

EM アルゴリズムを用いた汚染流体に関する CT データの頻度解析

熊本大学工学部 学生会員 ○今泉 慎哉 熊本大学大学院 正会員 椋木 俊文
 熊本大学大学院 学生会員 三上 和昭 熊本大学 正会員 松本 英敏

1. はじめに

ガソリンのような低比重非水溶性流体：LNAPL (Light-Non-Aqueous-Phase-Liquid) によって汚染された地盤は、間隙が空気・水・LNAPL で構成されている。効率的な浄化を行うには、間隙中の LNAPL の残留状況を把握することが重要である。これについて、地盤内部を非破壊で可視化し、定量的評価が可能な X 線 CT は有用な方法として着目されている¹⁾。X 線 CT 画像は、被験体内部の密度空間分布を表したデジタル画像である。例えば、間隙率を定量的に評価するためには、X 線 CT 画像より求められる CT 値に関する頻度解析を実施し、土粒子・間隙水・空気間隙を分割する閾値を決定しなければならない。この時、各相の境界にはミクセル²⁾と呼ばれる混合画素が存在するため、この評価が定量化の精度に影響すると考えられる。本報では、EM アルゴリズム³⁾を用いた汚染流体に関する CT データの頻度解析について述べ、LNAPL と水に関するミクセルの定量的評価を試みた。

2. 解析・実験方法

2-1. ミクセル²⁾

一般に、画像を構成する最小要素は純粋画素（ピュアピクセル）であり、ミクセルとは、1 画素の内部に複数の材料（クラス）が存在する混合画素を意味する。X 線 CT 画像は X 線照射厚を高さとするボクセルの集合体であり、厚みを持つ画像のため、物質同士の境界においてミクセルが出現する可能性が高くなる。

2-2. EM アルゴリズム³⁾

EM アルゴリズム(Expectation-Maximization Algorithm) は、完全なデータに対する最尤法を基礎にして、反復法により不完全な観測をともなうデータに基づくパラメータの最尤推定を行う方法である。EM アルゴリズムの計算手順は、以下のとおりである。

- (1) 適当なパラメータの推定値を $\theta^{(k)}$ とする。
- (2) E ステップ： $k=0$ として、次式で定義される対数尤度の条件付き期待値を計算する。

$$Q(\theta, \theta^{(k)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^g z_{ij}^{(k)} \log[\xi_j \cdot f_j(y_i | \phi_j)] \quad (1)$$

$$\theta = \{(\xi_j, \phi_j), j = 1, \dots, g\}, \phi_j = (\mu_j, \sigma_j^2) \quad (2)$$

- (3) M ステップ： $Q(\theta, \theta^{(k)})$ を θ について微分し、 $Q(\theta, \theta^{(k)})$ を最大化にする ξ_j, μ_j, σ_j^2 を繰り返し計算し求める。但し、 ξ_j ($\sum_{j=1}^g \xi_j = 1$) は混合比率、 $f_j(y_i | \phi_j)$ は、正規分布に従う確率密度関数であり、 μ_j は平均、 σ_j^2 は分散である。以下、この解析を EM 頻度解析と呼ぶ。

2-3. 実験方法

アクリル製の円柱供試体を作製し、間隙率が 40% となるように円柱内部に 3 つの穴をあけた。密度差が異なる物質同士では、CT 値ヒストグラムの現われ方が違うため、3 つの穴が空気・水で満たされている場合の 2 ケースで CT 撮影を実施した。次に、LNAPL と水の境界に現れるミクセルを評価するために、氷の円柱供試体を作製し、LNAPL 中に浸水させ、同一平面内に LNAPL と水が存在する状態を再現した。氷と LNAPL の比重はそれぞれ 0.92、0.75 である。すべての撮影条件は電圧 200kV、ボクセルサイズは $73^2 \times 300 \mu\text{m}$ とした。

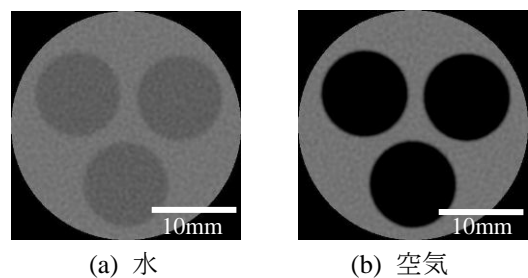


図 1. アクリル製円柱の CT 画像

表 1. 各クラスの混合率と算出した間隙率

		クラス1	クラス2	クラス3 (ミクセル)	間隙率
水-アクリル	case1	0.380	0.552	0.068	40.8%
空気-アクリル	case2	0.348	0.535	0.117	39.4%
水-アクリル	case3	0.405	0.595	-	40.5%
空気-アクリル	case4	0.362	0.637	-	36.2%

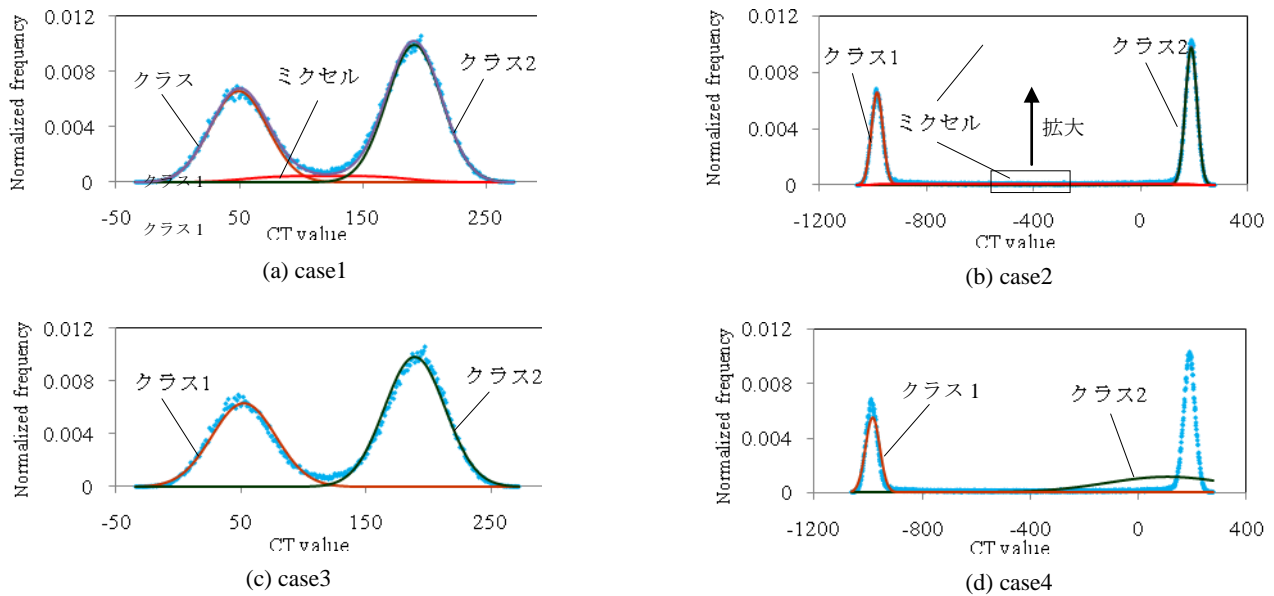


図 2. EM アルゴリズムにより推定した各クラスの確率分布と CT 値ヒストグラム

3. 解析結果

図 1(a)、(b)は、それぞれアクリル製円柱の間隙内部に(a)水、(b)空気が存在する CT 画像である。図 2 は、これらの画像をもとに、EM アルゴリズムで推定した各クラスの確率分布と CT 値ヒストグラム (青色でプロットされているもの) である。表 1 は、EM 頻度解析によって得られた各クラス(空気、水、アクリル) の ξ (混合率) である。得られたミクセルは、各クラスの混合率とピュアピクセルの比をもとに分配し、間隙率を算出している⁴⁾。EM 頻度解析において、ミクセルを考慮した解析は、CT 値ヒストグラムに適合した正規分布関数とミクセル分布が得られており、算出された間隙率も 40% に対し、それぞれ 40.8% と 39.4% といった精度で結果が得られている。ところが、ミクセルを考慮しない EM 頻度解析を実施すると、各クラスのピークが近い図 2(c) の場合は、精度良い結果が得られているが、図 2(d) に示すようにピークが大きく離れた場合は、CT 値ヒストグラムへの適合が悪く、間隙率の推定も精度が落ちていることがわかる。これにより CT データに対して、ミクセルを考慮した EM 頻度解析を実施する方が精度良い結果が得られることがわかった。

図 3 は LNAPL 中の円柱氷供試体の CT 画像である。EM 頻度解析によって、図 3 に示された氷と LNAPL の境界に存在するミクセル量は 18.9% と求められた。これに基づき、図 4 はミクセル領域を黒色で抽出した二値化画像である。図 4 よりミクセルは境界部分だけで

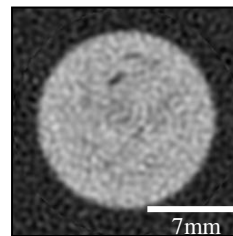


図 3. 円柱氷供試体の CT 画像

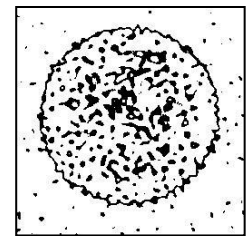


図 4. 二値化画像

はなく内側の氷部分にも現れていることがわかる。密度が近い物質はミクセルの処理の仕方によって、過抽出になってしまう恐れがあることが示唆された。

4. まとめ

ミクセルを考慮した EM 頻度解析は精度が良い間隙率を算出することが確認できた。また、氷・LNAPL かなる供試体について、ミクセルの量とミクセルが現れる部分を確認できた。今後は 3 相以上でミクセルを評価できる実験を実施し、既存の EM アルゴリズムの精度の評価を行っていく予定である。

<参考文献>

- 1) 椋木俊文：地盤工学における X 線 CT 法の適用に関する研究，熊本大学大学院自然科学研究科平成 12 年度，博士学位論文，pp.13-66, 2001.
- 2) 北本朝展，高木幹雄：ミクセルが存在する場合の混合分布推定，In 1995 年秋情処全大，Vol.1, pp.17-18, 1995.
- 3) 小西貞則，越智義道，大森裕浩：計算統計学の方法，朝倉書店出版，pp.69-141, 2008.
- 4) 小林優矢，川崎了，加藤昌治，椋木俊文，金子勝比古：パイオグラウト処理された地盤材料を用いた間隙率評価手法に関する研究，Journal of MMIJ, Vol.125, pp. 540-546, 2009.