

可視化手法と数値解析を用いた砕波変形過程の
内部特性に関する研究

1999年3月

山田文彦

目 次

第1章 序 論	1
第1節 本研究の背景	1
第2節 既往の研究	2
第3節 本論文の目的と構成	3
参考文献	5
第2章 可視化手法を用いた碎波変形の内部特性に関する研究	8
第1節 緒 言	8
第2節 流れの可視化と画像解析手法の概要	9
(1) 粒子画像流速測定法 (Particle Image Velocimetry : PIV) の概要	9
(2) 相関法の計測原理	11
第3節 質量保存則を満たす画像解析結果の補正方法の提案	13
(1) Mass-consistent (マスコン) モデルの概要	13
(2) 離散化手法	16
(3) 画像解析にマスコンモデルを適用する上での問題点とその対処方法	18
a) 座標系、セル分割数およびセル幅の選択	18
b) 自由表面の認識とその取り扱い	18
第4節 提案手法の適用例とその解析精度	21
(1) 底面波動乱流境界層付近の波動場への適用	21
a) 可視化実験の概要	21
b) 適用結果 (ケース1)	22
(2) 巻き波碎波直前の自由表面を含む波動場への適用	25
a) 可視化実験の概要	25
b) 適用結果 (ケース2)	26
第5節 碎波形態による内部諸量の時間・空間分布特性	31
(1) 碎波変形過程における内部諸量の空間分布特性の比較	31
(2) 内部諸量の空間分布の時間変化 (巻き波碎波)	35
(3) 内部諸量の空間分布の時間変化 (崩れ波碎波)	37
第6節 結 言	39
参考文献	40

第1節 緒言 42

第2節 境界適合座標法 (BFC) 法を用いた波と砕波変形過程の解析手法. 43

 (1) 境界適合座標系 43

 (2) 数値格子生成法 45

 a) Thompson らの手法 45

 b) Steger らの手法 46

 (3) 基礎方程式の座標変換 49

 (4) 離散化手法 (レギュラー格子) 51

 (5) 計算手法 52

 (6) 適用計算例 (一様斜面上での巻き波砕波) 55

 a) 計算条件. 55

 b) 入射・通過側での境界条件. 56

 c) 自由表面での境界条件 56

 d) 計算結果. 56

第3節 スタガード格子を用いた BFC 法の解析精度向上 60

 (1) 基礎方程式の離散化 60

 (2) 自由表面での境界条件の改良. 61

 a) 表面張力を考慮した力学的境界条件. 61

 b) 自由表面の曲率の算定方法. 63

 (3) 計算手法の改良. 64

 a) 自由表面近傍での流速の取り扱い. 64

 b) 自由表面の計算の安定化手法 65

 (4) 適用計算例 65

 a) 矩形容器内の孤立波の振動解析. 65

 b) 水平加振による矩形容器内のスロッシング現象の解析. 68

 c) 一様斜面上での砕波変形過程の解析. 69

第4節 結言. 76

参考文献. 77

第1節 緒言. 80

第2節 砕波によるエネルギー逸散を考慮した高精度数値解析手法. 81

 (1) 基礎方程式. 82

 (2) SMAC 法の概要. 82

a) SMAC 法のアルゴリズム.	83
b) フラッキング (流体領域の判別)	85
c) 離散化手法および計算手法.	86
(3) SMAC 法の問題点とその改良方法.	89
第3節 碎波の内部特性に関する実験的研究.	91
第4節 内部諸量を用いたエネルギー逸散機構の数値モデル化.	97
(1) “渦半径” の概念.	97
(2) レイノルズ応力の数値モデル (モデル1)	98
(3) レイノルズ応力の空間勾配の数値モデル (モデル2)	99
第5節 SMAC 法を用いた碎波帯内の内部特性.	100
(1) 解析領域および計算条件	100
(2) 計算結果	102
第6節 結 言.	115
参考文献.	116

第5章 碎波変形の3次元解析手法確立に向けての基礎的研究

1 1 9

第1節 緒 言.	119
第2節 差分法を用いた従来の移動境界問題の数値解析手法.	121
第3節 VOF 法のアルゴリズム.	122
(1) VOF 関数 F の移流計算 (<i>Donor-Acceptor</i> 法)	123
第4節 VOF 法の高精度化手法の提案	127
(1) Cubic Interpolated Pseudo-particle (CIP) 法の概要	127
(2) Digitizer (Tangent 変換) の概要	129
(3) 他の高次スキームとの計算精度の比較.	130
第5節 適用計算例	132
(1) 基礎方程式.	132
(2) 離散化および数値計算手法.	132
(3) ダム崩壊現象の解析.	134
(4) 水平加振による矩形容器内のスロッシング現象の解析	137
第6節 造波水槽内での水面波の変形問題の解析	138
(1) 従来の自由透過処理手法.	139
(2) 自由透過処理手法の適用計算例.	141
(3) 室内実験との比較.	143
第7節 結 言.	146
参考文献.	147

第6章 結論	150
謝 辞	153
論文リスト	154

第1章 序 論

第1節 本研究の背景

沿岸域は海と陸の境界域であり、地球上の物質循環システムの重要な一環を担っている。この沿岸域は外洋に比べて水深が浅く、海底地形の変化も大きいため、外洋とは異なった物理過程が卓越しており、各海域ごとに個性的で変化に富んだ流動場を形成している。さらに、河川を通じて陸から運び込まれる物質の循環とあいまって、豊かな生態系と高い生物生産性を維持している。このように、沿岸域は有形無形の多種多様で豊かな海の恵みと可能性をわれわれ人類に与えてくれる極めて貴重な場である。

特に、周囲を海に囲まれ国土が狭小である我が国では、沿岸域に人口と富が集中しており、国土保全の立場から防波堤等の海岸構造物が数多く建設されてきた。しかしながら、近年における過度な人間活動の結果、深刻な海洋汚染と自然破壊が生じており、この海域の環境保全は緊急な課題となっている。また、沿岸域に対するニーズも多様化し、「心に潤いを与える快適な海岸環境」を望む声も高まっている。

この沿岸域の開発と海岸環境の保全という相矛盾する2つの要素に対して調和ある共存を図るためには、「持続可能な開発」^{1)~3)}という視点に立って、沿岸域の開発を陸域・水域とで一体的に計画し、多面的な利用が可能な空間として地域特性、生態環境に応じた総合的見地から調整することが必要である。

このような状況のもとで、開発の事前評価に際して、エコロジカルな概念と物理・工学的手法を融合したエコテクノロジー⁴⁾の有効性が認識されるようになり、その体系化が今後の重要な課題となっている。このため、沿岸域での環境諸量の支配要因である流動場の物理環境特性を正確に把握することが極めて重要となり、その評価・予測手法の確立が急がれている。

本論で取り扱う浅海域での碎波変形過程は、波から流れへと運動形態が急激に移行する現象であり、沿岸域での複雑な流れ場を作り出す重要な要因である。そのため、この変形過程の力学的・物理的メカニズムを解明することは、波および海浜変形予測の基礎資料としてばかりでなく、沿岸域での物質循環や生物環境評価の基礎資料をも提供することとなり、海岸工学上極めて重要な研究課題である。

しかしながら、この碎波変形過程は非線形性が強く、多量の気泡を伴った乱れの激しい現象であるため、解析的手法および実験的計測には困難さが伴い、また、内部機構を詳細に評価できる数値解析手法も確立されておらず、現在までのところ未解決の問題となっており、早急な解決が望まれている。

第2節 既往の研究

砕波変形は自由表面における境界条件の非線形性の結果として捉えることができ、その強い非線形性を念頭に置いたレビューが Peregrine⁵⁾、Longuet-Higgins⁶⁾、Schwartz & Fenton⁷⁾ によってなされている。しかしながら、砕波変形のメカニズムを理論的に取り扱って数学的な解析解を得ることは非常に困難である。このため、砕波に関する従来の理論的研究においては、砕波の内部機構に関する直接的な議論を避け、現象に対応するような砕波条件のモデル化を行い、これに一定水深での各種の有限振幅波理論を適用し、砕波変形時の波高・波速など水理諸量を求めて、実験結果と比較検討する方法が数多く行われてきた（例えば Stoker⁸⁾、Munk⁹⁾、Freeman & Mehaute¹⁰⁾、Horikawa & Kuo¹¹⁾）。これらの結果、砕波条件についてはある程度の解明がなされてきたが、適用すべき波動理論と砕波条件の設定が不十分で、砕波変形機構についての十分な理論的な解明はなされていない。

近年の流速計測技術の進歩により、直接、内部流速を測定し、砕波帯内の流速場の構造を解明しようとする研究が多く行われるようになってきた。酒井ら¹²⁾、灘岡ら¹³⁾、青野ら¹⁴⁾、日野ら¹⁵⁾、三村ら¹⁶⁾、水口ら¹⁷⁾のレーザー流速計を用いた一連の研究および酒井ら¹⁸⁾、境ら¹⁹⁾、山下ら²⁰⁾のVTR装置による可視化実験は、砕波によって生じる大規模渦およびそれが崩壊した後に生じる乱れの構造などに関するものであり、砕波帯を特徴づけるものとして、(1) 組織的渦構造、(2) 水塊の突入と気泡連行深、(3) 水平渦の生成機構と移動特性等を指摘し、turbulent wake や mixing layer などの乱流構造との類似性についても議論している。しかしながら、砕波帯内の乱れについては、平均的な構造に関する報告が主であり、乱れを支配する渦構造の研究が進んでおらず、これまでのところ本質的な特徴を描き出すまでには至っていない。

また、レーザー流速計は点計測方法であり、流速場の空間分布を得るためには多大な労力を有するため、多点同時計測が可能な画像解析を砕波変形に適用した研究例も報告されている（例えば、西村ら²¹⁾、長尾ら²²⁾、小林ら²³⁾、Lin & Rochwell²⁴⁾、Skyner²⁵⁾、渡部ら²⁶⁾、滝川ら²⁷⁾）。この手法は流れ場に投入されたトレーサー粒子の軌跡などをもとに流速場を空間的に算定するものであり、レーザー流速計では計測困難な砕波後の気泡を多量に含んだ領域でも解析可能であり、非常に汎用性の高い計測方法である。しかしながら、砕波直前までの2次元性が卓越した場合においても、画像解析で得られた流速場が質量保存則をどの程度満足しているかについては検討されておらず、その解析精度には疑問が残る。さらに、砕波後の多量の気泡を含んだ領域への適用にあたっては、トレーサー粒子と気泡の判別方法に検討の余地が残されている。

一方、数値計算により砕波変形を解こうとする試みも行われており、Svendsen ら²⁸⁾は水深方向に平均された Boussinesq 方程式を用い、砕波によるエネルギー逸散項を考慮した解析を行った。この方法は平均操作により次元を1つ減らすことが可能であるため、よりスケールの大きな津波の伝播や遡上の解析にも適用されている (Liu ら²⁹⁾)。しかし、扱える自由表面の形状は1価の関数に限られ、巻き込みが表現できないことと、渦度・乱れの発生および輸送を考慮できないため、

その適用には限界があると考えられる。

そこで、流体運動の基礎方程式に平均操作を施さず、直接数値的に解こうとする試みも行われており、新たな知見が得られつつある。砕波する波を最初に数値的に解いたのは Longuet-Higgins & Cocklet³⁰⁾である。方程式系を境界上での積分方程式に直し（境界積分法）、1次元問題として定常進行波の時間変化を数値的に追ったものである。この場合は与えられた波は形を変えることなく進行するため、背後に圧力を作用させることにより巻き波砕波が生じることを示した。New ら³¹⁾は上述の方法を有限水深に拡張し、ある水深での定常進行波に対して瞬間的に水深を変えることにより斜面上での砕波を解くことを試み、水深変化が大きくなるにつれて大きな巻き込みが形成されるという結果を得ている。このように、砕波時の巻き込み部分（巻き込み jet）が前方の水面に突入するでは、ポテンシャル（無渦）運動として取り扱うことも可能であるため、ポテンシャル理論に基づいた解析例が他にも報告されている（例えば、安田ら³²⁾、滝川ら³³⁾）。

しかし、砕波後の水塊突入による乱れの発生およびエネルギー逸散過程は、流体場の回転（渦度）を伴う非ポテンシャル運動であり、ポテンシャル理論は適用できず、粘性流体に基づいた解析が必要となる。現在まで、砕波後の流体運動を粘性流体に基づいて計算した例としては、船舶によって生じる砕波を扱った Miyata ら³⁴⁾、斜面上での砕波を扱った酒井ら³⁵⁾、滝川ら³⁶⁾、Lemos³⁷⁾、Lin & Liu ら³⁸⁾、渡部ら³⁹⁾、および潜堤などの海岸構造物上での砕波を扱った Petit ら⁴⁰⁾、滝川ら⁴¹⁾、榊山ら⁴²⁾、川崎ら⁴³⁾、などが報告されている。これらの解析は、すべて差分法の範疇である Marker and Cell (MAC)法⁴⁴⁾系統の数値解法を用いて行われており、砕波帯内の流速場や圧力場などを直接議論できるため、非常に有力な解析方法である。しかしながら、現状では Navier-Stokes (N-S)方程式を対象とした解析が中心であり、エネルギー逸散を考慮した解析例は数例^{36)~38)}であるため、その数値モデルや境界条件の設定方法などまだ確立された方法は存在しない。さらに、上述の解析は2次元場を対象としているのがほとんどであり、砕波の本質である3次元場への適用など残された課題も多い。

第3節 本論文の目的と構成

以上見てきたように、砕波変形機構については、現在のところ画像解析と数値シミュレーションの両方の立場から盛んに研究が行われているが、現段階では、砕波における乱れおよびエネルギー逸散機構について定量的な評価を加えるには十分とは言い難く、これらを考慮した砕波の数値モデルの構築が急がれている。

そこで本論文では、流れの可視化手法を用いて砕波変形過程の内部諸量（流速、渦度、歪み度など）を実験的に調べ、その時間・空間分布特性を明らかにするとともに、砕波後のエネルギー逸散を実験結果に基づき数値モデル化し、砕波帯を含む波変形場の一貫した高精度数値シミュレーション手法の開発とその内部特性の検討を行った。

本論文は、6章より構成されており、各章の内容を概説すると以下のとおりである。

第1章では、砕波変形機構を解明することの工学的意義を示し、本論文の目的を明らかにする。

第2章では、砕波変形過程の画像解析を行うにあたり、従来の画像解析によって得られた流速場が、質量保存則をどの程度満足しているか空間的に調べ、流体内部に比較して底面境界や自由表面付近において質量保存則が満足されにくいという問題点を明らかにする。そして、画像解析の精度向上のため、最小限の補正で質量保存則を満たすように、Mass-consistent (マスコン) モデルを画像解析結果に適用するハイブリッドな補正方法を提案し、その有効性と解析精度について検証する。さらに、砕波形式の異なる場合での画像解析に本提案手法を適用し、それぞれの内部特性の時間・空間分布について比較検討を行う。

第3章では、複雑な自由表面形状や海底形状に対応した砕波変形過程の数値解析を行うために、境界適合座標系と数値格子生成法を組み合わせた Boundary-Fitted Coordinate (BFC)法を開発する。また、レギュラー格子で問題となった圧力振動を押さえ、計算の安定化をはかるために、スタガード格子を用いた離散化手法などを提案し、矩形容器内のスロッシング現象などに適用する。その結果、本計算手法は圧力振動を生じず、水面変動の計算結果が解析解と比較しても定量的に十分な精度を有し、質量保存性にも優れていることを確認する。さらに、一様斜面上での巻き波砕波の解析を行い、本計算手法の解析精度や適用範囲について検討を行う。

第4章では、砕波後のエネルギー逸散領域での内部機構の解明を目的として、Reynolds 方程式を対象に、有限要素法(Finite Element Method : FEM)と Simplified Marker and Cell (SMAC)法を組み合わせた数値シミュレーション手法を開発する。まず、室内実験を行い砕波後のエネルギー逸散が、内部諸量である渦度・歪み度と強い相関関係にあることを示し、砕波後のエネルギー逸散をレイノルズ応力項として評価するとともに、レイノルズ応力項およびその空間勾配項を渦度・歪み度を用いて数値モデル化する手法を提案する。適用例として斜面上での巻き波砕波の計算を行い、数値モデルの妥当性を検証するとともに、内部特性についても定量的に検討を行う。

第5章では、砕波変形過程の3次元数値シミュレーション手法の確立を目指し、SMAC 法より3次元の拡張性に優れた Volume of Fluid (VOF) 法を採用し、その弱点である自由表面の認識精度や質量保存性の精度向上させる方法について検討する。まず、VOF 法では界面勾配を無視した流体輸送を行うことが、質量保存性を低下させる一要因であること、また、VOF 関数の移流方程式の解法にあたっては、界面勾配を考慮し、数値拡散をより抑さえた計算スキームを選択する必要があることを指摘する。1次元の線形移流方程式を対象に、数種類のスキームについて数値拡散を比較し、Cubic Interpolated Pseudo-particle (CIP) 法と変数の Tangent 変換の組み合わせが最適である事を示すとともに、ダム崩壊現象などを対象に2次元解析を行い、本解析手法の自由表面認識精度と質量保存性について確認する。次に、通過境界での自由透過処理について検討を加え、造波水槽内での波変形問題への本計算手法の適用性を検証する。

第6章では、本論文の主要な研究成果について述べる。

参 考 文 献

- 1) J. マクネイル (1989) : 持続可能な経済開発への道、サイエンス、 Vol. 11、日経サイエンス社、 pp. 123~123
- 2) IHAR (1991) : Hydraulics and the Environment, J. of Hydraulic Research, Vol. 29, pp. 1-77
- 3) 和田 明 (1996) : 開発と環境、沿岸海洋研究、第 33 巻、第 2 号、 pp. 93-98
- 4) 栗原 康 (1988) : 河口・沿岸域の生態系とエコテクノロジー、東海大学出版会、 pp.335
- 5) Peregrine, D. H. (1976) : Breaking waves on Beach, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 15, pp.149-178
- 6) Longuet-Higgins, M. S. (1980) : The unsolved problem of breaking waves, Proc. 17th ICCE, pp. 1-28
- 7) Schwartz, L. W. and J. D. Fenton (1982) : Strongly nonlinear waves, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 14, pp. 39-60
- 8) Stoker, J. J. (1948) : The formation of breaking waves and bores, The theory of non-linear wave propagation in shallow water and open channels comm. Pure Appl. Math. Vol. 1
- 9) Munk, W. H. (1949) : The solitary wave theory and its application to surf problem, Ann. New York Acad. of Sci., Vol. 51, Art. 3
- 10) Freeman, J. C. and B. L. Mehaute (1964) : Wave breakers on a beach and surges on dry bed, Proc. A.S.C.E., Vol. 90, No. HY2
- 11) Horikawa, K. and C. T. Kuo (1966) : A study on wave transformation inside surf zone, Proc. 10th ICCE
- 12) 酒井哲郎・三反畑勇 (1983) : 砕波による乱れのレイノルズ応力について、第 30 回海岸工学講演会論文集、 pp.30-34
- 13) 灘岡和男、近藤隆道、田中則夫 (1982) : レーザードップラー流速計による砕波帯内の流速場の構造の解明、運輸省港湾技研報告、Vol. 21、No. 2、 pp. 49~106
- 14) 青野利夫・服部昌太郎 (1984) : 砕波下での大規模乱れ構造に関する実験的研究、第 31 回海岸工学講演会論文集、 pp.6-10
- 15) 日野幹雄・灘岡和夫・小俣 篤(1984) : 砕波帯内の乱れの組織的運動と水粒子運動について、第 31 回海岸工学講演会論文集、 pp.1-5
- 16) 三村信男・岡安章夫・柴山知也・ Preecha Kamronrithisorn (1984) : Plunging 砕波によって発生する砕波帯内流速場の構造、第 31 回海岸工学講演会論文集、 pp.11-14
- 17) 水口 優、友金幸浩 (1985) : 巻き波型砕波時の流れの場の実験的研究、第 32 回海講論文集、 pp.60-64
- 18) 酒井哲郎・田中秀明(1985) : 斜面上の砕波における水塊の突っ込みと渦の挙動、第 3 2 回海岸工学講演会論文集、 pp.70-74
- 19) 境 茂樹・佐伯 浩(1986) : 砕波後の波の変形と気泡連行深に関する研究、第 3 3 回海岸工学講演会論文集、 pp.16-20

- 20) 山下隆男・James R.Tallent・土屋義人(1988) : 砕波水平渦の生成機構と移動特性、第35回海岸工学講演会論文集、pp.54-58
- 21) 西村仁嗣・武若 聡 (1988) : VTR 画像の相関解析による砕波時内部流速分布の推定、第35回海講論文集、pp.45-48
- 22) 長尾昌朋・片岡暁彦・沢本正樹 (1991) : VTR 画像処理とトレーサ追跡法を組み合わせた砕波内部流速場の測定、海岸論文集、第38巻(1)、pp.56-60
- 23) 小林智尚・日野幹雄・疋田賢七・荻原秀規 (1992) : フーリエ変換を用いた画像処理による砕波内部流速場の測定、海岸論文集、第39巻(1)、pp.56-60
- 24) Lin, J.C. & Rockwell, D. (1994) : Instantaneous structure of a breaking wave, *Phys. Fluids*, Vol. 6 (9), pp. 2877-2879
- 25) Skyner, D. (1996) : A comparison of numerical predictions and experimental measurements of the internal kinematics of a deep-water plunging wave, *J. of Fluid Mech.*, Vol. 302, pp. 51-64
- 26) 渡部靖憲・佐伯 浩 (1995) : 画像処理による砕波帯内の運動機構に関する考察、海岸論文集、第42巻(1)、pp.116-120
- 27) 滝川 清、山田文彦、松本健作、飯尾昌和 (1996) : ビデオ画像解析と Boundary-Fit 法を用いた砕波変形の内部特性に関する研究海岸論文集、第43巻(1)、pp.51-55
- 28) Svendsen, I. A. , Madsen, P. A. and B. Hansen (1978) : Wave characteristics in the surf zone, *Proc. of Coastal Eng.* Pp. 520-539
- 29) Liu, L-F. P. , Yoon, S. B., Seo, S. N. and Cuo, Y. (1993) : Numerical simulation of Tsunami Inundation at Hilo, Hawaii, Tsunami '93, *Proc. of IUGG/IOC the International Tsunami Symposium, Wakayama, Japan*
- 30) Longuet-Higgins, M.S, and E. D. Cokelet (1976) : The deformation of steep surface waves on water, *Proc. Roy. Soc .London*, A364, pp. 1-28
- 31) New, A. L. , P. McIver and D. .H Peregrine (1985) : Computations of overturning waves, *J. Fluid Mech.* Vol. 150, pp. 233-251
- 32) 安田孝志、原正典、榊原幸雄 (1991) : BIM を用いたステップによる孤立波の砕波を伴う変形とその法則、土木学会論文集, No. 429/II-15, pp.74-83
- 33) 滝川 清、岩垣雄一、中川政博(1983) : 有限要素法による斜面上の波の砕波変形と内部機構の解析、第30回海岸工学講演会論文集、pp.20-24.
- 34) Miyata,(1986) : Finite-Difference Simulation of Breaking Waves, *J. Comput. Phys* 65, 179-214
- 35) 酒井哲郎・水谷太作・田中秀明(1987) : 斜面上の巻き波形砕波の砕波後の運動の機構の数値解析、第34回海岸工学講演会論文集、pp.71-75
- 36) 滝川 清、山田文彦、有元光久、田淵幹修 (1991) : 斜面上の砕波変形過程の内部特性とその数値解析、第38回海岸工学論文集、pp.61-65、1991

- 37) Lemos, C. M. (1992) : Wave breakingm Springer-Verlag
- 38) Lin. P and Liu P. L.(1998) : A numerical study of breaking waves in the surf zone, J. Comput. Phys 359, pp. 239-2645
- 39) 渡部靖憲・佐伯 浩 (1995) : 砕波帯内の流速場のダイレクトシミュレーション、海岸論文集、第 43 巻 (1), pp.71-75
- 40) Petit, H.A.H., Tonjes, P., Van Gent,M.R.A., Van den Bosch, P. (1994). “Numerical simulation and validation of plunging breakers using a 2D Navier-Stokes model,” Proc.24th Int Coastal Eng. Conf., Kobe ASCE, Vol 1, pp 511-524
- 43) 滝川 清、山田文彦、松本健作 (1995): 潜堤上砕波変形の内部特性とその数値解析、海岸工学論文集、第 42(1)、pp.66-70
- 42) 榊山 勉、香山真祐 (1997) : 海底斜面上で砕波を伴う消波護岸への越波の数値解析、第 44 回海岸工学論文集、pp.741-745
- 43) 川崎浩司、岩田好一郎 (1996) : 3 次元波動場に設置された潜堤による Spilling 砕波型の変形過程に関する数値解析、第 44 回海岸工学論文集、pp.71-75
- 44) Harlow, F. H. and Welch. J. E. (1965) : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, Phys. Fluids, Vol.8, pp. 2182-2189

第2章 可視化手法を用いた砕波変形の内部特性に関する研究

第1節 緒言

波から流れへと運動形態が移行する砕波変形機構の解明にあたっては、自由表面の位置や内部流速等の時間・空間分布を正確に把握する必要がある。流速の測定に関して、レーザ流速計は高精度を有するものの、点計測であるために、空間分布を得るためには多数回の造波を繰り返しながら計測を行う必要があり、多大な労力と現象の再現性に問題が残る。

これに対して、流れの可視化手法（画像解析）は多点同時計測が可能のため、流速の空間分布が容易に得られるうえ、自由表面の形状も同時に計測でき、非常に有効な手法である。しかし、画像解析はレーザ流速計に比較して流速の計測精度が低いという欠点を有していたため、従来の画像解析の研究においては、計測アルゴリズムの改良や高質な可視化画像の撮影方法などに関心が集中している（小林ら¹⁾、1986；Adrian²⁾、1991；高木³⁾、1991；江藤・竹原⁴⁾、1996）。

海岸工学においても、砕波直前および砕波後の気泡を伴った流体運動の画像解析手法として、西村・武若⁵⁾（1988）のビデオ画素の濃度相関関数を用いる相関法、長尾ら⁶⁾（1991）のトレーサー追跡法、小林ら⁷⁾（1992）の可視化画像の輝度の局所的な空間分布を用い、フーリエ変換から流速を求める方法、Lin & Rockwell^{8) 9)}（1994, 1995）、Skyner¹⁰⁾（1996）の粒子画像流速測定法、渡部・佐伯¹¹⁾（1995）の空間相関係数を時間方向に発展させ、空間的に連続した流速場をとらえる方法、長尾ら¹²⁾（1997）の画像の状態に応じて特性の相反するトレーサー追跡法と濃度相関法を使い分ける方法などが提案されている。

これらの研究成果によって、空間的にランダムに存在する点での流速の計測精度は著しく向上したが、画像解析で得られた流速場が、解析領域においてどの程度、質量保存則を満足しているかについては、ほとんど議論されておらず、その精度も不明である。このため、砕波限界や砕波形態の解明に重要な要因となる内部諸量（渦度・歪み度など）が、質量保存則を満足しない流速場から算定される可能性があり、砕波変形機構の解明にあたっては非常に問題が残る。

本章では、底面波動乱流境界層付近や砕波直前の自由表面を含む波動場の画像解析を行い、流速場の発散を空間的に調べ、解析領域において質量保存則がどの程度満足されているのか、また、発散の最大値や質量保存則が満足されにくい場所などについて検討を行う。さらに、最小限の補正で質量保存則を満たすように、Sharman¹³⁾（1978）が提案した Mass-Consistent（マスコン）モデルを画像解析結果に適用する方法の提案を行い、その適用の結果、解析全領域において質量保存則がほぼ満足され、定性的・定量的にも十分な精度を確保できることを示す。次に、この補正された流速場から砕波変形過程の内部諸量を算定し、異なった砕波形態での内部諸量の時間・空間分布を比較する。

まず、第2節においては、粒子画像流速測定法（Particle Image Velocimetry：PIV）と本章で用

いる画像解析手法であるパターン相関法について解説する。

第3節では、計測結果から質量保存則を満足する3次元流速場を変分法により推定するマスコンモデルの概要を説明し、鉛直2次元の画像解析結果に適用する方法を提案し、適用する上での問題点とその対処方法を示す。

第4節では、本提案手法の妥当性を検証する目的で行った可視化実験の方法を説明し、マスコンモデル適用前後における流速の発散の空間分布とレーザー・ドップラー流速計による水粒子速度との比較結果などを示す。

第5節では、本提案手法を用いて、巻き波砕波と崩れ波砕波といった砕波形態の異なる場合での画像解析を行い、それぞれの内部特性の時間・空間分布を比較する。

第6節では、本章で得られた結果を要約して述べる。

第2節 流れの可視化と画像解析手法の概要

流れの様子を理解することは流体問題を扱う上で最も基本的なことであるが、流れそのものは通常目には見えないものである。そこで流れの中にトレーサーと呼ばれる目印（マーカー）を挿入することによって、流況を目で見るようにする技術が流れの可視化である。この流れの可視化技術に最近のデジタル画像処理技術を加え、流れ場の多点速度情報を抽出するものが、粒子画像流速測定法（Particle Image Velocimetry：PIV）と呼ばれる計測技術である。これは、流れ場の定性的把握と定量測定が組み合わされた新しい計測技術である。

（1）粒子画像流速測定法（Particle Image Velocimetry：PIV）の概要¹⁴⁾

PIVは流体中に目印となる微細なトレーサー粒子を混入してその運動を時系列に撮影し、得られた画像をデジタル処理して速度ベクトルを得る方法の総称である。

このPIVは光学技術の応用からはじまった。レーザー光を物体に照射すると、普通の白色光の場合とは異なり、細かいランダムな模様が見える。これは、物体表面の微細な凹凸上で反射されたレーザー光が、目に到達するまでに干渉を起こし、その結果として模様が見えるもので、スペックルパターンと呼ばれている。このスペックルは物体の移動とともに動くため、これを計測して物体の動きを捉えるのがスペックル写真法である。

スペックル写真法では光学的処理により模様の移動とその方向を求めるため、写真フィルム上にスペックルパターンを焼き付けている。この時、レーザーの照射を短い時間間隔で2回行う。つまり、二重露光写真としてスペックルを写真フィルム上に記録するのである。記録された2つのスペックルパターンは物体が移動している時には微妙にずれている。このフィルムに図2-1に示すようなレーザービームを照射し、反対側の適当な位置にスクリーンを置くと、スペックルパターンがずれたことにより生じるヤング縞がスクリーン上に投影される。このヤング縞の方向と間隔からスペックルの移動距離と方向がわかるのである。

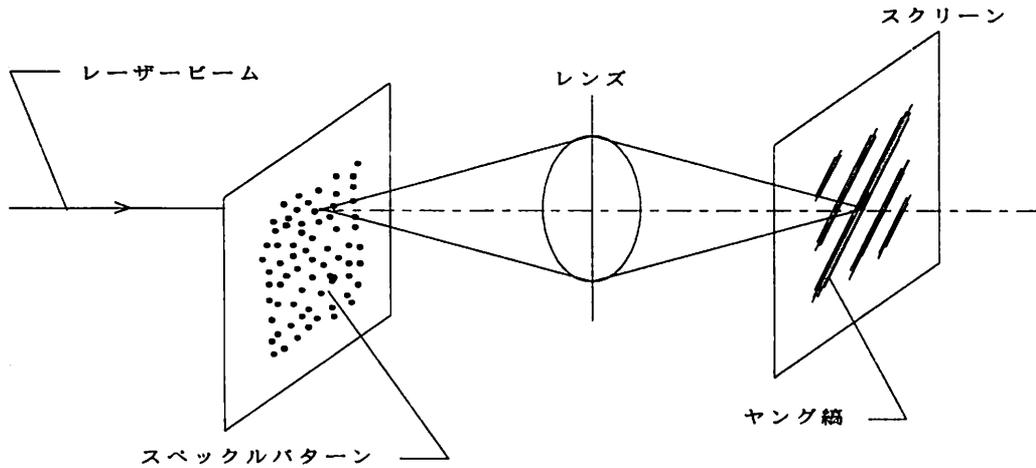


図 2-1 スペックルパターンの解析

このような多重露光粒子画像にレーザーを照射してヤング縞を得る手法は、可視化画像にフーリエ変換を施していることと本質的には同じことである。つまり、レーザー光が作るヤング縞はその縞の間隔が周波数を表し、その方向が位相を表しており、フーリエ変換でも信号から周波数と位相の情報を抽出するのである。この発想に基づくと、光学的な処理に頼らずに、デジタル化した画像を計算機上で処理することができる。つまり、画像データに FFT を施し、そこから得られる周波数と位相のデータをもとに粒子像の移動距離と方向を計算することで、速度場を求めるのである。このようにして、計算機上で画像解析ができるようになり、PIV は飛躍的に広まったのである。ここで、注入するマーカーの種類から PIV を分類すると図 2-2 のようになる。

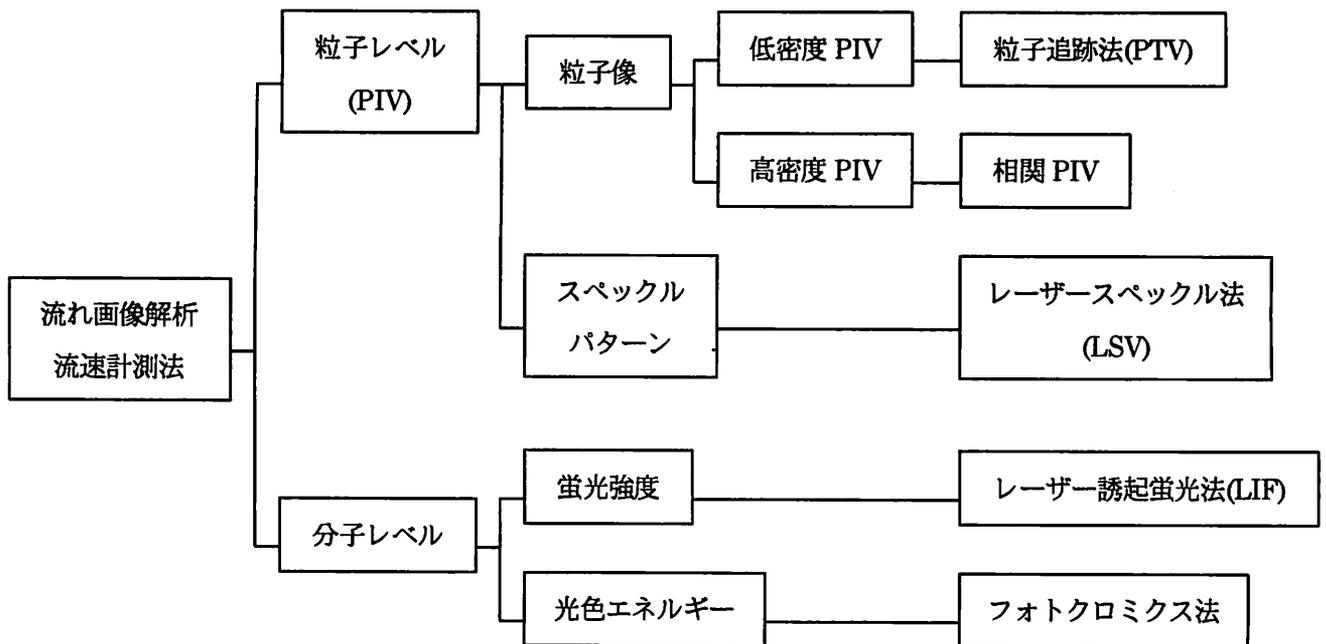


図 2-2 PIV の分類

一般に、粒子を投入して流速を計測する場合を PIV と呼ぶので、ここでもマーカーとして粒子を用いた流速計測を PIV として分類しておく。マーカーとして蛍光分子の流れに混入して Fluorescent あるいは Photochromic という蛍光性の発光からも流速分布を求めることができるが、分子をマーカーとする場合、分子の蛍光発光強度の計測から、流れ場の濃度分布や温度分布などのスカラー量の計測に用いられることの方が多い。最近ではレーザー誘起蛍光法(LIF)と PIV とを結合させて、流れ場と温度あるいは濃度を同時に計測する手段として用いられるようになってきている。

さて、この PIV を粒子の投入密度から分類すると、レーザースペckル法、高密度 PIV および低密度 PIV とに分類される。レーザースペckル法 (LSV) と高密度 PIV の違いは、記録された画像が光学処理可能かどうかで分類される。

次に、画像上に粒子画像が形成される場合についても同様に、粒子の空間密度により高密度 PIV および低密度 PIV とに以下のように大別される。

- ①高密度 PIV：高濃度の粒子群により形成された濃度パターンの変位を追跡して流速を算出する。一般にこの方法は、相関法と呼ばれている。
- ②低密度 PIV：流れに投入された個々の粒子を追跡して流速を算出する。なお、この方法は個々の粒子を追跡することから Particle Tracking Velocimetry (PTV：粒子追跡法)とも呼ばれる。

(2) 相関法の計測原理¹⁵⁾

前節で述べた光学的な手法をそのままデジタル画像で再現する方法が、相関法の中でも自己相関法と呼ばれているものである。計算機上にデジタル画像として取り込まれた二重露出粒子画像をフーリエ変換し、主要な周波数と位相を求める。画像は 2 次元空間上に展開された輝度データであるから、位相情報からベクトルの方向が求まり、周波数からは二重露光された粒子間の距離が求まる。したがって、フーリエ変換後の情報から、粒子の移動と距離が求まるのである。

ところで、フーリエ変換で画像の主要な周波数とその位相を求めることは、自己相関係数の最大値を探していることと同じである。つまり、フーリエ変換では信号に対して周期関数を仮定し、その周波数と位相を求めているのであるが、これは通常の空間で考えると、自分のいる場所の状況と似たところが近辺のどのあたりにあるかを求めることに相当する。それならば、周波数領域で処理する代わりに、実空間で相関係数を取っても同じ事である。さらに、二重露光画像に対して自己相関係数から移動距離を求める代わりに、普通に撮影された 2 枚の粒子画像に対して相互相関係数を取る方法が提案され、これが現在、画像解析手法として一般的に使用されている相関法である。

トレーサー粒子や染料などで可視化された流れの画像は濃淡分布を持っており、この濃淡分布が流れとともに輸送される。したがって、画像の濃淡分布の移動先がわかれば、流速ベクトルが求まるのである。図 2-3 は、相互相関係数を用いた計測アルゴリズムの概略を示している。可視化画像の濃淡分布は、2 枚の画像の撮影時間間隔が短く、流体の並進運動に比べて専断などの変形

が小さい場合には、濃淡のパターンすなわち輝度分布はほとんど変化しない。この時、2枚の画像のうち1枚目において p 点を中心とする $n \times n$ の領域をとり、これと2枚めの画像との間で相互相関係数 $R_{fg}(k, l)$ を計算する。それぞれの画像における輝度値を f_i, g_i , $n \times n$ の領域における平均値を \bar{f}, \bar{g} とするとき、相互相関係数は次式で計算する。

$$R_{fg}(k, l) = \frac{\sum_{i=1}^{n^2} \{(f_i - \bar{f})(g_i - \bar{g})\}}{\left\{ \sum_{i=1}^{n^2} (f_i - \bar{f})^2 \cdot (g_i - \bar{g})^2 \right\}^{1/2}} \quad (2.2.1)$$

そして、相互相関係数の最も大きい場所 $q(k_s, l_s)$ 、すなわち濃淡分布が p 点と最も良く似ている場所を移動先と考えるのである。このような手法は、相関法のなかでも特に、パターン相関法と呼ばれており、本節の画像解析でもこの手法を用いている。パターン相関法の特徴は、解析対象が可視化画像の輝度分布であればなんでも良いことであり、トレーサ粒子の代わりに空気の流れにおいて煙を使った可視化や染料を流した場合の画像でも解析が可能である。また、滝川ら¹⁶⁾(1996)は、画像解析における、自由表面の認識には粒子追跡法よりもパターン相関法が精度的に優れていることを指摘している。

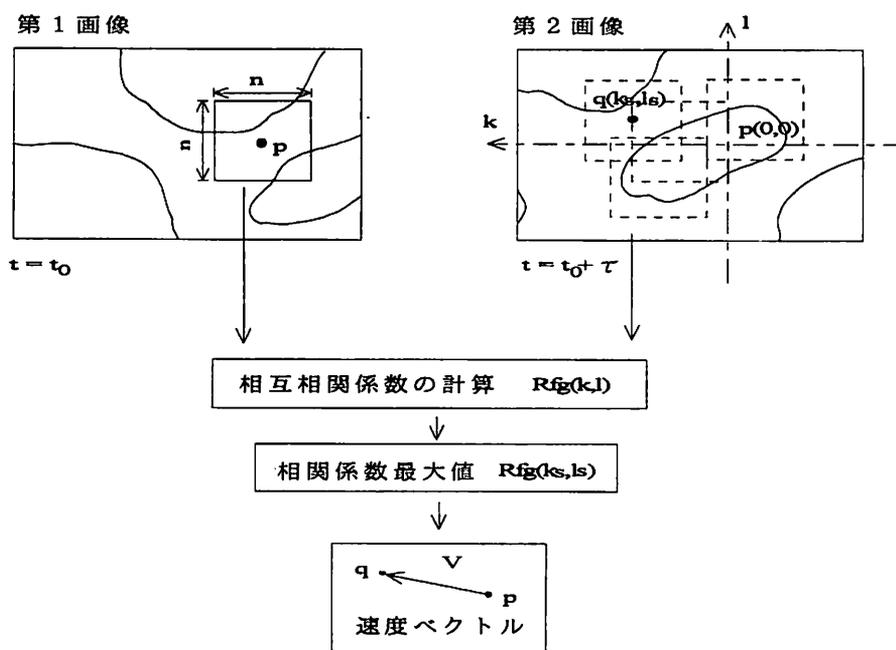


図 2-3 パターン相関法の計測原理

第3節 質量保存則を満たす画像解析結果の補正方法の提案

マスコンモデルは、質量保存則を満足する 3 次元流速場を計測結果に基いて算定するもので、気象学の分野で提案されたものであるが、海岸工学の分野においても、小林¹⁷⁾ (1991) が直立円柱まわりの流れ場の空間分布推定に、また、後藤ら¹⁸⁾ (1993) は海上風の推算に用いている。しかし、流れ場の画像解析に適用した例はない。

本節では、鉛直 2 次元の画像解析結果にマスコンモデルを適用し、質量保存則を満足するように流速場を補正する方法を提案する。そこで、まず最初に、マスコンモデルの概要を説明し、ついで、画像解析結果にマスコンモデルを適用する上での問題点とその対処方法などを示す。

(1) Mass-Consistent (マスコン) モデルの概要¹⁹⁾

このモデルは大きく 2 つの手順より構成されている。まず第 1 段階として、解析領域を矩形格子状に分割し、計測された流速データを内挿、外挿することで各格子点での流速 (u^0, v^0, w^0) を求める。ここで u^0, v^0, w^0 は各々、 x 方向、 y 方向、 z 方向の流速成分である。現象の定常・非定常を問わず、この流速場は質量保存則(2.3.1)式を満たさなくてはならない。

$$\frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial v^0}{\partial y} + \frac{\partial w^0}{\partial z} = 0 \quad (2.3.1)$$

しかしながら、実測値から単純に内挿・外挿によって求められた流速場は、本来満足すべき物理法則（質量保存則）を満足するとは限らない。

そこで第 2 段階において、この流速場が質量保存則を満足するように補正を施すが、マスコンモデルでは、初期条件として与える流速場 (u^0, v^0, w^0) が最良推定値であると仮定するので、その補正量は出来る限り小さくすることが望ましい。そのため、補正量の 2 乗和の体積積分である(2.3.2)式を最小とするように (u, v, w) を決定する。

$$\int_V \left[\alpha_1^2 (u - u^0)^2 + \alpha_1^2 (v - v^0)^2 + \alpha_2^2 (w - w^0)^2 \right] dv \quad (2.3.2)$$

ここで、 u, v, w は質量保存則を満たすように補正された流速成分、 α_1, α_2 は重み係数であり、この 2 数の比 (α_1/α_2) が補正の水平成分 ($u - u^0, v - v^0$) と鉛直成分 ($w - w^0$) との相対的な大きさを規定する。

上記の問題は(2.3.1)式を制約条件とし、(2.3.2)式を最小とする付帯条件付の変分問題として取り扱うことが可能である。そこで、ラグランジェの未定乗数 λ を導入して、汎関数 $E(u, v, w, \lambda)$ を(2.3.3)式のように置き、これを最小化とすることと同義となる。

$$E(u, v, w, \lambda) = \int_V \left[\alpha_1^2 (u - u^0)^2 + \alpha_1^2 (v - v^0)^2 + \alpha_2^2 (w - w^0)^2 + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] dV \quad (2.3.3)$$

なお、 λ の物理的な意味は、補正成分を与える一種の速度ポテンシャルである。補正成分がポテンシャルから導かれるということは、内挿された流速場の渦度は保存されることを意味している。

次に、汎関数 E が極小となる条件、すなわち E の変分がゼロとなる条件を各変数について求めると、境界条件

$$n_x \lambda \cdot \delta u = 0 \quad (2.3.4)$$

$$n_y \lambda \cdot \delta v = 0 \quad (2.3.5)$$

$$n_z \lambda \cdot \delta w = 0 \quad (2.3.6)$$

と共に、以下の4つのオイラー・ラグランジェ方程式を得る。

$$u = u^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \quad (2.3.7)$$

$$v = v^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \quad (2.3.8)$$

$$w = w^0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad (2.3.9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3.10)$$

ここで、 n_x, n_y, n_z は計算領域の境界面に垂直な外向き単位ベクトルの方向余弦、 δ はそれぞれについての変分を表す。

(2.3.10) 式に (2.3.7)、(2.3.8)、(2.3.9) 式を代入することにより、 λ についてのポアソン方程式 (2.3.11) を得る。

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} = -2\alpha_1^2 \left(\frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial v^0}{\partial y} + \frac{\partial w^0}{\partial z} \right) \quad (2.3.11)$$

ここで、(2.3.11) 式の右辺は内挿された流速場の発散を表している。

よってこの問題は、境界条件 (2. 3. 4)、(2. 3. 5)、(2. 3. 6) 式のもとに (2. 3. 11) 式を解くことに帰着し、求まった λ を (2. 3. 7)、(2. 3. 8)、(2. 3. 9) 式に代入することで、質量保存則を満足するように補正された流速ベクトル (u, v, w) が求まる。

次に λ の境界条件については、 $\lambda = 0$ の場合と、 $n_x \lambda \cdot \delta u = n_y \lambda \cdot \delta v = n_z \lambda \cdot \delta w = 0$ の場合とが可能であり、後者の条件は、境界に垂直な変分がゼロとなることを意味する。これは λ についての条件に表すと、次式となる。

$$\frac{\partial \lambda}{\partial n} = 0 \quad (2. 3. 12)$$

ここで、 n は計算領域の境界面に垂直な外向き単位ベクトルの方向余弦である。

この条件を適用する為には、補正された流速ベクトルの境界に垂直な成分が与えられていなくてはならないが、ここでは内挿された流速ベクトルに等しいとしている。2つの境界条件の相違を図 2-4 に示す。 $\lambda = 0$ を用いると境界面に垂直な補正は許されるが、面に平行な補正は許されない。逆に、 $\partial \lambda / \partial n = 0$ を用いると境界面に平行な補正は許されるが、垂直な補正は許されない。地表面では地表に垂直な成分をゼロとして (2. 3. 12) 式を適用することにより地表の効果を表現する。

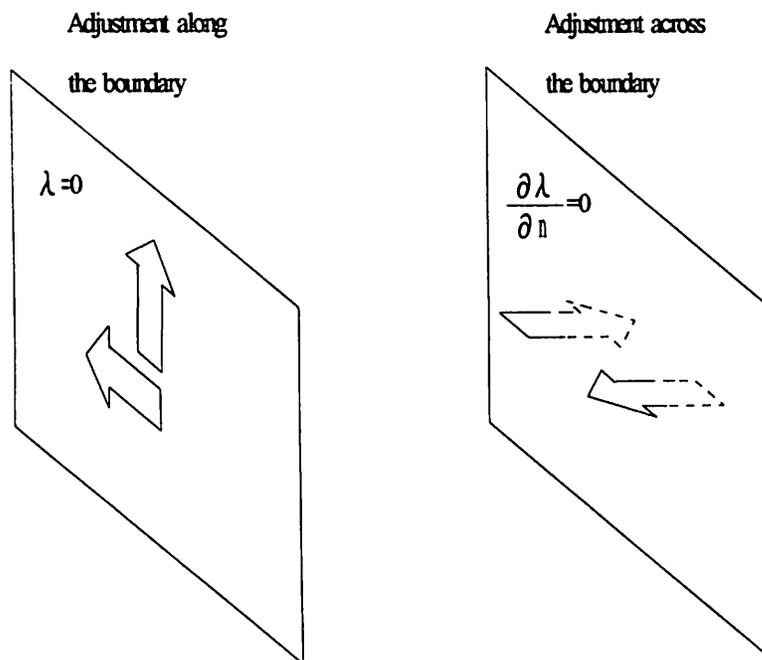


図 2-4 λ の境界条件の相違
(矢印の方向には補正を行わない)

(2) 離散化手法

オリジナルのマスコンモデルでは、ラグランジュの未定乗数 λ と速度成分(u, v, w)とを同一格子点で定義するレギュラー配置を用いているが、本研究では、計算誤差を押さえ、地形表現の精度を向上させる目的で、ラグランジュの未定乗数 λ と速度成分(u, v, w)とを半メッシュ分ずらして定義するスタガード配置に変更した(図 2-5)。この変数配置にしたがって、ポアソン方程式 (2.3.11) を差分法により離散化すると(2.3.13)式となる。

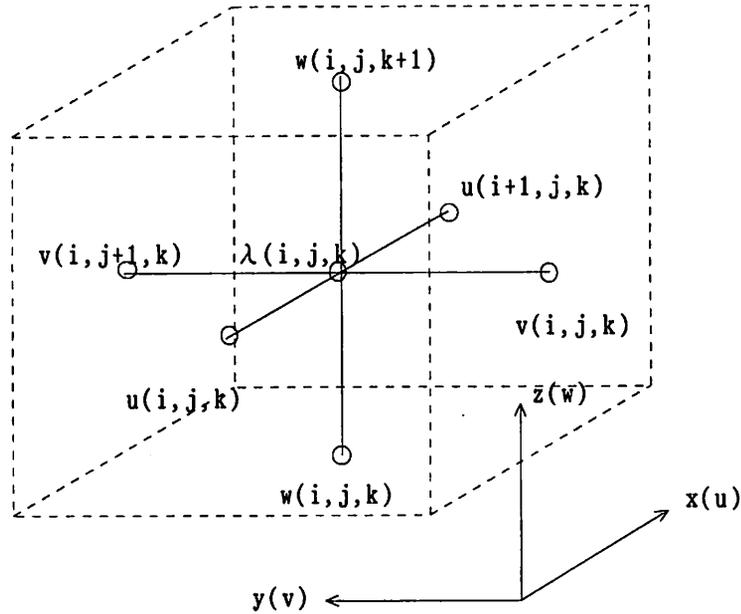


図 2-5 変数配置

$$\frac{\lambda_{i+1,jk} - 2\lambda_{ijk} + \lambda_{i-1,jk}}{\Delta x^2} + \frac{\lambda_{ij+1,k} - 2\lambda_{ijk} + \lambda_{ij-1,k}}{\Delta y^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \frac{\lambda_{ijk+1} - 2\lambda_{ijk} + \lambda_{ijk-1}}{\Delta z^2} = D_0$$

(2.3.13)

ここで、

$$D^0 \equiv -2\alpha_1^2 \left(\frac{u_{ijk}^0 - u_{i-1,jk}^0}{\Delta x} + \frac{v_{ijk}^0 - v_{ij-1,k}^0}{\Delta y} + \frac{w_{ijk}^0 - w_{ijk-1}^0}{\Delta z} \right)$$

また、補正後の流速場は (2.3.7)~ (2.3.9) 式より、

$$\begin{aligned}
u_{ijk} &= u_{ijk}^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \left(\frac{\lambda_{ijk} - \lambda_{i-1jk}}{\Delta x} \right) \\
v_{ijk} &= v_{ijk}^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \left(\frac{\lambda_{ijk} - \lambda_{1j-1k}}{\Delta y} \right) \\
w_{ijk} &= w_{ijk}^0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \left(\frac{\lambda_{ijk} - \lambda_{ijk-1}}{\Delta z} \right)
\end{aligned} \tag{2.3.14}$$

により計算される。

また、(2.3.13)式を λ_{ijk} についてまとめると(2.3.15)式となり、これを反復法 (Successive Over-Relaxation Method: SOR法) を用いて漸的に解く。

$$\lambda_{ijk} = \frac{\frac{\lambda_{i+1jk} + \lambda_{i-1jk}}{\Delta x^2} + \frac{\lambda_{ij+1k} + \lambda_{ij-1k}}{\Delta y^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \frac{\lambda_{ijk+1} + \lambda_{ijk-1}}{\Delta z^2} - D^0}{2 \left\{ \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \frac{1}{\Delta z^2} \right\}} \tag{2.3.15}$$

すなわち、残差を R として、各格子点での残差を計算し、次式で新しい λ_{ijk}^{NEW} を計算する。

$$\lambda_{ijk}^{NEW} = \lambda_{ijk}^{OLD} + \omega \cdot R_{ijk} \tag{2.3.16}$$

ここで、 ω は加速パラメータである。解の収束は λ の相対誤差がすべての格子点で基準値 ε を下回るか否かで判定する。

$$\left| \frac{\lambda_{ijk}^{NEW} - \lambda_{ijk}^{OLD}}{\lambda_{ijk}^{OLD}} \right| < \varepsilon \tag{2.3.17}$$

なお、今回の計算では $\omega = 1.85, \varepsilon = 1 \times 10^{-7}$ とした。

(3) 画像解析にマスコンモデルを適用する上での問題点とその対処方法

画像解析では、トレーサー粒子が不均一に分布するため、空間的にはランダムに流速値が得られる。通常は、その値を線形補間することで、矩形格子点上の流速値を算出している。ここでは、その流速値が最良推定値であると仮定し、質量保存則を満足するようにマスコンモデルを用いて補正を行うハイブリッドな手法を提案する。

しかしながら、画像解析結果へのマスコンモデルの適用にあたっては、以下のような問題点が挙げられる。

- ・マスコンモデルは本来3次元場を対象としているが、現状の画像解析は鉛直2次元である。
- ・水面波に特有の自由表面の認識とその取り扱い

本研究では、以上の問題点に対して、

- ・座標系とセル分割数およびセル幅を適切に選択する。
- ・分割したセルに固有の属性（障害物、液体、自由表面、気体）を持たせる。

ということで対処した。以下にその概要を示す。

a) 座標系、セル分割数およびセル幅の選択

水平方向に x 軸、鉛直上向きに z 軸をとり、水槽の奥行き方向を y 軸とする (図 2-6)。 u, w, v はそれぞれの方向の流速成分である。ここで x, z 軸方向には任意のセル数に分割するが、 y 軸方向には1セルのみの分割とした。つまり、 y 軸方向には流速補正を行わないことで、準2次元的な取り扱いを行った。

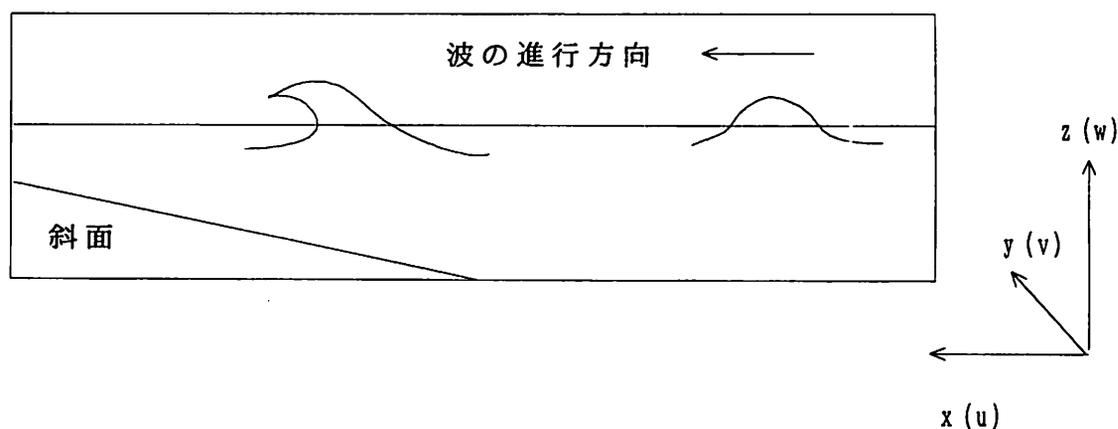


図 2-6 提案手法の座標系

b) 自由表面の認識とその取り扱い

図 2-7 は、巻き波砕波直前の画像解析より判定した境界形状を示す。図中の黒丸が判定した境界点であり、黒丸と黒丸の間は直線的に変化するものとしている。

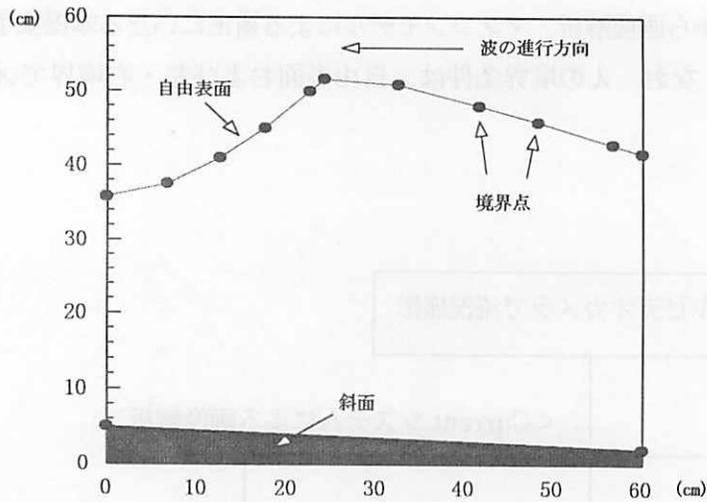


図 2-7 画像解析で認識した境界形状 (砕波直前)

B	B	B	B	B	B	B	B	B
B	G	G	G	G	G	G	G	B
B	G	G	G	G	G	G	G	B
B	G	G	S	S	G	G	G	B
B	G	S	L	L	S	G	G	B
B	S	L	L	L	L	S	S	B
B	L	L	L	L	L	L	L	B
B	L	L	L	L	L	L	L	B
B	L	L	L	L	L	L	L	B
B	L	L	L	L	L	L	L	B
B	L	L	L	L	L	L	L	B
B	L	L	L	L	L	L	L	B
B	O	O	L	L	L	L	L	B
B	O	O	O	O	O	O	O	B
B	B	B	B	B	B	B	B	B

図 2-8 セル属性の判定結果 (砕波直前)

本研究では、上述の境界点の座標を用い、以下のような手順で分割したセルに固有の属性 (障害物、液体、自由表面、気体) を持たせ、自由表面等の認識を行った (図 2-8)。

- ① 解析領域全体のセルに気体 (G : Gas) の属性を初期値として与える。
- ② 障害物 (斜面) の座標より下に位置するセルを障害物 (O : Obstacle) の属性とする。
- ③ 自由表面の座標と障害物セルに挟まれたセルを液体 (L : Liquid) の属性とする。
- ④ 液体セルと気体セルの境界にあたるセルを自由表面 (S : Surface) の属性とする。
- ⑤ 解析領域を囲むようにセルを配置し、境界 (B : Boundary) の属性を与える。

以下に流れの可視化から画像解析、マスコンモデルによる補正にいたる本提案手法の一連の手順をフローチャートで示す。なお、入の境界条件は、自由表面および左・右境界で $\lambda=0$ 、底面境界で $\partial \lambda / \partial n=0$ とした。

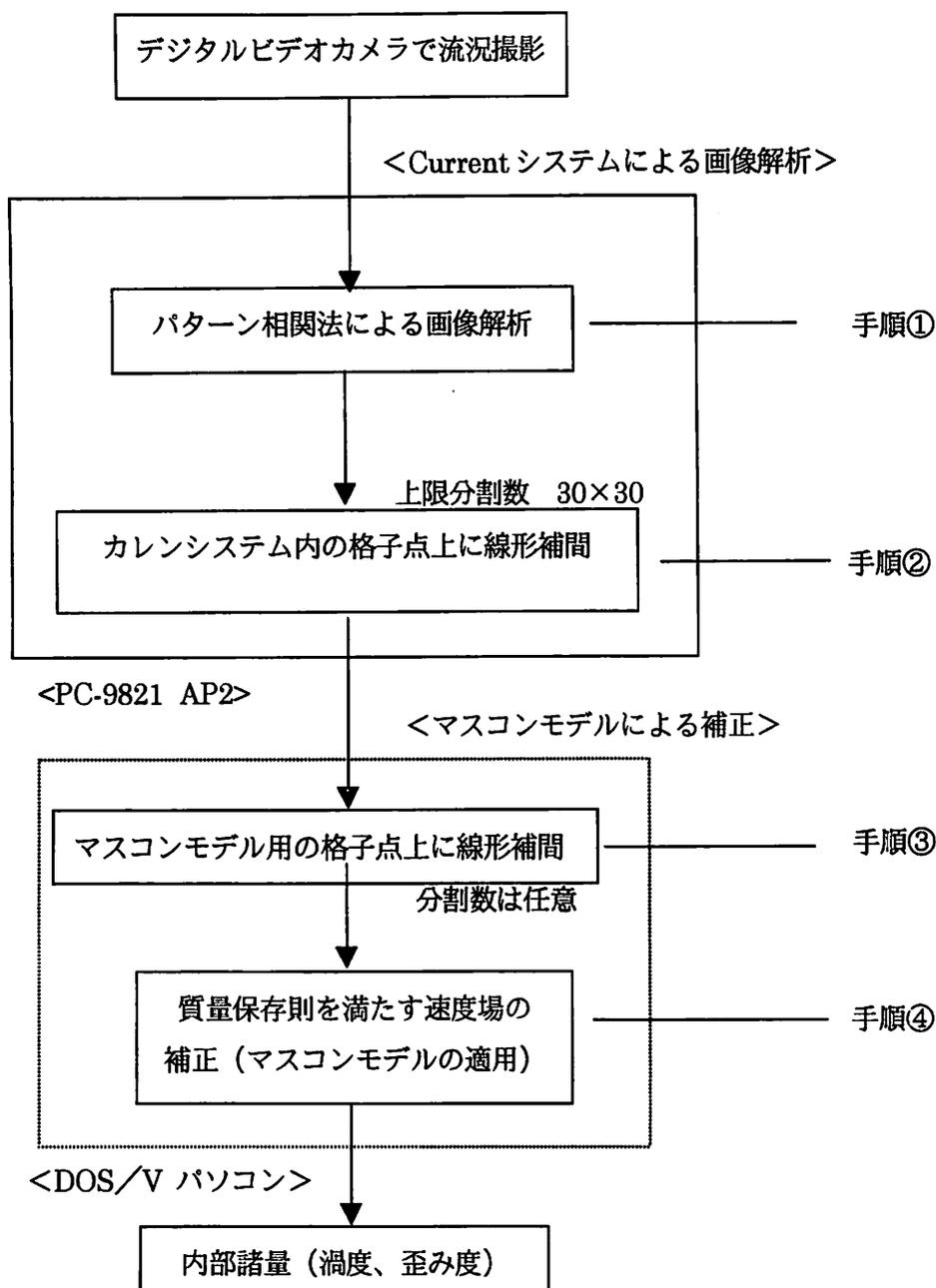


図 2-9 提案手法のフローチャート

第4節 提案手法の適用例とその解析精度

(1) 底面波動乱流境界層付近の波動場への適用

a) 可視化実験の概要

実験には、長さ 30m、幅 50cm、深さ 80cm の片面ガラス張り 2次元造波水槽を用いた。水中にレーザー粒子（三菱化学、HP-20：平均粒径 $400\mu\text{m}$ 、比重 1.02）を投入し、側方よりデジタルビデオカメラ（VICTOR、GR-DV1、シャッタースピード 1/500 秒）で撮影した。また、鮮明な画像を記録するために、スリット光を用いた。

画像解析には、流れの可視化システム（Current, カノマックス社製）を用い、計測手法としてはパターン相関法を用いた。実験条件を、表 2-1 に示しているが、自由表面が存在するとそこでの入の境界条件等の検討が別途必要となるため、まず自由表面を含まない例として、固定砂漣上に形成される乱流境界層付近の流れを対象に画像解析を行った（図 2-10）。なお、実験に用いた固定砂漣の形状を図 2-11 に示す。さらに、流速の計測精度検証のためレーザー流速計により流速の鉛直分布も測定した。

表 2-1 実験条件

ケース	周期 (s)	入射波高 (cm)	水深 (cm)	備考
1	2.0	11.5	45.0	非砕波

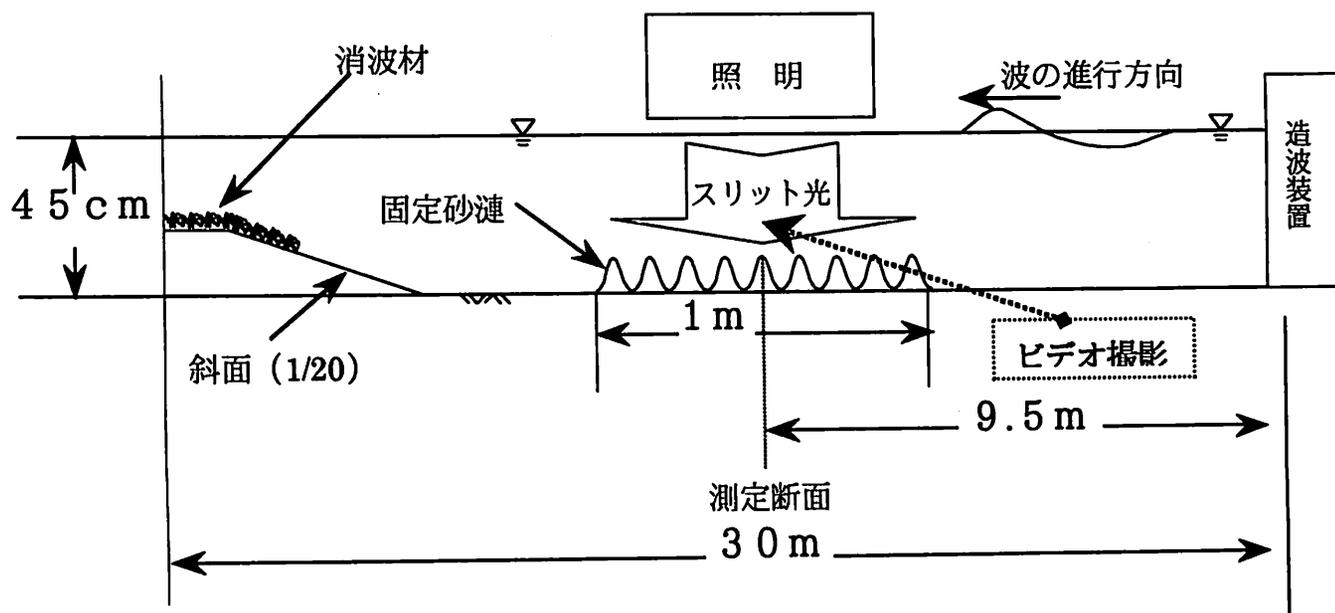


図 2-10 可視化実験の概要（ケース1）

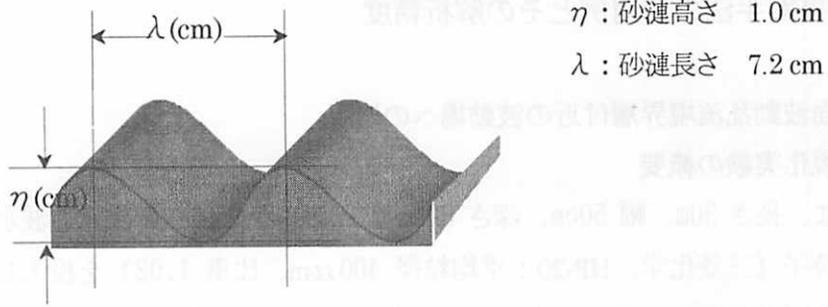


図 2-11 固定砂漣の形状

なお、画像解析結果で述べる波の位相は以下のように定義する (図 2-12)。

- (1) ゼロアップ 点 : 水位が静水位下から静水位上に上昇する位相
- (2) (波の) 峰 : 水位が最大となる位相
- (3) ゼロダウン 点 : 水位が静水位上から静水位下に下降する位相
- (4) (波の) 谷 : 水位が最小となる位相

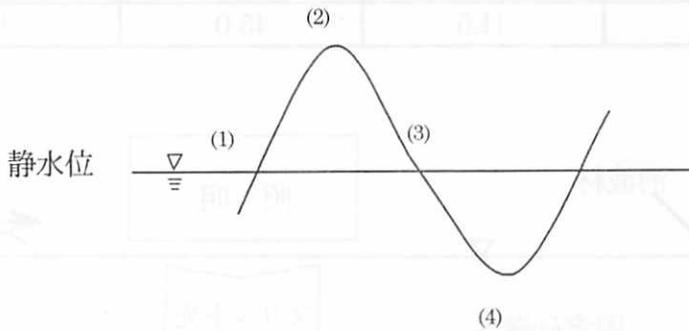
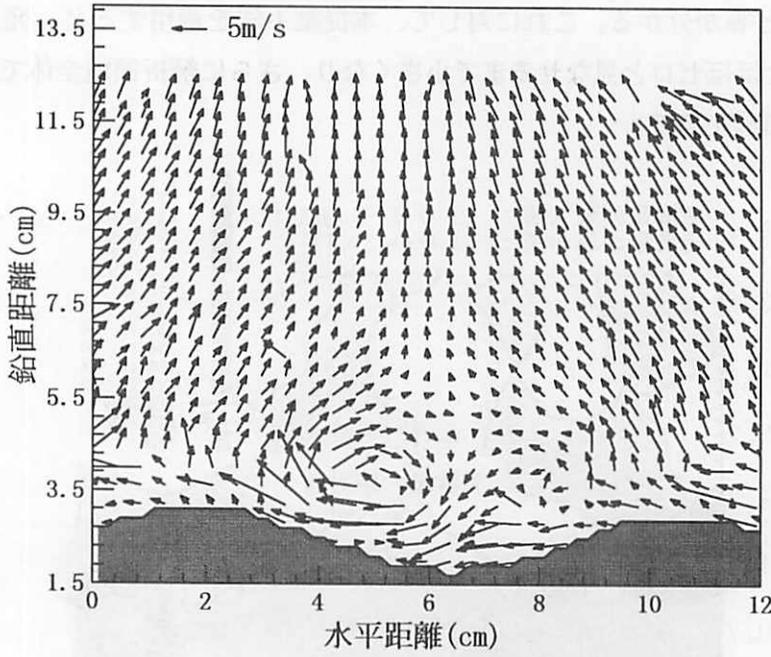


図 2-12 波の位相

b) 適用結果 (ケース 1)

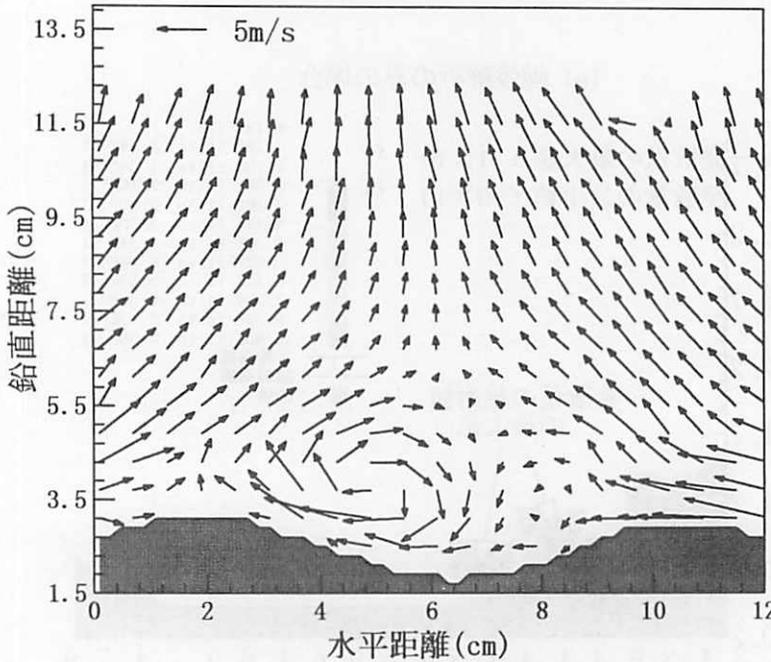
提案手法の画像解析への適用性とその有効性を確認するために、固定砂漣上に形成される乱流境界層付近の流れを対象に画像解析を行う。まず、本提案手法の適用により、流れの定性的な性質を大きく変化させることがないか検討するために、本提案手法の適用前後での流況の比較を図 2-13 に示す。なお、図は上昇流の発生とともに波の進行とは逆向きの渦が砂漣谷部に形成されるゼロアップ点の位相での結果である。また、解析では、x 方向に 48 分割、z 軸方向に 40 分割とし、セル幅は 0.25cm、0.25 cm、y 軸方向は水路幅の 50.0 cm、 $\alpha_1/\alpha_2=0.5$ とした。

両図より、渦の回転方向などを含む定性的な流況には変化がほとんど見られず、本提案手法を適用しても流れの定性的な性質は大きく変化しないことが示されている。



(a) 画像解析のみの場合

(本提案手法の適用前：フロチャートの手順③)

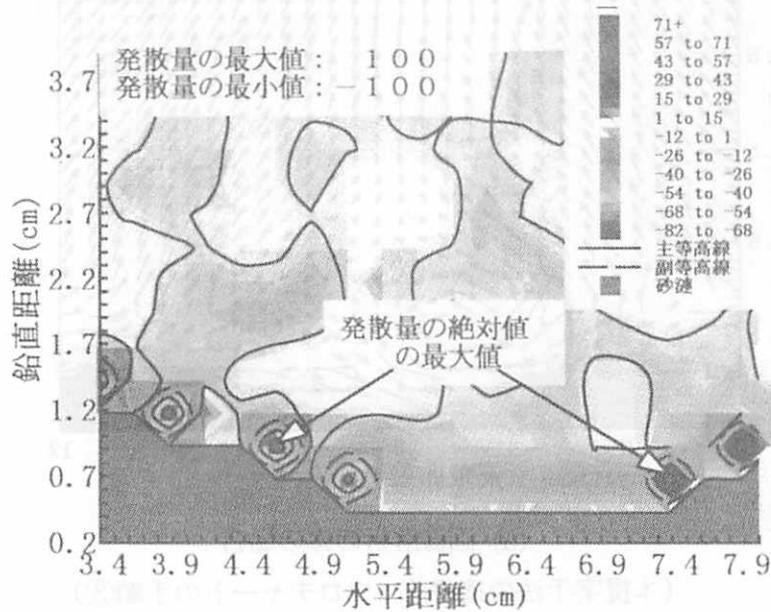


(b) 本提案手法の適用後

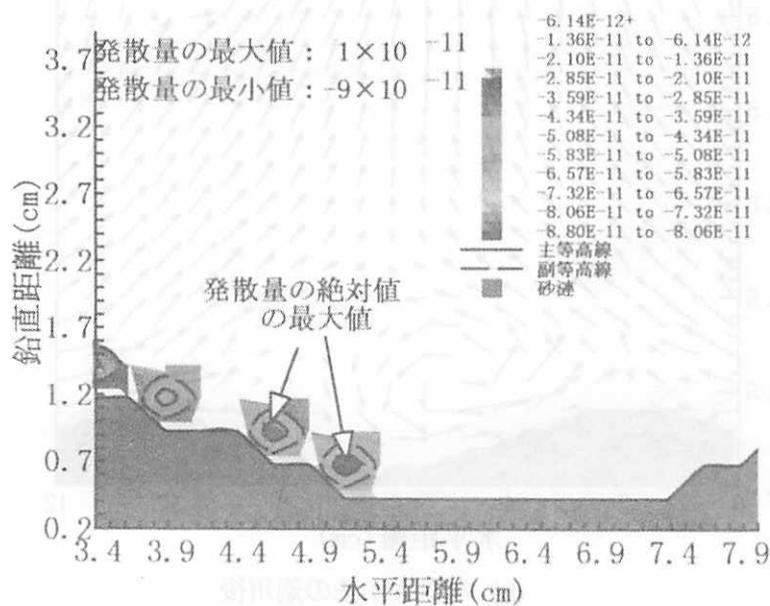
図 2-13 流況図の比較 (固定砂漣上：ケース 1)

次に、本提案手法の適用前後において、質量保存則がどの程度満足されているか、また、質量保存則が満足されにくい場所などを調べるために、流速場の発散を空間的に示したのが図 2-14 である。両図の比較より、通常の画像解析のみの場合では質量保存則を満足しない部分が解析領域全体に分布し、発散の絶対値の最大値は 100 (1/s)であること、また、底面境界付近で特に質量保存

則が満足されにくいこと等が分かる。これに対して、本提案手法を適用すると、発散の絶対値の最大値は 9×10^{-11} (1/s)とほぼゼロと見なせるまで小さくなり、さらに解析領域全体で質量保存則が満足されていることが確認できる。



(a) 画像解析のみの場合



(b) 本提案手法の適用後

図 2-14 流速場の発散 ($D = \nabla \cdot u$)の空間分布 (固定砂漣上: ケース 1)

次に本提案手法の定量的な精度を検証するために、レーザー流速計を用いた流速測定結果との比較を行う。図 2-15 は砂漣の峰部($x=10.0$ cm, $z=3.0$ cm)において、進行波の峰が通過する時の水

平方方向流速の鉛直分布を示している。なお、流速の符号は波の進行方向を正とする。

図中の一点鎖線はレーザー流速計の結果、点線が画像解析のみを用いた結果、実線が本提案手法の適用結果を示している。この図より、本提案手法を適用すると、流速の急激な立ち上がりが見られる境界層付近（鉛直距離 $z=3.0\sim 4.0$ cm）における流速の再現性が向上し、定量的にも高い精度で流速場を把握できることが示されている。

これらの結果より、本提案手法の画像解析結果への適用性ととともに、流れ場の画像解析精度の向上に対するその有効性を確認した。

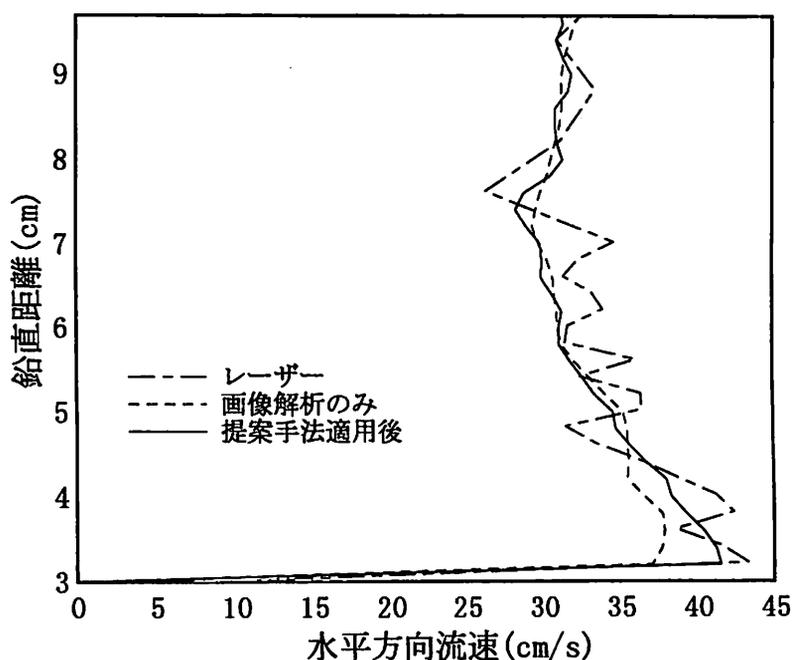


図 2-15 水平方向流速の鉛直分布の比較（固定砂漣上：ケース 1）

(2) 巻き波砕波直前の自由表面を含む波動場への適用

a) 可視化実験の概要

上述のように、底面波動乱流境界層付近の波動場を対象として、本提案手法の画像解析への適用性とその有効性を確認したので、次に、波動場特有の自由表面を含む画像解析への本提案手法の適用性とその解析精度を検討する。ここでは、巻き波砕波直前の自由表面を含んだ波動場の画像解析を行う。実験条件を表 2-2 に、また、可視化実験の概要を図 2-16 に示すが、実験水槽・可視化手法などはケース 1 と同じである。

表 2-2 実験条件

ケース	周期 (s)	入射波高 (cm)	水深 (cm)	備考
2	2.0	18.5	48.0	巻き波

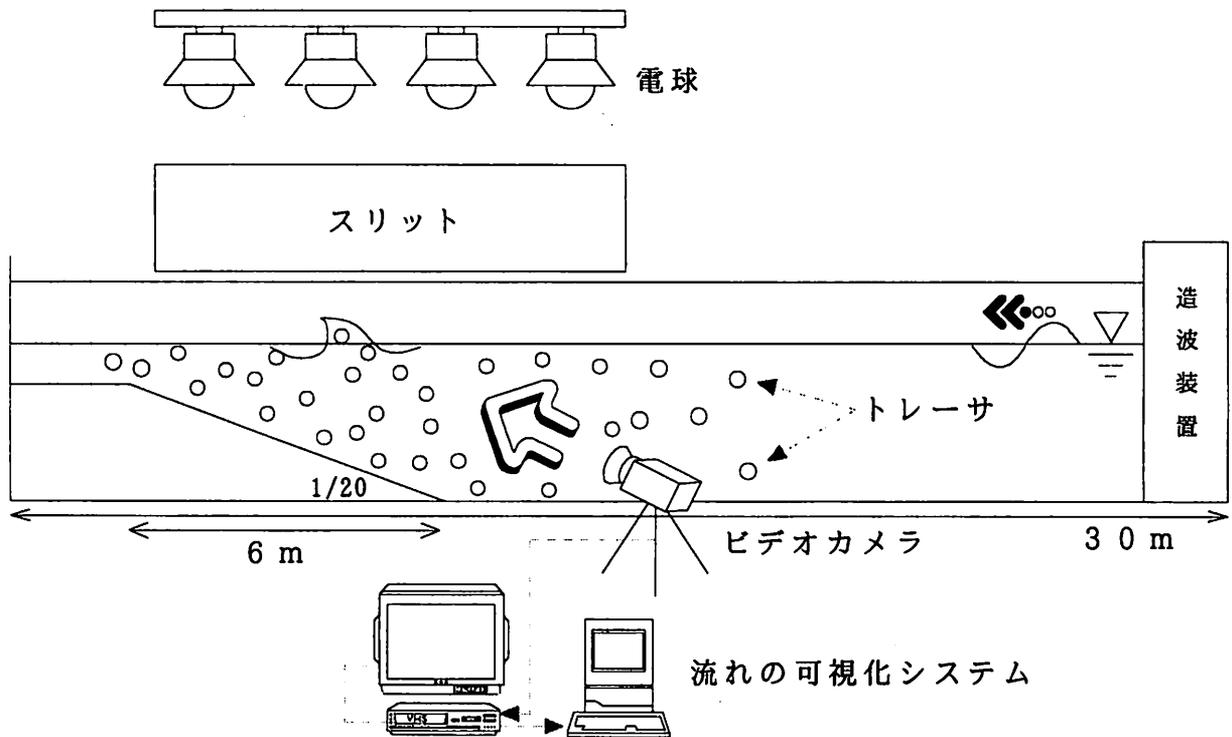


図 2-16 可視化実験の概要 (ケース 2)

b) 適用結果 (ケース 2)

図 2-17 は、先のフローチャートの手順①：流れの可視化 (カレン) システムのみによる、代表的な 4 つの位相での画像解析結果を示している。図中の水表面は、画像処理時間 (1 フレーム：1/30 秒) 中の平均水面として描いた。これらの図を見ると、流速ベクトルは、(1) 図のゼロアップ付近で波の切り立つ方向に向かい、(2) 図の波の峰付近においては岸側に向かっている。そして砕波した後、(3) 図のゼロダウン付近および(4) 図の波谷付近では、流速ベクトルは沖側に向かっており、従来の実験結果と比較しても定性的な流況はよく捉えられている。

次に、砕波直前における波の峰通過時の流況を対象に、フローチャートの各手順における流況を比較したものが図 2-18 である。

図 2-18 の(1)図は、手順①のカレンシステムのみによる画像解析結果である。この状態では、粒子画像のばらつきから流速の計測ができず、画面上に空白の部分が存在するため、カレンシステム上で流速ベクトルの線形補間を行うと(手順②)、(2)図のように解析領域内に均等に流速ベクトルが得られる。しかし、メモリの制約よりカレンシステムでは、あらかじめ決められた格子分割数 (上限 30×30) までしかデータを取扱えないので、ここでは別途、パソコンを用いて、マスコンモデル用の格子上 (今回の解析では、 x 方向に 34 分割、 z 方向に 55 分割) に流速ベクトルを

線形補間した結果が(3)図である。(手順③)。さらに、質量保存則を満足するように提案手法を施した結果が(4)図である(手順④)。

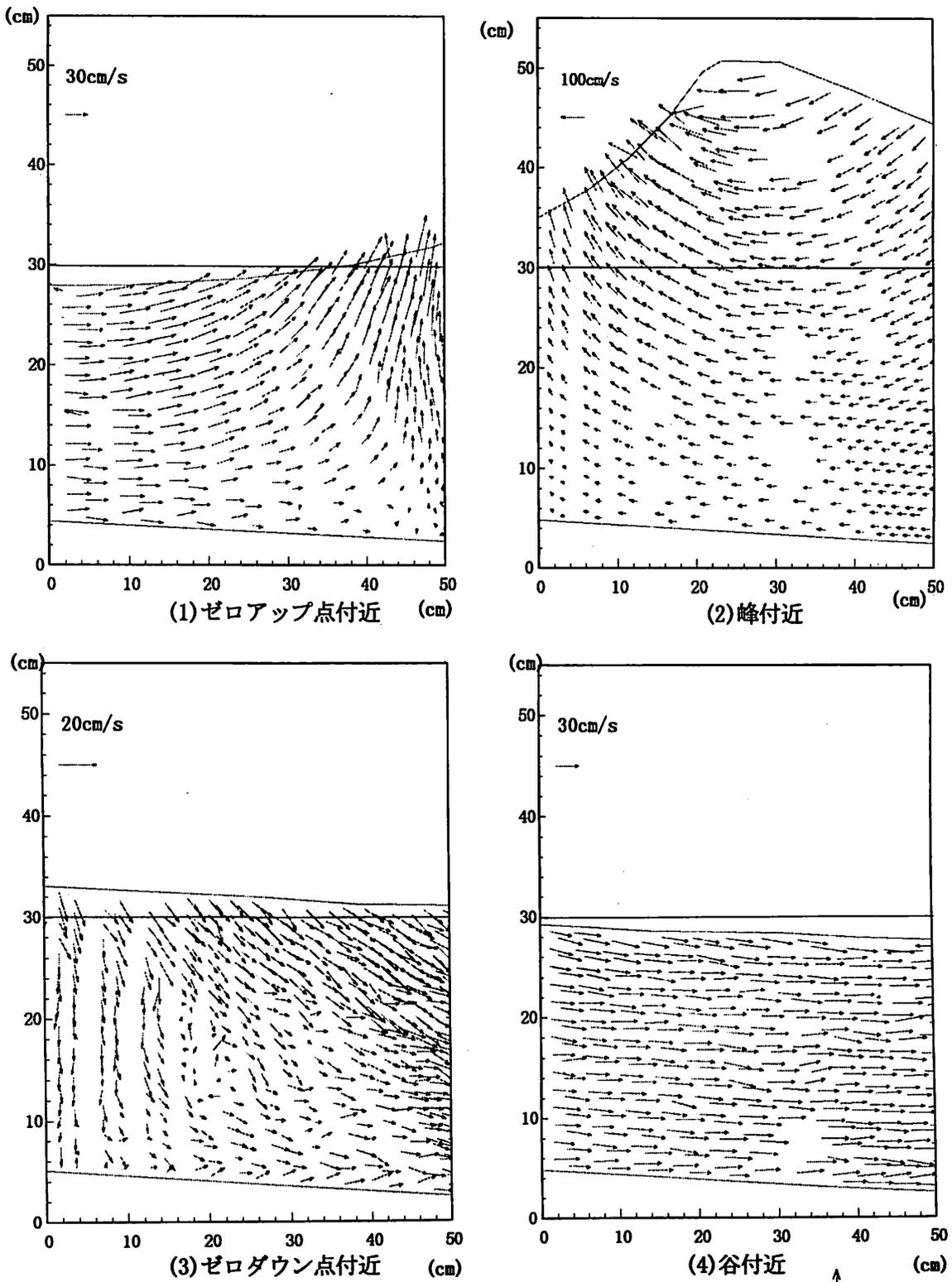


図 2-17 画像解析のみの結果 (手順①による)

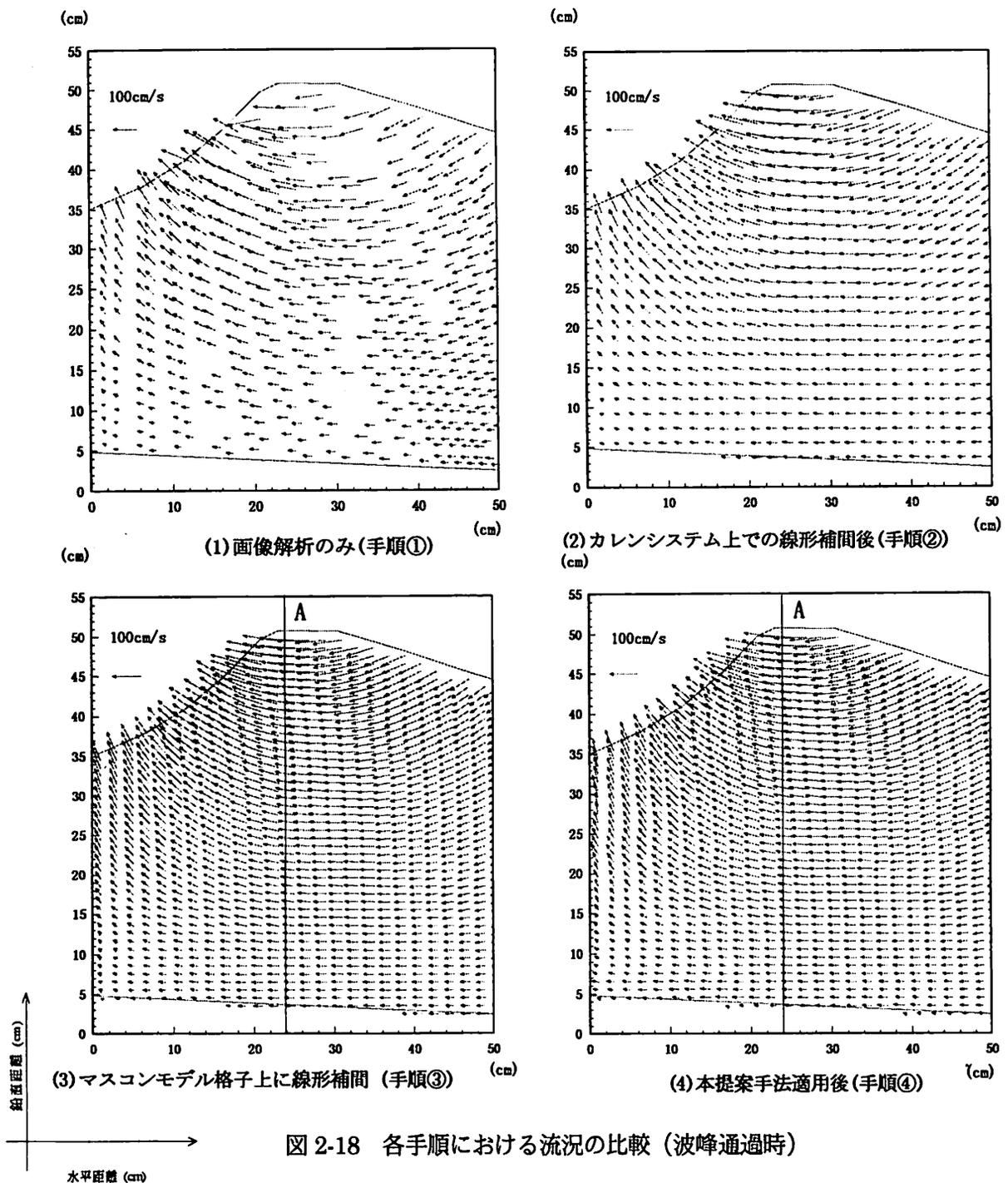
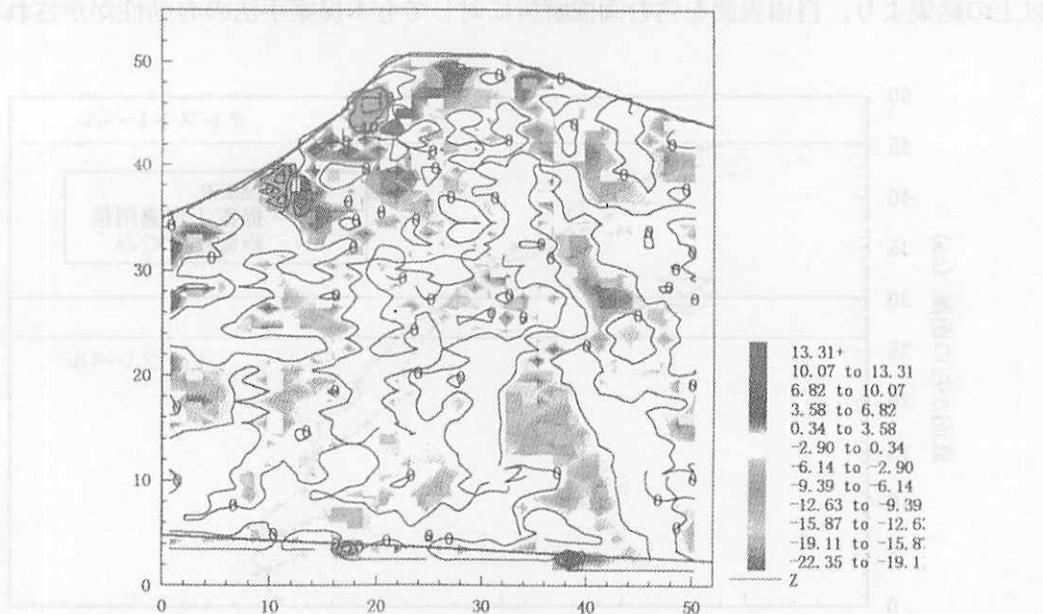


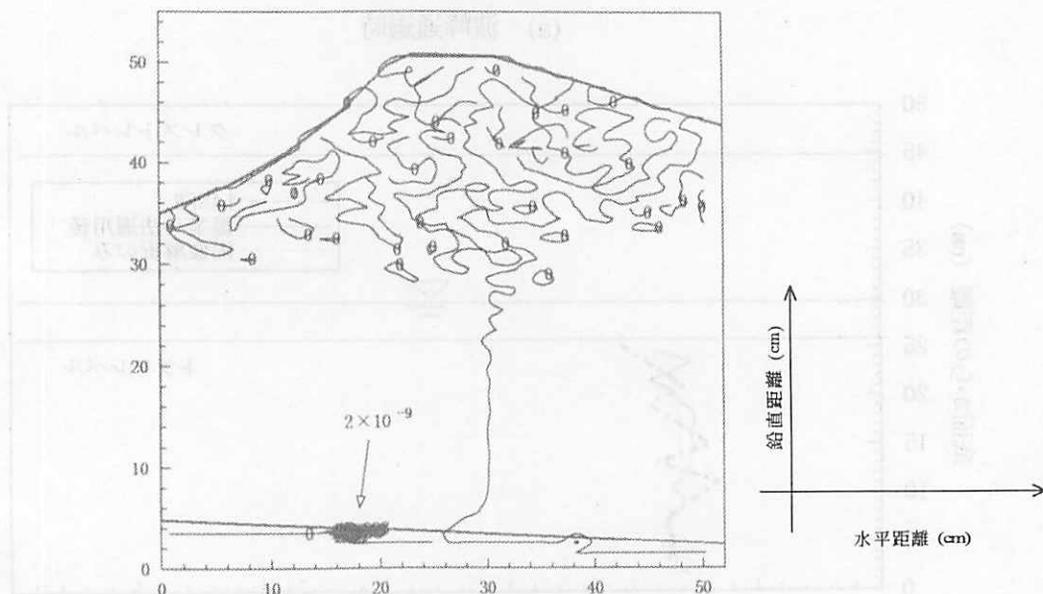
図 2-18 各手順における流況の比較 (波峰通過時)

次に、質量保存則をどの程度満足しているのかを調べるために、定性的にはほとんど差の見られない図 2-18 の(3)図と(4)図を対象に、流速場の発散を比較した。図 2-19 は、マスコモデル適用前後での流速の発散を空間分布で示している。なお、解析では、x 方向に 34 分割、z 軸方向に 55 分割とし、セル幅は 1.5 cm、1.0 cm、y 軸方向は水路幅の 50.0 cm、 $\alpha_1/\alpha_2=0.5$ とした。図 2-19 の(1)図は、図 2-18 の(3)図に相当し、線形補間のみで処理した結果である。この状態では、自由表面および底面付近で質量保存則を満足しない部分が多く存在し、発散の絶対値の最大値は底面付近に存在し、その大きさは 20(1/s)である。一方、本提案手法を施した(2)図では、解析領域全域でほぼ質量保存則を満足しており、その最大値は 2.0×10^{-9} (1/s)である。このことから、自由

表面を含む画像解析においても、本提案手法を適用すると、定性的な流況は大きく変えずに、質量保存則を満足させることが確認された。



(a) 画像解析のみの場合



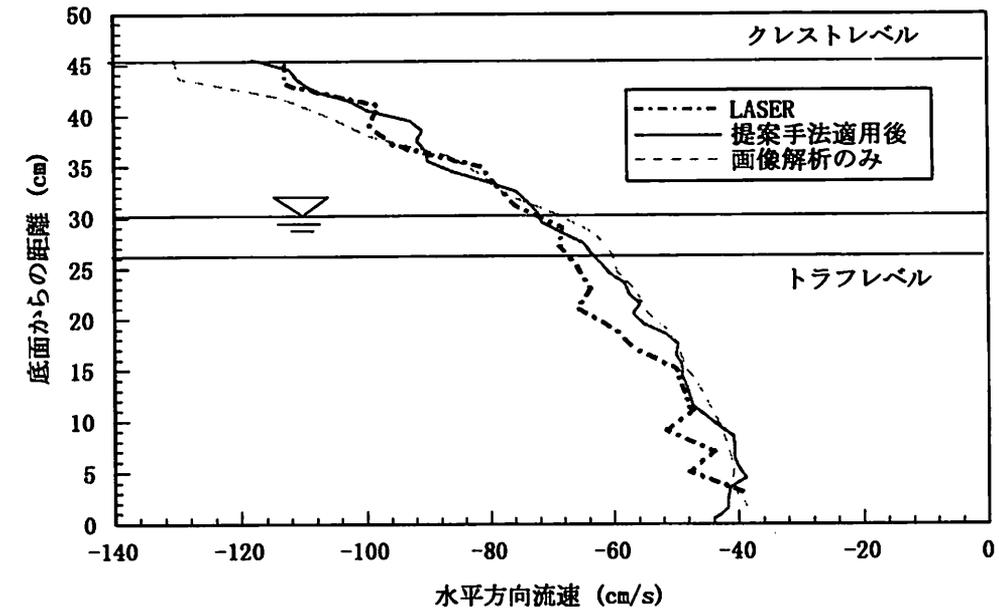
(b) 本提案手法の適用後

図 2-19 流速場の発散 ($D = \nabla \cdot u$)の空間分布 (固定砂漣上: ケース 2)

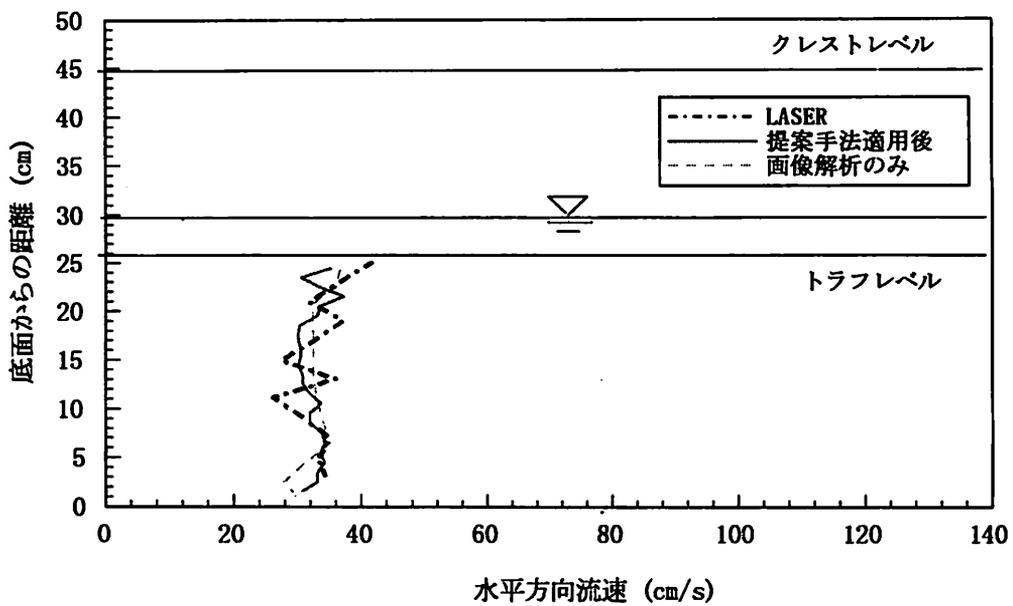
次に、定量的な精度を検証するために、図 2-18 の A 断面 ($x = 24.0 \text{ cm}$) において波峰通過時の水平方向流速の鉛直分布についてレーザー流速計の計測結果と比較を行った (図 2-20)。(a)図は波峰通過時、(b)図は波谷通過時の結果を示し、また、図中の一点鎖線はレーザー流速計の結果、点線が画像解析のみを用いた結果、実線が本提案手法の適用結果を示している。両図からわかる

ように画像解析結果に本提案手法を適用した結果は、画像解析のみの結果と比べて、レーザー流速計の結果により一致しており、定量的な解析精度の向上が認められる。

以上の結果より、自由表面を含む画像解析に対しても本提案手法の有効性が示された。



(a) 波峰通過時



(b) 波谷通過時

図 2-20 水平方向流速の鉛直分布の比較 (ケース 2)

第5節 碎波形態による内部諸量の時間・空間分布特性

斜面上での碎波変形過程を内部エネルギーの変化から議論した研究例としては、土屋・筒井²⁰⁾が波の持つ位置・運動エネルギーの分配率に変化が生じ、碎波時には、そのエネルギー分配が不均衡となり、波全体が不安定となって碎波することを指摘している。また、滝川²⁰⁾は、ポテンシャル理論に基づいた有限要素法解析により、碎波変形過程において水粒子のエネルギー分布が水深減少とともに変化し、波動場での局所的な水粒子エネルギーの集中度および集中場所の相違が生じ、かつ、これらの分布状態が碎波形式によって異なる事を指摘している。本節では、提案手法を用いて滝川と同様に、碎波形態の異なる場合での水粒子速度および水粒子の運動エネルギーなどの変化を時間・空間的に比較検討するとともに、ポテンシャル理論では解析できない波動場の渦度分布などについても検討を行い、碎波形態を内部特性の立場から議論する。実験条件は表 2-3 に示すとおりである。可視化実験の概要はケース 1 と同じである。なお、解析では、x 方向に 34 分割、z 軸方向に 55 分割とし、セル幅は 1.5 cm、1.0 cm、y 軸方向は水路幅の 50.0 cm、 $\alpha_1/\alpha_2=0.5$ とした。

表 2-3 実験条件

ケース	周期 (s)	入射波高 (cm)	水深 (cm)	備考
2	2.0	18.5	48.0	巻き波
3	1.0	16.0	48.0	崩れ波

(1) 碎波変形過程における内部諸量の空間分布特性の比較

図 2-21 は、巻き波碎波および崩れ波碎波に至る波変形過程での水粒子速度、水粒子の水平流速の無次元量、および水粒子の運動エネルギーの無次元量を空間的に示している。ここで、水粒子の水平流速の無次元量としては、水粒子の水平流速 (u) と波速 (C) との比 (u/C) を用い、また、水粒子の運動エネルギーの無次元量としては、水粒子の運動エネルギー (E^*) と入射波の振幅 (a_0) の比 (E^*/a_0) を用いた。なお、波速 (C) および水粒子の運動エネルギー (E^*) は次式で求めた。

$$C = \sqrt{gh} \quad : \text{単位 (cm/s)} \quad (2.5.1)$$

$$E^* = (u^2 + w^2) / 2g \quad : \text{単位 (cm)} \quad (2.5.2)$$

ここで、 g は重力加速度 (980 cm/s^2)、 h は水深、 u は水平方向流速、 w は鉛直方向流速、 E^* は速度水頭である。波速を求めるにあたって、水深 h を入射水深とする場合や碎波水深にする場合などがあるが、実験において、両碎波形態の碎波水深が異なり、また、一波ごとに碎波位置も若干変動するため、波速を統一するために、水深 h としては入射部の一定水深 (48.0 cm) を用いた。

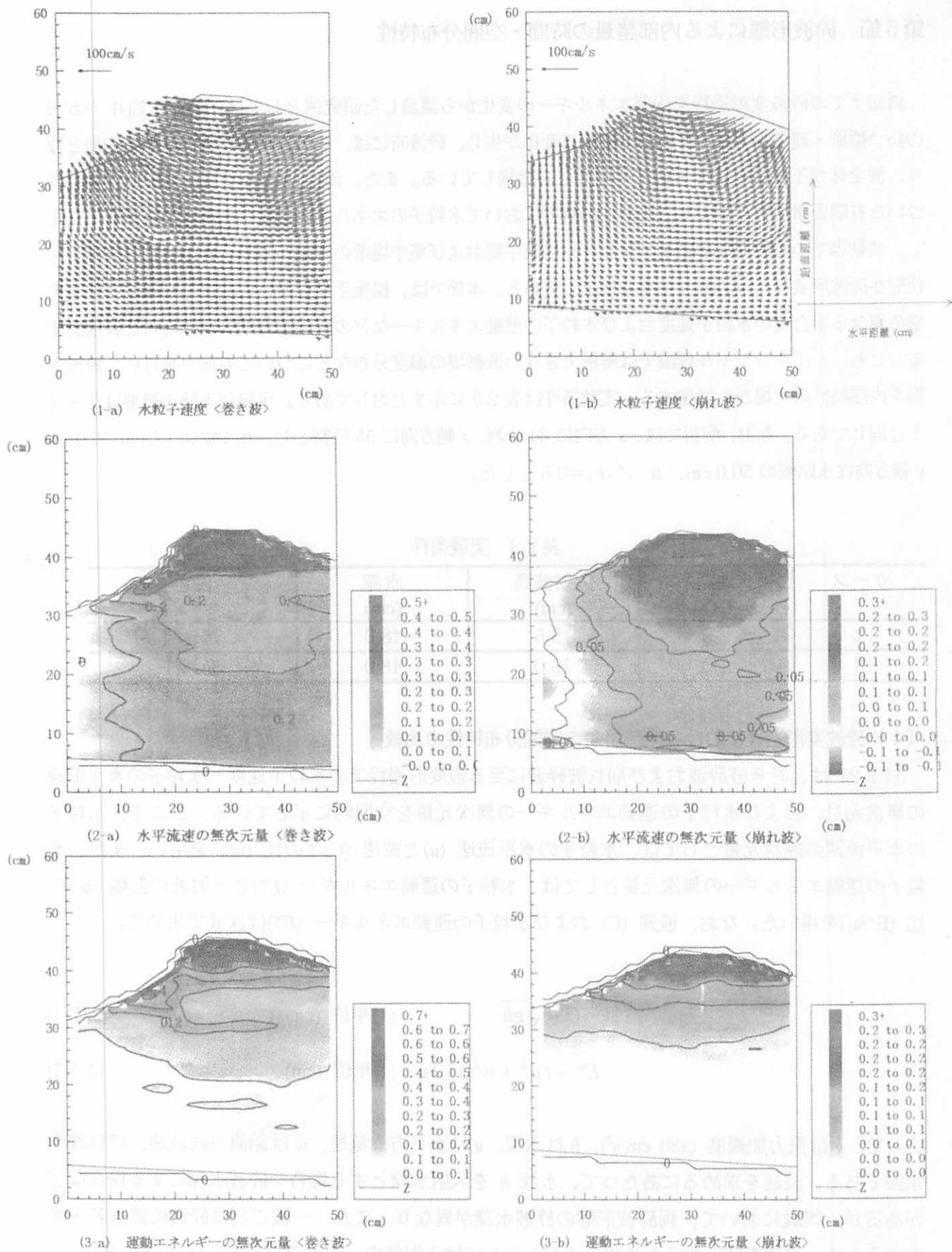


図 2-21 砕波形態による内部諸量の空間分布の比較 (1)

まず、水粒子速度の空間分布を定性的に比較すると、波峰部においては、巻き波砕波の方が崩れ波砕波より岸向き流速が卓越していることがわかる(1-a、1-b 図)。そこで次に、水平方向流速の無次元量 (u/C) を空間的に比較する(2-a、2-b 図)。巻き波砕波に至る変形過程では、波峰前面が切り立つ前傾化にしたがって、波峰部からその前面の切り立った水面近傍に水平方向流速の無次元量の大きい(水粒子速度が大きい)部分が存在する。特に、波頂前面に集中しており、水平方向流速の無次元量 (u/C) の最大値は 0.6 となっている。一方、崩れ波砕波に至る変形過程では、水平方向流速の無次元量 (u/C) の大きい部分は、波峰部のみに集中しており、その最大値は 0.35 となっている。また、岸沖方向に対して、波峰を中心にほぼ前後対称な分布をしていることが示されている。以上の結果は、巻き波砕波が、波形が切り立ち、波峰が前方に前面に飛び出して巻き込むように砕波すること、また、崩れ波砕波は、波形の崩れが波頂付近に発生し、波頭が白く泡立ち砕波することと良く対応している。

さらに、水粒子の運動エネルギーの無次元量 (E^*/a_0) を空間的に比較したのが 3-a、3-b 図である。巻き波砕波に至る変形過程では、波峰前後での分布が非対称であり、波峰の前傾化にしたがって、波峰部からその前面の切り立った水面近傍での水粒子の運動エネルギーが大きくなり砕波に至ることが示されている。一方、崩れ波砕波に至る変形過程では、水粒子の運動エネルギーの無次元量は、岸沖方向に対して、波峰を中心にほぼ前後対象な分布であり、水深方向にも一様な分布傾向を示している。また、水粒子の運動エネルギーの高い部分は、波頂部の水表面付近に分布し、波形の崩れが波頂付近に発生することを示している。

図 2-22 は、巻き波砕波および崩れ波砕波に至る変形過程での内部諸量である渦度とせん断変形の空間分布を表している。なお、渦度、せん断変形は次式で算定した。

$$\text{渦度} : \quad \omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.5.3)$$

$$\text{せん断変形} : \quad \gamma = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.5.4)$$

1-a、1-b 図は渦度の空間分布を示しており、渦度は、反時計回りを正としている。巻き波砕波では、波峰部および波峰前面の波形が切り立つ部分で相対的に大きな半時計回りの渦度が分布しており、これは波峰が飛び出す方向へ水粒子が回転運動をしていることを表している。さらに、波峰部および流体内部では回転方向の異なる渦度が混在しており、複雑な回転運動の存在が示されている。ここで、半時計回りの渦度の最大値は 12 (1/s) で波峰前面に存在し、時計回りの最大値は 13 (1/s) で流体内部に存在している。一方、崩れ波砕波では、波峰部の渦度は巻き波砕波に比較して小さくまた、波峰部ではその背面で半時計回りの渦度が点在する程度で、時計回りの渦度が広く分布しており、巻き波砕波のような複雑な回転運動は存在しない。

2-a、2-b 図はせん断変形の空間分布を示しており、沖側へのせん断変形を正としている。巻き波砕波では、波峰部～波峰前面の波形が切り立つ部分において岸方向、つまり、波の進行方向のせ

せん断変形が生じており、その分布は波峰前後で非対象である。これより、波形の切り立ちにともなって、岸方向のせん断力が波峰部～波峰前面に働いていることがわかる。波峰付近の最大値は岸（波の進行）方向に 12 (1/s)である。また、流体内部では、時計回りの最大の渦度が生じる付近で、冲向きのせん断変形が生じている。一方、崩れ波砕波では、波峰部において、波の進行方向のせん断変形が生じており、その分布は波峰前後でほぼ対象である。また、波峰付近の最大値は波の進行方向に 6 (1/s)である。

このように、砕波変形過程においては、内部諸量の空間分布が砕波形態により異なることが画像解析の結果より確認できた。また、この結果は、従来の海底勾配と入射波の条件という外的な要因のみで判別されていた砕波形態が、波変形過程で複雑な回転運動が存在するか否かなどという波動場の内部メカニズムを考慮することによっても判別できる可能性を示唆している。

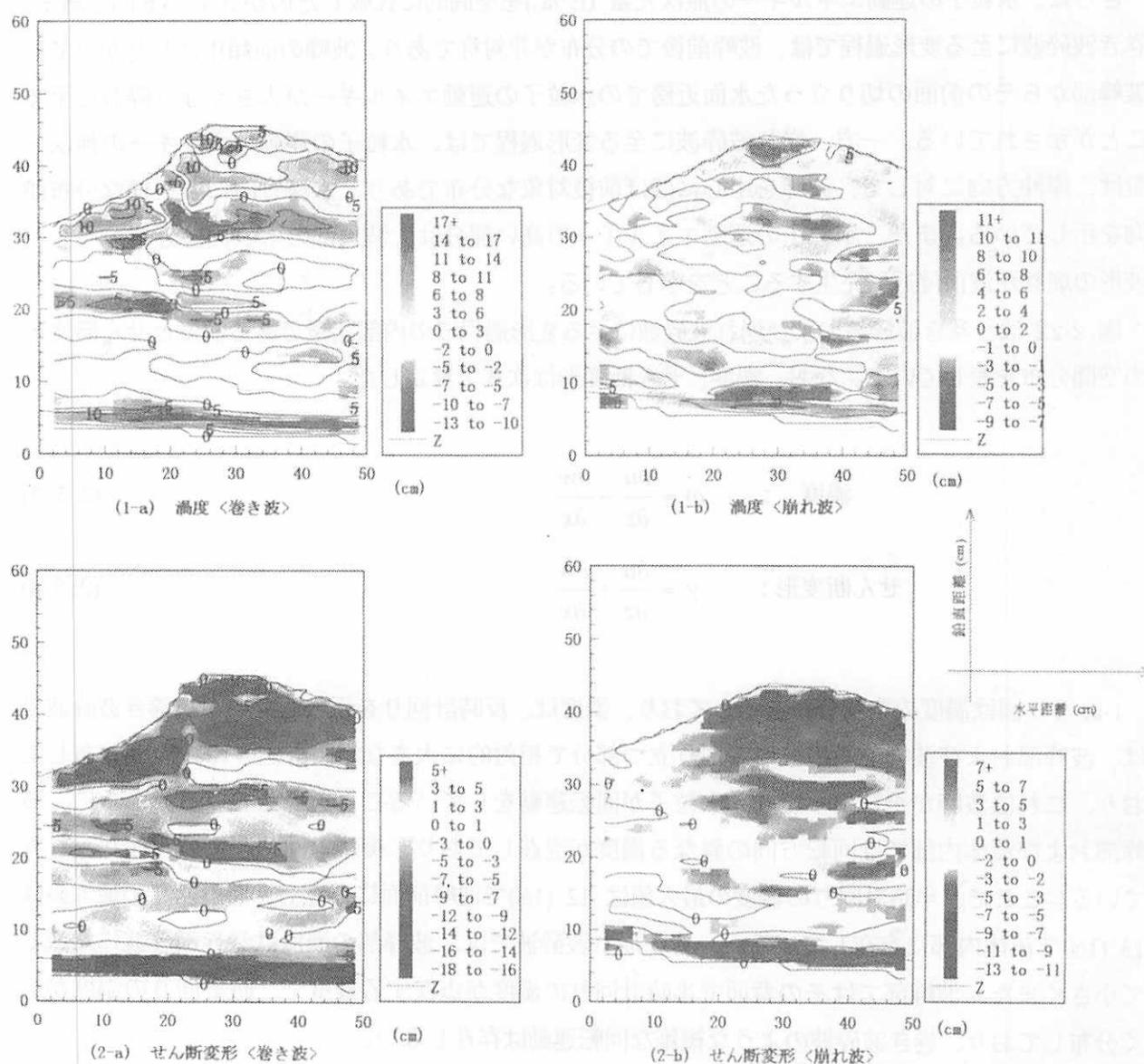


図 2-22 砕波形態による内部諸量の空間分布の比較 (2)

(2) 内部諸量の空間分布の時間変化 (巻き波砕波)

図 2-23 は、巻き波砕波に至る波変形過程において、水粒子の水平流速と運動エネルギーの空間分布が時間的にどのように変化するかを示している

1-a、1-b 図は、水平方向流速の無次元量 (u/C) の空間分布を時間的に比較したものであり、1-b 図は 1-a 図より 2/30 秒後 (ビデオ画像では 2 画面) の状態を表している。両図より、巻き波砕波に至る波変形過程では、波形の前傾化にしたがって、波峰前面部へ短時間の内に高速度部分が集中することが示されており、この部分では大きい加速度を有することがわかる。このことは、滝川の計算結果とも一致し、その後起こる波峰部の前方へ飛び出しの重要な要因である。

次に、水粒子の運動エネルギーの空間分布を時間的に比較したのが 2-a、2-b 図である。図は無次元量 (E^*/a_0) の分布を示しており、時間間隔は上図と同じである。水平流速と同様に、波形の前傾化にしたがって、波峰前面部へ短時間の内に高い運動エネルギー部分が集中し、砕波に至ることが示されている。

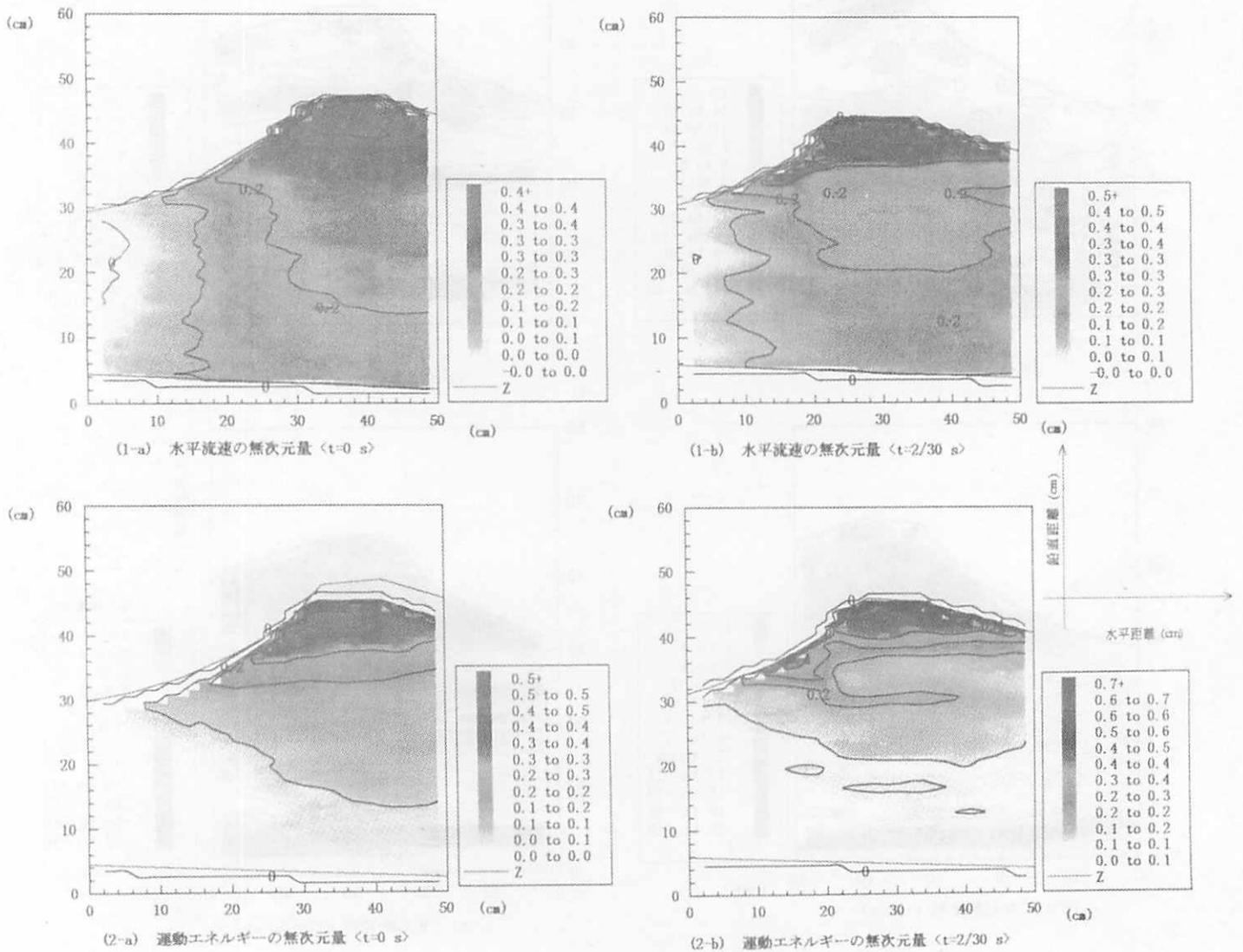


図 2-23 巻き波砕波における内部諸量の空間分布の時間変化 (1)

図 2-24 は、巻き波砕波に至る波変形過程における渦度とせん断変形の空間分布の時間変化を示しており、図 2-23 に対応している。

1-a、1-b 図は、渦度の空間分布の時間変化を比較したもので、波形の前傾化とともに、波峰部～その前面にかけて回転方向の異なる渦度の混在が顕著となり、複雑な回転運動を伴いながら砕波に至ることが示されている。

2-a、2-b 図はせん断変形の空間分布の時間変化を示している。巻き波砕波では、波形の切立ちにともなって、相対的に大きな岸向きのせん断変形が波峰前面～波頂部へと広がって分布してゆることが示されている。これは、波峰部が前方へ飛び出そうとするために、より大きな岸向きのせん断力はその部分に働いていることを示すものである。

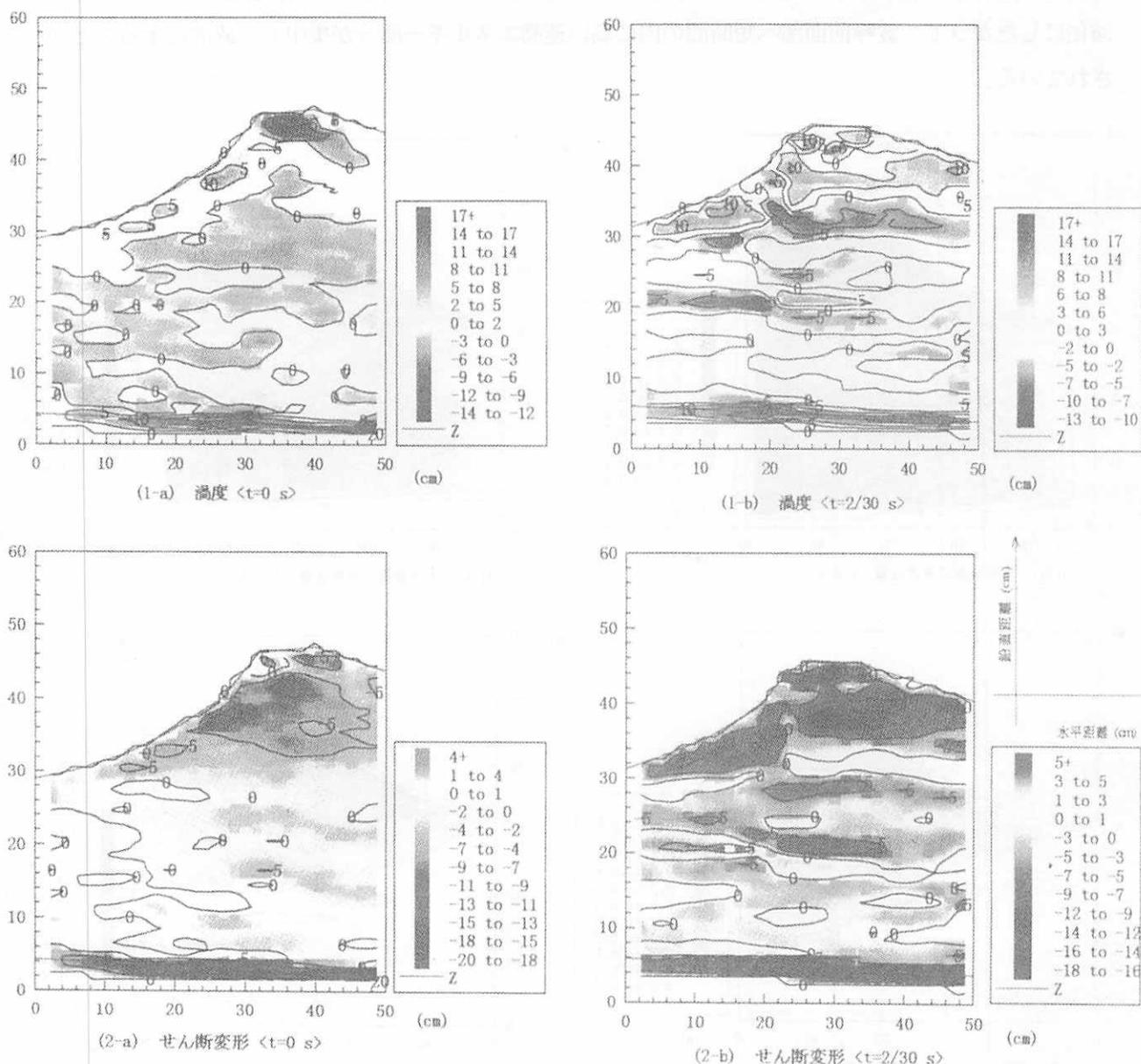


図 2-24 巻き波砕波における内部諸量の空間分布の時間変化 (2)

(3) 内部諸量の空間分布の時間変化 (崩れ波砕波)

図 2-25 は、崩れ波砕波に至る波変形過程において、水粒子の水平流速と運動エネルギーの空間分布が時間的にどのように変化するかを示している

1-a、1-b 図は、水平方向流速の無次元量 (u/C) の空間分布を時間的に比較したものであり、1-b 図は 1-a 図より 2/30 秒後 (ビデオ画像では 2 画面) の状態を表している。両図より、崩れ波砕波に至る波変形過程において高速度部分は、巻き波砕波のように波峰前面部へと集中するのではなく、波峰部の水面近傍へと押し上げられるように分布が変化し、しかも、波峰前後での速度場の対称性は保持されたまま波変形が進行することが示されている。

次に、水粒子の運動エネルギーの空間分布を時間的に比較したのが 2-a、2-b 図である。図は無次元量 (E^*/a_0) の分布を示しており、時間間隔は上図と同じである。水平流速と同様に、波峰部の高エネルギー部は水面近傍へと押し上げられるが、波峰前後での運動エネルギー分布の対称性は保持されたまま砕波に至ることが示されている。

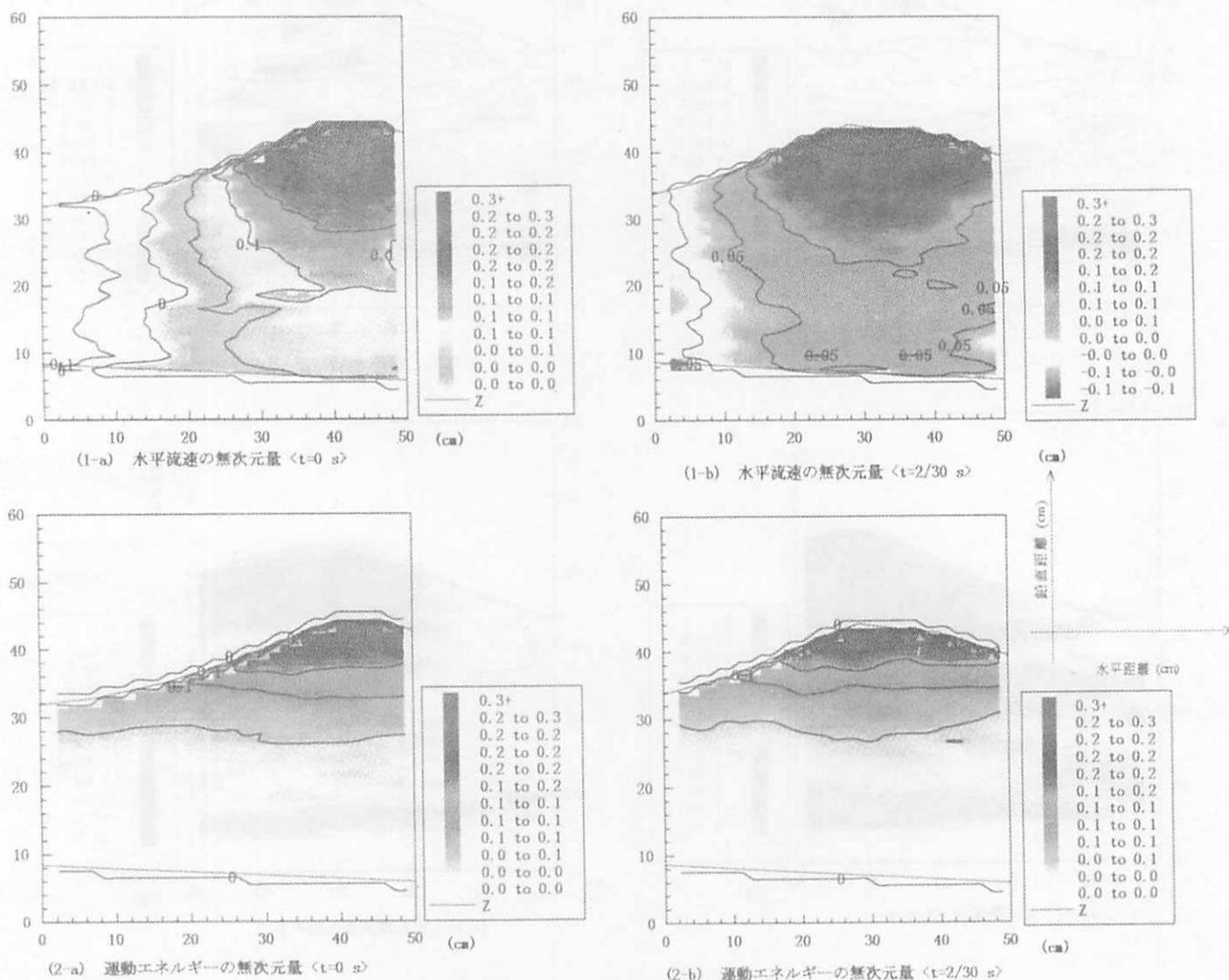


図 2-25 崩れ波砕波における内部諸量の空間分布の時間変化 (1)

図 2-26 は、崩れ波砕波に至る波変形過程における渦度とせん断変形の空間分布の時間変化を示しており、図 2-25 に対応している。

1-a、1-b 図は、渦度の空間分布の時間変化を比較したもので、若干の渦度の混在は見られるものの、相対的に半時計回りの渦度が広く分布し、巻き波砕波ほどの複雑な回転運動は存在しないまま、波変形が進行することが示されている。

2-a、2-b 図はせん断変形の空間分布の時間変化を示している。崩れ波砕波でも、波変形の進行に伴って、岸向きのせん断変形が波峰部に広がって分布してゆくことが示されているが、その大きさは巻き波砕波より小さいことが示されている。

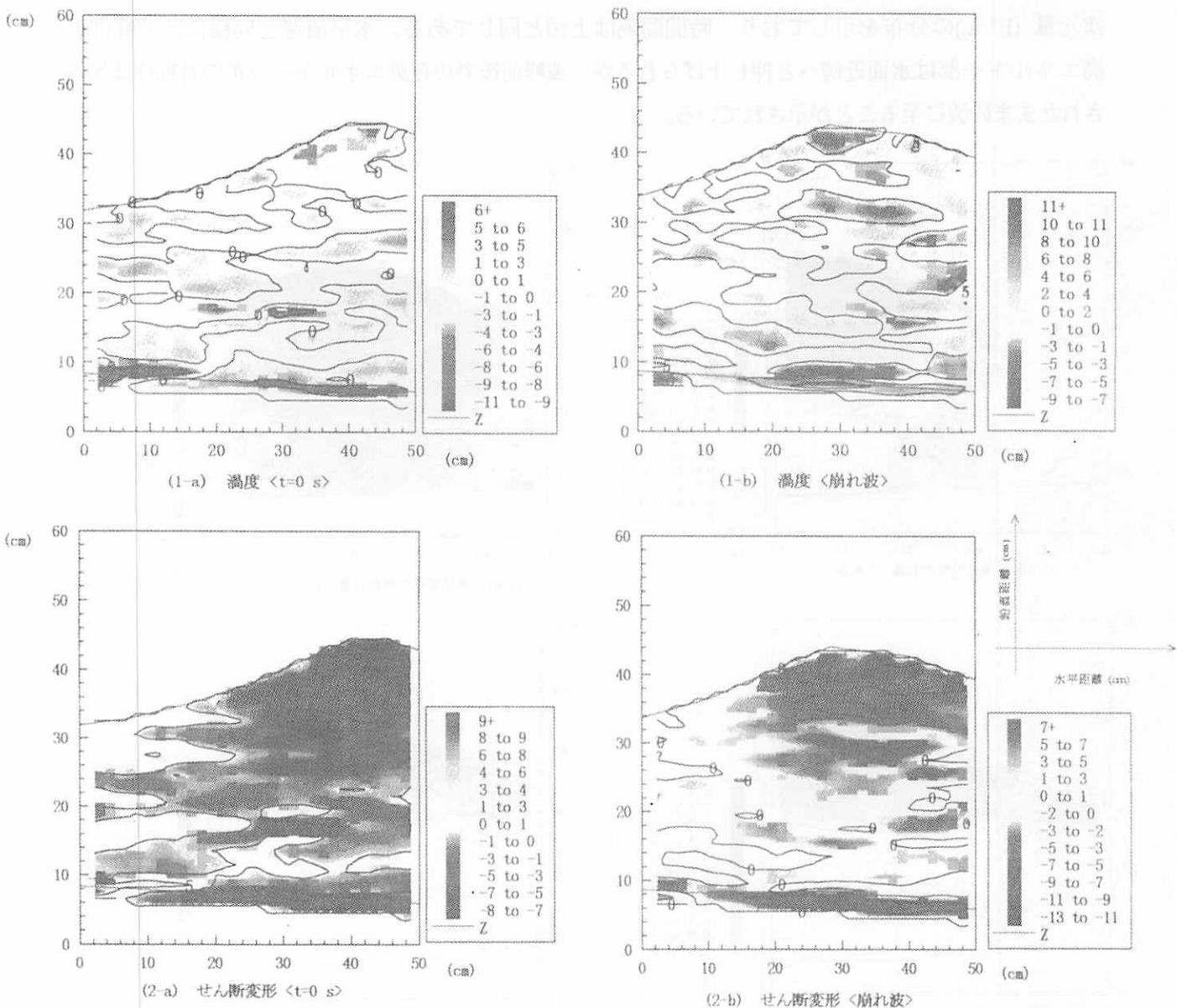


図 2-26 崩れ波砕波における内部諸量の空間分布の時間変化 (2)

第6節 結 言

本章では、画像解析によって得られた流速場の発散を空間的に調べ、解析領域において質量保存則がどの程度満足されているかなどについて検討を行い、従来の画像解析の問題点を明らかにするとともに、画像解析の精度向上のため、最小限の補正で質量保存則を満たすように、マスコンモデルを画像解析結果に適用するハイブリッドな補正方法を提案し、その有効性と解析精度について検証した。さらに、斜面上を進行する波変形過程の画像解析に本提案手法を適用し、異なった砕波形態での内部諸量の時間・空間分布特性についても検討を行った。

本章で得られた主要な結果を各節毎に、以下に要約する。

第2節においては、流れの可視化手法にデジタル画像処理技術を加えた粒子画像流速測定法 (Particle Image Velocimetry : PIV) の概要と本章で用いる画像解析手法であるパターン相関法の計測原理などについて解説した。

第3節では、計測結果から質量保存則を満足する3次元流速場を変分法により推定するマスコンモデルの概要を説明し、鉛直2次元の画像解析結果に適用する方法を開発し、その計算手法を説明した。さらに、画像解析に適用する上での問題点とその対処方法を示した。

第4節では、本提案手法の妥当性を検証する目的で行った可視化実験の方法を説明し、マスコンモデル適用前後における流速の発散の空間分布とレーザー・ドップラー流速計による水粒子速度との比較結果などを示した。本節で得られた結果を要約すると以下ようになる。

- (1) 画像解析による流速場の発散を空間的に調べた結果、従来からの通常の方法では、流体内部に比較して底面境界や自由表面付近において質量保存則が満足されにくいことを明らかにした。
- (2) 画像解析結果に本提案手法を適用することで、流速場の発散を最大で $1.0 \times 10^{-9} \sim 10^{-11}$ 程度に押さえることができ、解析領域全体で質量保存則をほぼ満足できることを示した。
- (3) さらに、本提案手法を適用することで、レーザー流速計と比較しても定量的に高い精度を有することを示し、本提案手法の有効性を明らかにした。

第5節では、本提案手法を用いて、巻き波砕波と崩れ波砕波といった砕波形態の異なる場合での画像解析を行い、それぞれの内部特性の時間・空間分布を比較した。本節で得られた結果を要約すると以下ようになる。

- (1) 巻き波砕波に至る波変形過程では、波形の前傾化にしたがって、波峰前面部へ短時間の内に高速度部分が集中し、大きい加速度を有することがわかり、このことが、その後に起こる波峰部の前方へ飛び出しの重要な要因であることを指摘した。また、前傾化とともに、波峰部～その前面にかけて回転方向の異なる渦度の混在が顕著となり、複雑な回転運動を伴いながら砕波に至ること、および、波峰部が前方へ飛び出そうとするために、より大きな岸向きのせん断力が波峰部～その前面部分に働いていることを明らかにした。
- (2) 一方、崩れ波砕波に至る波変形過程においては、高速度部分は、巻き波砕波のように波峰前面

部へと集中するのではなく、波峰部の水面近傍へと押し上げられるように分布が変化し、しかも、波峰前後での速度場の対称性は保持されたまま波変形が進行することを指摘した。また、若干の渦度の混在は見られるものの、巻き波砕波ほどの複雑な回転運動は存在しないこと、および、岸向きのせん断変形が波峰部に広がって分布するが、その大きさは巻き波砕波より小さいことを明らかにした。

- (3) このように、砕波変形過程においては、内部諸量の空間分布が砕波形態により異なることを確認した。さらに、従来の海底勾配と入射波の条件という外的な要因のみで判別されていた砕波形態が、波変形過程で複雑な回転運動が存在するか否かなどという波動場の内部メカニズムを考慮することによっても判別できる可能性を示唆した。

参 考 文 献

- 1) 小林敏雄、佐賀徹雄、瀬川茂樹、神田 宏 (1989) : 二次元流れ場の実時間デジタル画像計測システムの開発、機械学会論文集 (B)、55 巻、509 号、pp. 107-115
- 2) Adrian, R. J. (1991) : Particle-image techniques for experimental fluid mechanics, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 23, pp. 261-304
- 3) 高木幹雄、下田陽久 (1991) : 画像解析ハンドブック、東大出版会、p.18
- 4) 江藤剛治・竹原幸生 (1996) : 研究展望、高速ビデオカメラの現状と水工学への適用、土木学会論文集、No. 533、II-34、pp. 9-20
- 5) 西村仁嗣・武若 聡 (1988) : VTR 画像の相関解析による砕波時内部流速分布の推定、第 35 回海講論文集、pp.45-48
- 6) 長尾昌朋・片岡暁彦・沢本正樹 (1991) : VTR 画像処理とトレーサ追跡法を組み合わせた砕波内部流速場の測定、海岸論文集、第 38 巻 (1)、pp.56-60
- 7) 小林智尚・日野幹雄・疋田賢七・荻原秀規 (1992) : フーリエ変換を用いた画像処理による砕波内部流速場の測定、海岸論文集、第 39 巻 (1)、pp.56-60
- 8) Lin, J.C. & Rockwell, D. (1994) : Instantaneous structure of a breaking wave, *Phys. Fluids*, Vol. 6 (9), pp. 2877-2879
- 9) Lin, J.C. & Rockwell, D. (1995) : Evolution of a quasi-steady breaking wave, *J. of Fluid Mech.*, Vol. 302, pp. 29-44
- 10) Skyner, D. (1996) : A comparison of numerical predictions and experimental measurements of the internal kinematics of a deep-water plunging wave, *J. of Fluid Mech.*, Vol. 302, pp. 51-64
- 11) 渡部靖憲・佐伯 浩 (1995) : 画像処理による砕波帯内の運動機構に関する考察、海岸論文集、第 42 巻 (1)、pp.116-120

- 12) 長尾昌朋・新井信一・上岡充男 (1997) : PTV と PIV を組み合わせた砕波帯の流速分布測定、海岸論文集、第 44 巻 (1)、pp.116-120
- 13) Sherman, C. A. (1978) : A mass-consistent model for wind fields over complex terrain, J. Appl. Meteor., Vol. 17, 312-319
- 14) 可視化情報学会 (1998) : PIV の要点、pp.139
- 15) 西尾 茂 (1998) : 粒子画像流速測定法の基礎と応用 (前編)、日本造船学会誌、pp.42-45
- 16) 滝川 清、山田文彦、松本健作 (1996) : ビデオ画像解析と Boundary-Fit 法を用いた砕波変形の内部特性に関する研究、海岸工学論文集、第 43(1)、pp.51-55
- 17) 小林智尚 (1991) : 局所洗掘底面上の直立円柱まわりの流れに関する実験的研究、海岸論文集、第 38 巻 (1)、pp.446-450
- 18) 後藤智明・柴木秀之 (1993) : 陸上地形の影響を考慮した海上風推算、港研報告、32 巻、3 号、pp.65-97
- 19) 石川裕彦 (1983) : 変分法を利用した 3 次元風速場計算コード(WIND 04)、JAERI-M-83-113、日本原子力研究所
- 20) 土屋義人、筒井茂明 (1982) : 波のエネルギー分配と砕波過程、第 29 回海岸工学講演会論文集、pp. 125-129
- 21) 滝川 清、岩垣雄一、中川政博 (1983) : 有限要素法による斜面上の波の砕波変形と内部機構の解明、第 30 回海岸工学講演会論文集、pp. 20-25

第3章 砕波変形の高精度数値解析手法の開発

第1節 緒言

浅海域において、波は複雑な海底地形の影響を受けて変形し、やがて砕波に至る。この一連の砕波変形過程の内部特性（速度場・圧力場等）を定量的に明らかにすることは、波および海浜変形の評価予測の基礎資料として、海岸工学上極めて重要な課題のひとつである。

砕波時の内部特性のうち速度場に関しては、レーザ流速計を用いた酒井ら¹⁾、青野ら²⁾、日野ら³⁾、三村ら⁴⁾、水口ら⁵⁾、また、画像処理を用いた西村ら⁶⁾、長尾ら⁷⁾、小林ら⁸⁾、渡部ら⁹⁾など非常に多くの研究例がある。しかしながら、砕波変形過程においては、水塊が水表面へ突入することにより、気液混相流としての側面、また、強い渦運動を伴った乱流としての側面など様々な流体運動要素が混在している。そのため、砕波帯内の現象は非常に複雑であり、現状ではその内部特性は十分に解明されていない。

一方、近年の計算機技術の発達に伴い、数値計算により砕波変形の内部特性を解明しようとする試みも行われている。Longuet-Higginsら¹⁰⁾、安田ら¹¹⁾は境界積分法(BIM)を用い、巻き込み jet が形成され、前方の水面に突入するまでの過程をポテンシャル理論に基づいて解析している。しかし、砕波のように渦を伴った乱れの激しい現象やその内部特性を数値的に解析するためには、粘性流体を対象とした解析^{12)~14)}が必要となり、境界積分法の適用には限界がある。

筆者ら¹⁴⁾は、有限要素法(FEM)と Simplified Marker and Cell(SMAC)法を用い、砕波によるエネルギー逸散項を波動場の内部諸量(渦度・せん断変形)によりモデル化し、Reynolds方程式に基づく解析手法を開発した。一様斜面上での巻き波砕波を対象に計算を行い、室内実験との比較によりその妥当性と有効性を示している。しかしながら、現手法ではデカルト座標系を使用しているため、複雑な海底形状の取扱いには多少制約があり、任意海底形状への計算手法の拡張が望まれている。

柴山ら¹⁵⁾、辻本¹⁷⁾は、任意海底形状に対応するために、座標変換の測度(metric)を解析的に求め、一般曲線座標系を構築することで砕波帯内波浪場の解析を行っている。しかし、座標変換の測度を解析的に取扱える境界形状は単純な形に限られるため、より複雑な自由表面や海底形状に対応した解析を行うためには、この変換の測度を数値的に評価する必要がある。そこで本章では、偏微分方程式を数値的に解くことで境界に適合した計算格子を決定する数値格子生成法を用いた境界適合座標(BFC)法を砕波変形過程の解析に適用する方法を開発する。

境界適合座標法は、物理空間の支配方程式である Navier-Stokes 方程式を正方格子で構成された長方形領域に座標変換し、写像空間上で流体運動の計算を行う方法である。このため、物理空間では時々刻々とその形状を変化させる自由表面が、写像空間では固定境界として取扱えるため、自由表面での力学的境界条件を厳密に課すことが可能である。

第2節においては、BFC法の主要な構成要素である境界適合座標系と数値格子生成法について解説するとともに、基礎方程式の座標変換や変数配置にレギュラー格子を用いた離散化手法および計算手法などについて説明する。また、適用計算例として、一様斜面上での巻き波砕波変形を取上げる。

第3節では、レギュラー格子で問題となる圧力振動を押さえ、計算精度を向上するために、スタガード格子を用いた離散化手法や自由表面条件に表面張力を考慮した計算手法などを示す。また、矩形容器内のスロッシング現象などを対象に提案手法の計算結果と解析解との比較を行い、自由表面の認識精度や質量保存性に対する妥当性を検証する。さらに、一様斜面上での巻き波砕波の解析を行い、計算結果と実験結果との比較検討を行う。

第4節では、本章で得られた結果を要約して述べる。

第2節 境界適合座標法 (BFC) 法を用いた砕波変形過程の数値解析手法

(1) 境界適合座標系

物理空間（2次元では物理面）上の解析領域 D を正方格子からなる長方形領域 D^* に座標変換し、写像（計算）面で物理現象を支配する偏微分方程式を解くことを考える（図3-1）。

図3-1において、物理面の境界 $S_1 \sim S_4$ は写像面の境界 $S_1^* \sim S_4^*$ にそれぞれ対応している。

ここで、物理面のデカルト座標系 (x, y, t) に対して写像面の境界適合座標系 (ξ, η, τ) を定義するために、物理面と写像面とでは時間の計り方は同じにして、以下のような変換を行う。

$$\tau = t, \quad \xi = \xi(x, y, t), \quad \eta = \eta(x, y, t) \quad (3.1)$$

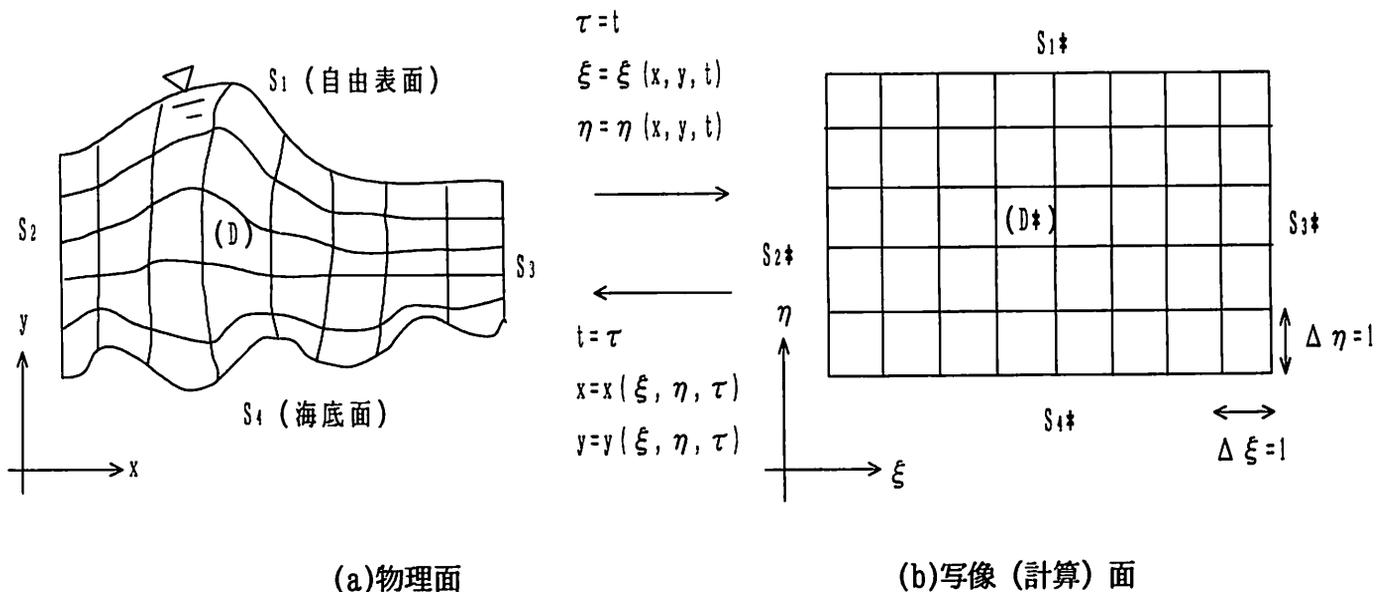


図3-1 境界適合座標への座標変換

物理面と写像面との座標間の関係は、変換の測度（メトリック： ξ_x, η_x など）を用いると、以下のように表せる。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} (x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta) & (-x_\tau y_\eta + y_\tau x_\eta) & (x_\tau y_\xi - y_\tau x_\xi) \\ 0 & y_\eta & -y_\xi \\ 0 & -x_\eta & x_\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

ここに、

$$\begin{aligned} J &= (x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta) \\ \xi_x &= y_\eta / J & \xi_y &= -x_\eta / J & \xi_t &= -x_\tau \xi_x - y_\tau \xi_y \\ \eta_x &= -y_\xi / J & \eta_y &= x_\xi / J & \eta_t &= -x_\tau \eta_x - y_\tau \eta_y \end{aligned} \quad (3.3)$$

なお、下付き添字は偏微分であることを意味する。

J は変換のヤコビアンであり、物理面の単位セルと計算面の単位セルの面積比に相当する。通常、計算面では格子幅1の正方格子を用いるので、ヤコビアンは図3-2の斜線部の面積に相当する。また、メトリックはセルの (x, y) 方向への投影長さに対応している。

(3.2), (3.3)式の関係式を用いると、物理面で境界の形や格子の形が時間的に変化したとしても、写像面では常に固定された領域で固定された格子を用いて計算を行うことができる。ただし、変換された方程式には、格子変化に伴う非定常項(ξ_t, η_t)が現れることになる。

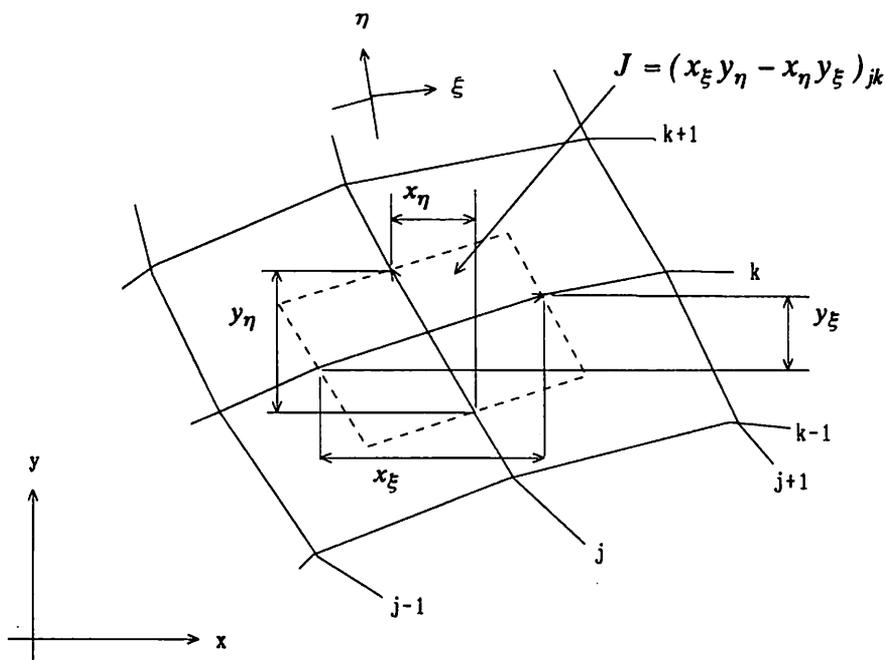


図3-2 変換の速度（メトリック）の意味

(2) 数値格子生成法

砕波変形は時間とともに境界が移動する移動境界問題であるために、BFC法を用いて解析する場合、各時間ステップにおいて計算格子を生成する必要が生じる。

Thompsonら¹⁸⁾に始まる数値格子生成法では、楕円型方程式を数値的に解くことで、物理面と写像面の変換の測度(メトリック)を求め、計算格子を生成している。つまり、差分計算のために空間を離散化するという目的で格子生成を行うので、座標変換を等角変換に限る必要がない。また、この方法は座標変換の微係数が数値的に求まるので、有限要素法のアイソパラメトリック要素の考え方と同じである。

a) Thompsonらの手法¹⁸⁾

写像面の正方格子点 (ξ, η) はポアソン方程式(3.4)により、物理面の格子点 (x, y) に1対1に対応づけることができる。

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi, \eta), \quad \eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi, \eta) \quad (3.4)$$

ここで、 P, Q は格子間隔やねじれを調整する制御関数である。

物理現象を支配する偏微分方程式は、正方格子からなる写像面上で解くため、上記のポアソン方程式の独立変数 (x, y) と従属変数 (ξ, η) を入れ換えると、下記の楕円型偏微分方程式(3.5)が得られる。

$$\begin{aligned} \alpha \xi_{\xi\xi} - 2\beta \xi_{\xi\eta} + \gamma \eta_{\eta\eta} &= -J^2 [x_{\xi} P(\xi, \eta) + x_{\eta} Q(\xi, \eta)] \\ \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} &= -J^2 [y_{\xi} P(\xi, \eta) + y_{\eta} Q(\xi, \eta)] \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここで、 $\alpha = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2$, $\beta = x_{\xi} x_{\eta} + y_{\xi} y_{\eta}$, $\gamma = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2$

式(3.5)は、ポアソン方程式(3.4)に比べて複雑になるが、境界条件を直線 $S_1^* \sim S_4^*$ 上で設定することができる。つまり、写像面上の格子点 (ξ, η) に対する物理面上の格子点 (x, y) は、境界 $S_1^* \sim S_4^*$ 上の座標値をDirichlet境界条件として、式(3.5)を数値的に解くことにより求めることができる。

次に、制御関数(湧き出し項) P, Q は次式で表される。

$$P(\xi, \eta) = -\sum_{i=1}^N a_i \frac{\xi - \xi_i}{|\xi - \xi_i|} \exp(-c_i |\xi - \xi_i|) - \sum_{j=1}^M b_j \frac{\xi - \xi_j}{|\xi - \xi_j|} \exp\left(-d_j \sqrt{(\xi - \xi_j)^2 + (\eta - \eta_j)^2}\right) \quad (3.6)$$

$$Q(\xi, \eta) = -\sum_{i=1}^N a_i \frac{\eta - \eta_i}{|\eta - \eta_i|} \exp(-c_i |\eta - \eta_i|) - \sum_{j=1}^M b_j \frac{\eta - \eta_j}{|\eta - \eta_j|} \exp\left(-d_j \sqrt{(\xi - \xi_j)^2 + (\eta - \eta_j)^2}\right) \quad (3.7)$$

$a \sim d$ は定数であり、それらすべてが正数の場合、右辺第1項は任意の線への引き寄せを、第2項は任意の点への引き寄せを表す。

ここで、格子生成過程において、制御関数は以下の2つの条件を満たすように選択されなければならない。

- ① 境界に格子を集中する。
- ② 境界に格子を垂直に交差させる。

滝川ら¹⁹⁾は、(3.6), (3.7)式中の係数を調整することで、碎波変形時の多価関数となる水表面を含んだ境界形状に対しても、格子生成がある程度まで可能であることを示している。

しかし、Thompson らの方法では上記2つの条件を満足するように P, Q の係数を自動的に決定することはできない。そのため、格子生成には手間が掛り、もし不適當な係数を与えてしまうと海底面や水表面に格子が集中しない場合や格子が生成できない場合が生じる。(滝川ら²⁰⁾)

b) Steger らの手法²¹⁾

そこで、Steger らは、格子分布に対する要求が主に境界付近でのみ起こることに着目して、上記2つの条件を境界付近でのみ課すような制御関数を、ポアソン方程式を繰り返しの解くプロセスの中で自動的に決めていくことで、希望する格子を自動的に生成する方法を提案している。

ここでは、海底境界のみで、この2つの条件を満足させる場合を説明する。

Steger らの方法では(3.5)式は

$$\begin{aligned} \alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} &= -J^2 \left[x_{\xi} P_0 \exp(-a(\eta - \eta_1)) + x_{\eta} Q_0 \exp(-b(\eta - \eta_1)) \right] \\ \alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} &= -J^2 \left[y_{\xi} P_0 \exp(-a(\eta - \eta_1)) + y_{\eta} Q_0 \exp(-b(\eta - \eta_1)) \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

と書かれる。制御関数 P_0 と Q_0 は η に関するものだけとし、海底面 ($\eta = \eta_1$) から離れるに従って係数 a, b によって指数的に減衰し、十分遠くではラプラス方程式に帰着するように仮定する。ここで P_0 と Q_0 を決める2つの条件式を作る。

① 海底面での η 方向の格子間隔

ある ξ での格子間隔 $\Delta S(=S_\eta)$ は

$$\Delta S \cong [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]^{1/2}_{\eta=\eta_1} \quad (3.9)$$

と表され、極限的には次式で表される。

$$dS = [(dx)^2 + (dy)^2]^{1/2}_{\eta=\eta_1} = [(x_\xi d\xi + x_\eta d\eta)^2 + (y_\xi d\xi + y_\eta d\eta)^2]^{1/2}_{\eta=\eta_1} \quad (3.10)$$

② 海底面での格子の直交性

次式が海底面上で満足されるとよい。

$$\nabla \xi \cdot \nabla \eta = 0 \quad \text{すなわち} \quad x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta = 0 \quad (3.11)$$

海底面では x_ξ, y_ξ などは計算できるので、(3.10)式と(3.11)式は x_η, y_η について解くことができる。

$$\begin{aligned} x_\eta &= s_\eta \cdot (-y_\xi) / (x_\xi^2 + y_\xi^2)^{1/2} \\ y_\eta &= s_\eta \cdot (+x_\xi) / (x_\xi^2 + y_\xi^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

次に(3.8)式を海底面上($\eta = \eta_1$)で考え、 P_0 と Q_0 について解くと、

$$\begin{aligned} P_0 &= J^{-1} (y_\eta R_1 - x_\eta R_2) |_{\eta=\eta_1} \\ Q_0 &= J^{-1} (-y_\xi R_1 + x_\xi R_2) |_{\eta=\eta_1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

ただし、

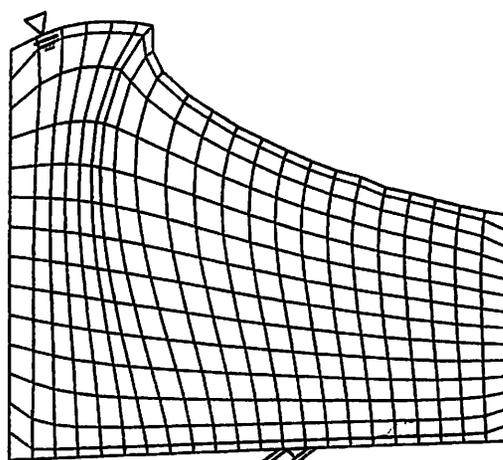
$$\begin{aligned} R_1 &= -J^{-2} (\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta}) |_{\eta=\eta_1} \\ R_2 &= -J^{-2} (\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta}) |_{\eta=\eta_1} \end{aligned} \quad (3.14)$$

ここで、海底面上では $x_\xi, x_{\xi\xi}, y_\xi, y_{\xi\xi}$ などはすべて既知である。仮に、海底面上での x_η と y_η が既知だとすると、 $x_{\xi\eta}, y_{\xi\eta}$ や $x_{\eta\eta}, y_{\eta\eta}$ もその1階微分を使った表示をすれば P_0 と Q_0 は x_η と y_η の

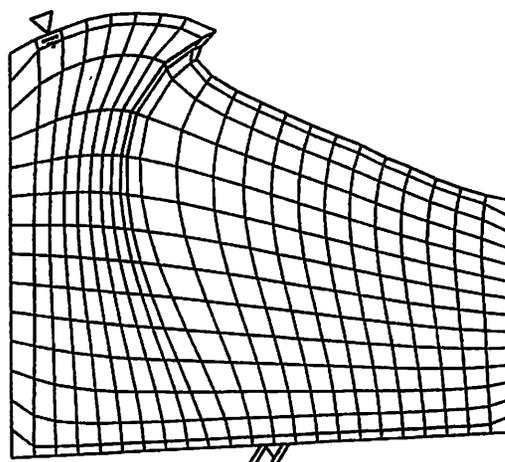
関数として決まる。これを緩和法のプロセスに組み込むとよい。

すなわち、希望する $\Delta S (\equiv S_\eta)$ を与え、あるステップでの格子分布から(3.12)式で海底面上の x_η と y_η を計算し、これによって P_0 と Q_0 を決める。それが決まれば制御関数が決まるので、次のステップに進むことができる。このようなプロセスで緩和法的に制御関数の大きさを繰り返すことによって決めていくのが、この方法の特徴である。

そこで、可視化実験で得られた画像に対して、Steger らの手法を用い、水表面および海底面に自動的に格子を引き寄せるような格子生成を行った(図 3-3)。波の前傾化や巻込み jet が発生する場合においても、自由表面と海底面に自動的に格子を引き付ける格子生成が可能であり、Steger らの手法の有効性を確認した。



(a) 砕波直前



(b) 巻き込み後

図 3-3 格子生成の結果 (Steger らの手法)

(3) 基礎方程式の座標変換

物理面 (x, y, t) での基礎方程式である連続の式と Navier-Stokes (以下 N-S と略す) 方程式(3.15)～(3.17)式を、境界適合座標 (ξ, η, τ) に変換することを考える。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F_x \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + F_y \quad (3.17)$$

ここに、 (u, v) は (x, y) 方向の速度成分、 ρ は密度、 p は圧力、 (F_x, F_y) は (x, y) 方向の物体力成分である。

越塚ら¹¹⁾は写像空間をリーマン空間と理解して、リーマン幾何学を利用し反変物理成分のみを変数として、スタガード配置で計算する方法を提案している。非圧縮性流体の数値解析では、圧力振動を防ぐ上でスタガード配置が最も望ましいといわれているが、境界適合座標では境界条件の設定等がかなり複雑となる。そのため、本節では、水表面での境界条件の扱い易さを考慮し、N-S 方程式の従属変数には、デカルト座標系の物理速度 (u, v) と反変速度 (U, V) の両方を選び、変数配置は速度と圧力を同一点で定義するレギュラー配置を用いた (図 3-4)。

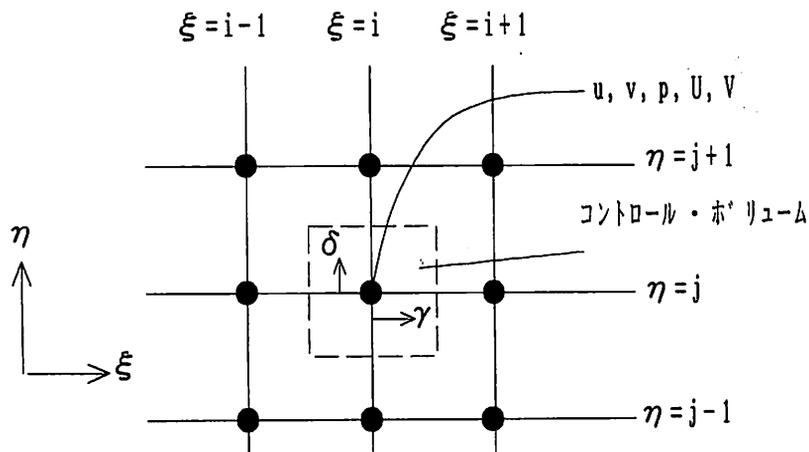


図 3-4 変数配置 (レギュラー配置)

変換後の基礎式を以下に示す。

$$\frac{1}{J} \frac{\partial(JU)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial(JV)}{\partial \eta} = 0 \quad (3.18)$$

$$Ju_{\tau} + J(U + \xi_i)u_{\xi} + J(V + \eta_i)v_{\eta} = -\frac{1}{\rho}(J\xi_x p)_{\xi} - \frac{1}{\rho}(J\eta_x p)_{\eta} + JF_x + \Delta_{\xi\eta}u \quad (3.19)$$

$$Jv_{\tau} + J(U + \xi_i)v_{\xi} + J(V + \eta_i)v_{\eta} = -\frac{1}{\rho}(J\xi_y p)_{\xi} - \frac{1}{\rho}(J\eta_y p)_{\eta} + JF_y + \Delta_{\xi\eta}v \quad (3.20)$$

ここで、 $\Delta_{\xi\eta}u, \Delta_{\xi\eta}v$ は粘性項であり、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta_{\xi\eta}u = & \left[Ju \left\{ (2\xi_x^2 + \xi_y^2)u_{\xi} + (2\xi_x\eta_y + \xi_y\eta_y)v_{\eta} + \xi_x\xi_y v_{\xi} + \xi_y\eta_x v_{\eta} \right\} \right]_{\xi} \\ & + \left[Jv \left\{ (2\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)u_{\xi} + (2\eta_x^2 + \eta_y^2)v_{\eta} + \xi_x\eta_y v_{\xi} + \eta_y\eta_x v_{\eta} \right\} \right]_{\eta} \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\xi\eta}v = & \left[Jv \left\{ (\xi_x^2 + 2\xi_y^2)v_{\xi} + (\xi_x\eta_y + 2\xi_y\eta_y)v_{\eta} + \xi_x\xi_y u_{\xi} + \xi_y\eta_x u_{\eta} \right\} \right]_{\xi} \\ & + \left[Ju \left\{ (\xi_x\eta_x + 2\xi_y\eta_y)v_{\xi} + (\eta_x^2 + 2\eta_y^2)v_{\eta} + \xi_x\eta_y u_{\xi} + \eta_y\eta_x u_{\eta} \right\} \right]_{\eta} \end{aligned} \quad (3.22)$$

また、反変速度 (contravariant velocity) U, V は以下のように定義する。

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v \quad (3.23)$$

(3.23) 式から分かるように、 U はベクトル (ξ_x, ξ_y) とベクトル (u, v) の内積である。ここで、 ξ = 一定の曲線上における ξ の全微分をとると、

$$d\xi = \xi_x dx + \xi_y dy = 0 \quad (3.24)$$

となる。 (dx, dy) は ξ = 一定の曲線の接線ベクトルであるから、ベクトル (ξ_x, ξ_y) は ξ = 一定の曲線に垂直である。よって、反変ベクトル U は実空間における速度 (u, v) の ξ = 一定の曲線と直交する方向成分に比例する。同様に V は速度 (u, v) の η = 一定の曲線と直交する方向成分に比例している (図 3-5)。このように、反変流速 U, V は (ξ, η) 方向の流速成分に比例した量となるため、風上差分使用時の風向きの判定に使用することができる。

ただし、反変速度の大きさそのものは、座標系の幾何学量によって異なるので、注意を要する。

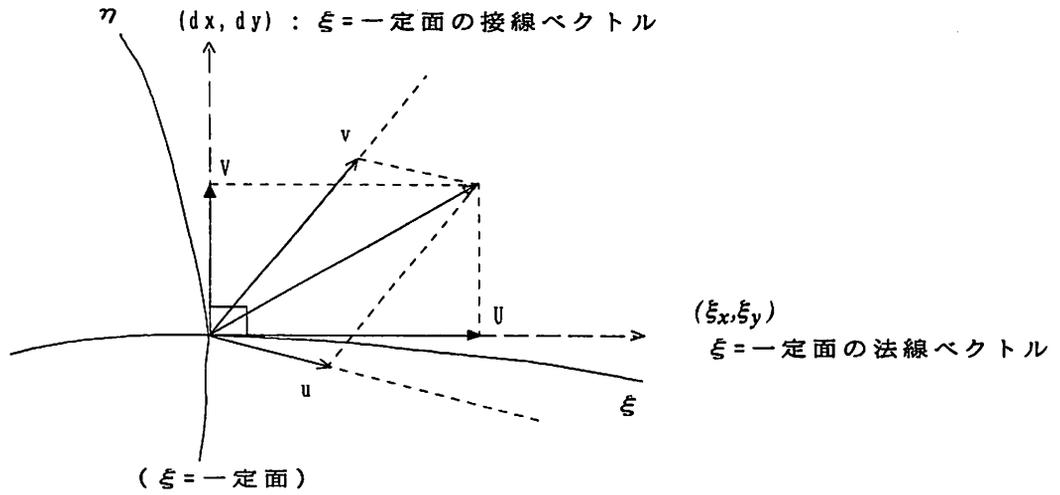


図 3-5 反変速度の説明図

(4) 離散化手法

図 3-4 に示すように、写像空間での格子点の間を通る界面に囲まれたコントロール・ボリュームにおいて基礎式を (3.25) 式のように積分し、離散化方程式を導く。

$$\int_{\xi_{i-1/2}}^{\xi_{i+1/2}} \int_{\eta_{j-1/2}}^{\eta_{j+1/2}} d\eta d\xi \quad (3.25)$$

格子点 (i, j) において局所的座標系 (γ, δ) を (3.26) 式のように用いる。

$$\gamma = \xi - \xi_i, \delta = \eta - \eta_j \quad (3.26)$$

ξ 方向について、運動方程式の積分形は (3.27) 式となる。

$$\begin{aligned} & \int_{-\Delta\xi/2}^{\Delta\xi/2} \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} (Ju_\tau)_{i,j} d\delta d\gamma \\ &= -\int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} \left\{ (JUu)_{i+1/2,j} - (JUu)_{i-1/2,j} \right\} d\delta - \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} \left\{ (J\xi_t u)_{i+1/2,j} - (J\xi_t u)_{i-1/2,j} \right\} d\delta \\ & \quad - \int_{-\Delta\xi/2}^{\Delta\xi/2} \left\{ (JVu)_{i,j+1/2} - (JVu)_{i,j-1/2} \right\} d\gamma - \int_{-\Delta\xi/2}^{\Delta\xi/2} \left\{ (J\eta_t u)_{i,j+1/2} - (J\eta_t u)_{i,j-1/2} \right\} d\gamma \\ & \quad - \frac{1}{\rho} \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} \left\{ (J\xi_x p)_{i+1/2,j} - (J\xi_x p)_{i-1/2,j} \right\} d\delta - \frac{1}{\rho} \int_{-\Delta\xi/2}^{\Delta\xi/2} \left\{ (J\eta_x p)_{i,j+1/2} - (J\eta_x p)_{i,j-1/2} \right\} d\gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{-\Delta\xi/2}^{\Delta\xi/2} \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} (JF_x)_{i,j} d\delta dy + \nu \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} \left[J \left\{ (2\xi_x^2 + \xi_y^2) \mu_\xi + (2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \mu_\eta \right. \right. \\
& + \left. \left. \xi_x \xi_y v_\xi + \eta_x \eta_y v_\eta \right\}_{i+1/2,j} - J \left\{ (2\xi_x^2 + \xi_y^2) \mu_\xi + (2\xi_x \eta_x + \eta_y \xi_y) \mu_\eta + \xi_x \xi_y v_\xi + \xi_x \eta_y v_\eta \right\}_{i-1/2,j} \right] \delta \\
& + \nu \int_{-\Delta\xi/2}^{\Delta\xi/2} \left[J \left\{ (2\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y) \mu_\xi + (2\eta_x^2 + \eta_y^2) \mu_\eta + \eta_y \xi_x v_\xi + \eta_x \eta_y v_\eta \right\}_{i,j+1/2} - J \left\{ (2\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y) \mu_\xi \right. \right. \\
& + \left. \left. (2\eta_x^2 + \eta_y^2) \mu_\eta + \eta_y \xi_x v_\xi + \eta_x \eta_y v_\eta \right\}_{i,j-1/2} \right] \delta y
\end{aligned} \tag{3.27}$$

(5) 計算手法

砕波のように乱れの激しい現象を数値的に精度よく解析するには、移流項の取り扱いが非常に大切である。武本ら¹³⁾、村上ら¹⁴⁾は、Leonard²⁵⁾が提唱した QUICK 法を一般座標に拡張し、任意形状の物体回りの計算を行っている。本研究も同様の手法を用いる。例えば運動方程式 (3.27) 式の ξ 方向の移流成分 $(JUu)_{i-1/2,j}$ は、次式となる。

$$(JUu)_{i-1/2,j} = \left[\left\{ (JU)_{i-1,j} + (JU)_{i,j} \right\} / 2 \right] \times \left\{ u_{i-1,j} + u_{i,j} \right\} / 2 - CURVN / 8 + CURVT / 24 \tag{3.28}$$

ここで $CURV$ 項は、反変速度 U の風向きに従って以下のようにする。

$U_{i-1/2,j} > 0$ の場合は、

$$\begin{aligned}
CURVN_{i-1/2,j} &= u_{i,j} - 2u_{i-1,j} + u_{i-2,j} \\
CURVT_{i-1/2,j} &= u_{i-1,j-1} - 2u_{i-1,j} + u_{i-1,j+1}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

$U_{i-1/2,j} < 0$ の場合は、

$$\begin{aligned}
CURVN_{i-1/2,j} &= u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j} \\
CURVT_{i-1/2,j} &= u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

(3.29)~(3.30)式を(3.28)式へ代入し、さらにこれらの式を(3.27)式へ代入し、積分を実施することにより、最終的な差分近似式を得ることができる。

境界条件については後述するが、以上のようにして得られた差分近似式を時間に関して数値積分する場合、Marker and Cell (MAC) 法に準じた方法を用いる。

第1ステップでは、移流項と粘性項考慮し explicit スキームのうち時間2次精度の Adams - Bashforth 法を適用する。そして、第2ステップで圧力項を取り扱う。

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t \left\{ -\frac{1}{\rho} p_x^{n+1/2} + HX^{n+1/2} + FX^n \right\} \quad (3.31)$$

$$v^{n+1} = v^n + \Delta t \left\{ -\frac{1}{\rho} p_y^{n+1/2} + HY^{n+1/2} + FY^n \right\} \quad (3.32)$$

ここで、

$$HX^{n+1/2} = -(3/2)hx^n + (1/2)hx^{n-1} \quad (3.33)$$

$$HY^{n+1/2} = -(3/2)hy^n + (1/2)hy^{n-1} \quad (3.34)$$

$$hx = (uu)_x + (uv)_y \quad (3.35)$$

$$hy = (uv)_x + (vv)_y \quad (3.36)$$

$$FX = (2vu_x)_x + \{v(u_y + v_x)\}_y \quad (3.37)$$

$$FY = \{v(u_y + v_x)\}_x + (2w_y) \quad (3.38)$$

また、 h_x, h_y は移流項であり式(3.19), (3.20)に示す変換された式を用い、式(3.28)の QUICK スキームを組み込む。 HX, HY は移流項に対し Adams-Bashforth 法による数値積分を適用したものである。 FX, FY は粘性項であり、式(3.21), (3.22)に示す変換された式を用いる。 Δt は時間ステップである。

(3.31), (3.32)式中の既知量をまとめ、連続の式を考慮することで、圧力に関するポアソン方程式(3.39)が得られる。

$$p_{xx}^{n+1/2} + p_{yy}^{n+1/2} = \rho(\tilde{u}_x + \tilde{v}_y) / \Delta t \quad (3.39)$$

(3.39)式を境界適合座標に変換すると(3.40)式となる。

$$\tilde{\Delta} p^{n+1/2} = J^{-1} (y_\eta u_\xi - y_\xi u_\eta + x_\xi v_\eta - x_\eta v_\xi) \frac{\rho}{\Delta t} \quad (3.40)$$

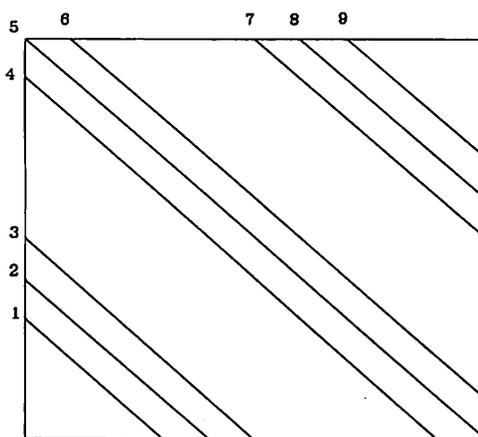
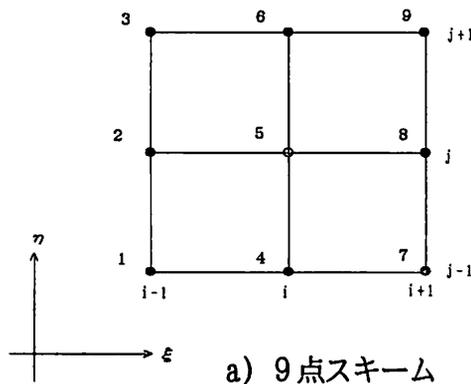
ここで、 $\tilde{\Delta}$ は境界適合座標系での Laplace 演算子であり、次式で表される。

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}A = & (\alpha A_{\xi\xi} - 2\beta A_{\xi\eta} + \gamma A_{\eta\eta}) / J^2 + [(\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta})(y_{\xi} A_{\eta} - y_{\eta} A_{\xi}) \\ & + (\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta})(x_{\eta} A_{\xi} - x_{\xi} A_{\eta})] / J^3 \quad (3.41) \end{aligned}$$

ここに、 α, β, γ は(3.5)式に同じである。

一般に、N-S 方程式の数値解法において、その計算時間の大部分は圧力のポアソン方程式の解法に費やしている。境界適合座標では、(3.41)式の右辺第2項、第3項により、差分による離散化方程式は周囲8点を含む合計9点の関係で構成される(図3-6)。しかも係数 α, β, γ, J は各格子点で変化するので、係数行列は非対象となる。そのため、従来よく用いられてきた逐次緩和(SOR)法では、収束性が悪く、その結果、計算時間が大変長くなる傾向がある。

そこで今回は、SOR法に変えて、前処理付き自乗共役勾配法(MILUCGS法)を用い、計算の高速化と安定化を行った。前処理とは係数行列に対して不完全LU分解を施すことであり、その詳細は村田ら¹⁰⁾に詳しい。



b) 係数行列の非ゼロ要素の帯

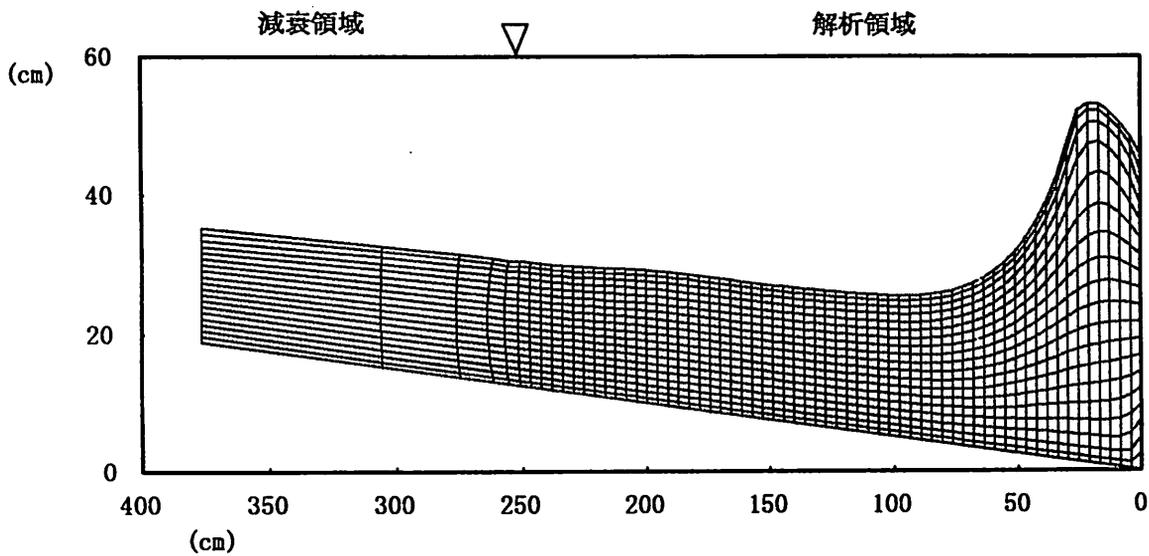
図3-6 ポアソン方程式の係数行列

(6) 適用計算例

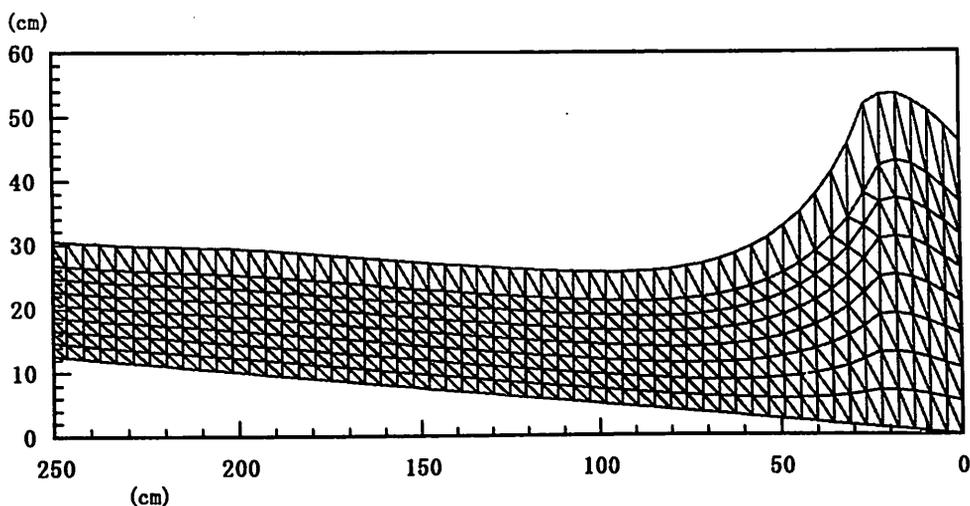
a) 計算条件

本解析手法 (BFC 法) の計算精度を検証するために、一様斜面上での砕波変形過程を対象に 2 次元の計算を行い、室内水槽実験での結果と比較を行う。入射波の条件は表 2-2 に示すケース 2 の巻き波砕波が生じる条件であり、また計算の初期条件としては、同様の入射条件を用いた滝川ら¹¹⁾の FEM による砕波直前の速度の計算結果を用いる。

図 3-7 の (a) に BFC 法の初期計算格子を、また、(b) に FEM の計算格子を示す。両図より分かるように、FEM と BFC 法では計算格子が異なるため、BFC 用に計算データを補間して用いる必要があるが、この一連の操作はコンピューター上で直接行っている。ここで、格子分割数は、FEM が x 方向に 56 分割、 y 方向に 8 分割で、BFC 法が x 方向 125 分割、 y 方向に 20 分割である。また、時間ステップは FEM では 0.035 s、BFC 法が 0.001 s である。



(a) 初期計算格子 (BFC 法)



(b) 計算格子 (FEM)

図 3-7 解析領域と初期計算格子

b) 入射・通過側での境界条件

入射側境界では、逐次 FEM の計算結果を入力していく。ただし、時間ステップが違うため時間勾配を求め、線形補間を行っている。次に岸側の通過境界条件であるが、図 3-7 (a)に示すように本計算では、解析領域に減衰領域を接続させているので、特別な開境界処理は施していない。なお、減衰領域内の初期条件は $u=v=0$ 、圧力は静水圧分布とし、減衰領域長は解析領域長の半分、分割数が 5 で等比数列により格子間隔を決定した。

c) 自由表面での境界条件

まず水表面での運動学的境界条件であるが、ここでは MAC 法にならって水表面上の格子点を次式のようにラグランジュ的に移動させることで満足させる。

$$(x)_{sf}^{n+1} = (x)_{sf}^n + \Delta t \cdot (u)_{sf}^{n+1}, \quad (y)_{sf}^{n+1} = (y)_{sf}^n + \Delta t \cdot (v)_{sf}^{n+1} \quad (3.42)$$

ここで、 x, y はデカルト座標、下付き添え字 sf は自由表面を表す。また Δt は時刻 n と時刻 $n+1$ の時間間隔である。

次に、力学的境界条件においては、自由表面での粘性応力と表面張力を無視し、圧力のポアソン方程式の解法において、自由表面上で圧力を 0 としている。

d) 計算結果

図 3-8 は、計算による $t = 0.02 \sim 0.12$ s の水表面の経時変化を 0.02 s 間隔で表したものである。時間の進行とともに波形が切り立ち、若干ではあるが巻き込みが再現されている。なお、今回は、計算の安定性を維持するために、水表面に対して Longuet-Higgins ら¹¹⁾の数値フィルター(3.43)式により 20 ステップごとに平滑化を行っている。

$$\bar{f}_j = \frac{1}{16} (-f_{j-2} + 4f_{j-1} + 10f_j + 4f_{j+1} - f_{j+2}) \quad (3.43)$$

ここでは、 f として水表面における y 座標を用いた。

図 3-9 は $t = 0.05$ s での流速ベクトルの分布を示す。定性的な性質は可視化実験の結果とよく一致している。そこで、計算結果の定量的な精度を検証するために、図中の A 断面で、水平方向流速の鉛直分布について、レーザー流速計および画像解析の結果と比較を行った。その結果を図 3-10 に示す。

図中の黒丸はレーザー流速計、点線は画像解析、実線は BFC 法による計算結果である。流速値を比較してみると、静水面下において若干の相違が認められるものの、計算結果は計測結果と比較的よく一致している。なお、波峰高さが実験値と計算値で若干異なるのは、実験の波峰高さは 20 波の位相平均として求めていることが原因である。

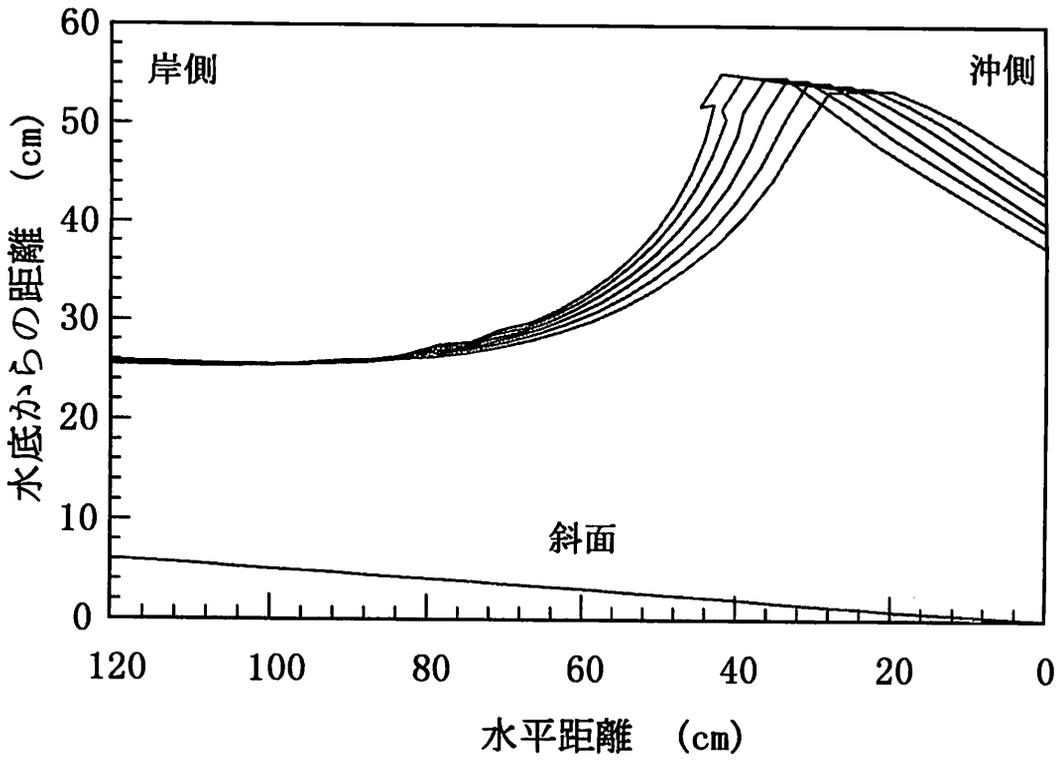


図 3-8 水表面の経時変化

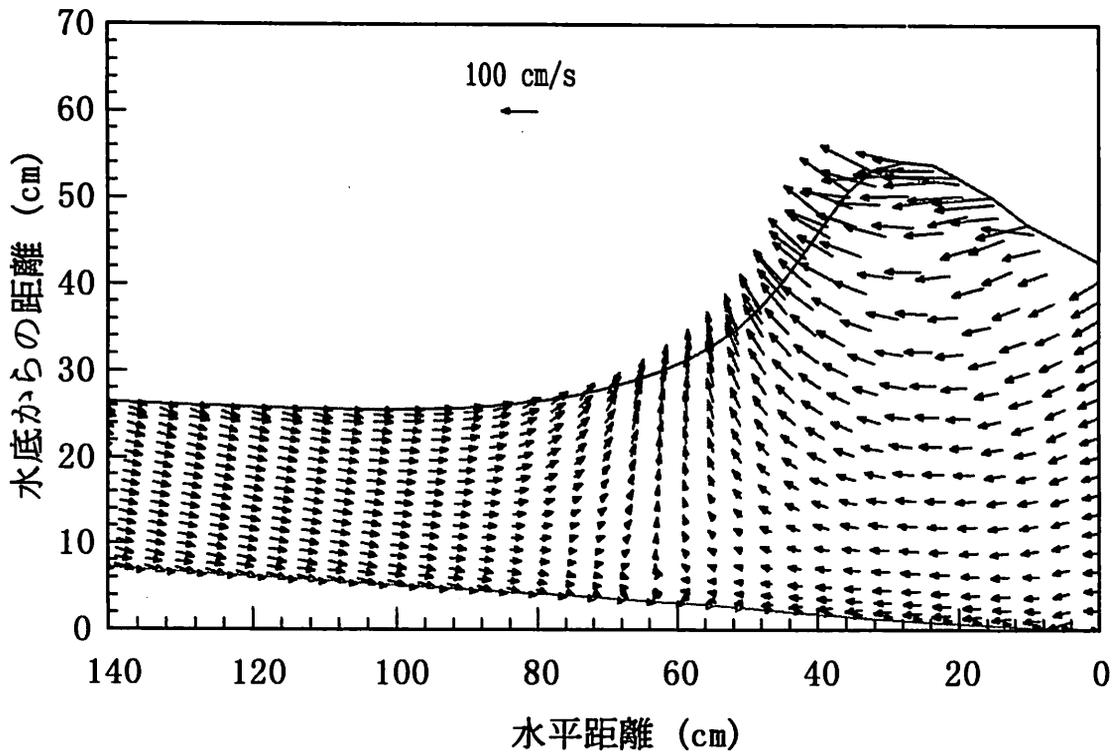


図 3-9 流速ベクトル分布 ($t=0.05$ s)

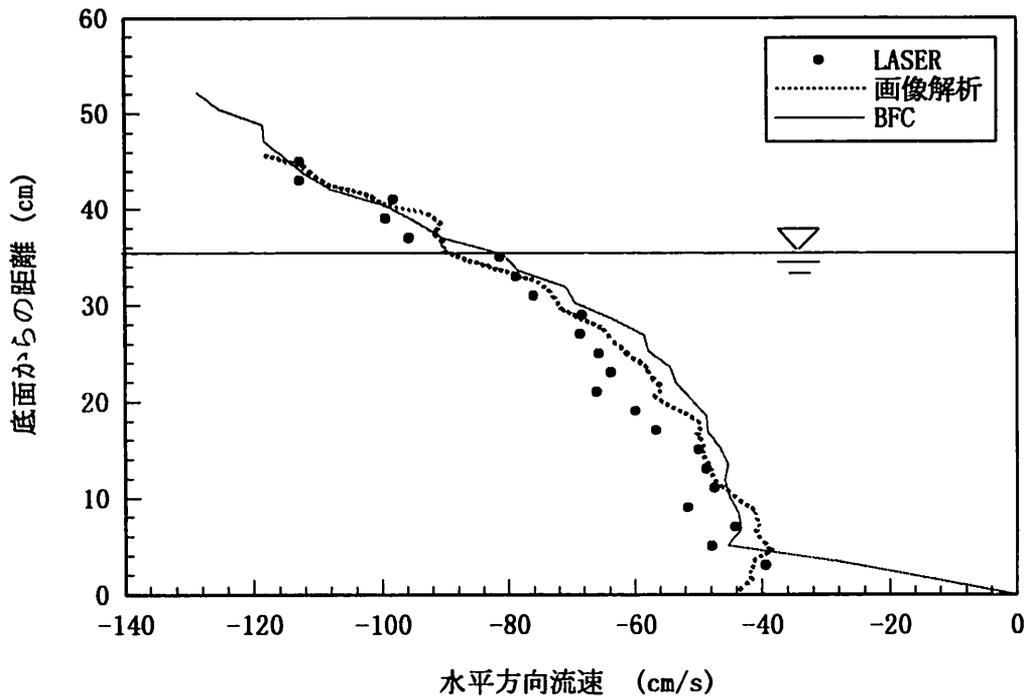
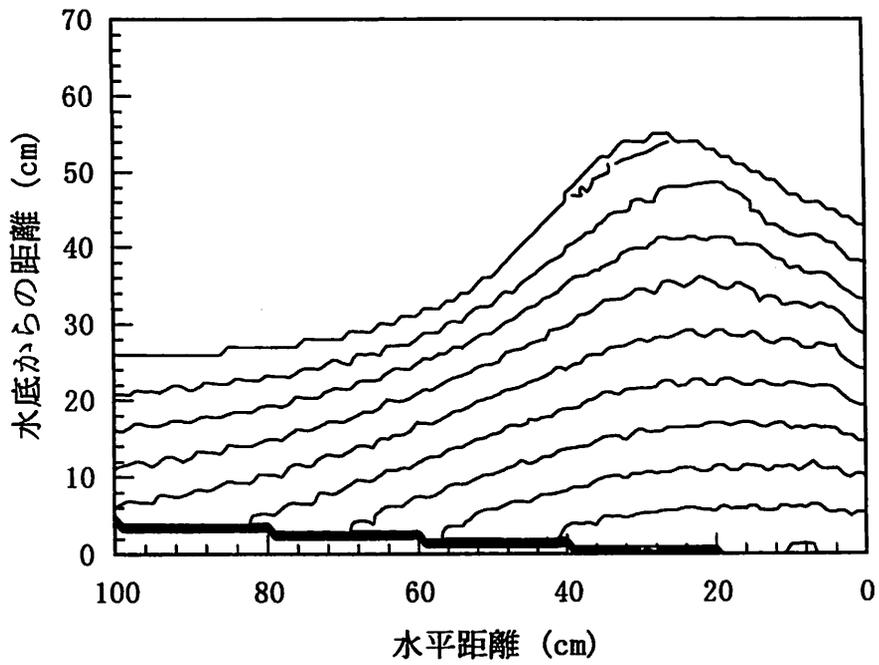


図 3-10 水平方向流速の鉛直分布の比較

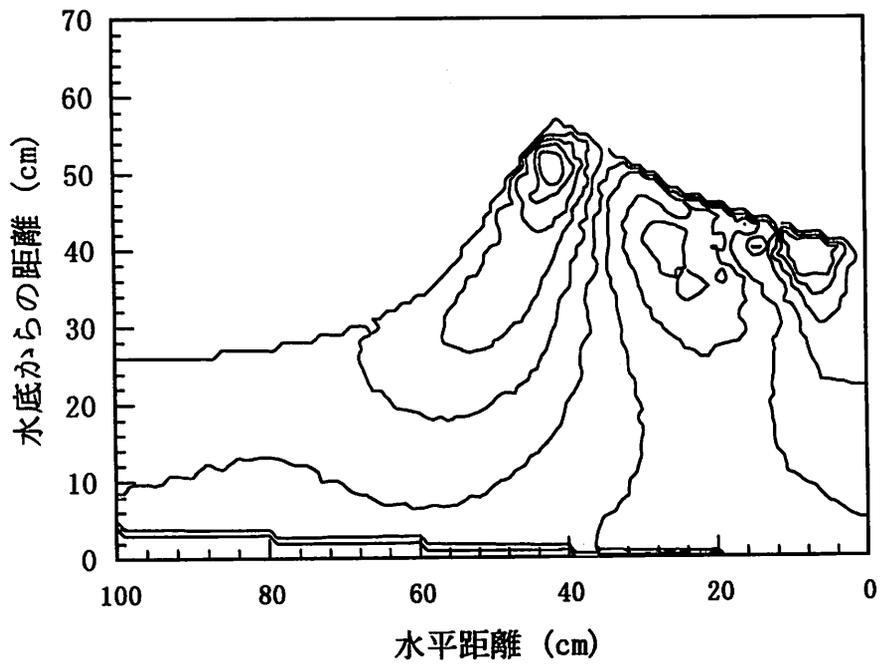
次に、圧力の空間分布の時間変化を図 3-11 に示す。(a)は $t = 0.05 \text{ s}$ の計算結果、(b)は $t = 0.08 \text{ s}$ の計算結果であり、ここでの圧力分布には静水圧も含めている。両図を比較すると、波の進行にともない、波峰部において圧力が極値を持つようになり、圧力が異常な分布を示している。

非圧縮性流体の数値解析においては、レギュラー格子を用いると、圧力振動が発生し、計算が不安定になることが知られている。これは、レギュラー格子を用い、コントロール・ボリュームの界面で運動方程式を離散化した時、圧力勾配項は隣り合った格子点間ではなく、一つおきの格子点間の差で表現される。つまり、任意の格子点 x での運動量の算定にその点の圧力が一切寄与せず、さらに、一つおきに等しい値を取るジグザグな圧力分布であっても一様な圧力場のように認知してしまうためである。

この圧力場の異常を改善するには、それぞれの変数を半メッシュずらして定義するスタガード格子を用いることが有効である。そこで、次節において、変数配置をスタガード格子に変え、物理速度を未知量にした解析手法を示す。



(a) $t = 0.05 \text{ s}$



(b) $t = 0.08 \text{ s}$

図 3-11 圧力の空間分布の経時変化

第3節 スタガード格子を用いた BFC 法の解析精度向上

(1) 基礎方程式の離散化

本節では、圧力振動を防ぎ、解析精度を向上させるため、変数配置は速度と圧力を半メッシュずらした点で定義するスタガード格子を用いる (図 3-12)。また、N-S 方程式の従属変数には、デカルト座標系の物理速度 (u, v) と反変速度 (U, V) の両方を用いて定式化を行う。ここで、物理面 (x, y, t) での基礎方程式である連続の式と N-S 方程式(3.15)~(3.17)を、写像面 (ξ, η, τ) において以下のように変換する。

$$\frac{\partial(JU)}{\partial\xi} + \frac{\partial(JV)}{\partial\eta} = 0 \quad (3.44)$$

$$u_\tau + (U + \xi_t)u_\xi + (V + \eta_t)u_\eta = -\frac{1}{\rho}(\xi_x p) - \frac{1}{\rho}(\eta_x p) + \nu\Delta u + g_x \quad (3.45)$$

$$v_\tau + (U + \xi_t)v_\xi + (V + \eta_t)v_\eta = -\frac{1}{\rho}(\xi_y p) - \frac{1}{\rho}(\eta_y p) + \nu\Delta v + g_y \quad (3.46)$$

ここで、 $\Delta u, \Delta v$ は粘性項であり、変数 ϕ に対して次式となる。

$$\Delta\phi = \frac{\alpha}{J^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2} - \frac{2\beta}{J^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial\xi\partial\eta} + \frac{\gamma}{J^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2} + D \frac{\partial\phi}{\partial\xi} + E \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \quad (3.47)$$

また、 $D = \xi_{xx} + \xi_{yy}$, $E = \eta_{xx} + \eta_{yy}$ 、 U, V は反変流速である。

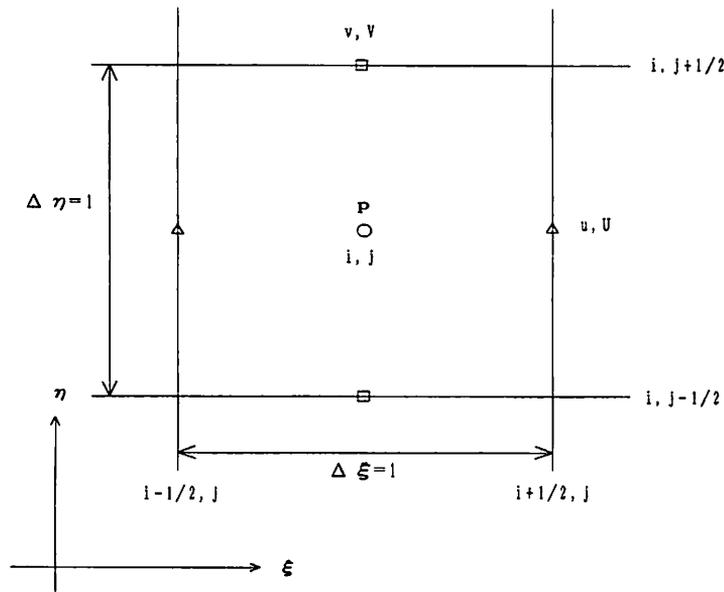


図 3-12 変数配置 (スタガード格子)

(2) 自由表面での境界条件の改良

a) 表面張力を考慮した力学的境界条件

自由表面流れの数値計算上の特徴は境界条件にあり、通常の固定壁では速度が規定されるのに対して、自由表面上では圧力とせん断応力が規定される。その結果、自由表面の形状が流れに応じて変化する移動境界問題となる。前節においては、力学的境界条件として、自由表面での粘性応力と表面張力を無視したが、ここでは計算精度を向上させるために、表面張力を考慮し、より厳密に力学的境界条件を課す。

図 3-13 に示すように、自由表面における単位法線ベクトル n と単位接線ベクトル t を定義する。

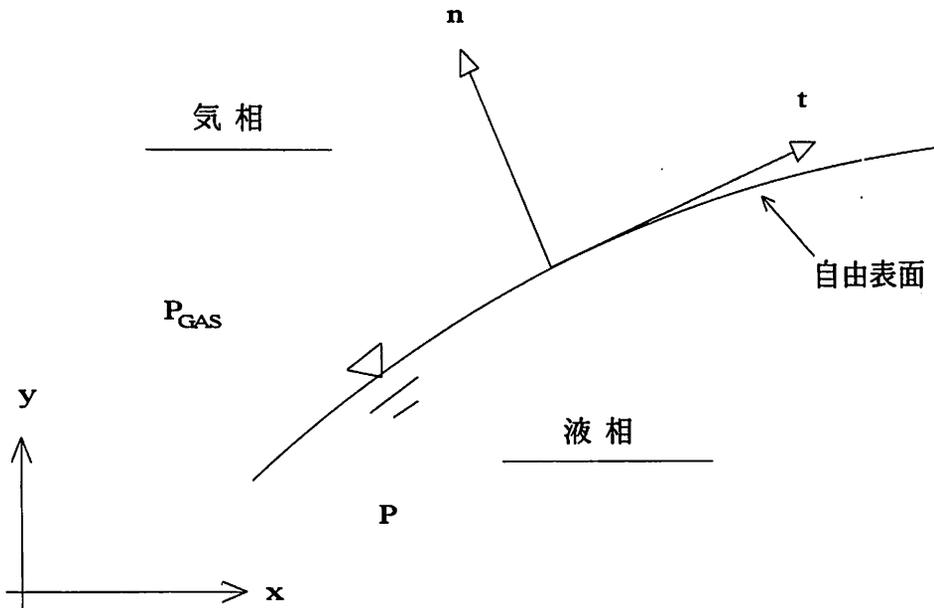


図 3-13 自由表面での単位方向ベクトル

自由表面では通常、気相の圧力およびせん断力が指定され、自由表面における液相側の法線応力および接線応力がこれらにより定まる。そこでまず、自由表面における法線応力 τ_n と接線応力 τ_t を求める。デカルト座標系における応力テンソルを T とすると、

$$\tau_n = n^T T n, \quad \tau_t = t^T T n \quad (3.48)$$

ただし、

$$n = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \begin{bmatrix} -y_\xi \\ x_\xi \end{bmatrix}, \quad t = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \begin{bmatrix} x_\xi \\ y_\xi \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$T = \begin{bmatrix} -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

ここで、上付き添字 T は転置行列を表す。

よって、自由表面における法線応力 τ_n と接線応力 τ_t は次式のようにになる。

$$\tau_n = -p + \frac{2\mu}{\gamma} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} y_\xi^2 + \frac{\partial v}{\partial y} x_\xi^2 - \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) x_\xi y_\xi \right\} \quad (3.51)$$

$$\tau_t = \frac{1}{\gamma} \left\{ \mu (x_\xi^2 - y_\xi^2) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2\mu x_\xi y_\xi \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} \quad (3.52)$$

ここで、気相が静止しているとして、自由表面でのせん断応力を 0 とする。また、図 3-14 に示すように、気相側の圧力を p_{GAS} として、表面張力係数 σ と自由表面の曲率 κ による圧力差を考慮すると、(3.51)、(3.52)式は(3.53)、(3.54)式となる。

$$\tau_n = -p_{GAS} + \sigma \kappa \quad (3.53)$$

$$\tau_t = 0 \quad (3.54)$$

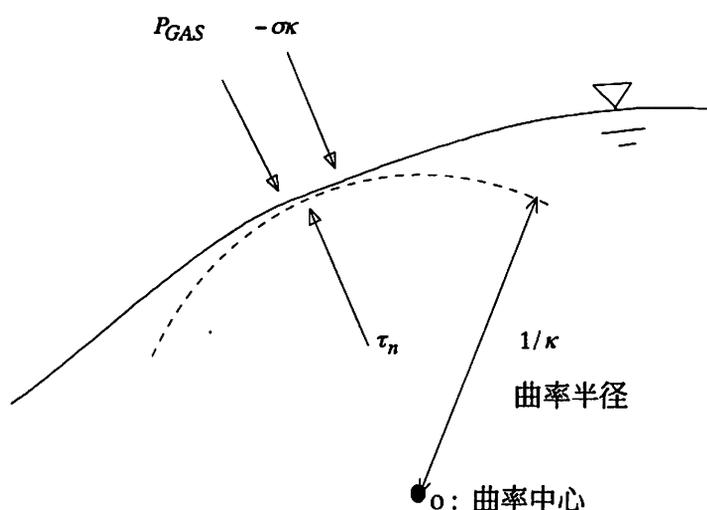


図 3-14 自由表面における応力条件

よって、界面における法線応力および接線応力のつり合いは次式となる。

$$P = -\frac{\sigma}{\rho} \kappa + \frac{2\gamma}{\gamma} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} y_{\xi}^2 + \frac{\partial v}{\partial y} x_{\xi}^2 - \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) x_{\xi} y_{\xi} \right\} \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2\mu x_{\xi} y_{\xi}}{(x_{\xi}^2 - y_{\xi}^2)} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.56)$$

ただし、 $P = (p - p_{GAS}) / \rho$ 、 ρ は水の密度である。

また、今回の計算では、 $\rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$ 、 $\frac{\sigma}{\rho} = 0.072 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}$ とし、(3.54)式の右辺第2項

の界面における粘性応力の法線方向成分は小さいものとして無視した。

b) 自由表面の曲率の算定方法

次に、自由表面における曲率の算定方法について述べる。図3-15にその概念図を示す。

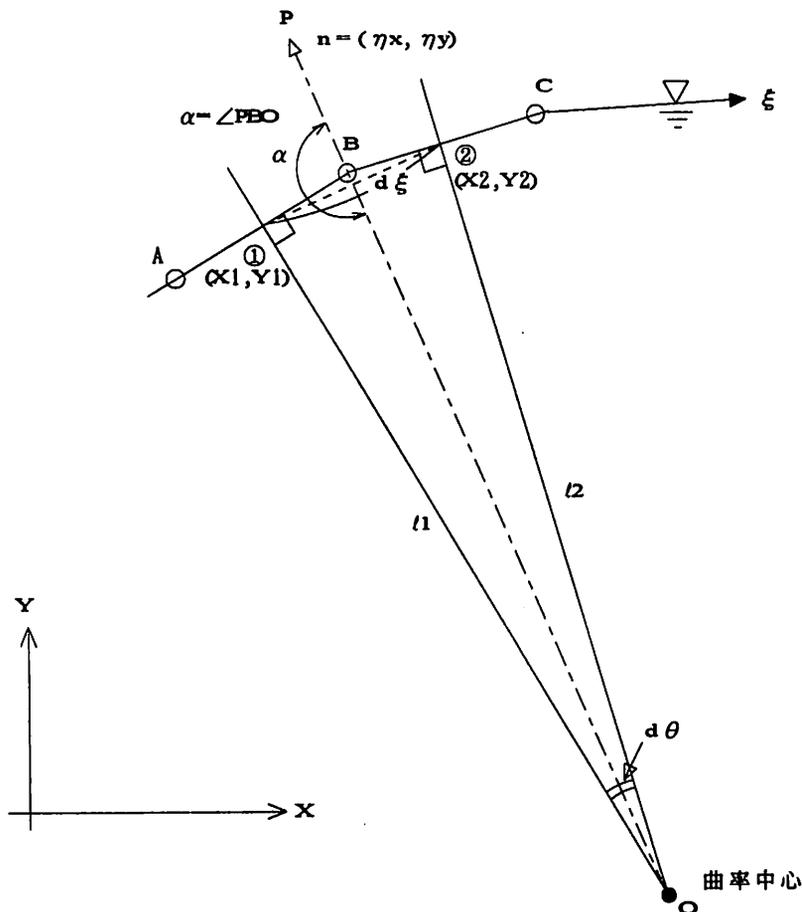


図3-15 自由表面での曲率の算定

図中の白丸の点は、自由表面上での計算格子の界面の点を表し、本計算手法では、この点において自由表面の曲率を求めている。ここでは点Bを対象として説明する。点①、②はそれぞれ線分 \overline{AB} 、 \overline{BC} の中点であり、座標を $(X1, Y1)$ 、 $(X2, Y2)$ とする。点①、②より垂線を引き、その交点を点Oとすると、近似的に点Oは点Bの曲率中心と見なすことができる。そこで、 $\overline{①②} = d\xi$ 、 $\overline{①O} = l_1$ 、 $\overline{②O} = l_2$ 、 $\angle ②O① = d\theta$ と置き、次式によって曲率 κ を求める。

$$\kappa \cong \frac{d\theta}{d\xi} \quad (3.57)$$

ここで、 $d\xi = \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2}$ 、 $d\theta = \sin^{-1}\left(\frac{d\xi/2}{l_1}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{d\xi/2}{l_2}\right)$

また、曲率の符号は、点Bの外向き法線ベクトル $n = (\eta_x, \eta_y)$ と曲率中心点Oとのなす角度 α を計算し、以下の様に判定した。

もしも、 $\alpha < 90^\circ$ 点Bでの自由表面形状は凹として、マイナス (-)
 $\alpha \geq 90^\circ$ 点Bでの自由表面形状は凸として、プラス (+)

(3) 計算手法の改良

a) 自由表面近傍での流速の取扱い

自由表面では、計算領域の外側まで参照点が広がるが、第2節の計算手法ではそれらについて何ら考慮していなかった。そこで、本節では、解析領域の外側に仮セルを設け、仮セル内での速度を考慮することで、計算精度の向上を行う。また、仮セルを用いると、境界においても流体内部と同じ処理が可能となるため、プログラミングが容易となる。

自由表面より上の仮セル内の水平流速は、力学的境界条件を表す (3.56)式 を計算面に座標変換し、次式の u_η より算定する。

$$\left(x_\xi + \frac{2x_\xi y_\xi}{x_\xi^2 - y_\xi^2}\right) u_\eta = x_\eta u_\xi - (y_\eta v_\xi - y_\xi v_\eta) + \frac{2x_\xi y_\xi}{x_\xi^2 - y_\xi^2} (y_\eta u_\xi + x_\eta v_\xi - x_\xi v_\eta) \quad (3.58)$$

なお、N-S 方程式の解法で必要となる仮セル内の鉛直方向流速については、次式で外挿している。

$$\frac{\partial^3 v}{\partial \eta^3} = 0 \quad (3.59)$$

b) 自由表面の計算の安定化手法²⁸⁾

上記のような改良を施して数値計算を行ったとしても、自由表面上の点をラグランジュ的に移動させるために種々の問題が生じ、長時間の計算が実行できない場合がある。この問題に対処するためには何らかの技法を導入する必要がある。本研究では、

- ① 平滑化技法 (スモージング)
- ② 節点再配置技法 (リゾーニング)

の2つを導入し、これらの問題点を改善する。

①は、ラグランジュ的に移動させて得られた自由表面の形状に見られる“鋸の刃”状の数値的不安定性を取り除き、自由表面の形状を平滑化するもので、既に2節で述べた Longuet-Higgins ら¹¹⁾の数値フィルター式(3.43)を使用する。②は自由表面の変形が大きくなり、その形状が複雑になるにしたがって、自由表面上に配置した格子点が集中するために起こる計算格子の歪等を防ぐために、リゾーニングと呼ばれる格子点の再配置を行うものである。ここでは、試行錯誤的に以下のような再配置基準を設けた。つまり、「自由表面上において、格子間距離が最大であるのもと、最少であるものとの比が 0.3 を超えたら、その時間での自由表面の形状を考慮し、格子点間隔を等間隔に再配置する。

(4) 適用計算例

a) 矩形容器内の孤立波の振動解析

まず、本計算手法の安定性を検証するために、矩形容器内の孤立波の振動解析を行う。容器の形状は、長さ 10 m、深さ 1.0 m であり、水面の初期形状は図 3-16 に示すように、左壁で最大値、右壁で最小値を取るような半 cosine 曲線で与え、初期状態において、流体は静止しているものとしている。解析領域の分割数は x 方向に 30、y 方向に 10 分割とし、計算時間間隔は 0.01 s とした。

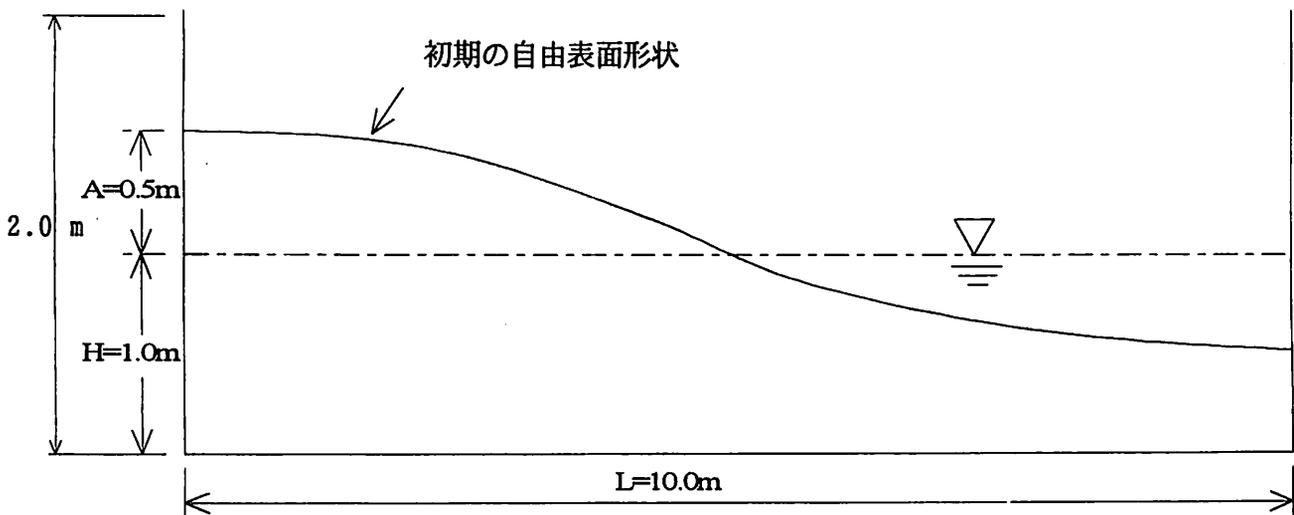


図 3-16 矩形容器内の孤立波の振動解析

図3-17は、初期状態から10 s間の水表面形状の経時変化を表している。初期状態において半 cosine 曲線であった自由表面形状は、時間の進展とともに孤立波の形態へと移行するが、自由表面の形状は、長時間にわたって安定に計算が行われている。

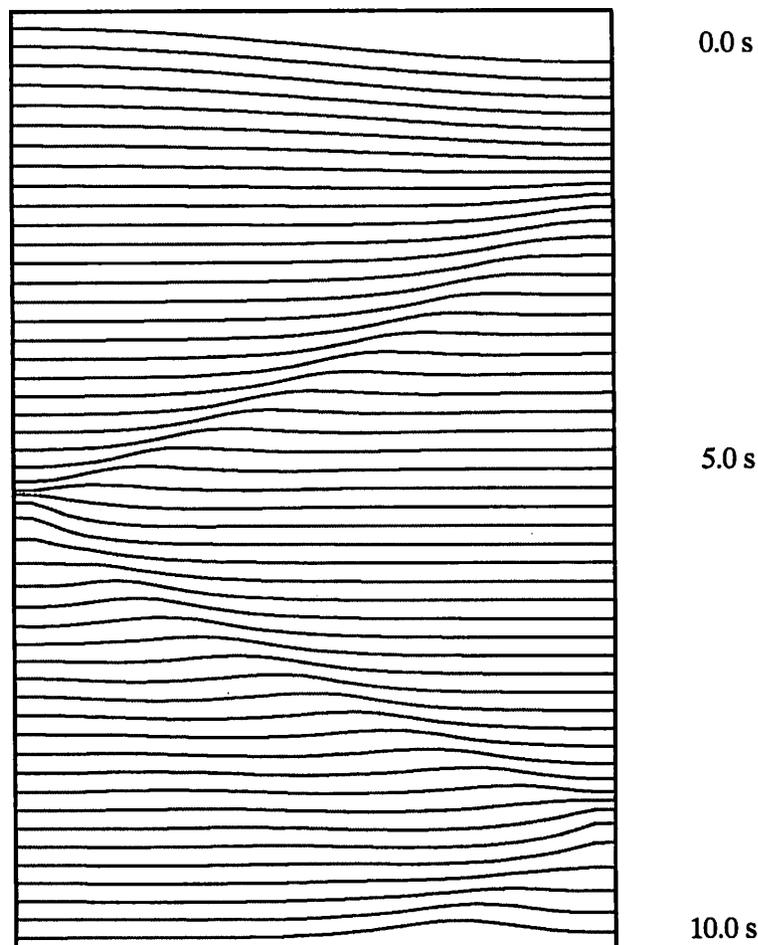
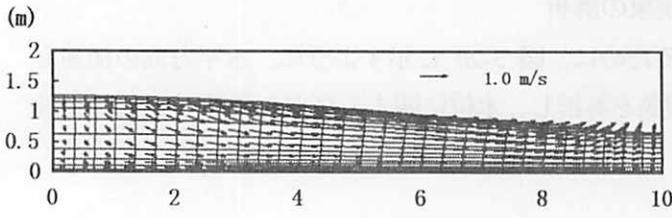


図 3-17 水表面形状の経時変化

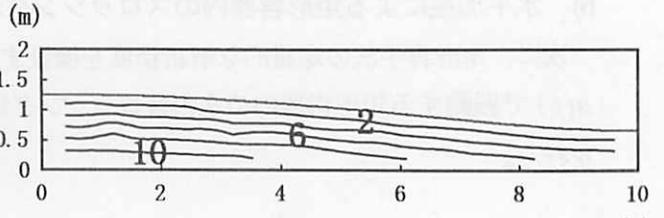
そこで、流体内部の流況と圧力場を時系列で示したものが、図3-18、3-19である。

図3-18は、流速分布と格子変形状況を1.0 s間隔で示している。左側部の水面が自由落下するとともに、右側へ伝播する波が2.0 s後に右壁に衝突し、左側へと伝播方向を変えた自由表面の運動は、3.0 s付近で孤立波の運動形態へと移行している。その孤立波は加速しながら伝播し、左壁へ再度衝突し、また伝播方向を変える。このような状況においても、流速場や格子分布は安定に計算されていることが示されている。

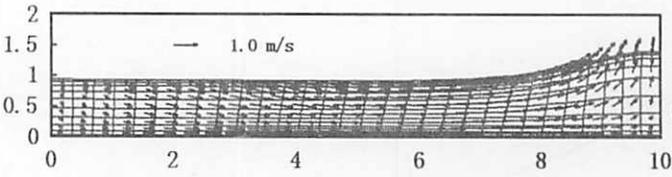
図3-19は、図3-18と同時刻における圧力 (P/ρ) の空間分布を示している。ここで圧力の単位は $N \cdot m$ である。流速場などと同じように、計算を通じて圧力場も安定しており、振動などは見られない。これらの結果より本計算手法の安定性を確認した。



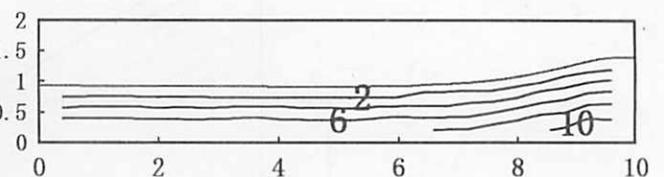
(a) $t = 1.0 \text{ s}$



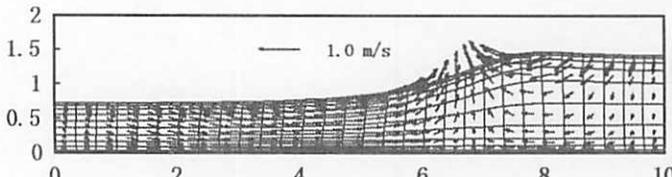
(a) $t = 1.0 \text{ s}$



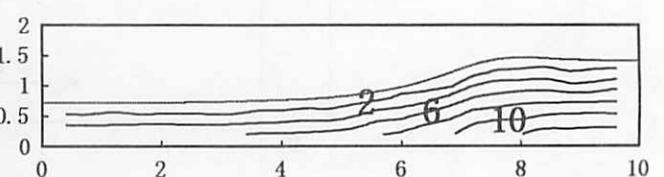
(b) $t = 2.0 \text{ s}$



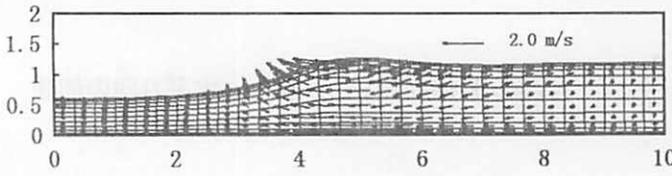
(b) $t = 2.0 \text{ s}$



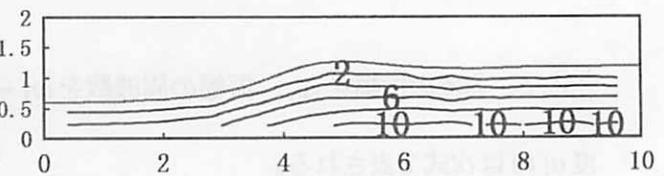
(c) $t = 3.0 \text{ s}$



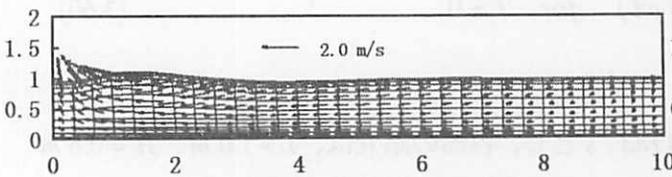
(c) $t = 3.0 \text{ s}$



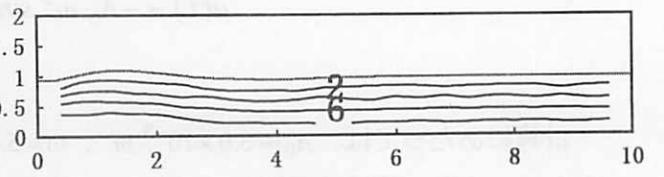
(d) $t = 4.0 \text{ s}$



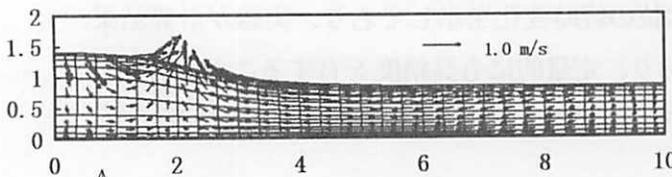
(d) $t = 4.0 \text{ s}$



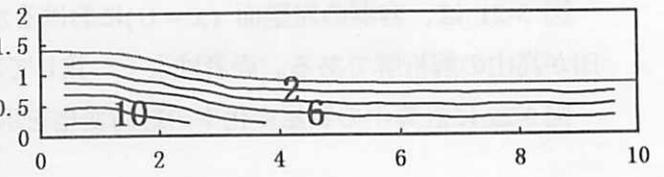
(e) $t = 5.0 \text{ s}$



(e) $t = 5.0 \text{ s}$



(f) $t = 6.0 \text{ s}$



(f) $t = 6.0 \text{ s}$

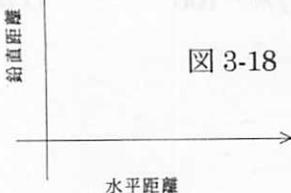


図 3-18 流況と格子分割状況

図 3-19 圧力分布 (P/ρ : 単位 $N \cdot m$)

b) 水平加振による矩形容器内のスロッシング現象の解析

次に、本計算手法の定量的な解析精度を検証するために、図 3-20 に示すように、水平方向の加速度 $a(t)$ で振動する矩形容器内の水のスロッシング現象を解析し、水位に関する高山の解析解²⁹⁾との比較を行う。

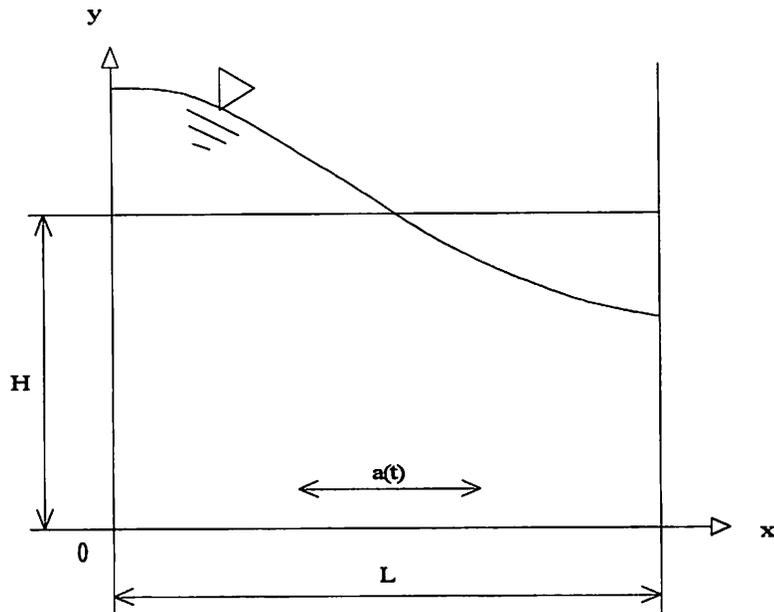


図 3-20 水平加振による矩形容器内のスロッシング現象

ここで、容器の振幅を A_0 、振幅の周波数を $\omega (= \frac{2\pi}{T}, T: \text{容器の振動周期})$ とすると、水平方向の加速度 $a(t)$ は次式で表される。

$$a(t) = -A_0 \omega^2 \sin(\omega t) \quad \text{for } t \geq 0 \quad (3.60)$$

計算にあたっては、 $A_0 = 5.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 、 $\omega = 5.4 \text{ rad/s}$ とし、容器の諸元は、 $L = 1.0 \text{ m}$ 、 $H = 0.6 \text{ m}$ とした。また、格子分割は x 方向に 12 分割、 y 方向に 20 分割、計算時間間隔は $\Delta t = T/100 \text{ s}$ とし、初期状態では水は静止しているものとして扱った。

図 3-21 は、容器の左壁面 ($x = 0$) における水位の経時変化を示しており、実線が計算結果、 \times 印が高山の解析解である。両者はよく一致しており、定量的にも高精度を有することが分かる。

図 3-22 に計算中の質量変化率の経時変化を示す。ここで、質量変化率は次式で求めた。

$$\text{質量変化率 (\%)} = \{ (\text{ある時刻の質量} - \text{初期質量}) / (\text{初期質量}) \} \times 100 \quad (3.61)$$

なお、図 3-2 に示したようにヤコビアンは物理面での計算格子の面積に相当するので、ここではセル中心で定義されたヤコビアン の総和を質量として、質量変化率を算定した。

図より、本計算手法は質量変化率が小さく、質量保存性にすぐれていることが示されている。

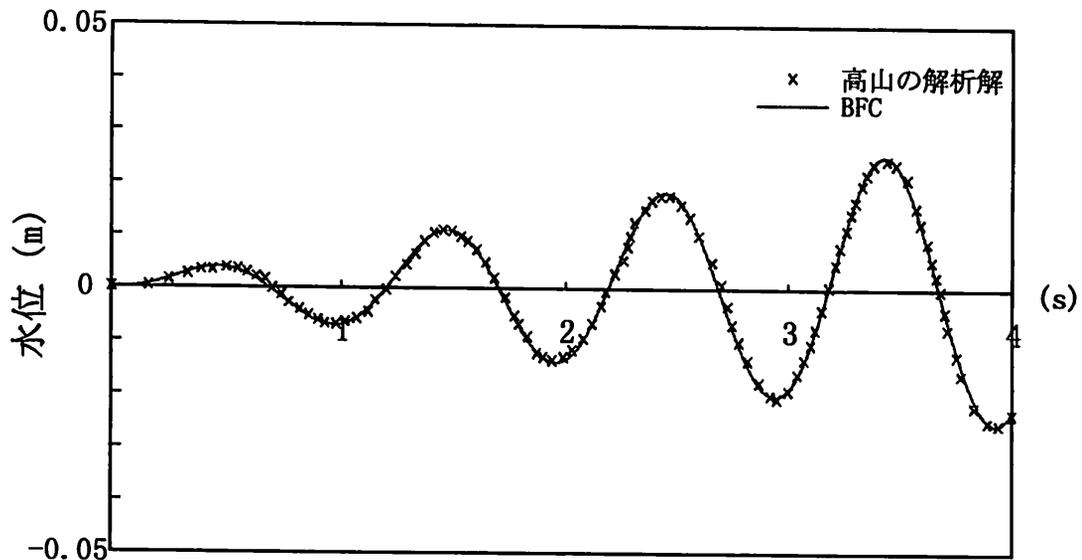


図 3-21 左壁面での水位の経時変化

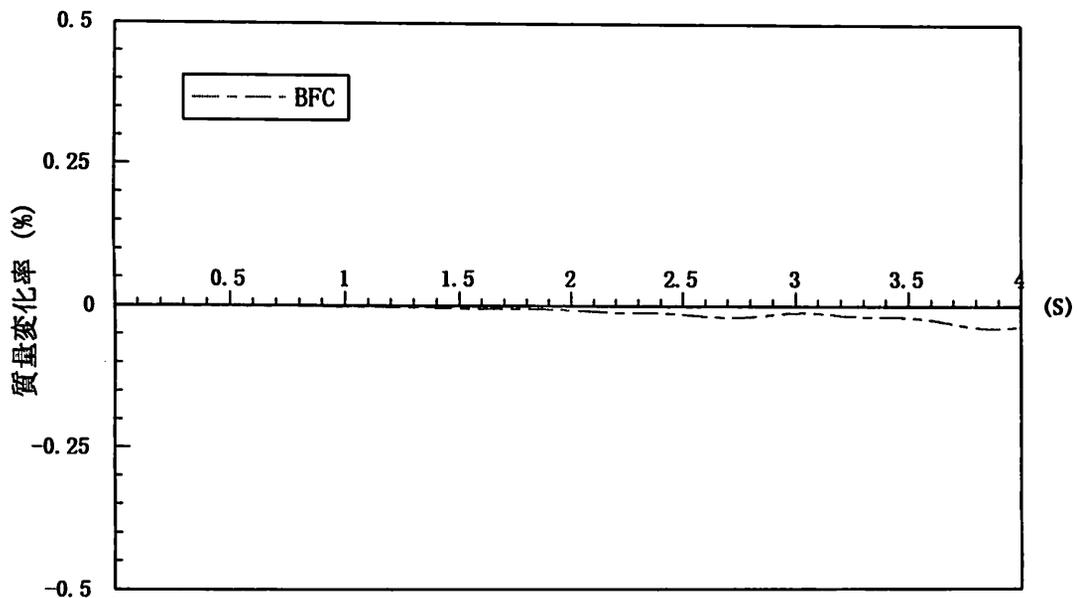
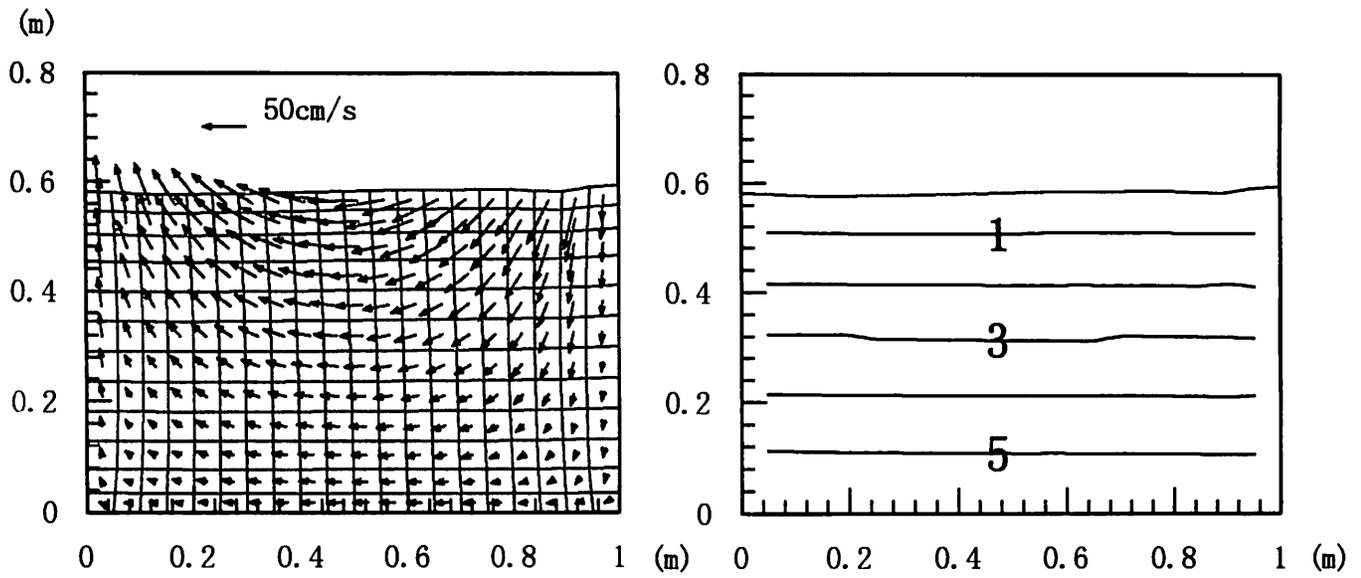


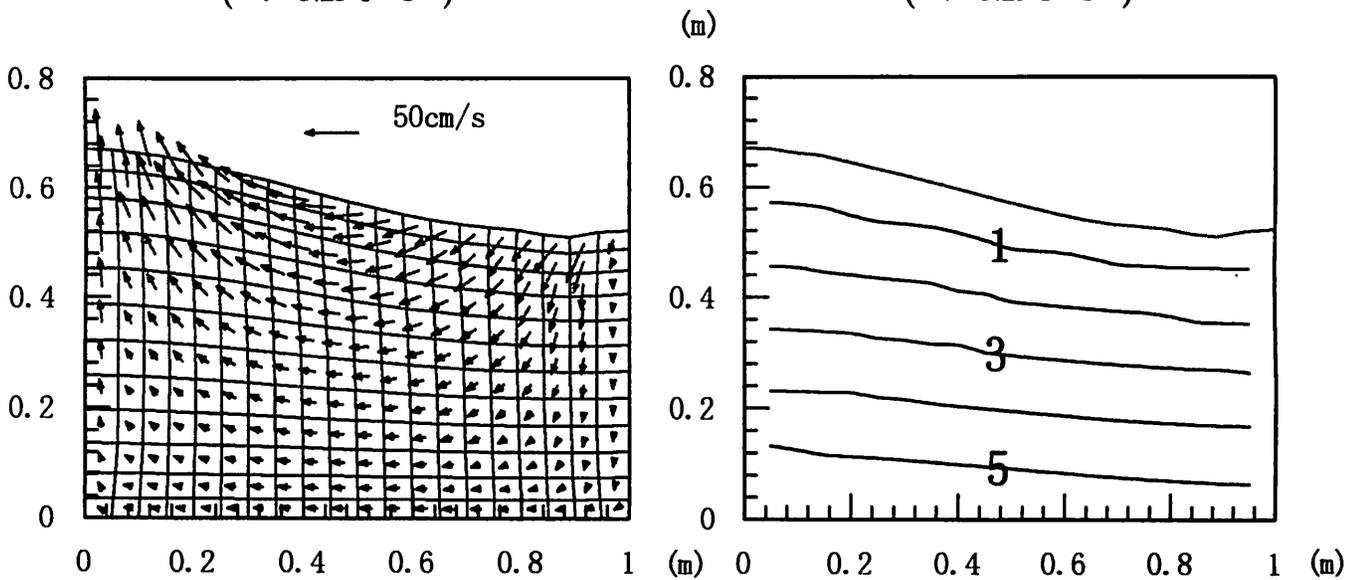
図 3-22 質量変化率の経時変化

図 3-23 は、 $t = 5.25T$ s、 $5.40T$ s における流速分布と格子分割状況および圧力分布を示している。時間とともに水位変動は増加し、重複波へと運動形態が移行するが、計算を通じて流速分布と格子分割状況および圧力分布は安定して計算されていることが示されている。これらの結果より、本計算手法の有効性が示された。



a) 流速分布と格子分割状況
($t = 5.25 T s$)

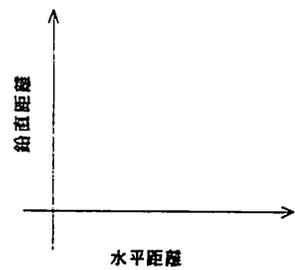
b) 圧力分布 (単位: $N \cdot m$)
($t = 5.25 T s$)



c) 流速分布と格子分割状況
($t = 5.40 T s$)

d) 圧力分布 (単位: $N \cdot m$)
($t = 5.40 T s$)

図 3-23 計算結果



1. 自由表面が巻き込むまでは、水位最高点 (A) を判定し、入射点～水位最高点のリゾーニング限界比 (CR_{ip}) を 0.3、水位最高点～通過側のリゾーニング限界比 (CR_{out}) を 0.05 とし、その値を超えたら、それぞれの区間で別個に、その時間での自由表面の形状を考慮し、格子点間隔を等間隔に再配置する。
2. 自由表面に巻き込みが生じると、オーバーハング点 (B) を基準に変え、入射点～オーバーハング点のリゾーニング限界比 (CR_{ip}) を 0.3、オーバーハング点～通過側のリゾーニング限界比 (CR_{out}) を 0.05 とし、1. と同様の処理を施す。

図 3-25,3-26 に計算による自由表面および格子分割状況の経時変化を示す。

図 3-25 は、初期状態 ($t = 0.0 \text{ s}$) から $t = 0.22 \text{ s}$ までの自由表面形状であり、レギュラー格子を用いた解析よりも 0.10 s 程長く安定に計算が進展していることがわかる。また、時間の進行とともに波形が切立ち、 $t = 0.20 \text{ s}$ で巻き込みが形成されている。現状のビデオ再生時間間隔は $1/30$ 秒であるので、同時刻の実験状況を掲載できないが、レギュラー格子での解析結果よりも実験状況により近づいていることを目視により確認した。また、巻き込みの形成時刻も、後ほど示す SMAC 法の解析結果と一致する。

図 3-26 は $t = 0.05 \text{ s}$ から $t = 0.20 \text{ s}$ までの格子分割状況を 0.05 s 間隔で示したものである。計算過程で格子生成が自動的に行われていることを示している。しかし、巻き込みが発達すると計算格子の歪が波峰前面で顕著となり、座標変換が困難となり計算が発散する。そのため、 $t = 0.2 \text{ s}$ 付近の巻き込みの初期形成段階までが構造格子を用いた解析の限界と考えられる。

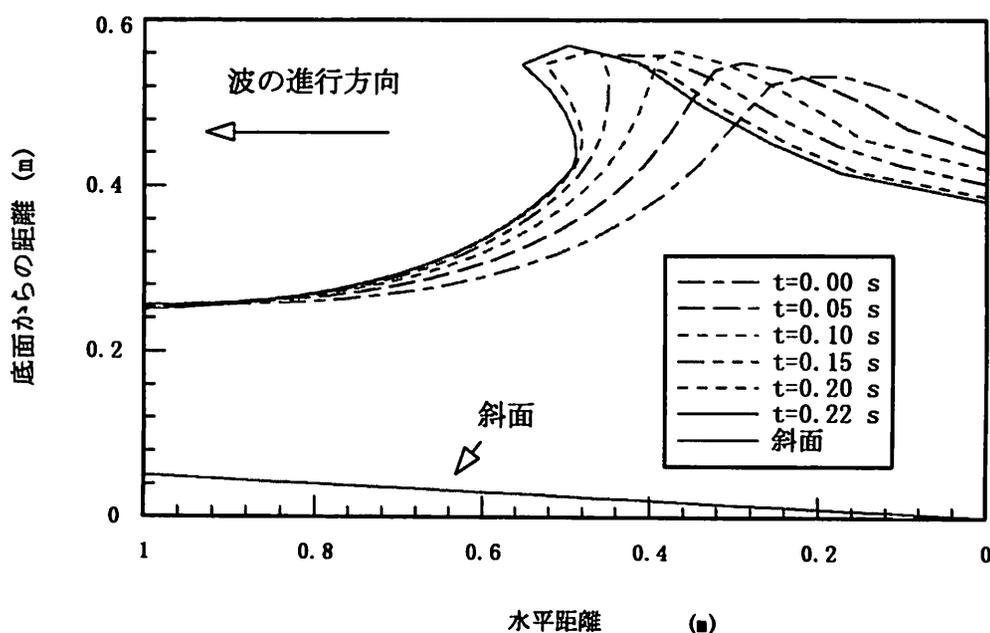


図 3-25 自由表面の経時変化

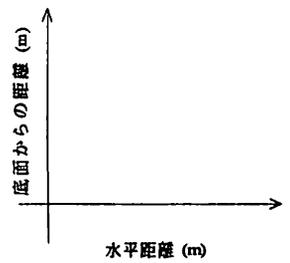
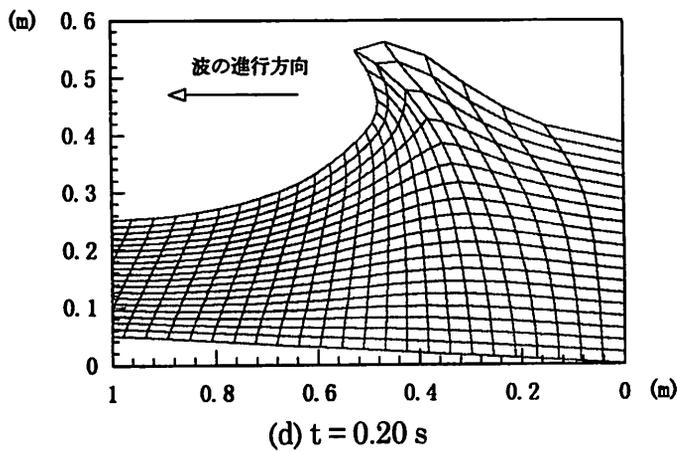
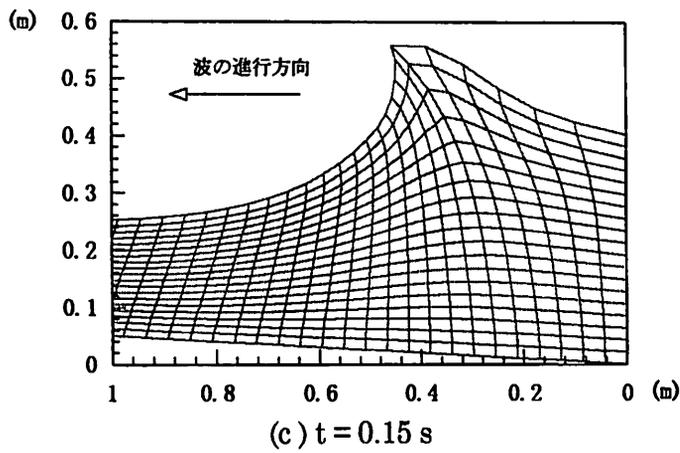
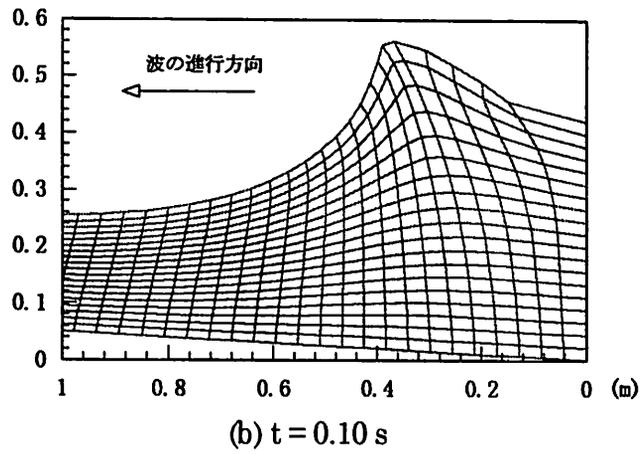
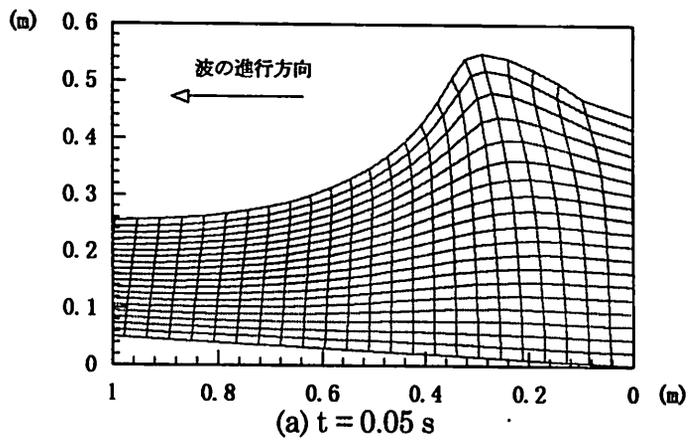


図 3-26 格子分割状況

図3-27に圧力の空間分布の時間変化を示す。(a)は $t = 0.05$ s の計算結果、(b)は $t = 1.00$ s の計算結果、(c)は $t = 0.22$ s の計算結果であり、ここでは圧力に静水圧も含めており、単位は $N \cdot m$ である。図より、スタガード格子を用いることで、レギュラー格子で顕著に表れた圧力場の異常は見られず、圧力場も安定に計算出来ていることが示されている。

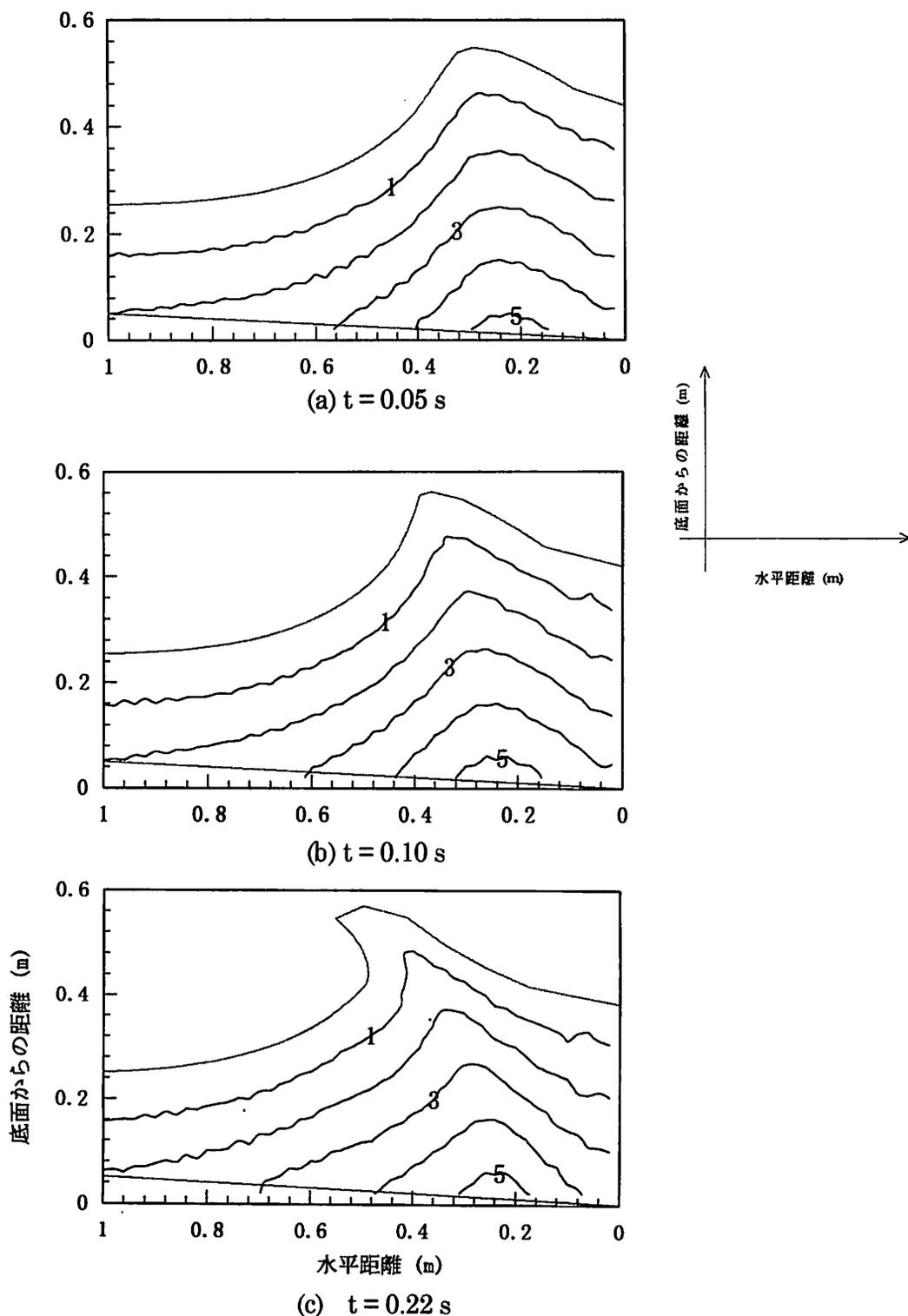


図3-27 圧力の空間分布 (P/ρ 単位: $N \cdot m$)

次に、流速の計算結果の定量的な精度を検証するために、図 3-12 と同様に、水平方向流速の鉛直分布について、レーザー流速計、画像解析およびレギュラー格子での結果と比較を行った。その結果を図 3-28 に示す。

図中の黒丸はレーザー流速計、点線は画像解析、破線はレギュラー格子による計算結果、実線がスタガード格子を用いた計算結果である。レギュラー格子の結果と比較すると、特に静水面下において計算精度の向上が見られ、計測結果ともよく一致している。

図 3-29 はスタガード格子を用いて計算した波峰下の水平方向流速の鉛直分布を時系列で示したものである。通常、砕波点（波面が垂直に切立つ点）の波速 c は、そこでの水深 h と水面変動量 η を用いて次式で評価される。

$$c = \sqrt{g(h + \eta)} \quad (3.62)$$

このケースでは、波面が垂直に切立つ時刻は $t = 0.15 \text{ s}$ であるので、そこでの値 $h + \eta = 52.5 \text{ cm}$ を用いて式 (3.62)より波速を算定すると、 $c \approx 227 \text{ cm/s}$ となり、計算結果の最大値 (233.2 cm/s) とほぼ一致する。このことは、砕波限界としてよく用いられる、水粒子速度が波速を超えたときに砕波が生じるとした Rankine³⁰⁾の結果と一致するものである。また、波面が切立つにしたがって、自由表面よりもその近傍の流体内部の水平方向流速が卓越するようになり、流体内部から水塊が飛び出し、巻き込みが形成されることもわかり、さらに、砕波後は、巻き込み部分は 300 cm/s 程度の流速で前方で飛び出していることが示されている。

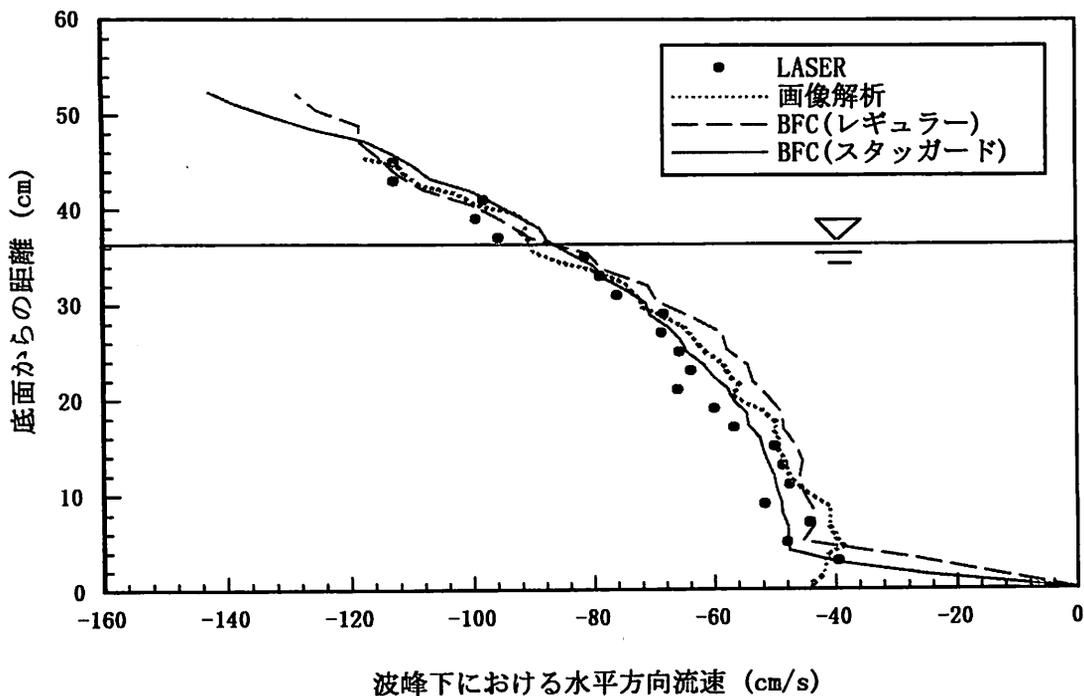


図 3-28 水平方向流速の鉛直分布の比較

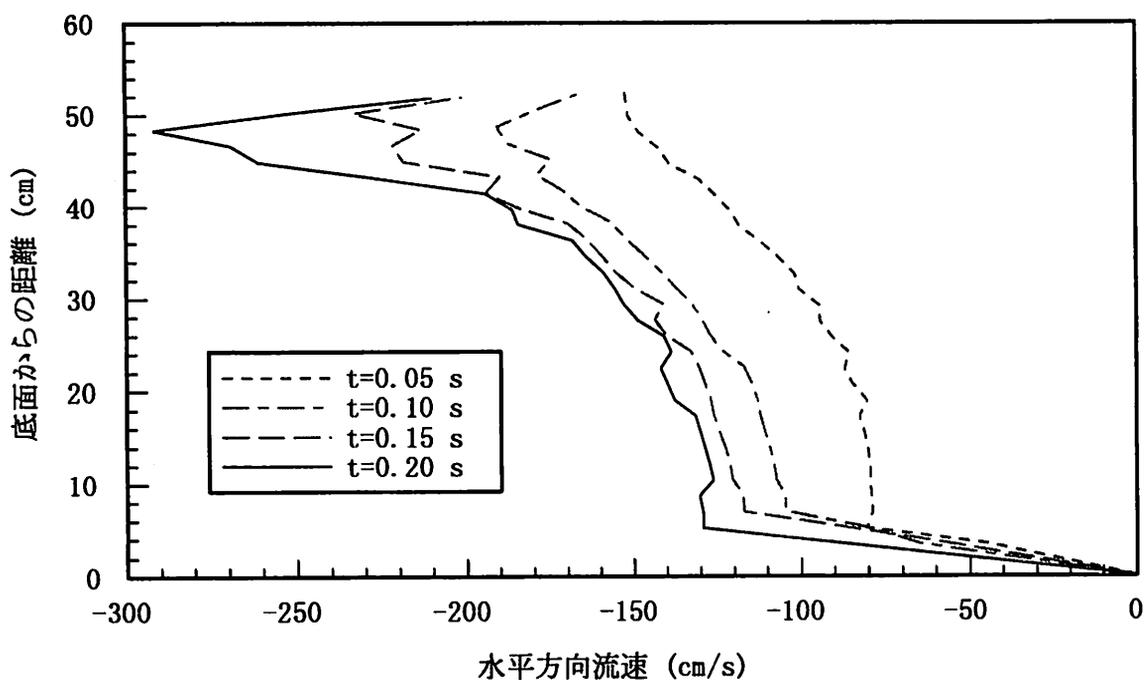


図 3-29 水平方向流速の鉛直分布の経時変化
(波峰下)

第4節 結 言

本章では、任意海底形状での碎波変形過程をその内部特性とともに精度良く解析するために、BFC 法を用いた数値解析手法を開発した。解析手法を示すとともに、適用計算を行い、実験値などとの比較より、計算手法の有効性などについて検討を行った。本章で得られた結果を各節毎に以下に要約する。

第2節では、複雑な自由表面形状や海底形状に対応した解析を行うために、境界適合座標系と数値格子生成法を組み合わせた BFC 法を開発した。本節で得られた結果を要約すると、以下のようになる。

- (1) Steger らの数値格子生成法は、水表面が切り立ち、巻き込みが形成される初期段階までならば、計算機内で自動的に格子生成が可能であることを確認した。
- (2) 変数配置にレギュラー格子を用いて、N-S 方程式を境界適合座標上で離散化するとともに、その計算手法を示した。
- (3) 一様斜面上での巻き波碎波の計算を行い、波形の切り立ちから巻き込みが形成されるまでの変形過程を再現した。また、レーザー流速形や画像解析との比較より流速の計算精度が定量的にも高精度であることを確認した。
- (4) 波変形が進行するにしたがって、圧力振動が顕著になり、計算が発散することがわかった。この要因としては、変数配置や計算格子の歪の増大などが考えられることを指摘した。

第3節では、レギュラー格子で問題となる圧力振動を押さえ、計算の安定化をはかるとともに、計算精度を向上するために、スタガード格子を用いた離散化手法や自由表面条件に表面張力を考慮する手法などを提案した。本節で得られた結果を要約すると、以下のようになる。

- (1) 変数配置にスタガード格子を用いて、N-S方程式を境界適合座標上で離散化手法を示した。
- (2) 自由表面の曲率を算定する手法を示し、自由表面での力学的条件において表面張力を考慮した解析方法を示した。
- (3) 計算の安定化のために、自由表面のスムージングに加え、節点再配置技法を導入した。
- (4) 矩形容器内の孤立波の振動解析より、長時間にわたって計算の安定性を確認し、圧力振動が生じていないことを確認した。
- (5) 水平加振による矩形容器内のスロッシング現象を解析し、水面変動の計算結果を解析解と比較し、計算精度が定量的にも妥当であり、質量保存性にも優れていることを確認した。
- (6) 一様斜面上での巻き波砕波の解析を行い、より実験状況に近い巻き込み状況を再現するとともに、圧力振動などが生じず、レギュラー格子を用いた解析よりも長時間安定に計算が進展することを示した。
- (7) 波峰下の水平方向流速の経時変化より、自由表面近傍の内部流速が波速を超えて砕波が生じ、巻き込みが形成されることを数値的に明らかにした。
- (8) 巻き込みが発達してくると、波面前面での計算格子の歪が顕著となり、座標変換が困難となり計算が発散することを示し、本計算手法の適用範囲は巻き込みの初期形成段階までであることを明らかにした。

参 考 文 献

- 1) 酒井哲郎・三反畑勇(1983)：砕波による乱れのレイノルズ応力について、第30回海岸工学講演会論文集、pp.30-34
- 2) 青野利夫・服部昌太郎(1984)：砕波下での大規模乱れ構造に関する実験的研究、第31回海岸工学講演会論文集、pp.6-10
- 3) 日野幹雄・灘岡和夫・小俣 篤(1984)：砕波帯内の乱れの組織的運動と水粒子運動について、第31回海岸工学講演会論文集、pp.1-5
- 4) 三村信男・岡安章夫・柴山知也・Preecha Kamronrithisorn(1984)：Plunging 砕波によって発生する砕波帯内流速場の構造、第31回海岸工学講演会論文集、pp.11-14.
- 5) 水口 優、友金幸浩 (1985)：巻き波型砕波時の流れの場の実験的研究、第32回海講論文集、pp.60-64
- 6) 西村仁嗣・武若 聡 (1988)：VTR 画像の相関解析による砕波時内部流速分布の推定、第35回海講論文集、pp.45-48
- 7) 長尾昌朋・片岡暁彦・沢本正樹 (1991)：VTR 画像処理とトレーサ追跡法を組み合わせた砕

- 波内部流速場の測定、海岸論文集、第 38 巻 (1)、pp.56-60
- 8) 小林智尚・日野幹雄・疋田賢七・荻原秀規 (1992) : フーリエ変換を用いた画像処理による碎波内部流速場の測定、海岸論文集、第 39 巻 (1)、pp.56-60
 - 9) 渡部靖憲・佐伯 浩 (1995) : 画像処理による碎波帯内の運動機構に関する考察、海岸論文集、第 42 巻 (1)、pp.116-120
 - 10) Longuet-Higgins, M.S, and E. D. Cokelet (1976) : The deformation of steep surface waves on water, Proc. Roy. Soc .London, A364, pp. 1-28
 - 11) 安田孝志、原正典、榊原幸雄 (1991) : BIM を用いたステップによる孤立波の碎波を伴う変形とその法則、土木学会論文集, No. 429/II-15, pp.74-83
 - 12) Miyata, H., Nishimura, S. and Masuko, A. (1985): Finite difference simulation of nonlinear waves generated by ships of arbitrary three-dimensional onfiguration, J. of Comp. Phys., Vol.60, pp.391-436
 - 13) Sakai, T., Mizutani, T., Tanaka, H., and Tada, Y. (1986). "Vortex formation in plunging breaker," Proc. 20th Int. Coastal Eng. Conf., Taipei. ASCE, Vol. 1, pp 711-723
 - 14) Takikawa, K., Yamada, F., and Matsumoto, K (1997): Internal characteristics and numerical analysis of plunging breaker on a slope, J. of Coastal Engineering, Vol. 31, pp. 143-161
 - 15) 岩田好一郎、川崎浩司、金度三 (1995) : 水中構造物による碎波の数値解析、海岸工学論文集、第 42(2)、pp.781-785
 - 16) 柴山知也、Nguyen The Duy (1994) : 乱流方程式を用いた碎波帯内波浪場の数値モデル、海岸論文集 第 41 巻(1)、pp.151-155
 - 17) 辻本剛三 (1997) : 乱流モデルによる碎波点近傍の流れ場の数値解析、海岸論文集 第 44 巻(1)、pp.101-105
 - 18) Thompson, J.F., Thames F. C., Mastin C. W. (1974) : Automatic numerical grid generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two dimensional bodies, J. Comp. Phys., Vol.15, pp. 299-319
 - 19) 滝川 清、山田文彦、松本健作 (1995) : Boundary-Fit 法による任意海底形状の碎波変形解析、海岸論文集、第 42 巻 (1)、pp.86-90
 - 20) 滝川 清、山田文彦、松本健作、飯尾昌和 (1996) : ビデオ画像解析と Boundary-Fit 法を用いた碎波変形の内部特性に関する研究海岸論文集、第 43 巻 (1)、pp.51-55
 - 21) Steger,J.L. and Sorenson,R.L (1979) : Automatic mesh-point clustering near a boundary in grid generation with elliptic partial differential equations. J. Comp. Phys., Vol. 33, pp. 405-410
 - 22) 越塚誠一、岡 芳明、近藤駿介 (1990) : リーマン幾何学を用いた非圧縮性流れのための境界適合座標法、原子力学会誌、pp.819-833
 - 23) 武本行正 : ライブラリプログラムの紹介(72), 京都大学大型計算センター広報, vol.19, No.4, pp.319-333
 - 24) 村上周三、加藤信介、石田義洋(1988):一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション

その1, 建築学会論文集, pp.9-17

- 25) Leonard, B.P. (1980) : THE QUICK Algorithm, A Uniform third - order finite difference method for highly convective flows, Computer Methods in Fluids, Pentech Press, pp.159-195
- 26) 村田健郎、名取 亮、唐木幸比古 (1990) : 大型数値シミュレーション、岩波書店, pp.124-137
- 27) 滝川 清、岩垣雄一、中川政博(1983) : 有限要素法による斜面上の波の碎波変形と内部機構の解析、第30回海岸工学講演会論文集、pp.20-24.
- 28) Sugino, R. and Tosaka. N. (1990) : Large amplitude sloshing analysis in a container with multi-slopped wall by the boundary element method, Advance in Boundary Element Method in Japan and USA, Topics in Eng., Vol.7, Computational Mechanics Press, pp. 307-316
- 29) Takayama, T. (1976) : Theory of transient fluid waves in a vibrated storage tank, Rep. Port and Harbor Research Institute, Vol. 51, No. 2, pp. 3-53
- 30) Rankine, W. J. (1864) : Summary of properties of certain stream lines, Phil. Mag. Vol.29(4)