道を選ぶ」というのと「教科書の道しかない」というのは大きな違いで、後者ばかりでは思考の範囲を狭めてしまう。算数・数学教育が論理的思考の訓練の役割を果たしているとは言えない。本来数学は約束事と計算と推論（論理）で成り立っているものであり、ときには日常の事象にさえ拘束されない自由がある。しかし算数・数学の授業となると、自由性がほとんどない教科になっている。

1. 立てても計算できない式が要求される

文章題を解くとき、先生は「式は？」と問いかける。本当は答まで出すことができた式が式であり、早々と式は何であるかを言わせるのは変である。さらに、生徒は自分が解ける計算式を立てるのではなく、計算の仕方をまだ知らない式を立てるように求められることがある。新しい計算の計算方法を教えるときの教科書の方針であるが、まだ習っていない新しい計算式を教科書のいうように生徒が立てるとは限らない。結局、考えさせるといいながら命令していることになる。生徒が思考を巡らす余地はない。その顕著な例は小数をかける計算の導入時や分数をかける計算の導入時などに見られる。

2. 負の数のかけ算は定めるものである

中学1年の数学の教科書には、「マイナス×マイナスはプラスになる」ことの説明が書いてある。実際の授業でよく使われるのが時速と時間の積で、マイナスの時間とマイナスの時速を使うやり方である。しかし数学的には負の数は新しく作った数であるから、その四則演算も新しく定めるものである。教育的にも「マイナス×マイナスはプラスとする」と定義し、そう定める必然性や定めたことによる利便性を考察する授業をすべきである。

3. 長方形の面積の定義は縦×横ではない

長方形の面積は、単位とする正方形が入る個数で定める。縦×横で求めることができるが、それは面積の定義とかけ算の性質から導かれた計算公式であり、元の定義ではない。定義と計算公式は小学4年の教科書にきちんと載っているが、この定義は大学生でも言えない。何が決められたことで何が導かれたことか、つまり「する」と「なる」であるが、その識別ができていなかった現われであろう。

4. 比率のたし算があってもいい

野球の試合で、ある打者が昨日2打数1安打で今日3打数1安打であったとする。あわせて5打数2安打になる。我々が使っている分数のたし算では $1/2 + 1/3 = 5/6$ であるが、 $1/2 + 1/3 = 2/5$ という計算が成り立つと言えなくもない。数の基本的なたし算は量のたし算であり、たまには順序のたし算にも使われる。分数のたし算も量のたし算として定められているが、分数は比率を表わすことも多いから、別記号を用いて比率のたし算を定めるという道もありうるわけである。現在の算数・数学では基本的なたし算として量のたし算を採用して+の記号を用い、比率のたし算は特に定めてはいない。そういう道が選ばれているだけのことである。等分除と包含除という二種の割り算に別記号を割り当てるということも

* 大学教育学部数学科

考えられるから、 $+-\times\div$ 以外の記号を作って演算をいくつか増やすということも考えられる。

5. $\sqrt{2}$ という数は存在するのかもしれないのか

中学3年の教科書に、一辺の長さが1の正方形の対角線の長さとして $\sqrt{2}$ が出現する。そして $\sqrt{2}$ が分数では表わせない数であると教えられる。分数で表わせないというのだったら、「そういう数はなかったのだ」という道はなぜないのか。「無理数という数は本当にあるのだろうか」という考えはまったく閉ざされている。正方形の対角線を表わすのに使ったのが $\sqrt{2}$ であり、それがそれまでに知っている分数で表わせないとわかった時点で、道は二つあるはずである。分数ではない新たな数として数の仲間に入れるか、新たな数は増やさずに「正方形の対角線の長さという量は存在するが正確に表わす数はない」とするかである。どちらかに定める場面あり、現代数学では前者を

採用しているということをお教えるべきである。なお、実数の世界が矛盾のない世界であるかどうか、いまだに正確にはわかっていない。

ま と め

負の数のかけ算のように何かを定める場合、「そう決めればどういう利点があるか」ということに関心を示す応用好きの生徒もいれば、理論的な構成を知らない満足できない理論好きな生徒もいるであろう。それ以外の多くの生徒は、「昔の人が考えて現在まで永く使われているのだから、それにしがたって間違いはなかるう」ということで満足するかもしれない。人によって興味関心を持つ箇所は違う。その違った箇所から次第に他の箇所へと広く興味関心が向くように導くことが、個に応じるということにもつながるであろう。そのためには生徒の自由な思考を認める環境が必要である。