

数学的認識の基礎構造

山 本 信 也

Fundamental Structure of Mathematical Cognition

Shinya YAMAMOTO

序 文

学校における算数・数学科の授業を基底的視点から見れば、教師が児童・生徒に知らせようとするものは、真な命題である。¹⁾ 教室における教師は、間主観的に正しいことをさまざまな制約を受けつつ、児童・生徒に認識させようとする。その試みが、成功したか否かは、そのこと（命題）を正しいこととして児童・生徒が知ったか否かによって判断される。

ところで、このような授業の規定は、必ずしも算数・数学科の授業の十全な規定とは言えないが、いわゆる真な「数学的」命題が、真なこととして児童・生徒に教えられる、あるいは彼らが学ぶ授業は、今日「算数」、「数学」と呼ばれる授業以外にはないことを思えば、この一面的な規定は否定しえない。

このような算数・数学科の授業についての規定をひとまず保持し、この授業について認識論的検討を行う場合、まず問題となるのは、あること（命題）を正しい（真な）こととして知っているとはいかなる事態であるか、ということである。というのもこの場合、この問いにいかにかに答えるかによって、少なくとも授業終了時における教師自身の授業実践に対する評価は異なると考えられるからである。

従来、算数・数学教育研究において、この問題に対しては「概念形成論」がその典型であるように、いわゆる心理主義的説明²⁾ が行われてきた。かような言説は、授業実践者に対してある一定の有効性は否定しえないが、それを認識論的説明として見れば、妥当するとは言えない。²⁾

そこで本稿では、とくに廣松渉氏の所論に依拠しつつ、この問題に対する一つの回答を導出することを試みたい。ここで結論を先取りして言えば、あることを知っているという事態は、いわば四次元的構造態としてとらえることができる、ということである。

数学の言語性と認識主体の二重性

今日算数・数学教育研究において、「数学は言語である」ということは一般的見解となっているように思われる。一部には、このことを認めつつも、その妥当性については疑問を呈している見解も見られるが、³⁾ 一般に散見される見解である。⁴⁾

ところで、「数学は言語である」とは言え、我々の日常生活における言語、すなわち日常言語とその構造、機能を同じくするものではない。現に従来の多くの研究では、その共通性を前提にしつつも、両者の間の構造的、機能的差異が追究されている。⁵⁾

そこであらためて、日常言語と数学がともに言語として分有する機能とは何か、と言え、ストリヤールが指摘するようにそれは「記述するための言語」であると考えられる。⁹⁾ すなわちダンツィク (T. DANTZIG) が象徴的に「科学の言葉=数」¹⁰⁾ ということで理解した「数」が典型的であるように、あるもの(こと)をしかじかのあるもの(こと)として述定する機能を言語としての数学は有している。⁹⁾ この機能的側面において、それは日常言語と同じく言語的世界を分有している。⁹⁾

すなわち、 \triangle に対して、「これは三角形である。」 $\odot \odot$ に対して、「2つのリングがある」あるいは「すべての正方形は長方形である」等々における「三角形」「2」「正方形」「長方形」のいわゆる数学的言語(記号)は、述定詞であり、それらは日常用語のもつ述定詞的機能を有している。¹¹⁾

このように数学の言語性を理解するとき、かような数学観から導かれるところの学習とは、数学的言語(記号)の述定詞的機能の理解と獲得を最終的目標とする言語学習を意味するはずである。したがって数学的言語(記号)の意味を知るとは、ウィットゲンシュタインに依拠すれば、数学的言語(記号)の述定詞的機能としての使用を知ることにはほかなるまい。

さて、以上のことを確認して、本稿での主題に対する解釈を示せば、次のようになるであろう。すなわち、算数・数学科の授業における児童・生徒の学習の成立、不成立が、上述のごとき言語学習としての成立、不成立であれば、あること(命題)を正しい(真な)こととして知るという事態は、児童・生徒にあっては、ある特定の言語活動の成立する事態である、と解せられる。

先の例で言えば、ある知覚的事物に対して、「三角形」、「2」、「正方形」、「長方形」等の用語を用いて述定することは(言語活動)が、たとえば \triangle に対して、「これは三角形である」ことを正しいこととして知る等々の事態の要件となる。

ところで、 \triangle に対して、「これは三角形である」ということを知るということが、ある知覚的对象に対して、「三角形」という用語を用いつつ述定することだとは言え、その「述定する」という言語活動は、単に「三角形」という語を発話することをもって、その言語活動が成立したとは見なしえない。たとえ「三角形」、「2」、「正方形」、「長方形」等とまさに言うことが、多くの場合、言語活動の成立の外在的基準であることは疑えないとしても、「三角形」と発話すること＝「三角形」という用語を用いて述定すること、とは考えがたい。

そこで、われわれは、たとえば \triangle に対して、「これは三角形である」ということを正しい(真な)こととして知っている主体とは、いかなる存在性格をもつ主体なのかを、言語活動の主体の存在性格を明らかにすることを通して確認しておかなければならない。

数学の言語的機能が、述定詞的機能という側面にたとえ限定されるにしろ、それが言語というかぎりにおいて、述定するという言語活動は、ソシュールのいう「個人的側面」、「社会的側面」という二面性をもつはずである。すなわちソシュールは、「言語活動」について以下のように指摘した。

＜言語活動には個人的側面と社会的側面とがあり、一をのぞいて他を考えることができない。＞¹²⁾ p. 20.

ここでいう「個人的側面」、すなわち「パロール」(parole)は、＜ものをいうという行為＞¹³⁾ もしくは＜各個人が言語を実現すること＞¹³⁾ 他方「社会的側面」すなわちラング(langue)とは、＜われわれがものをいうために用立てる口頭的または書写的記号の体系＞¹³⁾ である。後者は、＜…、言語能力の社会的所産であり、同時にこの能力の行使を個人に許すべく社会全体の採用した必要な制約の総体であ。＞¹²⁾ p. 21. 要するに、言語活動の社会的側面であるラングは、言語主体

の社会的所産である、と同時に個々の言語主体を制約するものにほかならない。³¹⁾

このように社会的行為として成立している言語活動に対する知見をもって数学的言語（記号）を見れば、それをを用いることが述定するという場合にかぎられるにしる、その言語主体（たとえば、現在のわれわれ）にとってそれは、ラング——〈個人が独力でこれを作りだすことも変更することもできない；それは共同社会の成員のあいだに取りかわされた一種の契約の力によってはじめて存在する。〉¹²⁾ p. 27——として現前している。¹⁴⁾

したがって、われわれが「三角形」、「2」、「正方形」、「長方形」等を用いて述定する場合、それぞれの述定の具体的事実（その用語のかき方、言い方等々）はさまざまであり、そこに外見的同一性は認めがたいとは言え、その場合、述定するという言語活動は「社会的側面」（ラング）に制約を受けた社会的行為にほかならない。

とすれば、 \triangle に対して「これは三角形である。」と述定を行う主体とは、外見的には生身の主体であってもそれにつきものではなく、同時に「ラング」という社会的側面からの制約を受けている主体である。換言すれば、 \triangle に対して「ラング主体」の一具身とでも言った相で、われわれは「これは三角形である」と述定する。

これまで「三角形」という用語を単に数学的言語の一例として扱ってきたが、それは同時に日本語でもあることを確認して言えば、 \triangle に対して、私（言語主体）は、一私人として「これは三角形である」と述定すると同時に、「日本語の言語主体一般」とでもいうべき者の一人として、「これは三角形である」と述定する。¹⁵⁾ 言語活動が、単なる私的な行為としてではなく、一定の共同体の中での社会的行為として成立するかぎり、ここでも言語主体の二重性は指摘しうる。¹⁶⁾

したがって、数学的言語（記号）を用いて述定するという限定された言語活動であるとは言え、その言語活動の主体は、上述のごとき二重性をもった主体にほかならない。と同時に、数学的言語を正しく用いることが、数学的言語の意味を知ることであるとすれば、ある数学的命題を真として知る主体（たとえば、 \triangle に対して、「これは三角形である」ということは正しいとする主体）は、上述のごとき二重性をもつ主体である。「三角形」と発話することが、すなわち「三角形」を用いて述定することではない、あるいは「三角形」を知ることではない、とわれわれが素朴に判断するのも、このような二重性をも認識主体を措定しているからにほかなるまい。実際、同じく「三角形」と発話されても、いかなる主体として自己形成を遂げている言語主体であるかによって、それは単なる「三角形」という語の発話にすぎないか、それとも「三角形」という語による述定か（あるいは、 \triangle に対して「これは三角形である」ということを正しいこととして知っているか）の判断はわかれうる。¹⁷⁾

あること（命題）を正しい（真）として知る、という場合、ここでは数学の言語性に着目して「知る」という認識主体の二重性を確認した。次には数学的言語（記号）で述定される対象的事態、いわば「客体的側面」に目を転じてみたい。

対象的事態の二重性

以下では、考察を簡潔にするため、前節と同様に \triangle に対して「これは三角形である」と述定する場合に限定しておきたい。

ここで考察することは、この例に即して言えば、「三角形」として述定される対象的事態とは何かということである。

さて、この例に即すれば、「三角形」であると述定される与件（この場合、 \triangle という図）は、常に三角形であるか、と言えはそうではない。この図そのものをとってみても、常に三角形であるとは言えず、端的に言えばインクの跡である。さらに三角形と述定されるものは常にインクの跡であるか、と言えは、そうとも言えない。ときにはインクの跡、ボールペンの跡、白墨の跡である。このように考えていけば、三角形であると述定されるもの、すなわち物理的実在は、この場合原理的に確定しえない。したがって、ありとあらゆる材質のものを三角形と呼べるということから考えれば、 \triangle に対して、「これは三角形である」ということ、「これはインクの跡である」ということは、ある対象の事態を述定するかぎりにおいて本質的に異なることはない。ただ、その述定がなされる場面において有意味か否かのことだけである。

上述のように考えれば、 \triangle に対して、「これは三角形である」とわれわれが判断するとき、それは通常反射的ではあるが、ただ単に反射的であるということにとどまり、多くのありうる判断の一つにすぎない。しかも「三角形」という用語をもって行う判断が、ほかならぬ \triangle という知覚の対象に対する述定として成立することを思えば、「これは三角形である」というのは、「与件（ \triangle ）をそれ以上の或るものとして見る」ことの一例であると考えられる。すなわちハンソン (N. R. HANSON) 流に言えば、「として見る」(seeing as) の一例にほかならない。¹⁸⁾

与件を単なるそれ以上の或るものとして見る（以下、与件 X をそれ以上の A として見る、と略記）ということは、記号の認識がもっとも典型的であるように、この例のみならずわれわれが物を見る際の基本的機制であると考えられる。

この機制を前提にすれば、前述したように「三角形」として見られる物理的実在は、原理的に確定しえないことは明らかである。というのも、「三角形」として見られる与件自体を確定したとたん、それは A としての X の述定的把握になってしまうからである。すなわち「X を A として見る」という機制が、どこまでもつきまとう。したがって「三角形」として見られるものは、……である、とは最終的に答えることができない。¹⁹⁾

このように、 \triangle に対して「これは三角形である」ということが、知覚的对象に対する一つの判断の成立である、とみれば、知覚的对象（ \triangle ）は単なる「なまのまま」のものとしてではなく、それ以上のあるものとして判断主体に意識されている。²⁰⁾ すなわち、この例で言えば、単なるインクの跡である \triangle は、「三角形」という「幾何学的三角形」の具象化した一範例というべきものになっている。²¹⁾

われわれは、多くの場合 \triangle に対して、「これは三角形である」と反射的に見てしまうのであるが、このことを反省してみれば「直接的与件」（ \triangle ）を単なるそれ以上の「意味的所知」（「三角形」）として見るという二重性が指摘しうる。²²⁾

さて、上述したように \triangle という知覚的对象に対して「これは三角形である」と主張することが、「単なる X をそれ以上の A として見る」という二重性の相で成立していることは確認しえても、このことをもって知覚的对象に対する一定の判断（言語活動）の成立と考えてよいか、と言えは、未だ不十分である。というのもこの判断事態が「X をそれ以上の A として見る」ことの一例であるとするれば、同じくこの図に対して「これは四角形である」あるいは「これは 2 である」という「誤った」判断にもあてはまり、「これは三角形である」という判断の独自の様相を説明するものではないからである。そこであらためてこの判断事態に注目すれば明らかのように、「これは三角形である」ということには、「これは四角形ではない」、「これは 2 ではない」等々のことが含意されている。

したがって、たしかに「これは三角形である」という判断は「X をそれ以上の A として見る」

ことの一例であるが、この判断のもつ独自の様相をこの機制にのみ帰着させて説明することはできない。そこで次のことが問題となる。△を三角形以外のものとしてではなく、まさに三角形として見る、あるいは三角形と述定するとは、いかなる事態であるのか。

数学的認識の四肢的契機

上述の問題は、歴史・社会的構成態として成立している日常生活における判断の成立事態に注目することによって、一応の回答が見い出せるように思われる。

日常生活における判断の成立事態、たとえば「リンゴは果物である」という我々の判断は、「リンゴ」と呼ばれる知覚物をもってすれば、「Xをそれ以上のAとして見る」ことの一例であると考えられる。この場合、リンゴを野菜とは言わず、ましてリンゴを魚とは言わないのは、リンゴを果物と世人が呼ぶ、あるいはそう呼ばれてきたということに依拠している。何故、リンゴは果物ですかと問い返されたとき、どう答えようかを考えれば明らかであろう。

このような日常生活における判断事態に着目して言えば、△を三角形であるとし、これを四角形、あるいは2としないのは、世人がそう呼んでいる、あるいはそう呼ばれてきたということに依拠すると一応は答えられよう。すなわち、この場合「これは三角形である」と述定を行うことは、世人の「三角形」という言葉の使い方に追従することと同値である、と考えられる。このことは何も「三角形」という用語にかぎられることではない。たとえば、代数的記号のいくつかの使い方に関して言えば、実際今日のわれわれはデカルト以来のその使い方に追従していると言わざるを得ない。²³⁾

このように知覚的対象に対して述定することが、世人に追従することにほかならないとしても、数学的命題の存在性格をもってすれば、必ずしもそれを認識することが、すなわち世人に追従することだとは言えない面をもつ。

たとえば、「すべての正方形は長方形である」という判断は、世人がそういう判断をしているからだとは一応は言えるとしても、翻って、世人が「すべての正方形は三角形である」と言うとき、われわれはそれを単に受け入れ追従するか、と言えば、そうではなからう。通常、われわれは「すべての正方形は長方形である」はまさに真なこととみなし、「すべての正方形は三角形である」は偽なこととしてしりぞけそれに追従することはないであろう。

したがって、ここで数学的命題の存在性格を考えれば、これを認識するというを単に世人の言説に帰着して説明することはできないように思われる。というのもある人が「すべての正方形は三角形である」と言えば、われわれはそれは明らかに「数学的」な誤りとして指摘しうることも容易に想定されるからである。

そこで次には「数学的」に正しい、「数学的」に誤りである、という指摘を可能にするところの根拠、すなわち数学的命題の真理性とは何かを検討しなければならない。

さて、われわれは、数学的と称される命題を意識するとき、それをまさに超歴史的、超社会的に妥当する客観的真理をもつものとして意識しがちである。²⁴⁾

ところで、かような数学的命題に対する意識の由来を、その命題自体の解釈に求め、たとえば「すべての正方形は長方形である」を「正方形」という“概念”、「長方形」という“概念”の結合と解したとしても、その客観的真理性は説明しえない。なぜなら二つの“概念”の結合について立言したものが命題である、とすれば、われわれが通常、偽とみなす「すべての正方形は三角

形である」という命題にもあてはまる。

上述のごとくわれわれは数学的命題に対して思いなすとは言え、「数学」の歴史的発展過程を考えれば、超歴史・社会的普遍性として数学的命題の真理観は、とうてい維持しえない。

《〈数学〉は超越論的形式ではあるけれども、最晩年のフッサールが示唆したように、共同主観的な意味形象であることにはかわりはない。》²⁶⁾

と言われる佐々木力氏の視角——〈…、数学的概念語、諸命題をも共同主観的な歴史・社会的形象として把握する視角…〉²⁷⁾——をもってすれば、数学的命題の真理性ととは、共同主観的妥当性にほかなるまい。²⁸⁾ すなわちそれは、歴史・社会的に成立し、しかも重層的に成立している共同世界に相対的である。

ところで、上述のごとく数学的命題とて、その真理性ととは共同主観的妥当性にほかならぬとしても、かような性格をもった命題が、認識主体をはなれて自存しているわけではない。そこで具体的な認識事態をとりあげ、真な数学的命題に対するわれわれの意識の内実を言えば、次のようになる。たとえば、「すべての正方形は長方形である」に対して意識は、単に私という一人にとっただけでなく、私以外の他の人にとっても正しいはずだ、という対他者的妥当性の意識にほかなるまい。

したがって、 \triangle を三角形以外のものとしてではなく、まことに三角形と述定する、あるいは「すべての正方形は長方形である」ということを単なる命題としてではなく、まことに真な命題として知っている、という事態においては、対他者的妥当性の意識が随伴しており、そこでの主体は二重的性格をもつ認識主体となっている。

ここで再度、述定的機能を有する言語として数学を理解する立場に立てば、たしかに対象的事態を述定するということは、原基的には「Xをそれ以上のAとして見る」ということになるのであるが、ただそのときの述定の妥当性は、その機制のみによっては説明しえず、述定する主体(言語活動の主体)の二重性を措定せざるをえない。したがって、この事情を、 \triangle に対して「これは三角形である」とわれわれがいう場合の例をもとにして言えば、次のようになるであろう。

すなわち、所与の或るもの(インクの跡)を単なるそれ以上のあるもの(「三角形」として、或る者(私)が、単なるそれ以上の或る者(ラング主体)として述定する、ということになる。²⁹⁾

このように、いわば“客体的側面”の二重性、“主体的側面”の二重性、都合、四肢的な構造連関において、言語活動——この場合、数学的言語(記号)による述定するという活動——が成立している。換言すれば、この言語活動は、四つの項の連関として成立しており、いわばそれは四次元的な構造態としてとらえることができる。

本稿では、とくに数学を一種の言語ととらえるという従来の見解に着目しつつ、あることを正しいこととして知る事態の構造的把握を試みた。その際用いた例は、考察の便宜上多くはとりあげてはいない。本稿で考察しようとした事態が、必ずしも言語活動として同等に扱えるとは思えないが、数学を一定の言語と解し、それを知ることが一定の言語活動の成立と見るかぎりにおいて、上述の基礎構造は、他の数学的言語(記号)の場合にも適応できるように思われる。

結 語

学校教育において主導的教育形態として成立している授業は、その一面において、あることを正しい(真な)こととして、児童・生徒に知らせようとする営為と見ることができる。「算数」、

「数学」の授業の場合、その「あること」とは、一応数学的な命題ということができるであろう。そこでは児童・生徒はあることを「数学的」に正しいこととして学んでいく。他方教師の教授活動とは、この場合原基的には次のように言うことができる。あること（命題）を正しい（真な）こととして知る人（教師）が、未だそうではないと目される児童・生徒いわば、“同型化”していく行為である。³³⁾ 一般に教室におけるこの行為の実際の遂行は、その外見的特徴にもとづけば、さまざまに分類可能であろう。しかし上述のごとき授業観よりすれば、その行為が“同型化”を含む行為であることにはかわりはないであろう。

本稿で主題としたのは、この“同型化”が完了している事態とは、いかなる事態であるかということであり、これに対して、いわばこの事態の構成員である主体に着目して答えようとしたものである。

ここで明らかにしたこと、すなわち「あることを知る」とはいわば四次元的構造態であること、および数学的命題の真理性とは共同主観的妥当性にほかならぬこと、というのは、教師、児童・生徒の相互交渉的過程としての授業の理解にとって、³⁴⁾ 認識論的基礎を提示するものであるように思われる。

というのも、この授業の側面における教師の教授活動において、本質的な問題はいかに“同型化”を行うか、ということである。そこで“同型化”が完了した事態が上述のごとき構造態としてとらえることができ、しかもそこで「真」として知っている命題の真理性が共同主観的妥当性にほかならぬ、とすれば、この本質的な問題の回答は、以下の問いの回答をまっけて得られるはずである。教師自身が、あること（命題）を正しい（真な）こととして知っている存在であるかぎりにおいて、その問いとは、いかなる経緯によってわれわれはあること（命題）を正しい（真な）こととして知るに至ったのか、ということである。この問いに対して少なくとも「他者との相互交渉」ということを欠落させて答えることはわれわれには不可能である。

註および参考文献

- 1) 拙稿：“「数学的認識」と授業” 宮崎大学教育学部紀要（自然科学）1985, No. 58. pp. 21-30.
- 2) 拙稿：“数学教育における概念形成論の批判的検討”『数学教育学研究紀要』（西日本数学教育学会）1985, 第11号, pp. 41-46.
- 3) J. L. AUSTIN, A. G. HOWSON: “Language and Mathematics Education” 『Educational Studies in Mathematics』1979, Vol. 10. No. 2. pp. 161-179 において次のように述べている。
 <数学自体、一種の形式化された言語である、としばしば指摘されそれはそのようなものとして教えられるべきである、と示唆されてきた。そのような見解は、ある程度の妥当性をもっているが、しかしかなりの危険性を持ち、潜在的に混乱のもとになるようにも思われる。数学は一種の言語——コミュニケーションの一種の手段——なのではなく、活動(an activity)であり、そして何世紀もの間に獲得された知識の宝庫である。> pp. 176.
- 4) 数学の言語性についての指摘は、内外を問わず随所に見られる。いくつか目についたものをあげれば次のようである。
 - ① <ところで数学は、…中略…、その簡単にして正確な点に於いて、また主観的な無用の夾雑物を除き去る点に於いて、最も優れた言葉たる資格を、十分にもっている。>小倉金之助：数学史研究第二輯、岩波書店、昭和23年、p. 54.
 - ② <数学を一種の言葉と見ることはやや古い時代から行われていた考え方であるが、その場合一般に数学の実用的価値或は用具的性格（特にカリキュラム論において）と結びつけて考えられている。>加藤国雄：“数学の言語的性格——教育的観点から見て——”『数学教育』（日本数学教育学会）1954, Vol. 8. No. 6, p. 16.

- ③<数学を1つの言語体系とみて、算数・数学の学習を一種の言語学習とみる観点、わが国ではまだ十分に実践化されていないが、わたしは、現代化の方向に沿った、きわめて有望な算数教育の観点だと考えている。>平林一栄(川口廷, 中島健三, 中野昇, 原弘道編:算数教育現代化全書, 7式表示, 金子啓房, 1969, 所収「第3章, 数学教育の現代化と数学的教育法」pp. 32-52)
- ④<現在では、数学が事実と方法との集まりであるだけでなく、(おそらくは何であるよりもまず)言語でもあること、すなわち、科学と実践活動のきわめてさまざまな分野における事実と方法とを記述するための言語でもあるということが、ますます明らかになりつつある。>A. A. ストリアル, 宮本敏雄, 山崎昇共訳:数学教育学, 明治図書, 1976, p. 227.
- ⑤<数学はそれ自身言語である。それは固有の記号(smybol)をもち、それらの正しい使い方についての規則(rule)をもっている。それは、構成についての規則をもち、文(sentence)において示される。しかも、一つの文の理解は、その記号の正しい置き方に依存している。>L. BURTON: "The Teaching of Mathematics to young Children using a Problem Solving Approach" 『Educational Studies in Mathematics』1980, Vol. 11. pp. 43-58.
- ⑥<すべての子どもの数学の学習には、またいくつかの段階において新しい記号の言語(a new symbolic language)の学習とこの言語を流暢に読み、用いることができることが含まれる。>A. BELL: "The Learning of Process aspects of Mathematics" 『Educational Studies in Mathematics』1979, Vol. 10. pp. 361-387.
- ⑦ P. H. フェニックス(佐野安仁, 吉田謙三, 沢田允夫共訳:意味の領域——一般教育の考察, 晃洋書房, 1980)は、「一般教育」(General Education)の教育課程の構案にあたって、「数学」を日常言語とともに「言語」として位置づけた。
- <意味の領域という点では、数学は言語と一団となっているものである。そのように分類する理由は、数学が、日常言語と同じように、恣意的な記号体系の集まりだということである。> p. 73.
- 5) ストリアルは、「数学的言語」と「自然言語」との関係性を次のように述べている。<数学的言語は、自然言語を、以下のような方向に改善した結果である。
- 1) 自然言語の膨大さを取除く方向
 - 2) 自然言語の二義性を取除く方向
 - 3) 自然言語の表現の可能性を拡張する方向> p. 227 (4) の④と出典同じ)
- また、フェニックスは、言語としての数学と日常言語とのちがいで、前掲書の「第六章数学」pp. 73-83で論じている。
- 6) ストリアル, 前掲書 p. 227 および以下の引用参照。
- <……、数学はある意味で特殊な言語であること、すなわち、他の諸科学や実際の活動で起こってくる具体的な状況を記述するための特殊な言語であること……> pp. 230 (傍点引用者)
- 7) ダンツィク, 河野伊三郎訳:科学の言葉=数, 岩波書店, 1945, (T. DANTZIG: Number the Language of Scientific. A critical; Survery Written for the Cultured Non-Mathematician. 1933)
- 8) 佐々木力:「近代科学の認識構造——近代科学の意味解明の視角——」『思想』1970年, 12月号, No. 558. pp. 49-68
- <数学的言語がかかわりあう言語機能、つまり対象的事態をしかじかのあるものとして(als etwas Bestimmtes) 述定する機能においては、人称的な言活動の対極に立つ langue としてあることによって、ことのほか客体化される傾向をもっている。> p. 52-53.
- 9) 言語のもつ機能については、次の論文を参照。
- <言語は、さしあたり話者の視座に立ってその機能を縦観的に把えるとき、一定的事態を叙示し、話者の意識態勢を表出し、そのことによって、所期の反応を喚起する。表出ならびに喚起の機能は、具体的な内容に即すれば多岐にわたるが、とりあえず、両つの類に括ったまま議論を進めよう。ところで、叙示の機能については、或る対象的与件を指示する機能と、それについてしかじかとして述定する機能とを早速に区別しておかなければならない。当座の論脈においては、かくして、言語の機能は、指示・述定・表出・喚起の四契機に分節化される。> p. 278, 廣松渉:「言語の意味と認識の問題」田島節夫他編:言語の内と外, 講座現代の哲学3, 弘文堂, 1977, pp. 255-330 所収。
- 10) L. ヴィトゲンシュタイン, 藤本隆志訳:哲学探求, 大修館書店, 1976.
- <四三. 「意味」という語を利用する多くの場合に——これを利用するすべての場合ではないとしても——ひとはこの語を次のように説明することができる。すなわち、語の意味とは、言語内におけるその慣用である。と。> p. 49.

ウィトゲンシュタインの意味観についての解説、および論評については以下にあげる各氏の論文を参照。

- ①松本洋之：『後期ウィトゲンシュタインのこころの哲学』『哲学』（日本哲学会編）No. 34, 1984. 5. pp. 195-201.
 - ②石黒英子：『ウィトゲンシュタインと哲学の問題』『思想』1974, 1月号, No. 488. pp. 20-31.
 - ③黒崎宏：『哲学史上のウィトゲンシュタイン』『現代思想』1980, Vol. 8-6, No. 5. pp. 50-60.
 - ④廣松渉：上掲論文, pp. 275.
 - ⑤ F.ワイスマン (R.ハレ編), フェリス・ロボ, 楠瀬淳三訳：『言語哲学の原理』大修館書店, 1977, pp. 182-195.
- 11) ここで、知覚的事物に対する数学的言語（記号）の述定詞的機能については、その妥当性が認められても、「すべての正方形は長方形である」等のいわゆる数学的命題における「正方形」などは、述定詞ではなく、指示語ではないかという反論もありえよう。しかし、ラッセルがすでに分析しているように、それは仮主語に対する述定詞と考えることもできる。ラッセルは、「すべてのSはPである」という形式の命題を次のように解釈している。
- <「すべてのSはPである」という主張はxに関してあること、すなわちもしxがSであればxはPであるということを主張しており、しかもそれはxがSでないときでもSであるときと全く同じように真である。> p. 211. (B.ラッセル, 平野智治訳：『数理哲学序説』岩波文庫, 1974) すなわち、このラッセルの分析によれば、「すべての正方形は長方形である」は次のことを主張することである。たとえば、ここでいうxを□とすれば、「正方形であるこれは長方形である」を意味する。
- 12) F.ソシュール, 小林英夫訳：『一般言語学論義』岩波書店, 1973年版。
 - 13) 小林英夫氏の解説, 上掲書, pp. Xiv-XV.
 - 14) 8)の佐々木氏の論文参照, および村上陽一郎：『科学と日常性の文脈』海鳴社, 1981, pp. 124-129参照。
 - 15) <われわれは母国語たる日本語を語るさい, チョムスキー式に言えば, ideal-speaker — listener たる「日本語の言語主体一般」とでもいうべきものが語るであろうように語る。勿論、個人的な特性がどこまでもつきまとうにしても、当該国語の言語主体一般の一具身とでもいった相に自己形成を遂げることに於いて、当該国語の言語活動の主体たりうる次第なのである。……中略……認識活動の言語被拘束性の故に、われわれは<ヒト>が語る様に語り、<ヒト>が認識する様に認識するようになっていく。……中略……当事主体は、謂うなれば「<ヒト>としての私」という相で言語活動を営み、「<ヒト>としての私」という相で認識活動を営む。> p. 308-309, 廣松渉, 9) と典同。
 - 16) 認識主体の二重性についての論述は、以下のものを参照。
 - ①廣松渉：『世界の共同主観的存在構造』勁草書房, 1983, pp. 29-35.
 - ②廣松渉：『存在と意味』岩波書店, 1983, pp. 132-148.
 - ③村上陽一郎：『科学と日常性の文脈』海鳴社, 1981, (第二章, 第五節「われわれ」の二重性と「世界」の二重性) pp. 108-129.
 - 17) 黒田亘：『知識と行為』東京大学出版会, 1983, pp. 197-242 (『第七章, 知るにいたる道』) 参照, そこで次のような指摘がある。<ある人についてわれわれが、彼はPを知っている、と認めるのは、彼がそれを知ることのできる存在であるという了解があらかじめ成立してといる場合にきざられるであろう> p. 212.
- われわれが、ある人に対して「彼はPを知っている」と認めるときの「基本的了解」——その人がPを知ることのできる存在であるという了解——がない場合の例として、次のように言われる。
- <平面幾何学の初歩も学んでいない子供がピタゴラスの定理を教科書どおりに口述したとしても、彼がその定理を知っている、とは言わないであろう。> p. 212.
- かような「基本的了解」にもとづいて、「彼はPを知っている」と判断するのは、なにも日常生活場面に限定されるものではなからう。教室的場面においても、教師が児童・生徒に対してする評価する場合にも当然予想されることである。
- 18) N. R. ハンソン, 野家啓一, 渡辺博訳：『知覚と発見』上, 紀伊國屋書店, 1982, とくに「第6章<見る>ことと<として見る>こと」pp. 141-166.
- 尚、「観察の理論負荷性」というハンソンの見解についての科学哲学史的意義、および認識論的視点よりの論述については、以下を参照。
- 廣松渉：『科学論の今日的課題と構築——近代知の構制と対自化と超克のために』『思想』1983, 10月

- 号, No. 712. pp. 2-42.
- 19) <このようにして, 「x を (a) として知覚する」という構造がどこまでもつきまとうのであって, x を何とかして指定したとたんに, それは (a) としての述定的把握になってしまう。このゆえ, x そのものを端的に確定することは, 構造的・原理的にも不可能である。> pp. 294, 廣松渉, 9) と出典同じ。
- 20) 以下を参照。
 <意識は, 必ず或るものとして意識するという構造をもっている。すなわち, 所与をその“なまのまま” als solches に受けとるのではなく, 所与を単なる所与以外の或るもの etwas Anderes として, 所与以上の或るもの etwas Mehr として意識する。> p. 24-25, 廣松渉: 世界の共同主観的存在構造, 勁草書房, 1983.
- 21) 以下を参照。
 <例えば, 黒板に描かれた図形を「三角形」として意識する場合, etwas たる「三角形」はアイデアの世界とでもいった別の場所に在るのではなく, まさに黒板上のその箇所に“宿っている。”この所与形象は「三角形」という純粋数学のイデアールな対象が“肉化”したものの, 「幾何学的三角形」の具象化した一範例 ein Exemplar ともいうべきものになっている。黒板上の図形が「幾何学的三角形」として在る。> p. 27, 20) と出典同じ。
- 22) 以下を参照。
 <認識におけるいわゆる“客観”の側, すなわち“知られる物”の側は, 畢竟するに「直接的所与」を単なるそれ以上の「意味的所知」として覚識するという二肢の二重性の相で現識される。> p. 211, 廣松渉: “映像で知ると言葉で識ると” 村上陽一郎他編: 知る, 平凡社, 1980, 所収 pp. 206-229.
- 23) 原亨吉氏は「デカルト著作集 1」(白水社, 1980) の「解説」の中で次のように述べている。
 <もっとも, ここでもデカルトの名は大きく, aa, \sqrt{c} , α などを除き「幾何学」の中の記号が後世を支配して今日に及んでいるのである。> p. 119.
- 24) たとえば, 数学的命題について以下のような旨及を抵抗なく受け入れてしまうこと。
 <……, 数学が真理であるといったときの真理の意味は, 物理学や経済学での何々の法則が成立するといった時の真理とはちがって, 最も純粋な絶対的な真理を意味しています。> p. 133, 竹内外史: 数学的世界観, 紀伊國屋書店, 1982.
- 25) 佐々木力: “近代科学の現代的位相 — 形式合理性の歴史的消長 —” 『思想』1974, 4月号, No. 574. pp. 68-92 参照。
 <さて, われわれは, 例えば<数学>を超歴史的な自体的アイデアと考えて, その歴史的起源を忘却し, 既成性の中に埋没してしまうことが多い。しかし謂う所の近代数学が, 西欧世界の離陸の世紀と言われる十二世紀ルネッサンス以降の<ヨーロッパ世界>に固有の, 復興されたプラトニズムの潜在的地平に支えられて成立していること, しかも十七世紀科学革命以降, 次第に世界了解の支配的な様式として定着してくること, この歴史的展開の様相を思い返してみるだけで, 近代数学の歴史は, 単なる自体的アイデアの獲得ないし, 発見の過程ではないことが判る。> p. 68.
- 26) 佐々木力氏は, M. ウェーバーの「合理性」の概念を援用しつつ, 近代数学は, 形式的合理性が生成して来る過程の<合理化>の役割の一翼を担いつつ成立, 発展してきたものである, と指摘する。
 <このような性格をもった形式的合理性が生成して来る過程 — 前近代的な「バーリア的」資本主義の支配的な共同体に比べて, 正しく画期的な<合理性>であるが — の<合理化>の役割の一翼を担った, 近代数学の成立をわれわれは見るができるように思う。> p. 77, 出典 25) と同じ。
- 27) 文献 8), p. 57.
- 28) 竹内芳郎氏は, 真理論に対する現象学の寄与について次のように言われる。
 <なお, 真理論にたいする現象学の重要な寄与について, もう一つつけ加えておこう。現象学以前の真理論では, 一般に真理は認識対象と認識主観との関係としてのみ考察され, その意味ではその真理論は, とかく独我論的性格を帯びがちであった。ところが現象学の発場によって, 晩年のフッサールやメルロ＝ポンティに明白に見られるとおり, 真理論に相互主観性または共同主観性の問題が不可決な契機として介在せられるようになった。> p. 105, 同氏: “現代哲学思潮への一発言 — 現象学・構造主義・ポスト＝構造主義 —” 『思想』1984, 4月号, No. 718. pp. 96-127.
- 29) 黒板上の図形を<三角形>として覚知する場合を例にしていえば, 次のようになるであろう。
 <つまり, ラング主体として自己形成をとげている能知的主体が与件を単なるそれ以上の意味的所知として覚知するということ, さきほどの例でいえば, 黒板上の図形を<三角形>として覚知するとい

うこと、こういう機能的な関係がある。このことは、しかし、図形、〈三角形〉。能知的主体、ラング主体という四つのものがまずあって、第二次的に関係を結んでいるのではない。しかるに、黒板上の図形そのもの、三角形、生身の経験主体、認識論的主観、こういう四つの項をそれぞれ独立自存のものであるかのように考えるとところから間違いが生ずる。〉 p. 44, 廣松渉, 山崎賞選考委員会: 現代哲学の最前線, 河出書房, 1983 における廣松氏と対談を行ったインタビューの発言。

30) A. プラニガン, 村上陽一郎, 大谷隆和共訳: 科学的発見の現象学, 紀伊國屋書店, 1984, pp. 85-107 参照。

31) 村上陽一郎氏は、言語の支配性にふれ、端的に次のように述べている。

〈言語とは、その意味で、「世界」を支配するための組織体系である、〉 p. 128, 同氏: 科学と日常性の文脈, 海鳴社, 1981。

また、従来の数学教育研究において、かような言語の性格を指摘したものに以下のものがある。

〈数学のみならず、人間が生きる必要上つくりだした全文化が、逆に人間の思考、行動を規制し、その自由を奪う危険性をもつことは、記号学的必然であると考えられる。……中略……、少なくとも、算数・数学の教師は、この事実を冷徹にうけとめることが必要であろう。〉 pp. 56-57, 平林一栄: “記号学的視点よりの数学教育の基本問題 — 竹内芳郎氏の著書に刺激されて —” 『数学教育学研究紀要』(西日本数学教育学会) 第 8 号, 1982, 2 月, pp. 55-59。

32) 齊藤勉氏は、かような授業の側面を「知識の伝達」という用語で表し、次のように言われる。

〈「知識の伝達」が行われなくて、どうして「自ら考え正しく判断する教育」が可能になるのであろうか、「知識の伝達」と「教育」とは矛盾しない、というのは、「知識の伝達」は、知識が子どもに受け取られ、解釈されて、子どもの生きる営みのなかで具体化されてこそ、成り立つものであるからである。

また、「知識の伝達」を、論者がそれぞれ「知識」をどのようにとらえるか、「伝達」をどのようにとらえるかを述べないで、「知識主義」とか、「管理的伝達」とかを、マイナスの感情を喚起する文脈で語ることは、授業の大切な側面を捨てることになる。〉 p. 7, 同氏: “知識の伝達”とはどういうことか 『現代教育科学』 1983, 4 月号, No. 324。

33) 〈知識が伝達されるというのは、一方の人物が所与を etwas として把えるその仕方と、他方の人物がそれを etwas として把える仕方とが同じになるということにほかならない。〉 p. 31, 16) の①と出典同じ。

前出の齊藤氏は、上述の引用をして次のように述べている。

〈そして、授業は、子どもに与えるものを「それ以上のこと」として把握する「し方」が、どの子どもにも知識として成立するようにすることである。〉 p. 14, 上掲論文。

34) 授業は、相互交渉的過程である、という見解を明確にしている論述には次のものが見られる。

① 中村洋志: “国立大学付属小・中学校の授業研究レポート” 『授業研究』 1984, 6 月号臨時増刊 (現代授業研究年鑑, '84 年版)

〈授業は教師という人間と児童生徒という人間の相互主体的関係として捉えることが基本となる。その意味においては、教師の人間性を含めた「指導性」が問われている。〉 p. 281。

② 白石陽一: “教育的「指導と自己活動」に関する教授学的研究 (その 1) — 教授学的機能の考察を中心に —” 『教育学研究紀要』 (中国四国教育学会) Vol. 29, 1983。

〈今日、授業を陶冶と訓育の組織形態としてだけでなく、教師と子どもの相互主体的な行為の過程としてとらえていくことの重要性が確認されている。〉 p. 111。

③ H. Bauersfeld: “Hidden dimensions in the so-called Reality of mathematics classroom” 『Educational Studies in Mathematics』 1980, Vol. 11, pp. 23-41。

〈数学の教授=学習の過程 (the process of teaching and learning mathematics) は、制度化された状況における非常に複雑な人間の相互交渉 (human interaction) — その参加者の生活の特殊な部分を形づくる相互交渉 — として見るのが、最も適切である。〉 p. 35。

④ 〈個人相互交渉的学習 (an interpersonal learning) と教科書による学習 (a textual learning) はともに教育において見られるが、それらはいかなる形態であり、それぞれいかなる転移効果をもっているのか、これは社会心理学的方法によって展開しうる十分価値のある問題領域である。多くの心理学的研究は、他の人から遊離された個人の学習のみを考察している。〉 p. 41. A. BISHOP. これは『For the learning of Mathematics』誌の編者、D. WHEELER が、著名な数学教育研究者に対して行ったアンケート (「数学教育研究における問題とは何か」) に対する A. BISHOP の回答である。同誌, 1984. June. Vol. 4. No.

2. pp. 40-41.

(付記) 本稿は、昭和 60 年 6 月 29, 30 日、広島市で開催された西日本数学教育学会において、「算数・数学科授業論の基礎的研究(III) — 数学的認識の基礎構造 —」として発表した内容を補正したものである。

(1986 年 5 月 23 日 受理)