

第4章 砕波後のエネルギー逸散を考慮した数値解析手法の開発

第1節 緒言

海岸に接近する波は水深が浅くなるにつれて変形し、やがて波としての運動を保持できなくなり、砕波となって波から流れへとその運動形態を移行する。このように波高や内部流速の急激な変化を伴う砕波帯内での流体運動は、そこに設置される海岸構造物に作用する波圧や波の打上げ高、海岸底質の浮遊や標砂の移動などの海浜変形過程と深く関連するため、砕波帯内での流体運動のメカニズムを解明することは、波および海浜変形予測の基礎資料として、海岸工学上極めて重要な研究課題である。しかしながら、砕波帯内の流体運動は、非線形性が顕著であるため、解析的な取扱いは非常に困難である。

そのため、実験的に砕波帯内での流体運動を解明しようとする研究が行われ、榎木ら¹⁾は砕波後の波高減衰機構に関して水平軸を有する渦の存在を、また、Peregrine²⁾は組織的な渦運動の存在を示唆している。さらに、近年の計測技術の進歩により、内部流速を直接測定し、砕波の内部特性を解明しようとする研究も数多く行われている。酒井ら³⁾、青野ら⁴⁾、日野ら⁵⁾、三村ら⁶⁾、水口ら⁷⁾を始めとするレーザー流速計を用いた一連の研究は、砕波によって生じる大規模渦およびそれが崩壊した後に生じる乱れの構造に関するものである。

また、酒井ら⁸⁾はVTR装置を用いて水塊の突入と渦の挙動を調べ、境ら⁹⁾は、酒井ら⁸⁾が指摘した渦の生成サイクルと気泡連行深の関係を明らかにした。さらに、西村ら¹⁰⁾、長尾ら¹¹⁾、小林ら¹²⁾、渡部ら¹³⁾、滝川ら¹⁴⁾は、画像解析により内部流速の推定を試みている。

これらの研究の結果、砕波の乱れや組織的な渦構造などのエネルギー逸散機構に関する知見が得られつつある。しかし、砕波変形は多量の気泡を連行する乱れの激しい現象であり、レーザー流速計や画像解析を用いても精密な計測には困難さが伴う。最近、仲座ら^{15)・16)}は超小型プロペラ流速計を用いた計測システムを開発し、多量に気泡を含む砕波帯内の流速分布を測定し、Surface rollerによる質量輸送などを明らかにしている。しかしながら、3次元的な乱れの場合となる砕波後の内部流速場を時間・空間的に十分に解明するには、実験的手法のみでは限界があると思われる。

そこで、実験に代わる手法として数値シミュレーションが注目を集めている。砕波時の巻き込み部分(jet)が前方の水面に突入するでは、ポテンシャル(無渦)運動として取り扱うことも可能であるため、ポテンシャル理論に基づいたLonguet-Higgins & Cokelet¹⁷⁾の境界要素法、滝川ら¹⁸⁾の有限要素法、日野・灘岡¹⁹⁾の共形変換法を用いた解析例などが報告されている。しかし、砕波後の水塊突入による乱れの発生およびエネルギー逸散過程は、流体場の回転(渦度)を伴う非ポテンシャル運動であり、ポテンシャル理論は適用できず、粘性流体に基づいた解析が必要となる。

前節においては、粘性流体の基礎方程式であるNavier-Stokes(N-S)方程式を対象とし、Boundary-Fitted Coordinate(BFC)法を用いた砕波変形過程の高精度数値解析手法を開発するととも

に、巻き波砕波時の内部流速場などを明らかにし、その有効性を示した。しかし、巻き込み jet が発達し、水表面形状の非線形性が增大すると、計算格子の歪が大きくなり、座標変換自体が不可能となる。つまり、この計算手法は砕波変形の初期段階までしか適用できない。そのため、砕波後の乱れの激しい領域まで適用可能な砕波変形過程の高精度数値解析手法の確立が急がれている。

現在まで、砕波後の流体運動を粘性流体に基づいて計算した例としては、Marker and Cell (MAC) 法²⁰⁾を利用した Miyata ら²¹⁾ の Tokyo University Modified Marker and Cell (TUMMAC)法、酒井ら²²⁾ および滝川ら^{23),24)} の Simplified Marker and Cell (SMAC)法²⁵⁾、Lin & Liu ら²⁶⁾、Petit ら²⁷⁾、榊山ら²⁸⁾および川崎ら²⁹⁾の Volume of Fluid (VOF)法³⁰⁾、渡部ら³¹⁾の Cubic Interpolated Pseudo-particle (CIP)法³²⁾などが報告されている。しかし、N-S 方程式を対象とした解析が中心であり、本章で解説する滝川ら^{23),23)} や Liu ら²⁶⁾を除いて砕波によるエネルギー逸散を考慮した解析例はほとんどない。

本章では、砕波変形過程の内部機構の解明を目的として、Reynolds 方程式を対象に、有限要素法(Finite Element Method : FEM)と SMAC 法を組み合わせた数値シミュレーション手法を開発するとともに、砕波によるエネルギー逸散を内部諸量(渦度・せん断変形)を用いて数値モデル化し、そのモデルの妥当性を検討する。解析例として、一様斜面上での巻き波砕波の解析を行い、砕波変形過程の内部特性(速度場、圧力場等)についても定量的な検討を加える。

まず第2節においては、基礎方程式や SMAC 法の概要を示すとともに、離散化手法および計算手法などについて説明する。また、従来の SMAC 法を適用にあたっては、水塊突入時の水面同士との接触処理に問題があることを指摘し、その改良方法を説明する。

第3節では、砕波時のエネルギー逸散を流体内部の物理的メカニズムに基づいて数値モデル化するために行った、室内実験の概要とその結果について説明する。

第4節では、室内実験に基づき、砕波時のエネルギー逸散を内部諸量(渦度・歪み度)を用いて数値モデル化する手法について説明する。

第5節では、適用例として斜面上での巻き波砕波の計算を行い、提案した数値モデルの妥当性を検証するとともに、内部特性についても定量的に検討する。

第6節では、本章で得られた結論を要約して述べる。

第2節 砕波によるエネルギー逸散を考慮した高精度数値解析手法

本章では、酒井ら²²⁾と同様に、ポテンシャル理論に基づく滝川ら¹⁸⁾の FEM による砕波直前の解析結果を初期条件とし、砕波後の波変形過程を SMAC 法により解析するが、砕波後の流体運動の基礎方程式には、砕波によるエネルギー逸散を考慮するために、N-S 方程式に変えて Reynolds 方程式を用いるとともに、従来の SMAC 法で問題であった波峰部流体塊の突入時の処理などについても改良を行った。なお、砕波後におけるエネルギー逸散の数値モデル化については、次節で詳細に述べる。

(1) 基礎方程式

基礎方程式である連続の式と Reynolds 方程式は次式のとおりである。ここでは、波の進行方向 (x 方向)と鉛直方向 (y 方向)とからなる2次元場を対象に解析を行うため、乱れの3次元性に起因する碎波帯内での斜め渦⁵⁾などは再現できない。

$$D = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'u'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'v'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'v'}) + g \quad (4.3)$$

ここで、 $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$ であり、 \bar{u} は水平方向流速、 \bar{v} は鉛直方向流速、 \bar{u} , \bar{v} は集合平均流速、 u' , v' は流速の乱れを表す。また、 ρ は密度、 ν は動粘性係数、 \bar{p} は集合平均された圧力、 g は重力加速度、 $-\overline{u'u'}$, $-\overline{u'v'}$, $-\overline{v'v'}$ はレイノルズ応力である。

次に、(4.2)、(4.3)式中の移流項を保存形式に、また粘性項を連続の式(4.1)式を用いて渦度表現 $\left(\omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)$ に変形すると、Reynolds 方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'u'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'v'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'v'}) + g \quad (4.5)$$

このように、本章で対象とする基礎方程式は、(4.1)、(4.4)、(4.5)式である。

(2) SMAC 法²⁵⁾の概要

SMAC 法は本来、N-S 方程式を対象にした数値解法であるが、ここでは Reynolds 方程式に対して拡張して用いる。ここで、(4.4)式を y で微分し、(4.5)式を x で微分して前者から後者を引けば、

圧力項が消えて渦度の輸送方程式が得られる。すなはち、渦度 ω は圧力に対して独立であり、それ故に Reynolds 方程式にどのような圧力を代入しても、その結果得られる流速値は正しい渦度を輸送している。しかし、これらの流速値は連続の式(4.1)式を満足しているとは限らない。そこでもし、これらの流速値に、スカラーポテンシャル ϕ の勾配を加えることによって、D の値が 0 になるように調整できれば、その結果得られた流速場は、正しい渦度を運び、かつ連続の式を満足していることになる。これが SMAC 法による解法の本質的部分である。

a) SMAC 法のアルゴリズム

ここでは説明のため、Reynolds 方程式をベクトル表示で表すと次式のようなになる。

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla) \bar{v} = -\nabla p + \nu \Delta \bar{v} + F + R \quad (4.6)$$

ここで、 \bar{v} は集合平均速度ベクトル、 p は圧力密度比、 ν は動粘性係数、 F は質量力、 R はレイノルズ応力である。

ここで2通りの離散化を考える。

1) 速度、圧力に関して陽的 (full - explicit)

$$\bar{v}^{n+1} = \bar{v}^n + \Delta t \left(-(\bar{v}^n \cdot \nabla) \bar{v}^n - \nabla p^n + \nu \Delta \bar{v}^n + F + R \right) \quad (4.7)$$

2) 速度は陽的、圧力は陰的 (semi - implicit)

$$\bar{v}^{n+1} = \bar{v}^n + \Delta t \left(-(\bar{v}^n \cdot \nabla) \bar{v}^n - \nabla p^{n+1} + \nu \Delta \bar{v}^n + F + R \right) \quad (4.8)$$

ここで、(4.7)式の \bar{v}^{n+1} を予測値 \tilde{v}^{n+1} と置き換え、(4.8)式と(4.7)式との差をとると、(4.9)式が得られる。

$$\frac{\bar{v}^{n+1} - \tilde{v}^{n+1}}{\Delta t} = -\nabla (p^{n+1} - p^n) \quad (4.9)$$

この式の回転をとると、圧力密度項は消えて、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \nabla \times (\bar{v}^{n+1} - \tilde{v}^{n+1}) &= 0 \\ \therefore \nabla \times \nabla (p^{n+1} - p^n) &= 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

一般に、Helmholtz の定理によれば、任意のベクトルはスカラー・ポテンシャルの勾配とベクトル・ポテンシャルの回転の和として表される。よって、

$$\vec{u} = \vec{v}^{n+1} - \vec{v}^{n+1} = \nabla\phi + \nabla \times \vec{\varphi} \quad (4.11)$$

ここで、 \vec{u} は任意ベクトル、 ϕ はスカラー・ポテンシャル、 $\vec{\varphi}$ はベクトル・ポテンシャルを表す。ところで、(4.10)式のように任意ベクトルの回転が零の時には

$$\nabla \times (\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^{n+1}) = \nabla \times \nabla\phi + \nabla \times (\nabla \times \vec{\varphi}) = \nabla \times (\nabla \times \vec{\varphi}) = 0 \quad (4.12)$$

$$\therefore \nabla \times \nabla\phi = 0$$

となり、ベクトル・ポテンシャル $\vec{\varphi}$ を零と置くことができる。従って、

$$\vec{v}^{n+1} = \vec{v}^{n+1} + \nabla\phi \quad (4.13)$$

を得る。(4.13)式の発散をとり、 $(n+1)$ 時刻で連続の式を満足させるとすると、

$$\nabla \cdot \vec{v}^{n+1} = 0 = \nabla \cdot \vec{v}^{n+1} + \nabla^2\phi \quad (4.14)$$

となり、スカラー・ポテンシャル ϕ に関するポアソン方程式(4.15)が導かれる。

$$\nabla^2\phi = -\nabla \cdot \vec{v}^{n+1} \quad (4.15)$$

右辺は既知であるから適当な境界条件のもとにこの方程式を解けば ϕ が求まる。速度は(4.13)式により決定される。また、圧力密度比はその結果を(4.9)式に代入し積分すると、

$$p^{n+1} = p^n - \frac{\phi}{\Delta t} \quad (4.16)$$

となる。ただし、積分定数は零に選んである。

以上、SMAC法のアルゴリズムを要約すると、次のようになる。

- (ステップ1) \bar{v}^n と p^n を与えて (4.7) 式より \bar{v}^{n+1} を求め、これを予測値 \bar{v}^{n+1} と置く。
- (ステップ2) スカラー・ポテンシャル ϕ に関するポアソン方程式 (4.15) 式を解く。
- (ステップ3) (4.13) 式と (4.16) 式を用いて速度と圧力密度比を修正し、 \bar{v}^{n+1} と p^{n+1} を求め、ステップ1に戻る。

b) フラッキング (流体領域の判別)

各時間ステップにおいて計算の対象となるのは流体を含むセルである。マーカー粒子によって流体を含むセルとそうでないセルとの判別を行うが、その際、各セルに標識 (フラッグ) を付けておくと計算上の取扱が容易となる (図 4-1)。

各セルは次の5通りに分類される。(後で述べるが、本研究では6通りに分類した。)

Obstacle	Cell	(障害物セル)
Empty	Cell : E	(空気のセル)
Surface	Cell : S	(自由表面セル)
Full	Cell : F	(水で満たされた液体セル)
Boundary	Cell	(境界セル)

水をまったく含まない空気 (E)セル、水で満たされた液体 (F)セルおよび水を含みかつ1つ以上の空気 (E)セルと接している自由表面 (S)セルの3種のセルは自由表面の変化に応じてフラッグの変化する可能性がある。すなわち、フラッキングの規則は、空気 (E)セル \leftrightarrow 自由表面 (S)セル \leftrightarrow 液体 (F)セルとなる。これらに対し、障害物セルと境界セルは常に決まったフラッグをもつ。SMAC 法で計算対象となるのは、液体 (F)セルと自由表面 (S)セルのみである。

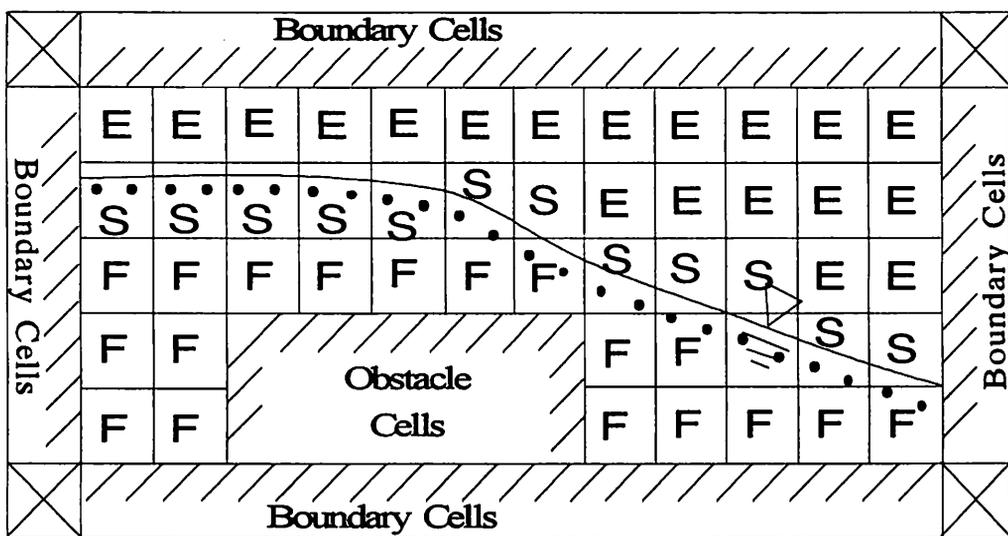


図 4-1 SMAC 法におけるフラッキング

c) 離散化手法および計算方法

変数配置には図 4-2 のようにスタガード格子を用い、差分法を用いて離散化する。ここで、時間差分には前進差分、空間差分には中心差分を用いるが、移流項に対しては、2次精度の風上差分を適用する。離散化した結果を以下に示す。

$$D_{i,j}^{n+1} = \frac{u_{i+1/2,j}^{n+1} - u_{i-1/2,j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2}^{n+1} - v_{i,j-1/2}^{n+1}}{\Delta y} \quad (4.17)$$

$$\frac{u_{i+1/2,j}^{n+1} - u_{i+1/2,j}^n}{\Delta t} + FUX + FUY = \frac{1}{\Delta x} (\theta_{i,j} - \theta_{i+1,j}) + VISX + REYX \quad (4.18)$$

$$\frac{v_{i+1/2,j}^{n+1} - v_{i+1/2,j}^n}{\Delta t} + FVX + FVY = \frac{1}{\Delta y} (\theta_{i,j} - \theta_{i,j+1}) + VISY + REYY + g \quad (4.19)$$

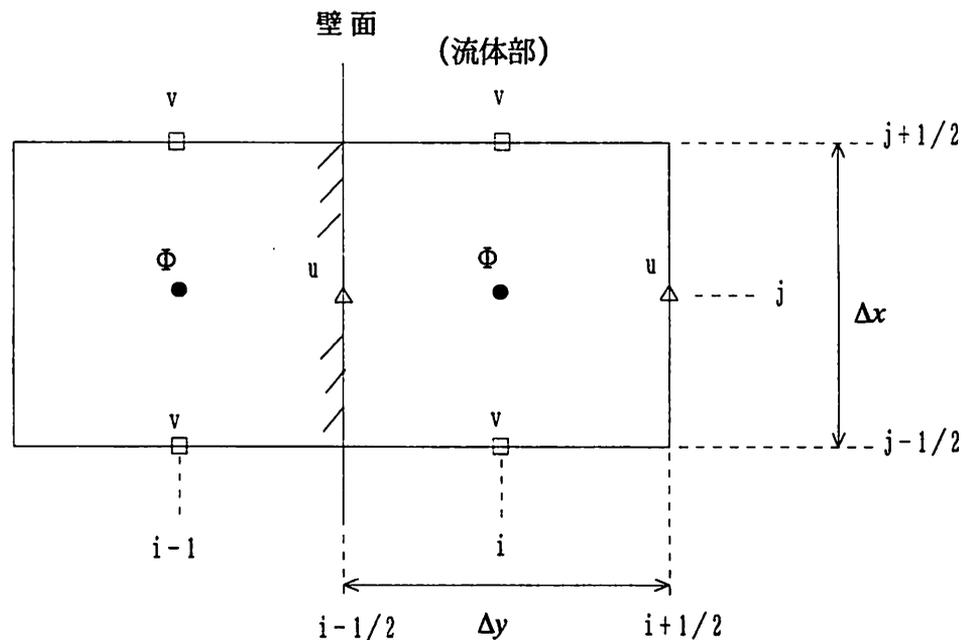


図 4-2 変数配置 (SMAC 法)

ここで、 FUX , FUY , FVX , FVY は移流項の差分表示、 $VISX$, $VISY$ は粘性項の差分表示を表し、その詳細は以下に示す通りである。また、 $REYX$, $REYY$ はレイノルズ応力の差分表示を表し、第4節で詳しく述べる。さらに、真の圧力 p は仮圧力 θ によって、置き換えられており、従って新しい時間 $n+1$ の流速は真の流速ではなく、一時的なもので、後で調整される値である故~(チルド)を上側につけている。なお、ここでは仮圧力 θ として静水圧分布を与える。

$$\begin{aligned}
FUX &= \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} \\
&= \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \bar{u}_{i+1,j} \left(\bar{u}_{i+3/2,j} + \bar{u}_{i+1/2,j} \right) + \left| \bar{u}_{i+1,j} \right| \left(\bar{u}_{i+1/2,j} - \bar{u}_{i+3/2,j} \right) \right. \\
&\quad \left. - \bar{u}_{i,j} \left(\bar{u}_{i+1/2,j} + \bar{u}_{i-1/2,j} \right) - \left| \bar{u}_{i,j} \right| \left(\bar{u}_{i-1/2,j} - \bar{u}_{i+1/2,j} \right) \right\} \quad (A-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FUY &= \left(\frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} \right)_{i+1/2,j} \\
&= \frac{1}{2\Delta y} \left\{ \bar{v}_{i+1/2,j+1/2} \left(\bar{u}_{i+1/2,j+1} + \bar{u}_{i+1/2,j} \right) + \left| \bar{v}_{i+1/2,j+1/2} \right| \left(\bar{u}_{i+1/2,j} - \bar{u}_{i+1/2,j+1} \right) \right. \\
&\quad \left. - \bar{v}_{i+1/2,j-1/2} \left(\bar{u}_{i+1/2,j} + \bar{u}_{i+1/2,j-1} \right) - \left| \bar{v}_{i+1/2,j-1/2} \right| \left(\bar{v}_{i+1/2,j-1} - \bar{v}_{i+1/2,j} \right) \right\} \quad (A-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FVX &= \left(\frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} \right)_{i,j+1/2} \\
&= \frac{1}{2\Delta y} \left\{ \bar{v}_{i,j+1} \left(\bar{v}_{i,j+1/2} + \bar{u}_{i,j+3/2} \right) + \left| \bar{v}_{i,j+1} \right| \left(\bar{v}_{i,j+1/2} - \bar{v}_{i,j+3/2} \right) \right. \\
&\quad \left. - \bar{v}_{i,j} \left(\bar{v}_{i,j+1/2} + \bar{v}_{i,j-1/2} \right) - \left| \bar{v}_{i,j} \right| \left(\bar{v}_{i,j-1/2} - \bar{u}_{i,j+1/2} \right) \right\} \quad (A-3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FVY &= \left(\frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial x} \right)_{i,j+1/2} \\
&= \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \bar{u}_{i+1/2,j+1/2} \left(\bar{v}_{i+1,j+1/2} + \bar{v}_{i,j+1/2} \right) + \left| \bar{u}_{i+1/2,j+1/2} \right| \left(\bar{v}_{i,j+1/2} - \bar{v}_{i+1,j+1/2} \right) \right. \\
&\quad \left. - \bar{u}_{i-1/2,j+1/2} \left(\bar{v}_{i,j+1/2} + \bar{v}_{i-1,j+1/2} \right) - \left| \bar{v}_{i-1/2,j+1/2} \right| \left(\bar{v}_{i-1,j+1/2} - \bar{v}_{i,j+1/2} \right) \right\} \quad (A-4)
\end{aligned}$$

$$VISX = v \frac{1}{\Delta x} \left[\left(\frac{\bar{u}_{i+1/2,j+1} + \bar{u}_{i+1/2,j}}{\Delta y} - \frac{\bar{v}_{i+1,j+1/2} - \bar{v}_{i,j+1/2}}{\Delta x} \right) - \left(\frac{\bar{u}_{i-1/2,j+1} + \bar{u}_{i-1/2,j}}{\Delta y} - \frac{\bar{v}_{i,j+1/2} - \bar{v}_{i-1,j+1/2}}{\Delta x} \right) \right] \quad (A-5)$$

$$VISY = -v \frac{1}{\Delta y} \left[\left(\frac{\bar{u}_{i+1/2,j+1} - \bar{u}_{i+1/2,j}}{\Delta y} - \frac{\bar{v}_{i+1,j+1/2} - \bar{v}_{i,j+1/2}}{\Delta x} \right) - \left(\frac{\bar{u}_{i-1/2,j+1} - \bar{u}_{i-1/2,j}}{\Delta y} - \frac{\bar{v}_{i,j+1/2} - \bar{v}_{i-1,j+1/2}}{\Delta x} \right) \right] \quad (\text{A-6})$$

($n+1$)時刻における流速は、前述のように、スカラー・ポテンシャル ϕ の勾配によって与えられるので

$$u_{i+1/2,j}^{n+1} = \bar{u}_{i+1/2,j}^{n+1} - \frac{1}{\Delta x} (\phi_{i+1j} - \phi_{ij}) \quad (4.20)$$

$$v_{i,j+1/2}^{n+1} = \bar{v}_{i,j+1/2}^{n+1} - \frac{1}{\Delta y} (\phi_{ij+1} - \phi_{ij}) \quad (4.21)$$

(4.6)式にこれらの結果を代入すると

$$D_{i,j}^{n+1} = \tilde{D}_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{\Delta x^2} (\phi_{i+1j} - 2\phi_{ij} + \phi_{i-1j}) - \frac{1}{\Delta y^2} (\phi_{ij+1} - 2\phi_{ij} + \phi_{ij-1}) \quad (4.22)$$

この式で、 $D_{i,j}^{n+1} \equiv 0$ という条件を与えれば、スカラー・ポテンシャル ϕ に関するポアソン方程式が得られる。

$$\frac{1}{\Delta x^2} (\phi_{i+1j} - 2\phi_{ij} + \phi_{i-1j}) + \frac{1}{\Delta y^2} (\phi_{ij+1} - 2\phi_{ij} + \phi_{ij-1}) = -\tilde{D}_{i,j}^{n+1} \quad (4.23)$$

よって、(4.23)式を反復法 (Successive Over Relaxation : SOR 法) によって解けば、すべてのセルにおける ϕ_{ij} の値を一意的に求めることができる。この値を(4.20)、(4.21)式に代入すれば、水面のセルの E セルに面した流速点を除いて、すべての部分での最終的な流速が求まる。水面セルで未定の流速は $D_{i,j}^{n+1} \equiv 0$ を満たすように、新しく決められ、隣合う2つの辺で E セルに接するような水面セルでは、接線応力の条件によって決められる。

次に、(4.23)式の境界条件について述べる。まず、固定壁面での境界条件は、図 4-2 を参照して、次式のように設定する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (4.24)$$

これは、壁面に垂直な流速を 0 とするものである。

また、自由水面のセルに関しては、次式とする。

$$\phi = 0 \quad (4.25)$$

なお、次の時間ステップに移る前に、 u^{n+1}, v^{n+1} を用いてマーカーを移動させ新しいステップでの水面の位置を再フラッキングにより決定する。

(3) SMAC 法の問題点とその改良方法

砕波の本質が水塊と水表面との衝突である以上、解析手法には、水塊の衝突問題を精度よく計算できることが望まれる。従来の SMAC 法で水滴の衝突問題を解析すると、図 4-3 に示すように衝突以前に水表面が変形し、衝突後は空気を含んだ様な結果を得ることがわかる。以前の解析ではこれを避けるため、水塊と水表面が接触した状態から計算を始めることで対処していた²⁵⁾。

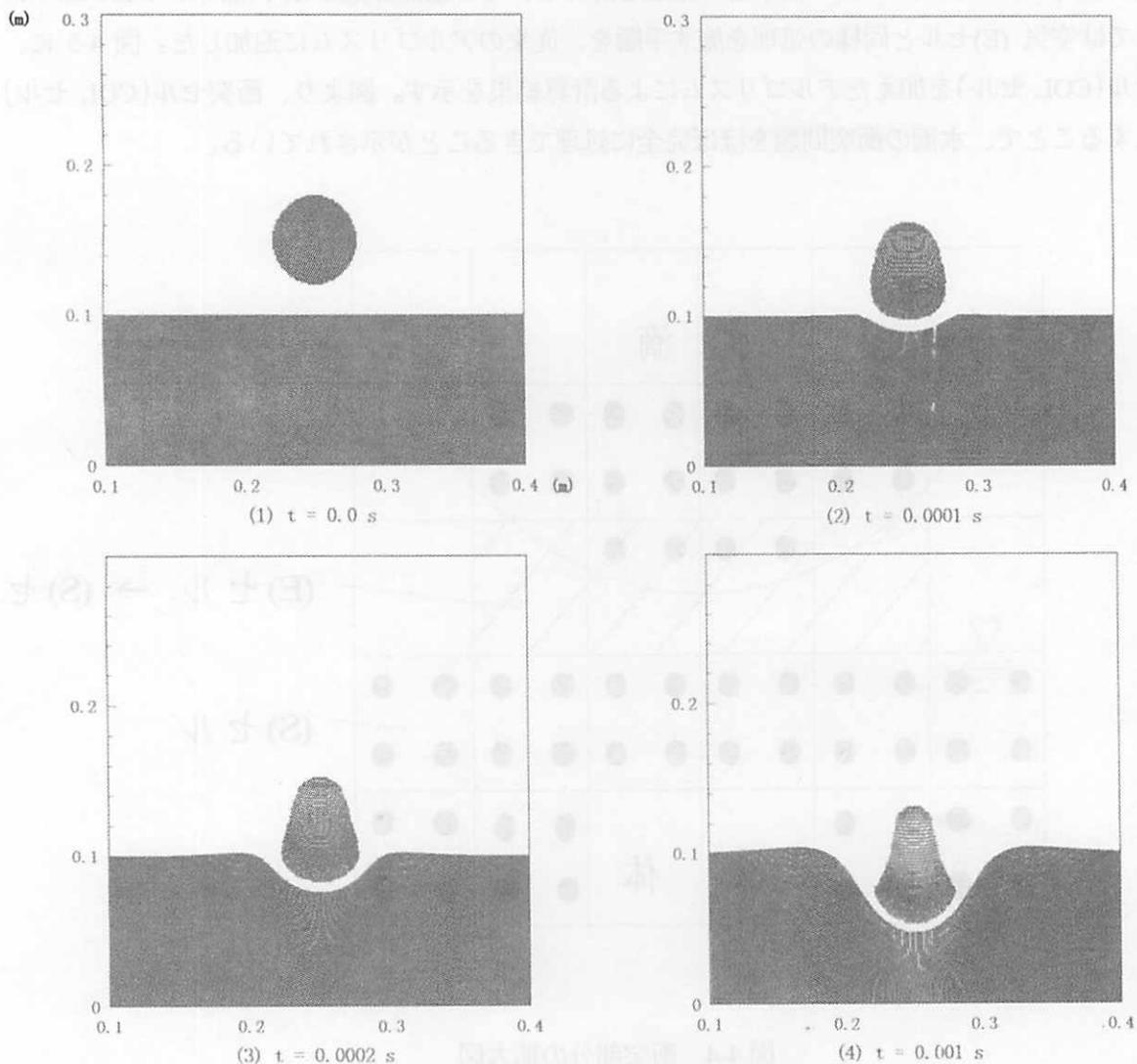


図 4-3 水滴の衝突 (従来の SMAC 法)

なお、計算の初期条件は、動粘性係数 $\nu = 1.0 \text{ cm}^2 / \text{s}$ の粘性を持つ半径 3.0 cm の水滴（初期中心座標： $x = 25.0 \text{ cm}, y = 15.0 \text{ cm}$ ）が深さ 10.0 cm の同じ液体に初期速度 300 cm/s で落下するものとした。また、解析領域は x, y 方向とも 50.0 cm 、格子幅もともに 1.0 cm 、計算時間間隔は $1/10,000 \text{ s}$ とし、1セルあたり 25 個のマーカー粒子を配置した。

ここで、空気を含む原因を考えてみると、SMAC 法では 上述したように計算過程の中で、マーカー粒子を含むか否かで、空気セル (E) \leftrightarrow 自由表面セル (S) \leftrightarrow 液体セル (F) というフラッキングを行い、時々刻々変化する自由表面と解析対象領域（自由表面セルと液体セル）を判定している。そのため、図 4-4 に示すように、空気 (E)セルが 自由表面 (S)セルに挟まれると、そのフラッキングの規則から空気 (E)セルは自由表面 (S)セルと認識されてしまい、衝突直前に一体の流体となり、その後の運動を計算するためである。

そこでこれを防ぐため、新たに衝突セル(COL セル)を考え、空気 (E)セルが 自由表面 (S)セルに挟まれるような場合には、この空気(E)セルを COL セルと判定し、COL セル内のマーカー粒子と自由表面 (S)セル内のマーカー粒子との距離を計算し、その最短距離が格子間隔の $1/100$ 以下になるまでは空気 (E)セルと同様の処理を施す手順を、従来のアルゴリズムに追加した。図 4-5 に、衝突セル(COL セル)を加えたアルゴリズムによる計算結果を示す。図より、衝突セル(COL セル)を導入することで、水滴の衝突問題をほぼ完全に処理できることが示されている。

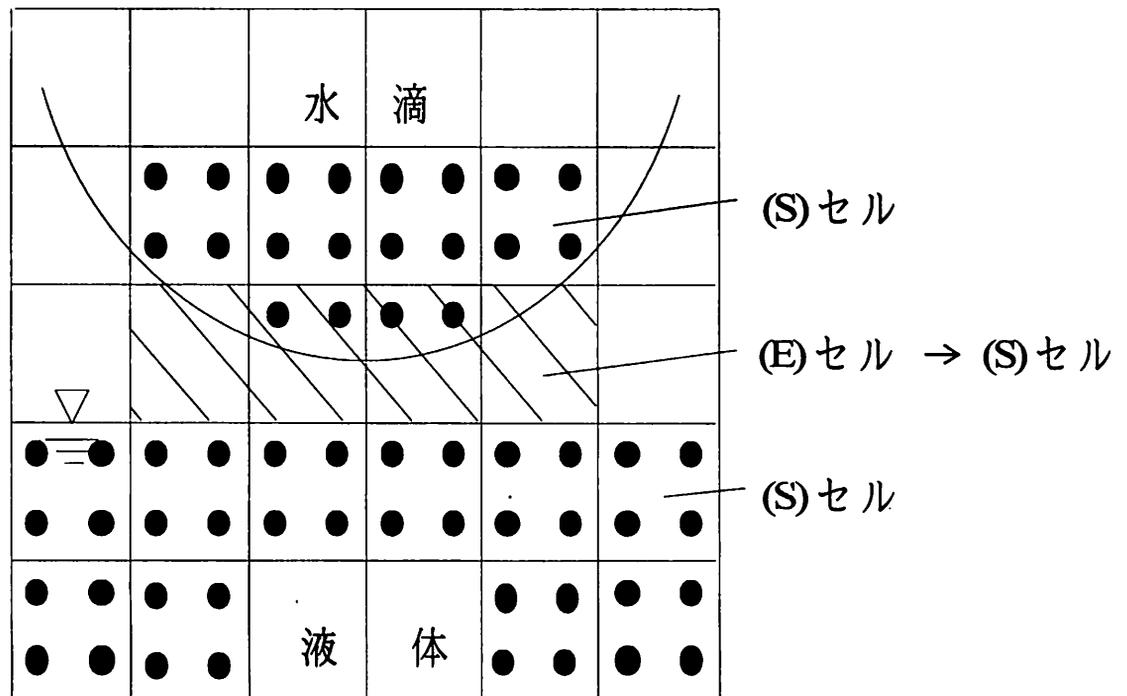


図 4-4 衝突部分の拡大図

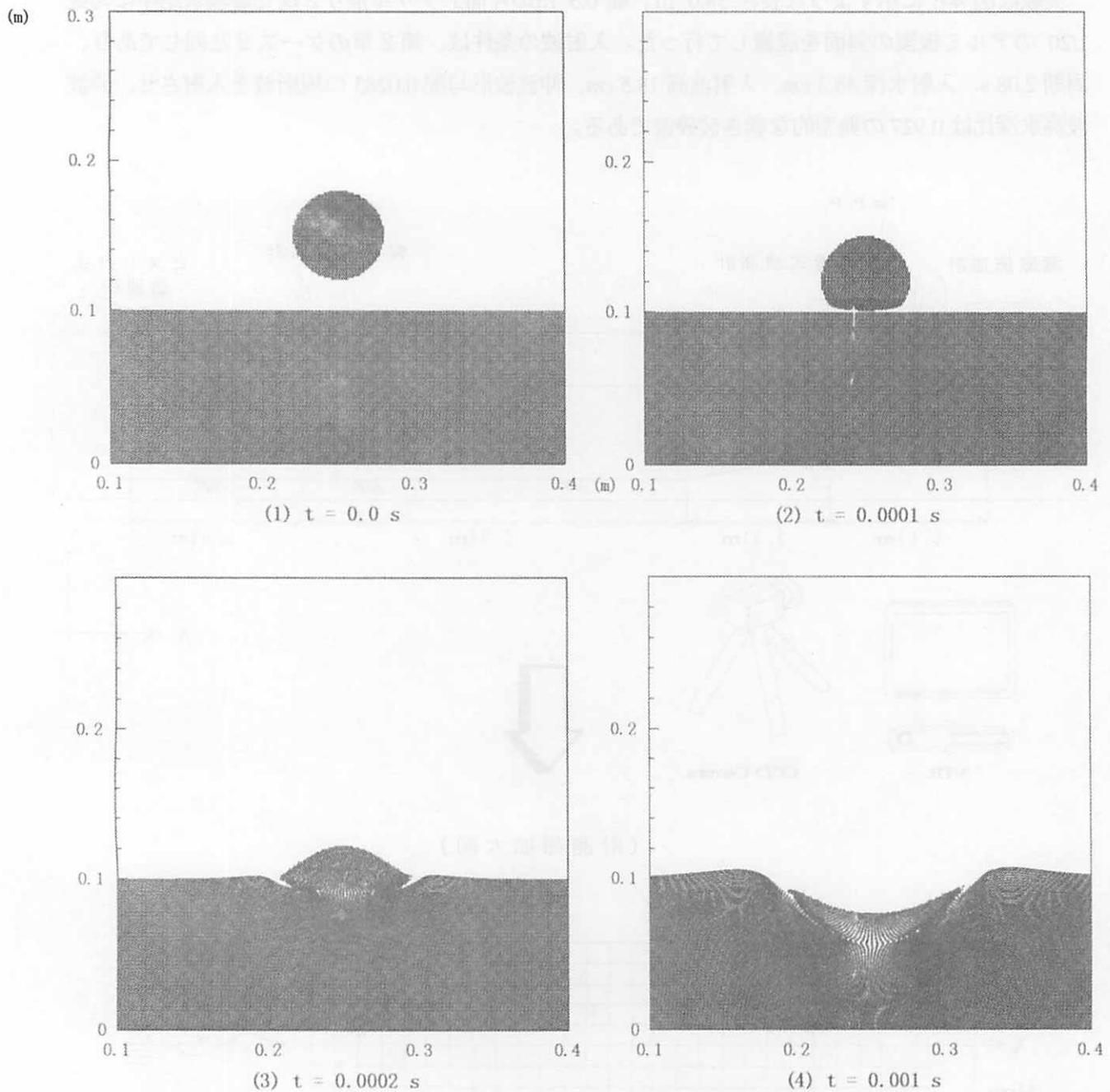


図 4-5 衝突 (COL) セルを用いた水滴の衝突問題の解析結果

第3節 砕波の内部特性に関する実験的研究

本節では、砕波に関する従来知見に加えて、更に数値計算を行う際の砕波に伴うエネルギー逸散の数値モデルを検討することを目的の一つとして、2次元電磁流速計(東京計機;SFT-200-07L)を用いて砕波帯の流速測定を行う。

実験は図 4-6 に示すような長さ 38.0 m、幅 0.5 m の片面アクリル張り 2 次元造波水路中に勾配 1/20 のアルミ板製の斜面を設置して行った。入射波の条件は、第 2 章のケース 2 と同じであり、周期 2.08 s、入射水深 48.3 cm、入射波高 18.5 cm、沖波波形勾配 0.0283 の規則波を入射させ、砕波波高水深比は 0.927 の典型的な巻き波砕波である。

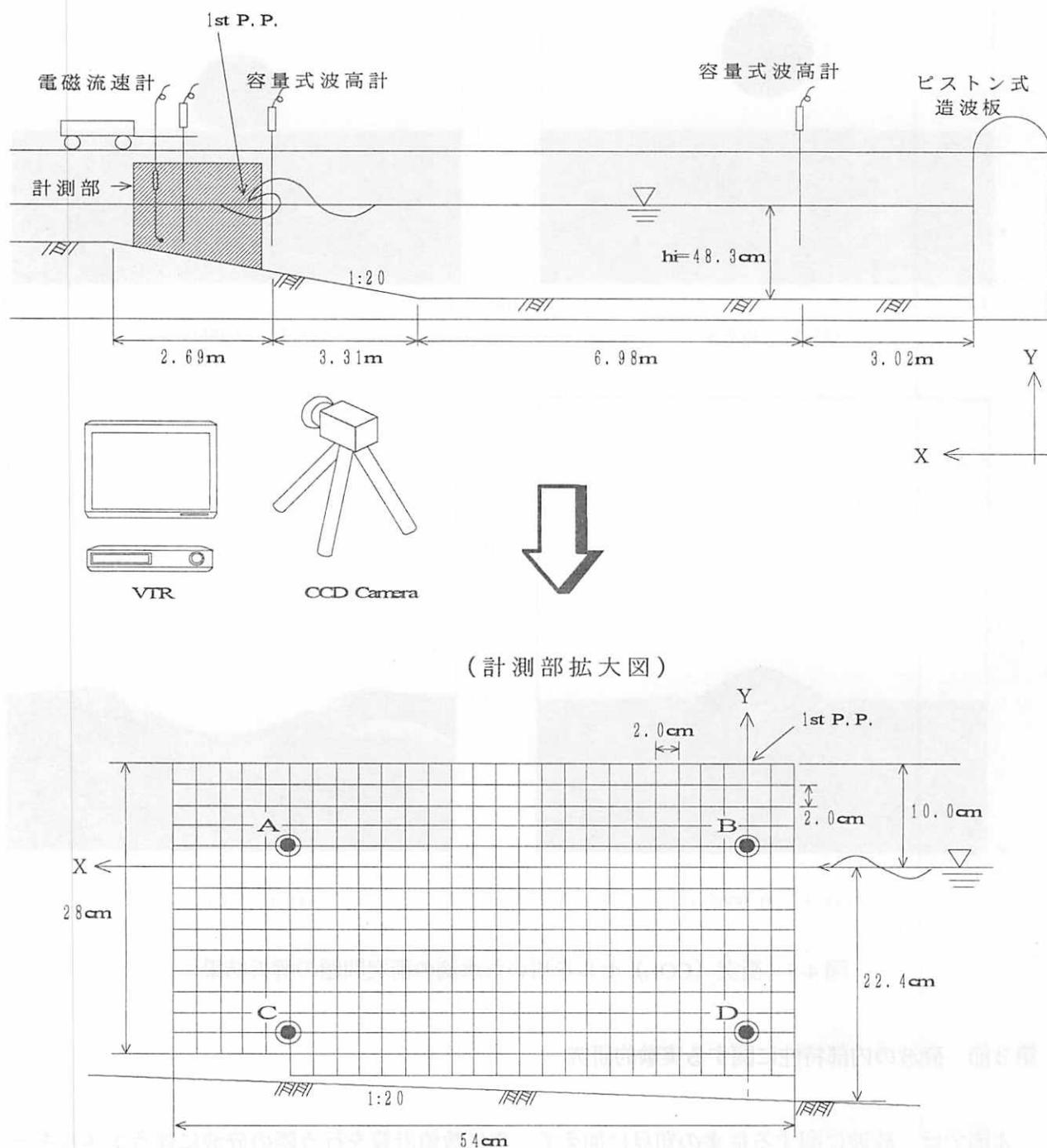


図 4-6 実験装置

流速の測定範囲は、波峰の第一突っ込み点 (Plunging Point : P.P) より沖側 4.0 cm から岸側 50.0 cm の水平距離 54.0 cm の区間、鉛直方向には静水面上方 10.0 cm から下方へ 18.0~22.0 cm の区間とし、この範囲を 2.0 cm×2.0 cm のメッシュで合計 444 点の測定点を配置した。各測定点ごとに 30 波分の流速データから位相平均流速を求めると共に、各測定点の位相は同時に容量式波高計 (ケネック、CH-303) を用いて計測した水位変動の記録より同期させて求めた。なお、流速および波高のデータはサンプリング間隔を 0.05 秒として解析した。さらに、CCD カメラ (CCD-V90、SONY、シャッター・スピード 0.001 s) を用いて、砕波変形過程での渦の発生状況なども記録した。

得られた流速データの中にはセンサーが空中に露出した期間のものや、センサー部分 (直径 7.0 mm) による乱れ、あるいは気泡の影響があるものが含まれている。センサーが空中に露出する期間については水面変動を記録したデータより判断し、データ解析からは除外したが、センサー部に起因する乱れや気泡の影響が含まれるものについては、これを通常の流速変動と区別することは難しく、流速データにはこれらの影響が残されたままであり、この意味では定量的には十分な精度は有していない。

図 4-7 は、このようにして得られた第一突っ込み点以浅での位相平均流速の空間分布を各時刻ごとに示したものである。計測精度の割には、下層部ならびに波峰後部の波動的流況や、波峰前面のボア内部の流況を比較的よく計測できているようである。

これらの流速データを基に、渦度 ω を各測定点の差分により求めたのが図 4-8 である。 x 軸は岸方向 (左向き)、 y 軸は鉛直上向きのため、 ω は時計回りが負の値を取る。 ω の値は視覚的にとらえ易いように各測点での円の大きさを表している。これらの図から平均の Trough level 付近より上層部の surface layer (山下ら³³⁾) では、砕波の前面部分では常に新しい大きな渦が次々と現れ、これらは波峰の通過と共にすぐに小さくなるが、波峰の第一突っ込み点で生じた水平渦は波峰通過後も残存し、岸側へ移動する様子が示されている。

図 4-9 の各図は、図 4-6 中に示した各位置での水位、渦度、歪み度および Reynolds 応力項 ($-u'v'$) の時間変化を示したものである。Trough level より下層部ではこれらの値は小さくその時間変動は波運動として解釈できるが、上層部の Surface layer では各々の絶対値が最大となる出現位相はほぼ水位変動と一致し、また各々の相関性が高いことが分かる。

以上の実験の結果より、三村ら⁶⁾ が指摘したように、砕波帯の流速場が非回転の波動流速成分と回転性の強い渦度成分の重畳、すなわち surface layer 内の非ポテンシャル領域とそれより下方のポテンシャル領域として考え得る点を確認される。更に surface layer におけるエネルギー逸散は、渦度、歪み度と強い相関にあり、また、流体塊の突っ込みに伴う大きな渦度の発生、移動と関連しており数値モデルの検討にはこれらを考慮する必要がある。

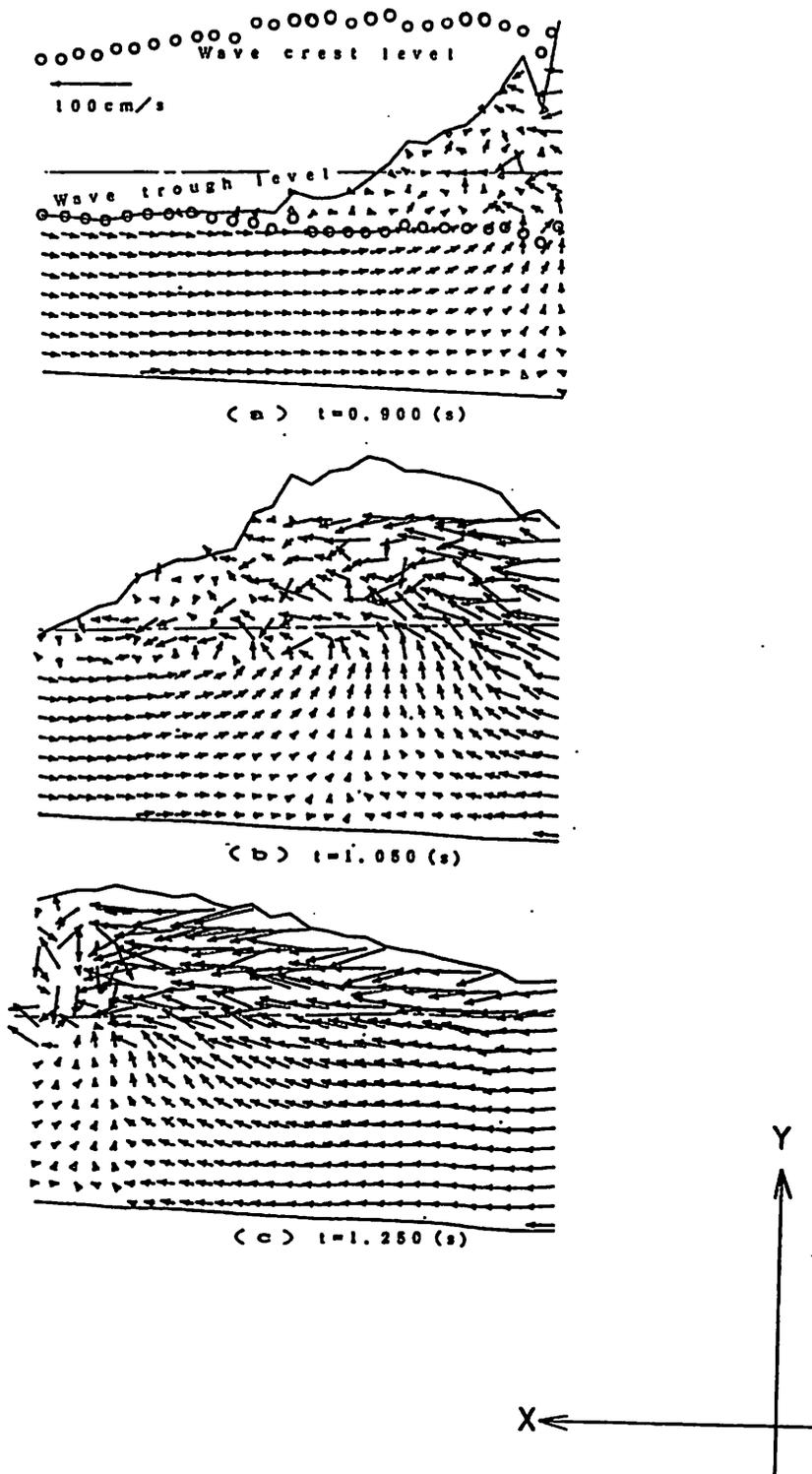


図 4-7 位相平均流速の空間分布 (実験結果)

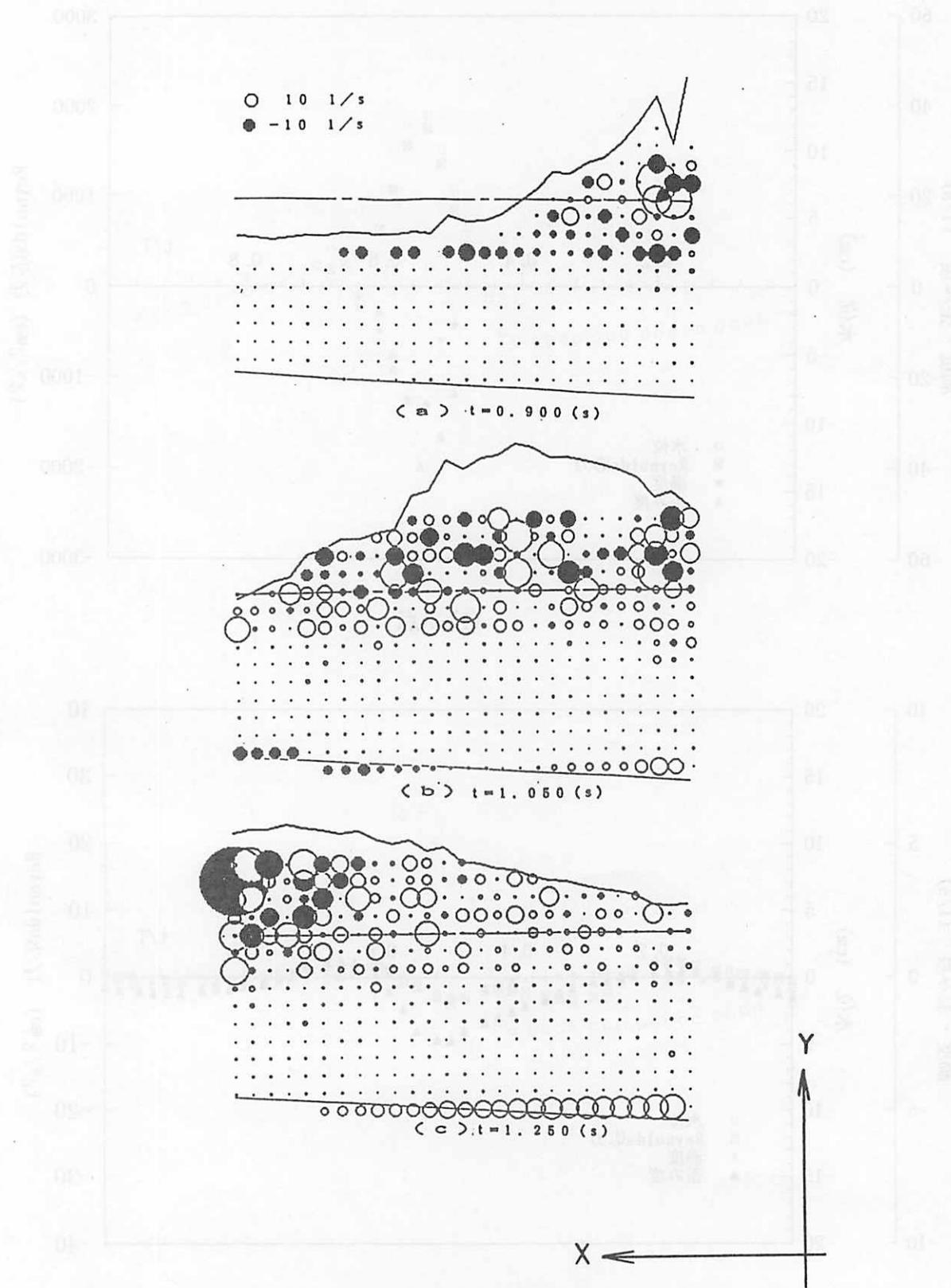
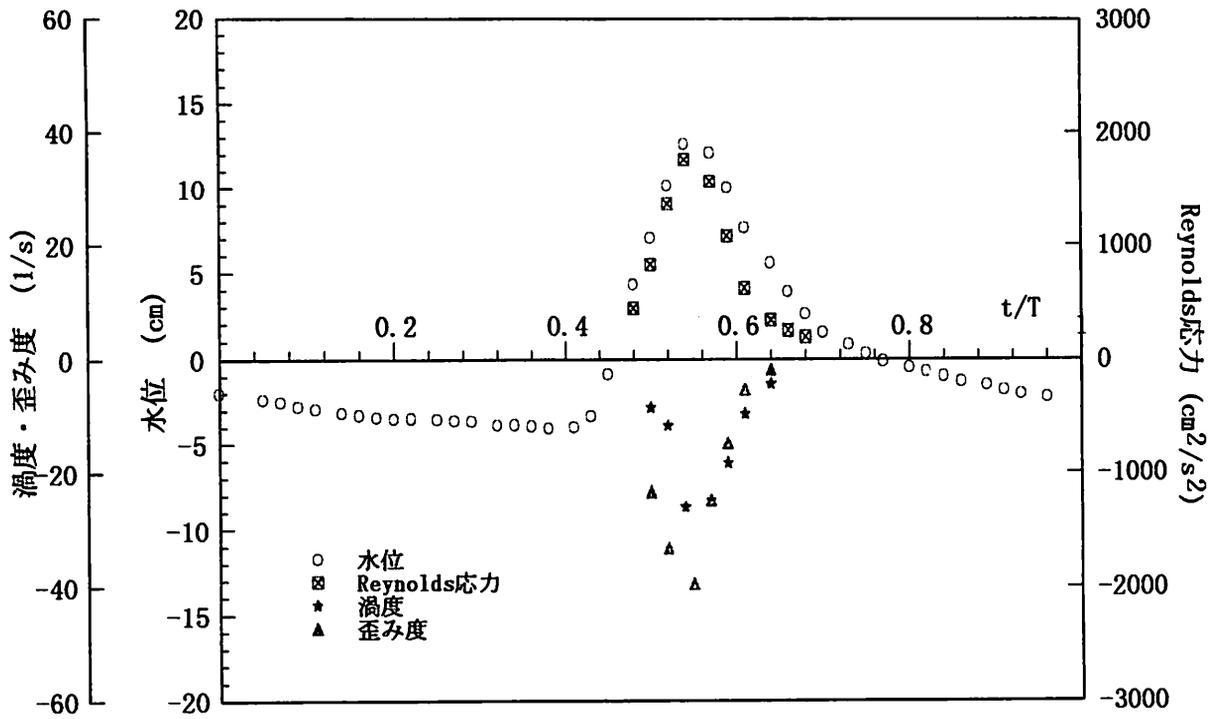
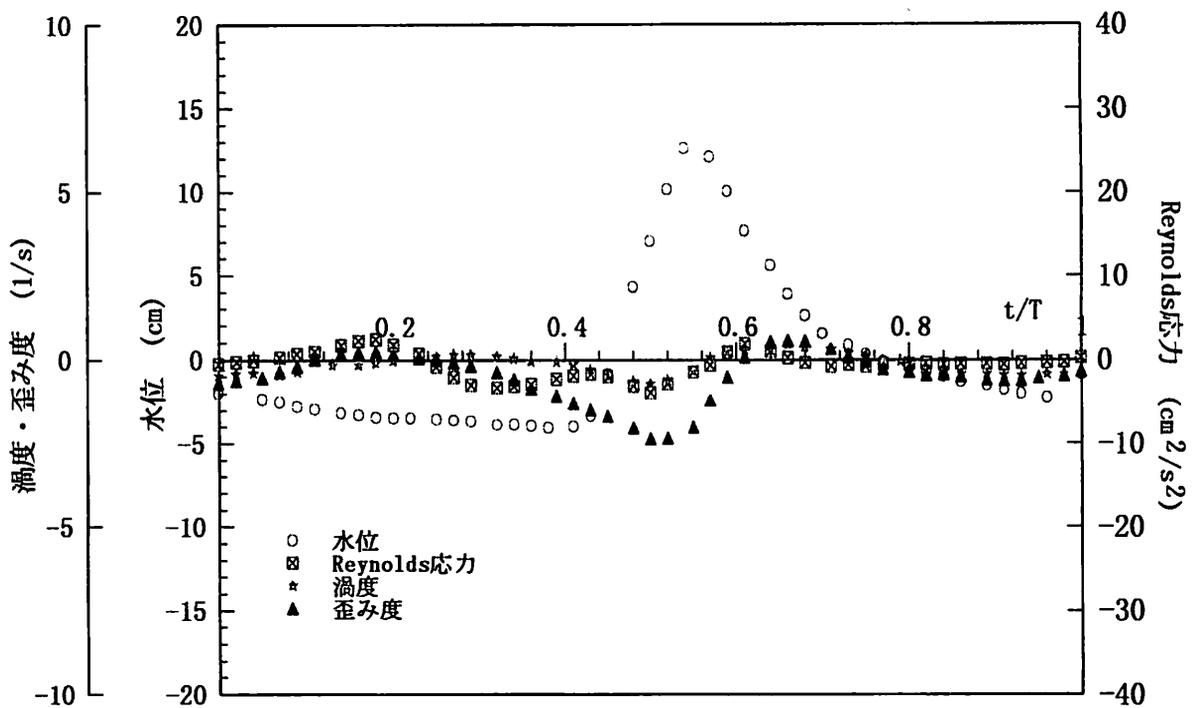


図 4-8 渦度の空間分布 (実験結果)



(1) A点



(2) C点

図 4-9 水位と内部諸量の時間変化 (実験結果)

第4節 内部諸量を用いたエネルギー逸散機構の数値モデル化

本節では、榎木³⁴⁾と同様に、砕波時の渦運動や乱れに伴うエネルギー逸散を Reynolds 応力項として評価する方法を用いる。本来、乱れのエネルギー逸散を評価する上では、乱れの輸送方程式を考慮し、Reynolds 方程式と関連させた応力方程式モデルなどにより評価する必要があるが、ここでは、モデルの簡便さと計算速度を考慮して、Reynolds 応力項として評価する方法を用いる。なお、本節で示す方法は、前節の実験結果に基づき、Reynolds 応力項を内部諸量を用いて数値モデル化するところに特徴がある。

(1) “渦の半径” の概念

Reynolds 応力項を、Plandtl の混合距離モデルを用いて表現すると以下のようになる。

$$-\overline{u'v'} = l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4.26)$$

ここで、 l は混合距離であり、通常、 $l = \kappa \cdot y$ と表される。なお、 κ は Karman 定数、($\kappa \approx 0.4$)、 y は壁面からの距離である。

榎木³⁴⁾は、混合距離 l を砕波時の波高や水深等を用いて評価しているが、砕波時には、気泡を多く含み、乱れの激しい点で渦度の絶対値が大きくなるという前節の実験結果(図 4-8、4-9)に基づき、ここでは、“渦の半径”という概念を用いて、混合距離 l を評価する。

“渦の半径”を説明するにあたって、流れの中に任意の閉曲線 C を考える(図 4-10)。この曲線に沿う接線速度成分 v_s の積分を循環 Γ と呼び、曲線 C に沿う流れを表す。曲線 C の線要素ベクトルを ds 、速度ベクトル \mathbf{v} の曲線 C への接線 s 方向の成分を v_s とすると、 $\mathbf{v} \cdot ds = v_s \cdot ds$ であるから、循環 Γ は次式のようになる。

$$\Gamma = \oint_C v_s \cdot ds = \oint_C \mathbf{v} \cdot ds \quad (4.27)$$

また、Stokes の定理に従うと、ある閉曲線 C における循環 Γ とその閉曲線に囲まれた任意の曲面 S 上の渦度 ω の関係は、曲面 S の面素 dS 、渦度 ω の S 面の法線方向成分 ω_n を用いて、次式のように表される。

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot ds = \iint_S (\text{rot } \mathbf{v})_n dS = \iint_S \omega_n \cdot dS \quad (4.28)$$

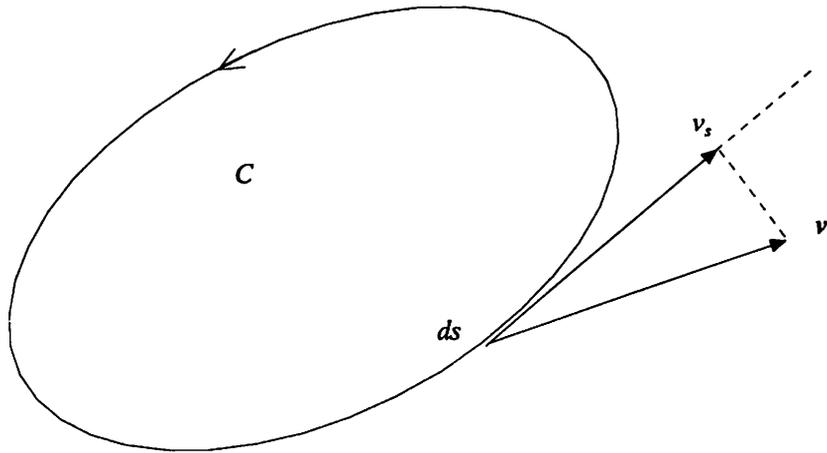


図 4-10 循環

次に、SMAC 法における解析格子の面積を、 $\Delta = dx \times dy$ とし、循環 Γ を次式で近似する。

$$\Gamma = \iint_S \omega_n \cdot dS \cong \omega \cdot \Delta \quad (4.29)$$

ここで、渦の半径 r_ω を、渦度と微小要素の面積との積 $\omega \cdot \Delta$ 、つまりある点での循環値 Γ をその点の流速 u で割った値と定義する。

$$r_\omega \equiv \frac{\omega \cdot \Delta}{u} = \frac{\Gamma}{u} \quad (4.30)$$

(2) レイノルズ応力の数値モデル (モデル1)

ここでは、Reynolds 応力項を、Plandtl の混合距離モデル式(4.26)を用いて表現するが、混合距離 l を渦の半径 r_ω を用いて次式のようにモデル化する。

これにより、0 次の乱流モデルを使用しているにもかかわらず、流況に応じて混合距離を空間的に変化させることができるようになる。

$$l \equiv \alpha \cdot \frac{\omega \cdot \Delta}{u} = \alpha \cdot \frac{\Gamma}{u} = \alpha \cdot r_\omega \quad (4.31)$$

ここに、 α は定数で Karman 定数に相当するものである。

次に、エネルギー逸散領域では、実験結果 (図 4-9) でも明らかなように、大きなせん断力が働いているので、式(4.26)の右辺の速度勾配項を、せん断変形を表す歪み度： $\gamma = \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ を用いてそれぞれ次式のようにモデル化する。

$$\left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \equiv \left| \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^{1/2} = \left| \gamma \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^{1/2} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \equiv \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) = \gamma \quad (4.33)$$

よって、式(4.26)は次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} -\overline{u'v'} &\equiv \left(\alpha \cdot \frac{\omega \cdot \Delta}{\bar{u}} \right)^2 \cdot \left| \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^{1/2} \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \\ &= \left(\alpha \cdot \frac{\omega \cdot \Delta}{\bar{u}} \right)^2 \cdot \left| \gamma \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^{1/2} \cdot \gamma \\ &= (\alpha \cdot r_\omega)^2 \cdot \left| \gamma \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|^{1/2} \cdot \gamma \end{aligned} \quad (4.34)$$

なお、 α の値は試行錯誤的に求めるが、今回の計算では、 $\alpha = 0.005$ とした。

(3) レイノルズ応力の空間勾配の数値モデル (モデル2)

次に、砕波時の流体塊の突入等に伴う、乱れの急激な変化に対しては、歪み度 γ の時間変化が大きく関与することも考えることができるので、次元を考慮し、Reynolds 応力の空間勾配を歪み度 γ の時間変化を用いて評価する。

ここで、定数 $\lambda \equiv \beta / \alpha$ を導入し、

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\overline{u'v'} \right) \equiv \lambda \cdot \left| \frac{\omega \cdot \Delta}{\bar{u}} \right| \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\beta}{\alpha} \cdot \left| \frac{\omega \cdot \Delta}{u} \right| \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \\
&= \beta \cdot |l| \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t}
\end{aligned}
\tag{4.35}$$

ここで、 β の値は試行錯誤的に求めるが、今回の計算では、 $\beta = 0.005$ とした。

なお、それぞれの数値モデルを流体抵抗として考察すると、(4.34)式は速度の2乗に比例する抵抗、(4.35)式は加速度に比例した抵抗という事になる。

第5節 SMAC法を用いた砕波帯内の内部特性

(1) 解析領域および計算条件

計算領域は図4-11に示すように、2次元領域の計算を行う。このため運動の3次元性に起因する現象は再現できない。座標系としては、斜面に従ってx軸を取り、これと直行してy軸を取る。したがって、重力加速度はx成分を有することになる。SMAC法で用いる計算格子の大きさはx方向に1.0cm、y方向0.5cmとし、計算の時間刻みは安定条件から0.001sとした。

計算の初期条件は、滝川ら³³⁾のFEMによる砕波直前の計算結果を用いるが、FEMとSMAC法の計算メッシュが異なるため、SMAC法用に計算データを補間している。図4-12に計算の初期条件を示す。なお、この一連の操作はコンピューターにより直接入力できるようになっている。また、境界条件としては、通過側において流速および圧力の空間勾配を零とし、入射側では逐次FEMの計算結果を入力する。なお、入射側での水位変化にともなうマーカー粒子の流入処理は有元³⁵⁾の手法を用いた。

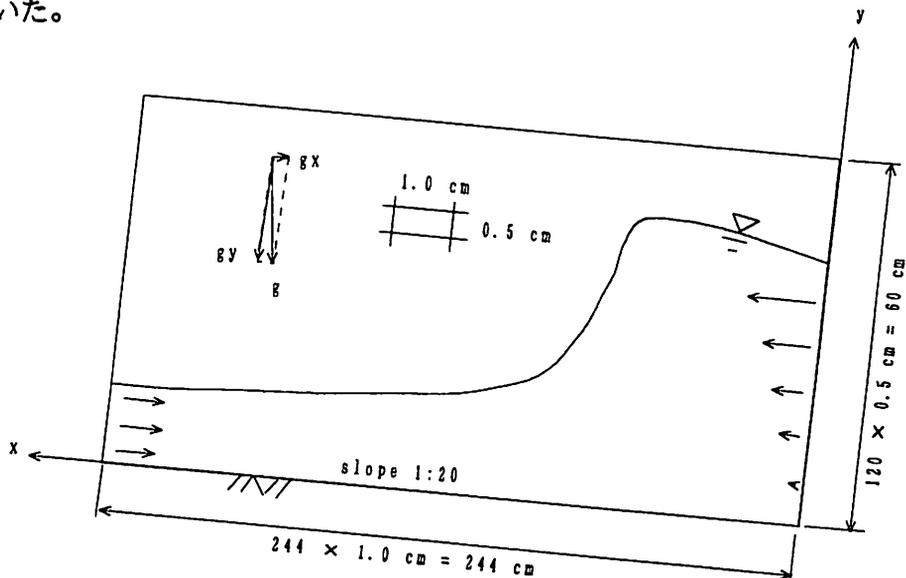
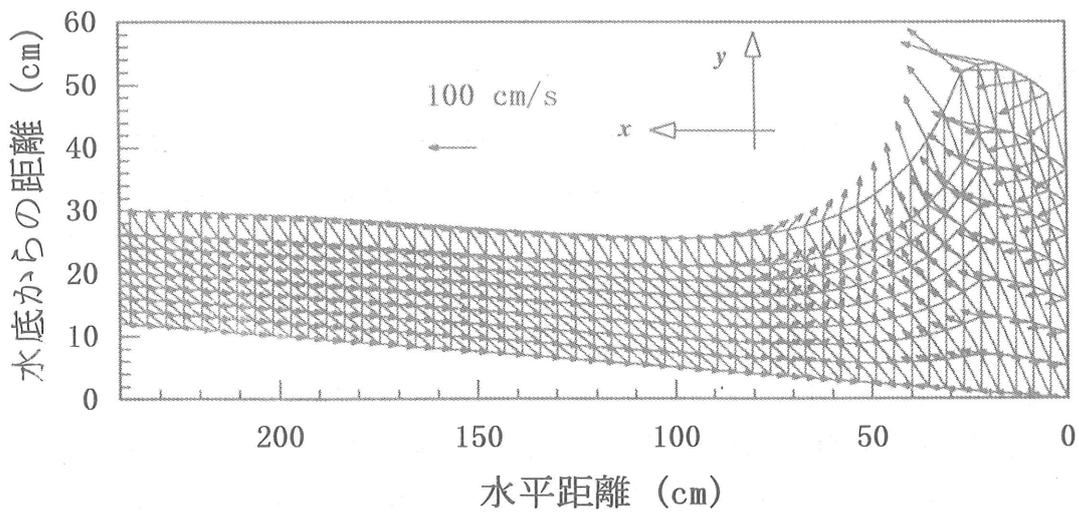
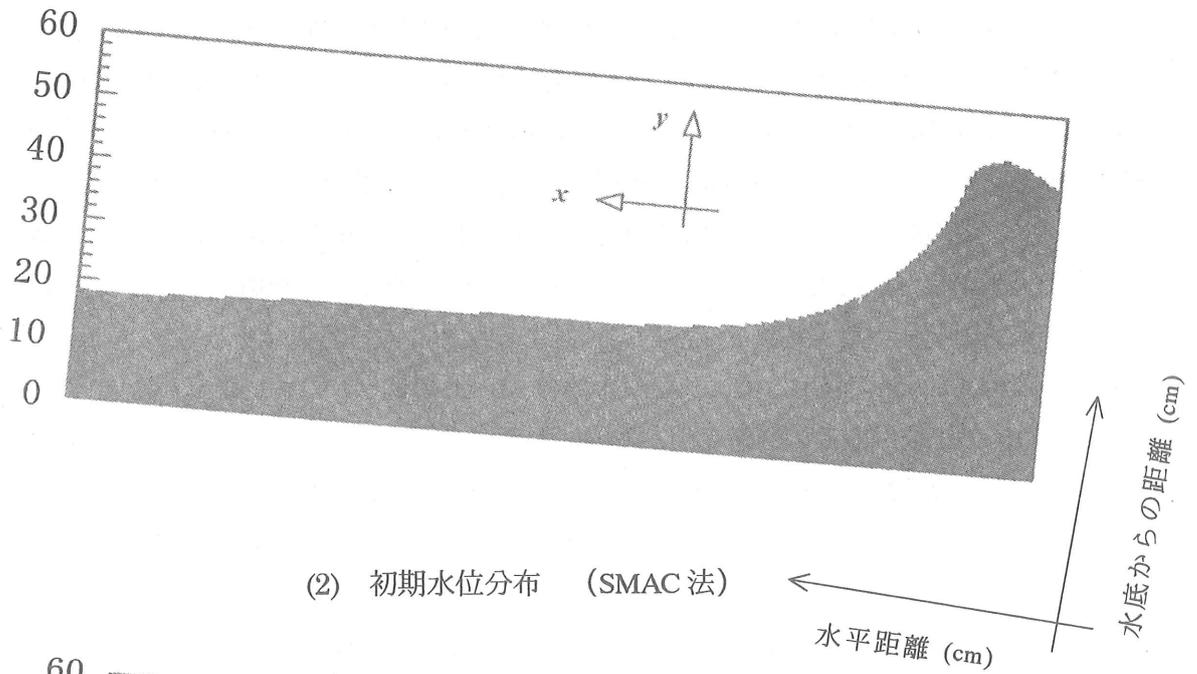


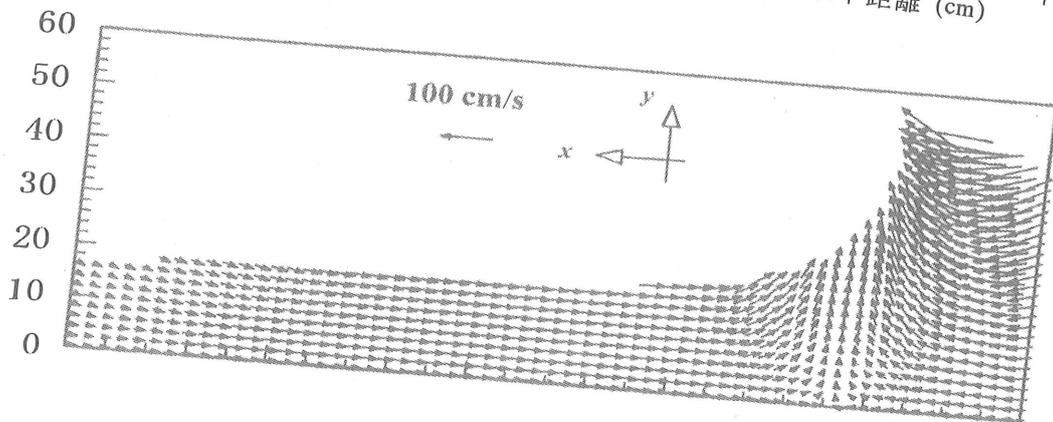
図4-11 解析領域



(1) 砕波直前の計算格子分布と流速分布 (滝川らの有限要素法)



(2) 初期水位分布 (SMAC 法)



(3) 初期流速分布 (SMAC 法)

図 4-12 計算の初期条件

(2) 計算結果

図 4-13~4-15 は、先の実験条件と同一の条件で行った数値シミュレーション結果である。図 4-13 は、エネルギー逸散を考慮していない従来の SMAC 法による結果を示し、図 4-14 は Reynolds 応力項の数値モデル (model 1) を、図 4-15 は Reynolds 応力項の空間勾配の数値モデル (model 2) を用いてエネルギー逸散を評価した結果を示す。なお、各図は、初期状態から 0.1 s 間隔でのマーカー粒子の位置を描いたものである。

計算結果を比較すると、各図とも $t = 0.2$ s で水塊の前方への放出が始まっており、このことは、3章の BFC 法を用いた計算結果とも一致する。その後の巻き込み部分の発達過程では、従来の SMAC 法において水表面での擾乱が若干目立つものの、3つのケースに大きな相違点は見られない。なお、従来の SMAC 法における水表面の擾乱は、流体抵抗を分子粘性のみで評価していることに関係するものと考えられる。

次に、 $t = 0.5$ s で前方の水表面に衝突 (第 1 突っ込み点) し、第 2 渦、第 3 渦の発生を伴いながらポア状となって波が進行して行く状況が計算されている。このような複雑な波変形過程は従来のポテンシャル理論に基づく計算手法では解析困難であり、本計算手法の高い汎用性と安定性が確認できる。なお、model 1、model 2 を用い、エネルギー逸散を考慮することで、従来の SMAC 法に比べて、渦の形成状態がより強調され、その発達状況も実験の VTR 画像と良く一致しており、碎波変形過程が良好に再現できることが分かる。このことから、本数値モデルの妥当性が伺える。

次に、数値モデルの計算精度を定量的に検証するために、室内実験で示した A 点 (第 1 突っ込み点より岸側 40.0 cm、静水位面より鉛直上向き 2.0 cm の地点) において計算値と実験値を比較する。図 4-16 の上段は渦度の経時変化、下段は歪み度の経時変化を比較したものである。なお、符号に関しては、渦度は反時計回りを正とし、歪み度は冲向きのせん断変形を正としている。両図を比較すると、エネルギー逸散を Reynolds 応力項で直接評価した model 1 の方が、実験値をよく再現しており、計算精度は高いことがわかる。

そこで次に、model 1 を用いて計算した碎波変形過程の内部特性の時間変化を図 4-17~4-20 に示す。図 4-17 は流速分布の経時変化を示したもので、図中の等高線は計算格子の流速 U ($U = \sqrt{u^2 + v^2}$, u は水平流速、 v は鉛直流速) を入射水深での波速 C ($C = \sqrt{gh} = \sqrt{980 \times 48.3} \approx 217.6$ cm/s) で除した無次元量 U/C の値を示している。(1)図より、波形の前傾化にしたがって波峰前面に速度の高い部分が集中してくることが示されており、第 2 章の画像解析の結果とよく一致している。(2)図では、巻き込み jet が、波速を上回る速度で進行方向に飛び出すことが示されており、これも第 3 章で示した BFC 法での計算結果とよく一致している。また、(3)図より、飛び出した巻き込み jet は波速の 2.5 倍の速度で前方の水面に衝突することが示されており、ラグランジュ的に巻き込み jet 先端での加速度を試算すると $1,000 \sim 1,500$ cm/s² となり、現象の過渡性が伺われる。さらに、衝突後はポア先端の速度が急激に減衰しており、衝突や碎波後の乱れが抵抗となってポアに作用しているものと考えられる。

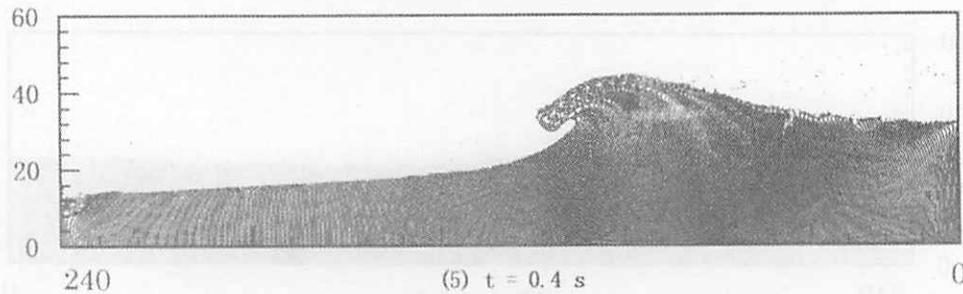
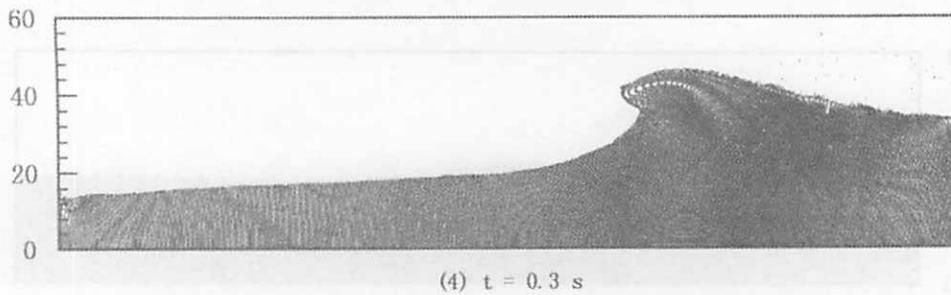
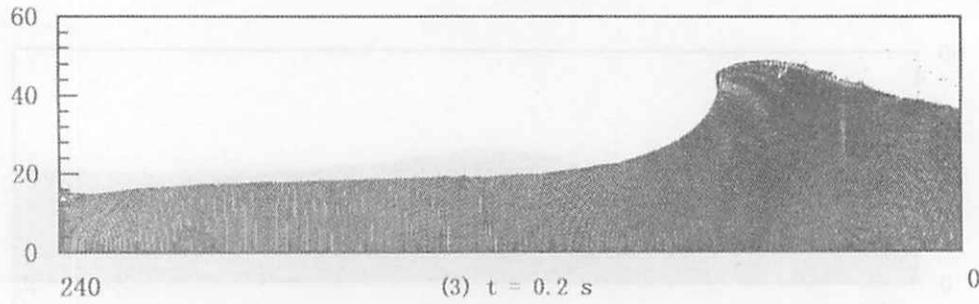
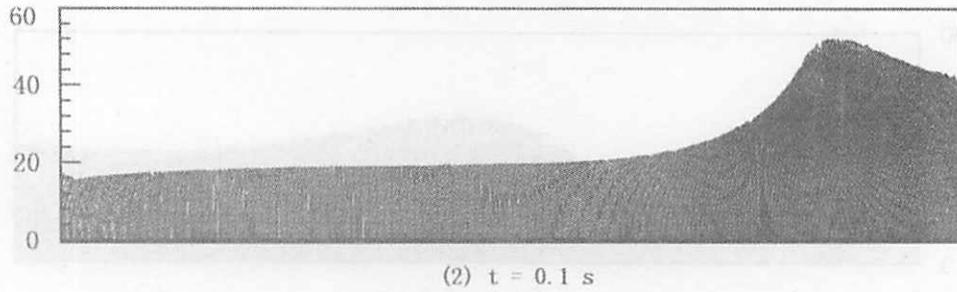
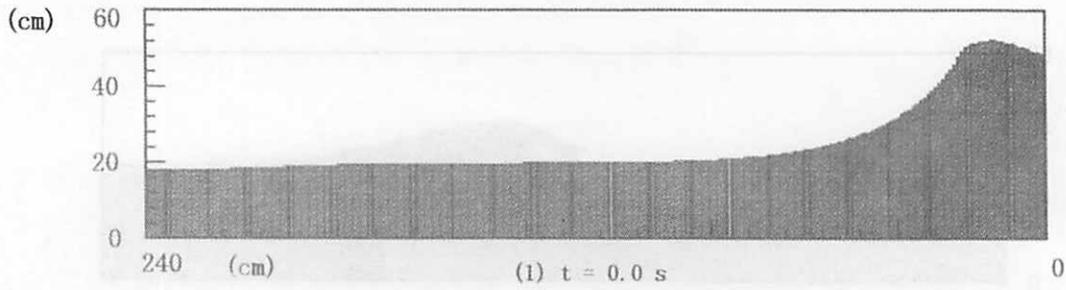
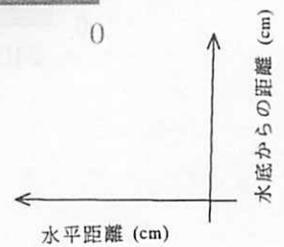


図 4-13 砕波変形過程の計算結果 <その1>
(従来の SMAC 法)



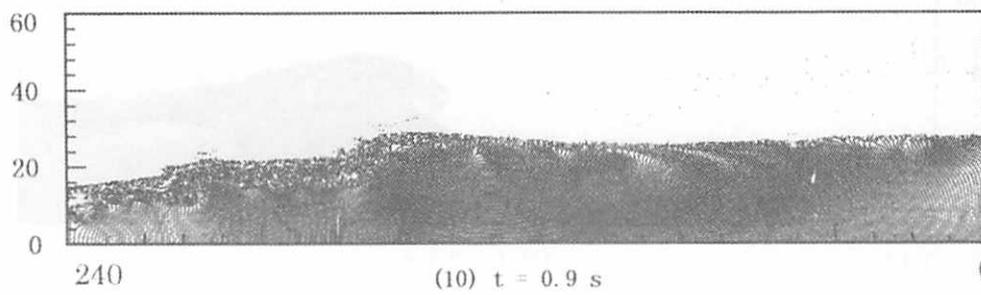
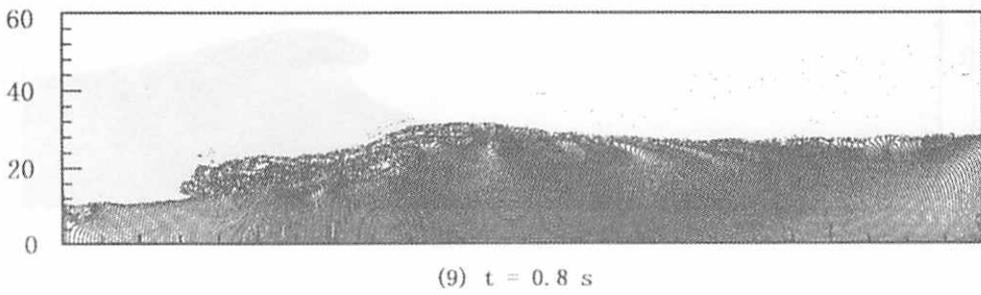
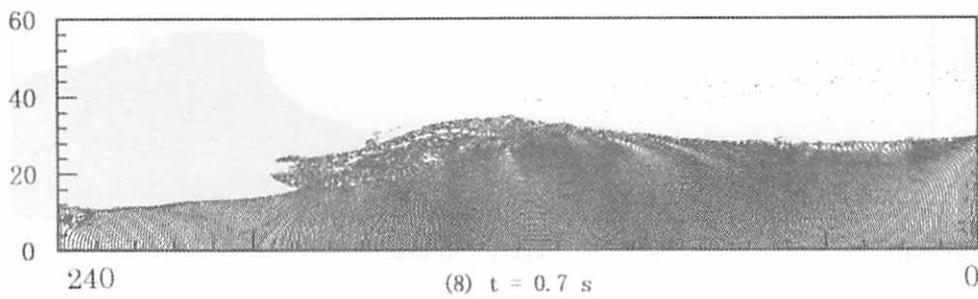
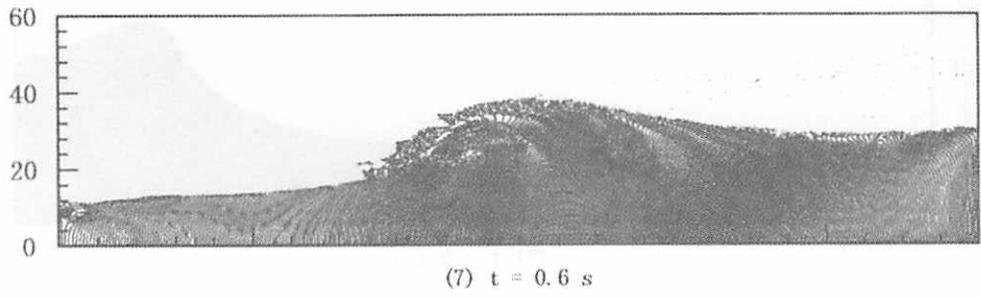
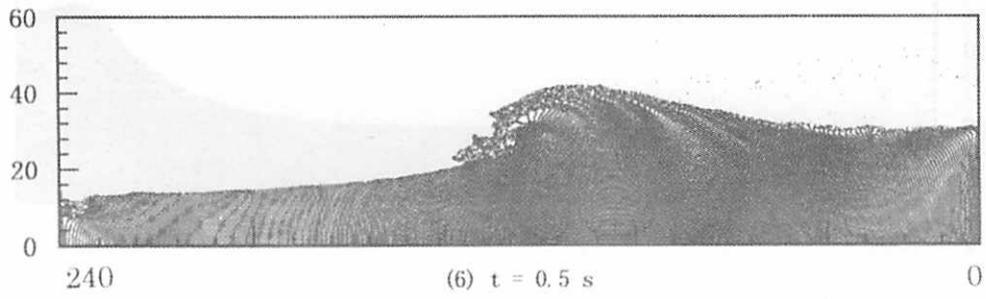
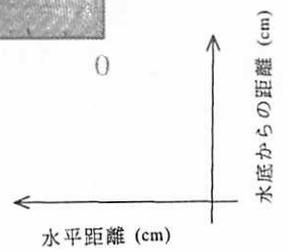


図 4-13 碎波変形過程の計算結果 <その2>
(従来の SMAC 法)



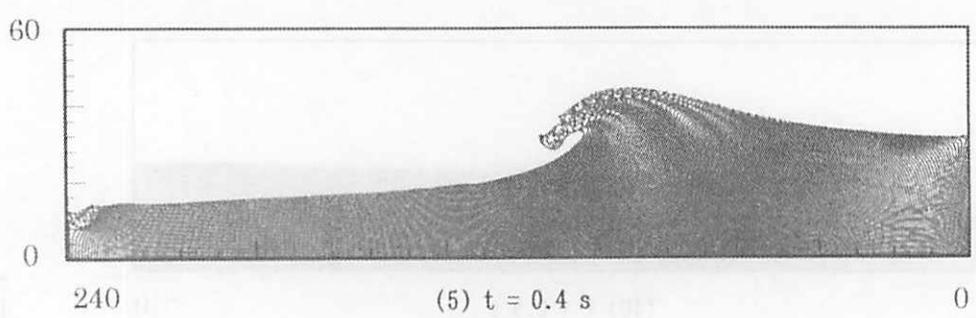
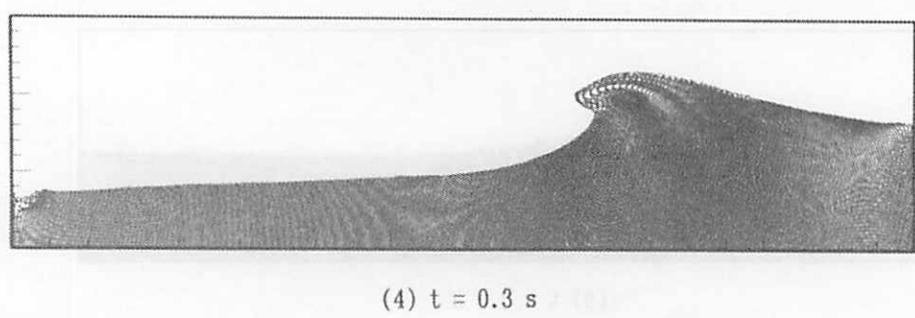
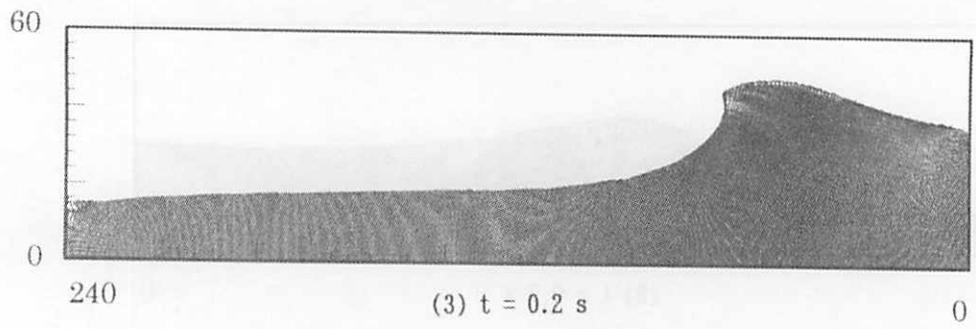
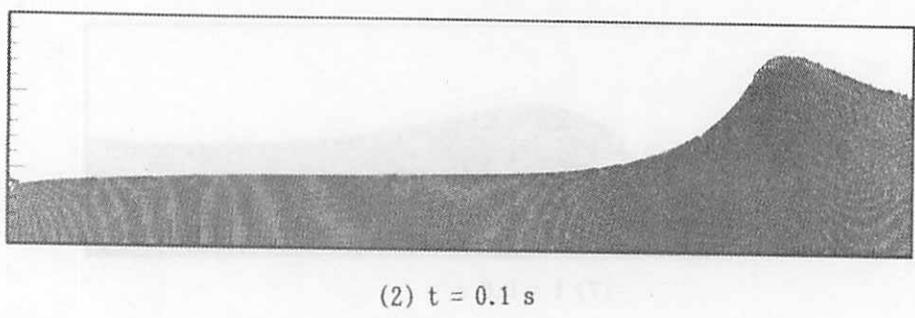
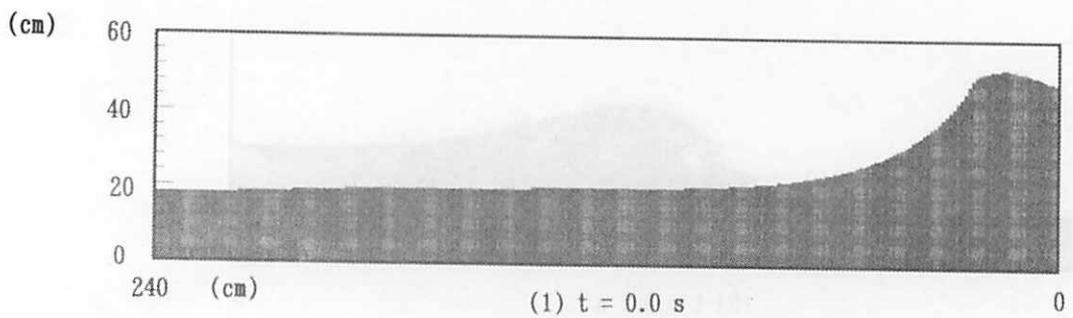
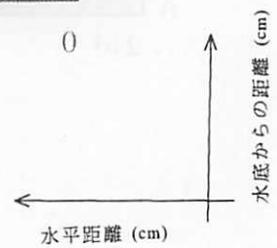


図 4-14 砕波変形過程の計算結果 <その 1>
(モデル 1)



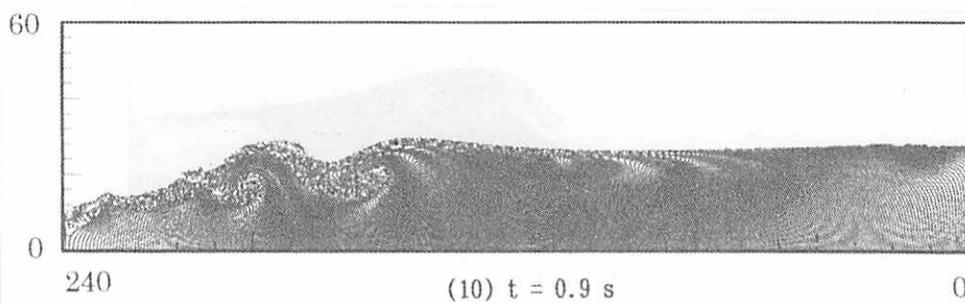
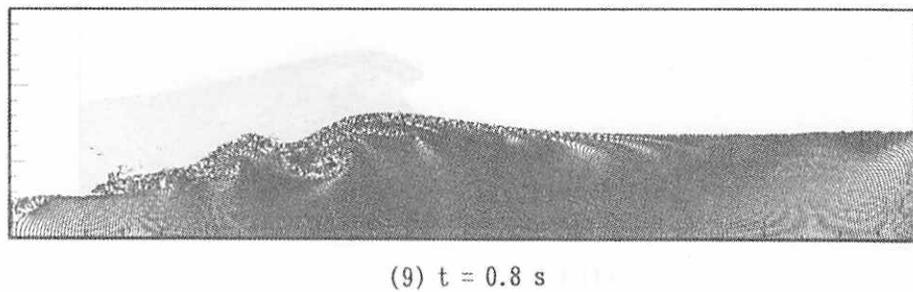
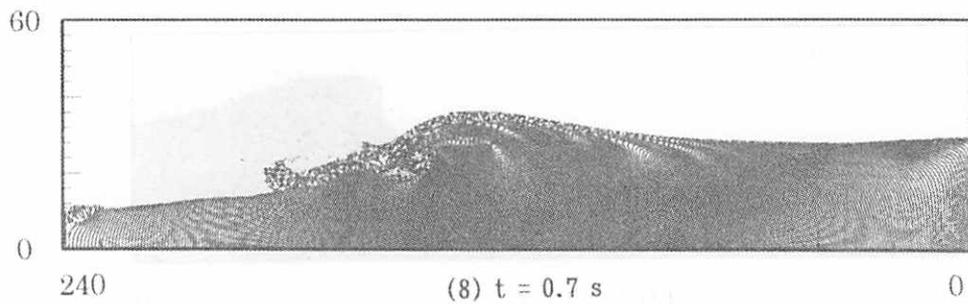
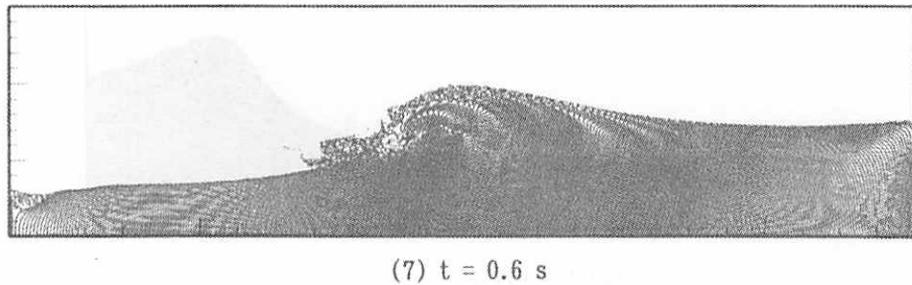
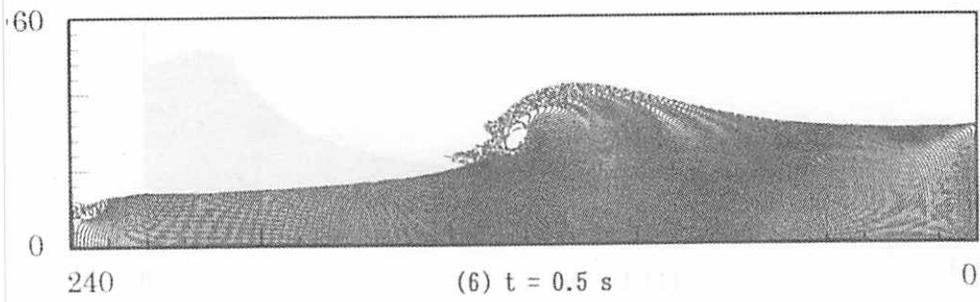


図 4-14 砕波変形過程の計算結果 <その2>
(モデル1)

水底からの距離 (cm)
↑
← 水平距離 (cm)

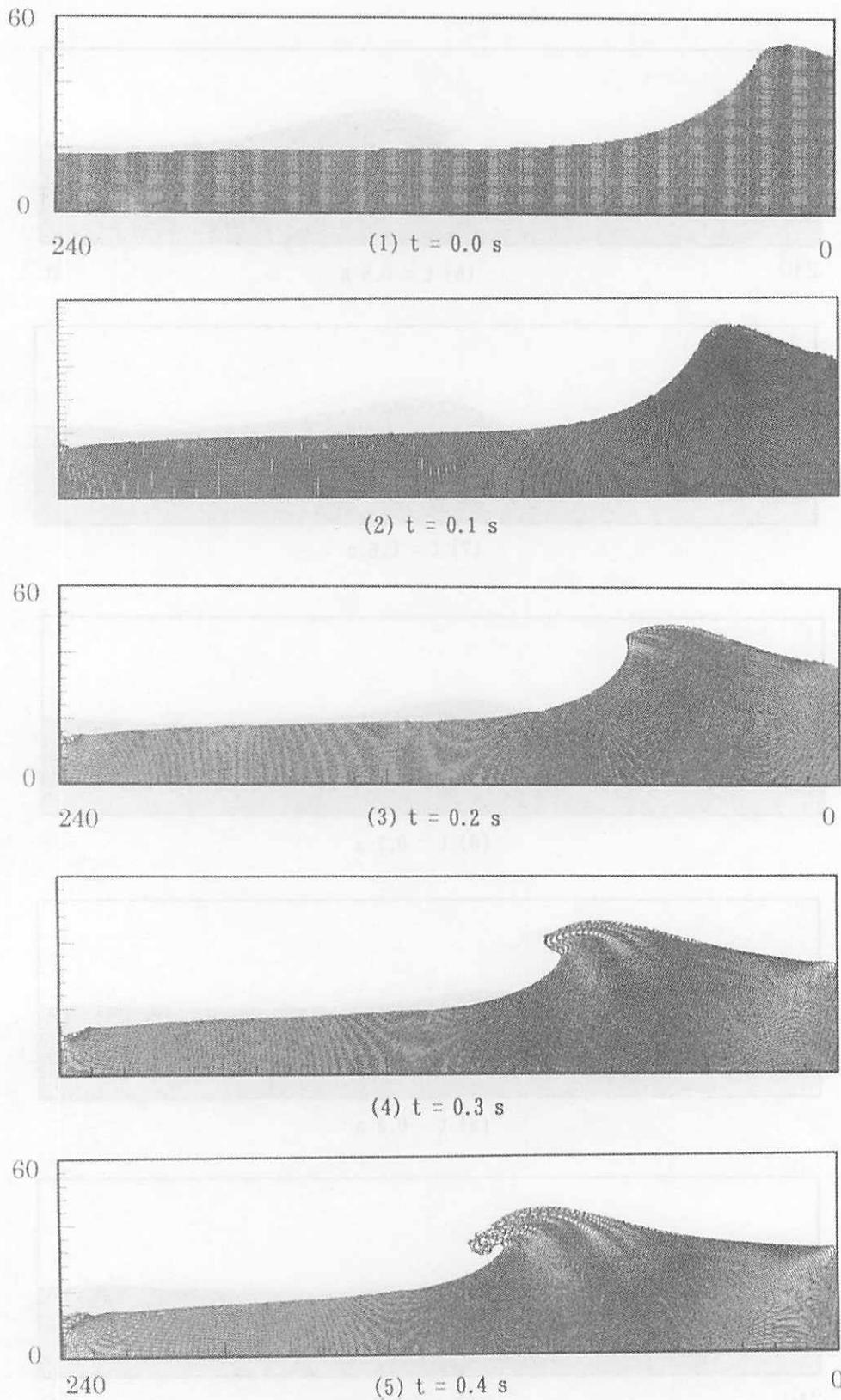
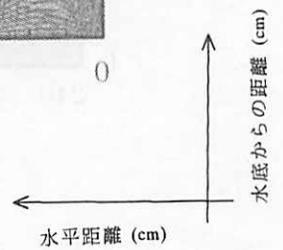


図 4-15 砕波変形過程の計算結果 <その1>
(モデル2)



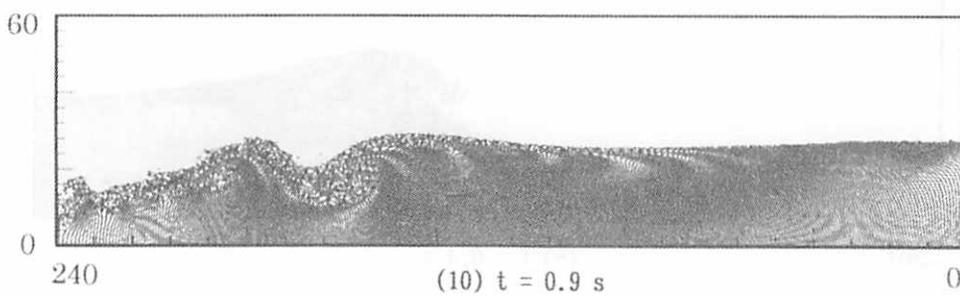
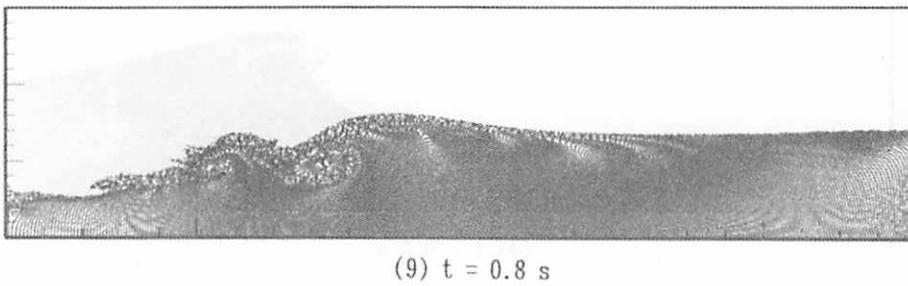
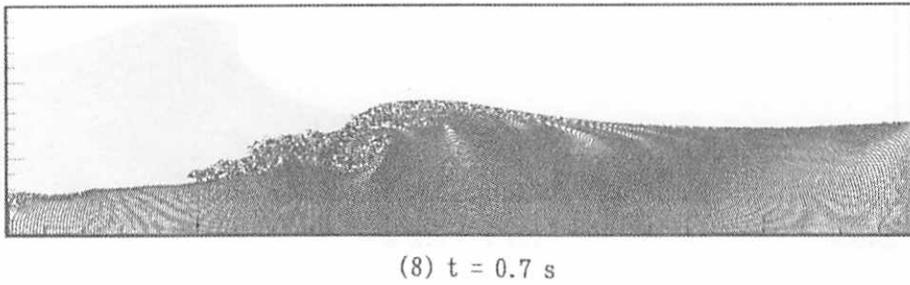
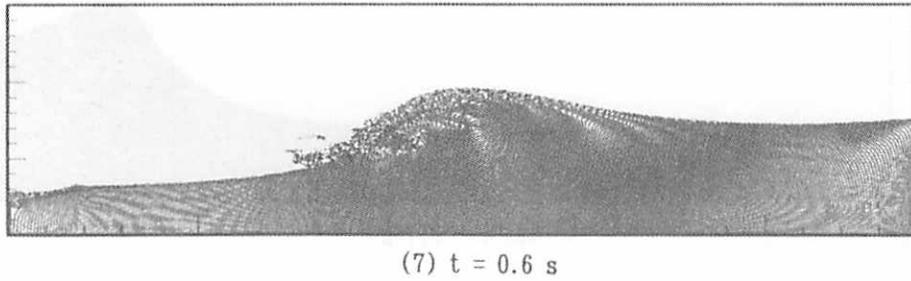
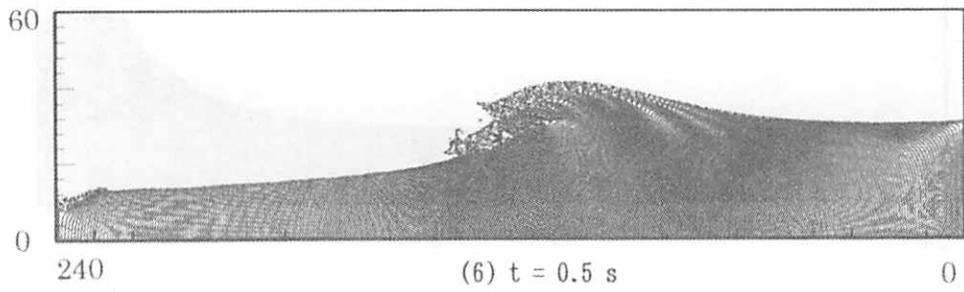
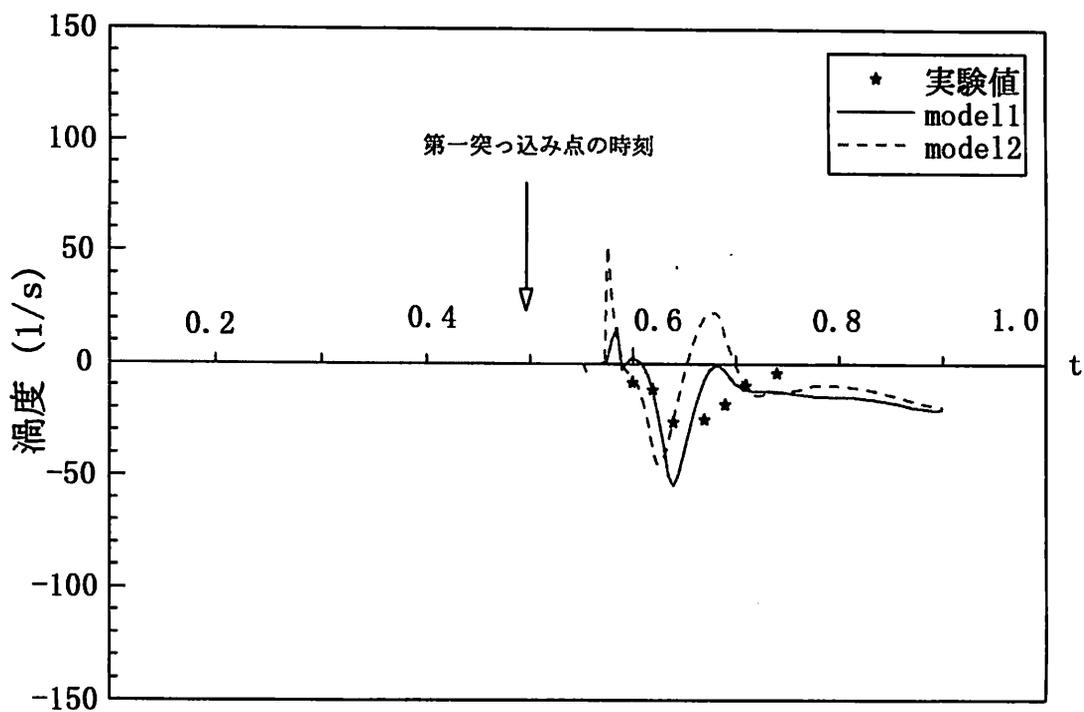
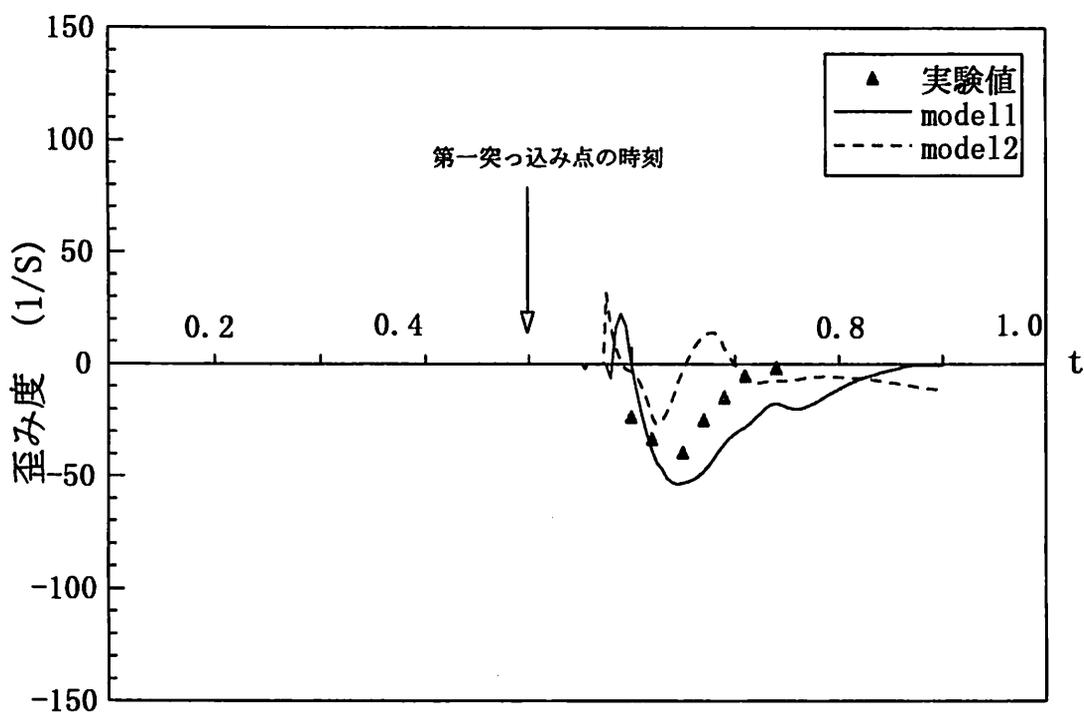


図 4-15 砕波変形過程の計算結果 <その 2>
(モデル 2)

↑ 水底からの距離 (cm)
← 水平距離 (cm)



(1) 渦度の経時変化



(2) 歪み度の経時変化

図 4-16 A点での内部諸量の比較

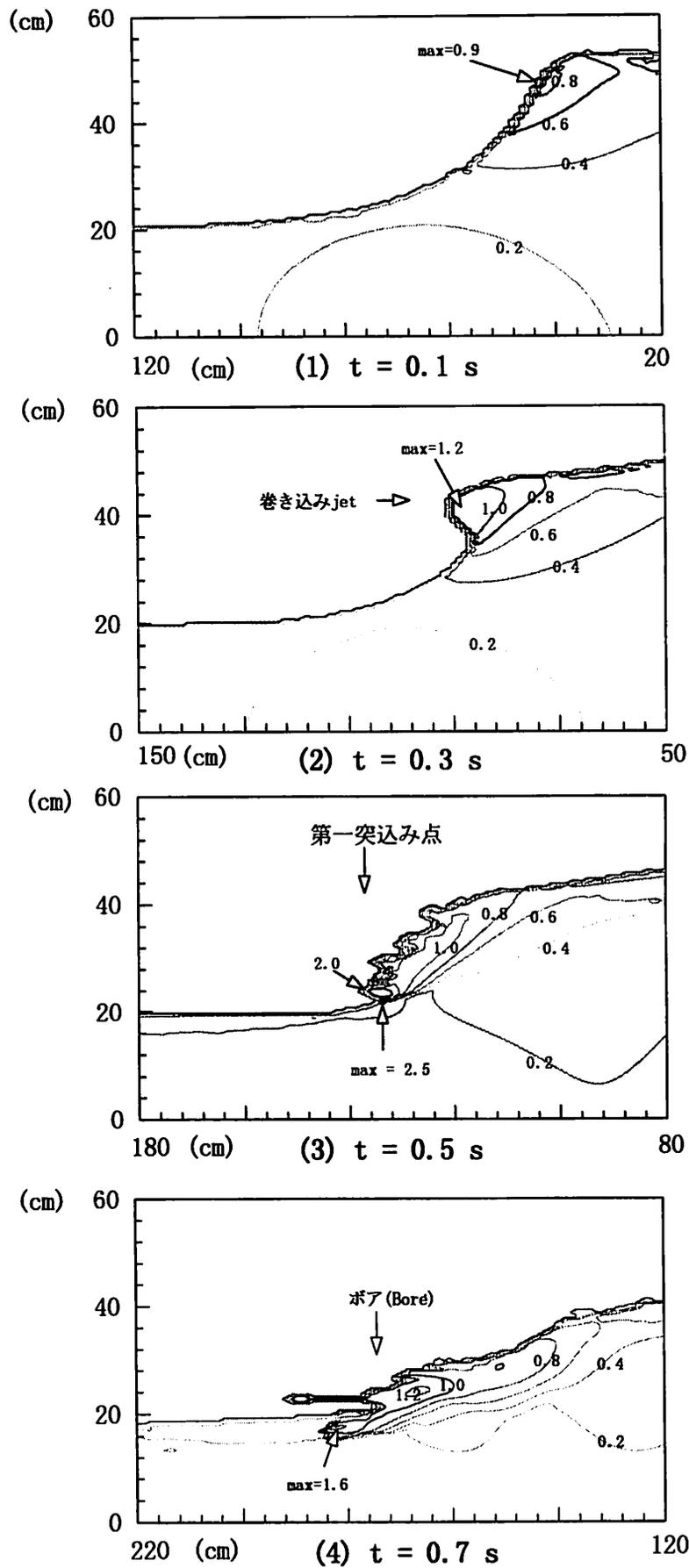


図 4-17 碎波変形過程の計算結果 <速度の無次元量の空間分布>

図 4-18 は砕波変形過程での渦度分布 ($\omega = \partial v / \partial x - \partial u / \partial y$) の経時変化を示したものであり、半時計回り (進行方向) の回転運動を正として表示している。(1)図を見ると、波峰の切立ちにもなって、波峰前面に進行方向の回転 (非ポテンシャル) 運動が分布しているのがわかる。従来、巻き込み jet が前方の水面に突入するまではポテンシャル運動であると仮定した解析例^{17~19)}が多いが、巻き込み jet が放出される以前に、すでに波動場はポテンシャル領域と非ポテンシャル領域が混在することが本計算結果より示されており、砕波変形過程へのポテンシャル理論の適用には限界があると思われる。次に、巻き込み jet 放出時においては、波峰前面における水面形の変曲点部分に渦度が集中し、その点を回転中心とし、進行方向への回転運動が生じていることがわかる。なお、そこでの渦度の最大値は 400 1/s である。次に(3)図より、巻き込み jet が前方の水面に衝突するとき、反時計回りの最大の渦度 (650 1/s) が出現するとともに、巻き込み jet 上面に回転方向の異なる渦の存在が顕著となり、衝突によって複雑な回転運動をともなう速度場が形成されることを示している。さらに、(4)図では、ボアが進行するにしたがって、速度場はより複雑な様相を呈することがわかる。

図 4-19 は砕波変形過程でのせん断変形を表す歪み度分布 ($\gamma = \partial v / \partial x + \partial u / \partial y$) の経時変化を示したものであり、沖側へのせん断変形を正として表示している。(1),(2)図より、波峰の切立ちから巻き込み jet 放出時においては、渦度と同様に、波峰前面に歪み度分布は集中しており、反時計回りの回転運動にもなって、進行方向へのせん断変形、つまりせん断力が作用していることがわかる。次に(3)図を見ると、巻き込み jet が前方の水面に衝突するとき、進行方向に向かった最大の歪み度 (400 1/s) が出現しており、衝突部分で大きなせん断力が働いていることがわかる。また、衝突時には、巻き込み jet 全体にわたってせん断変形が分布することも示されている。さらに、(4)図では、ボアの進行にもなって、歪み度が広く分布してゆくのわかり、ボアがせん断力を受けながら砕波後の乱れた領域を進行して行くことが示されている。

図 4-20 は、砕波変形過程での圧力分布を示している。なお、図中の等高線は圧力 P を密度 ρ で除した P / ρ (単位: $N \cdot m$) の値を示しており、ここでの圧力には静水圧も含めている。まず、非常に複雑な波動乱流場を解析しているにも関わらず、計算全体を通して、圧力振動などは見られず、安定して圧力場の計算がなされており、本計算手法の高い安定性が確認できる。次に、(1)、(2)図を見ると、波峰の切立ちから巻き込み jet 放出時にかけては、水表面形状の変化に対応するように圧力が分布しており、通常的自由表面を有した流体運動と大差はない。しかし、(3)図を見ると、巻き込み jet の衝突時には $4.0 N \cdot m$ の衝撃的な圧力が衝突部分に作用することが示されている。また、その影響で、衝突部分下方の圧力分布が乱れていることがわかる。さらに、(4)図より、ボア進行過程において、衝突時よりも大きな圧力 ($4.6 N \cdot m$) がボア先端付近で生じる事がわかる。この計算結果は、一般的に言われているように最高波圧が巻き込み jet の衝突時ではなく、ボア発生過程で生じることと一致する。また、ボア進行に伴う複雑な回転運動など影響で圧力分布は波状に乱れていることがわかる。

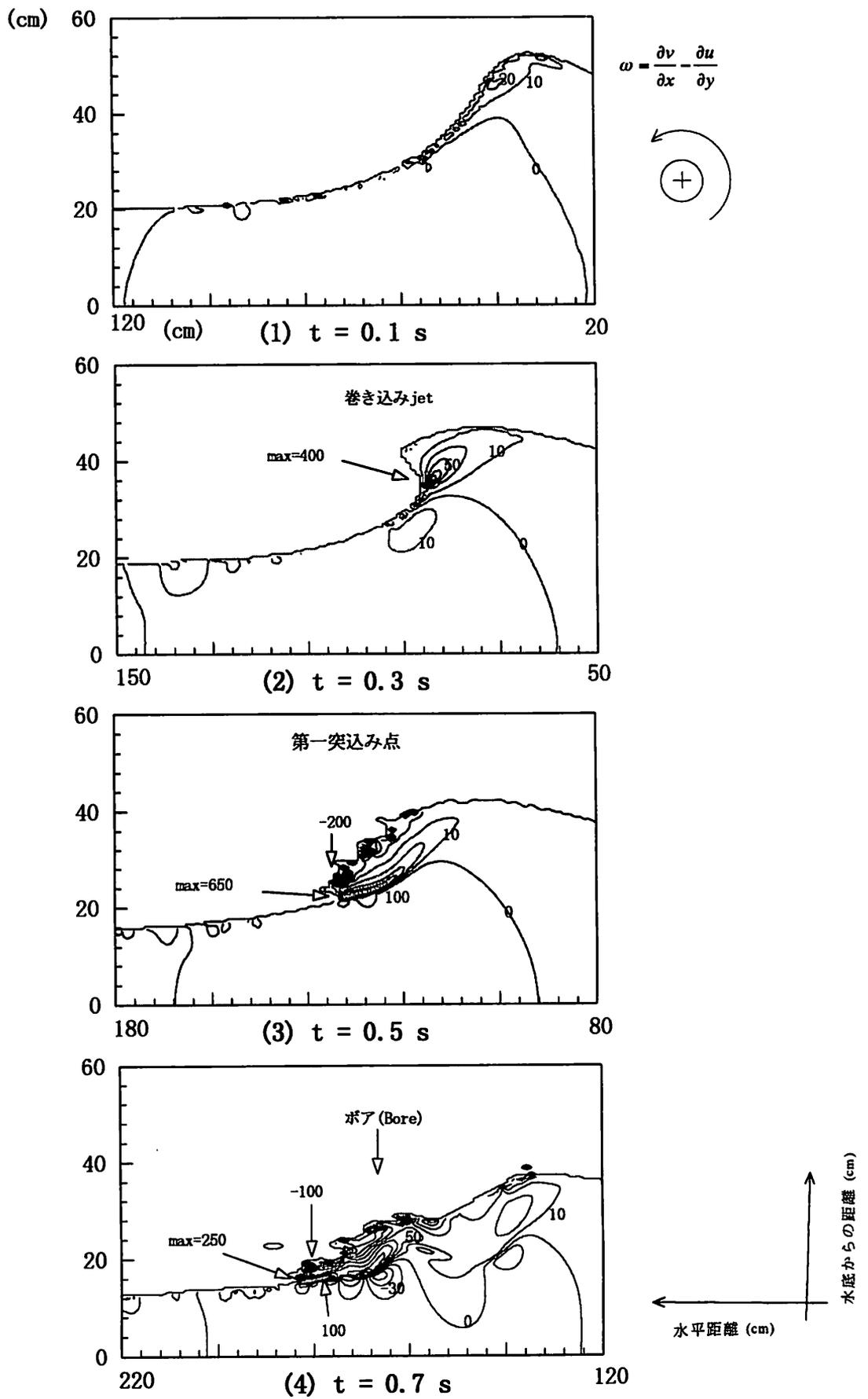


図 4-18 砕波変形過程の計算結果 <渦度の空間分布> 単位: 1/s

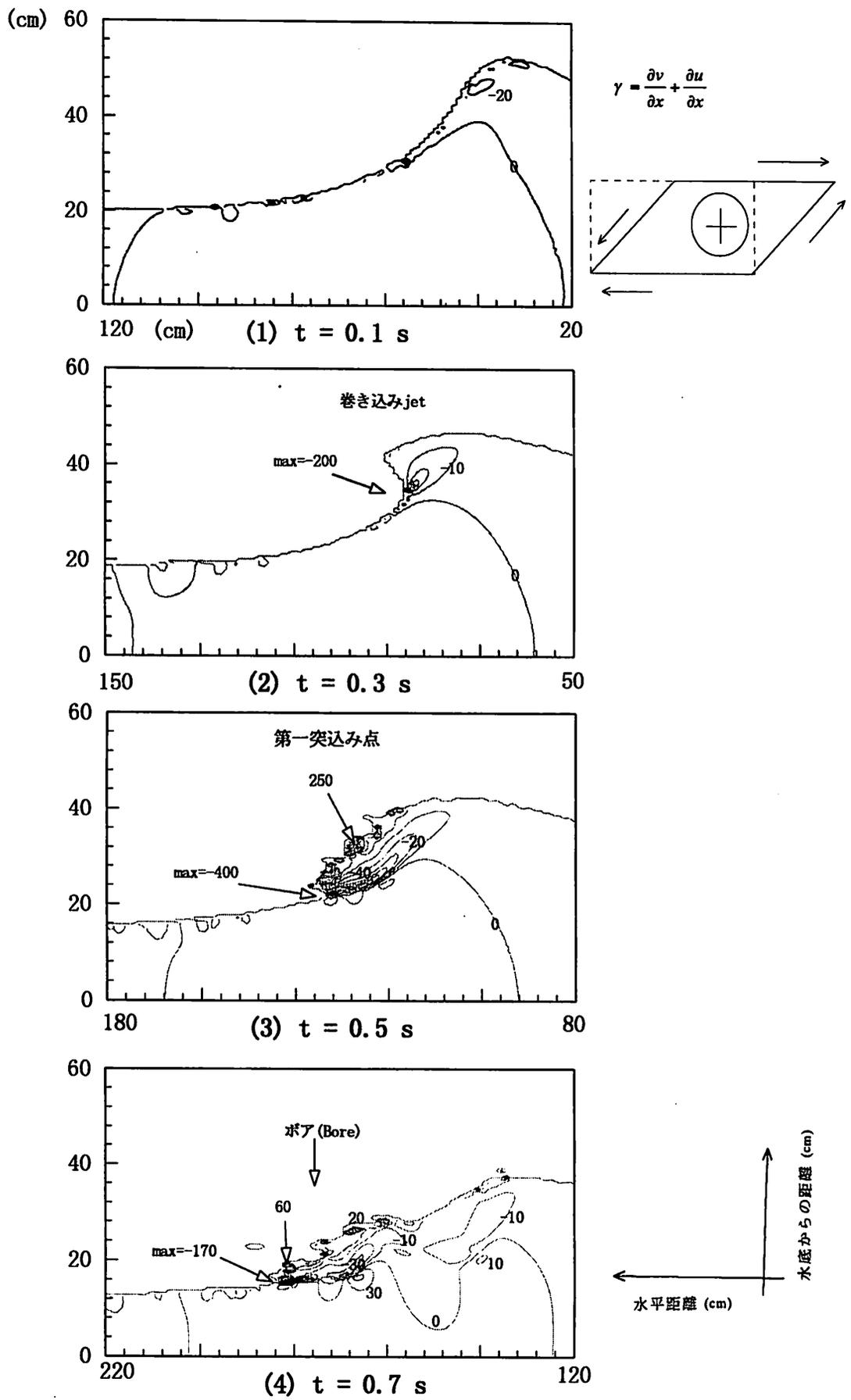


図 4-19 砕波変形過程の計算結果 <歪み度の空間分布> 単位: 1/s

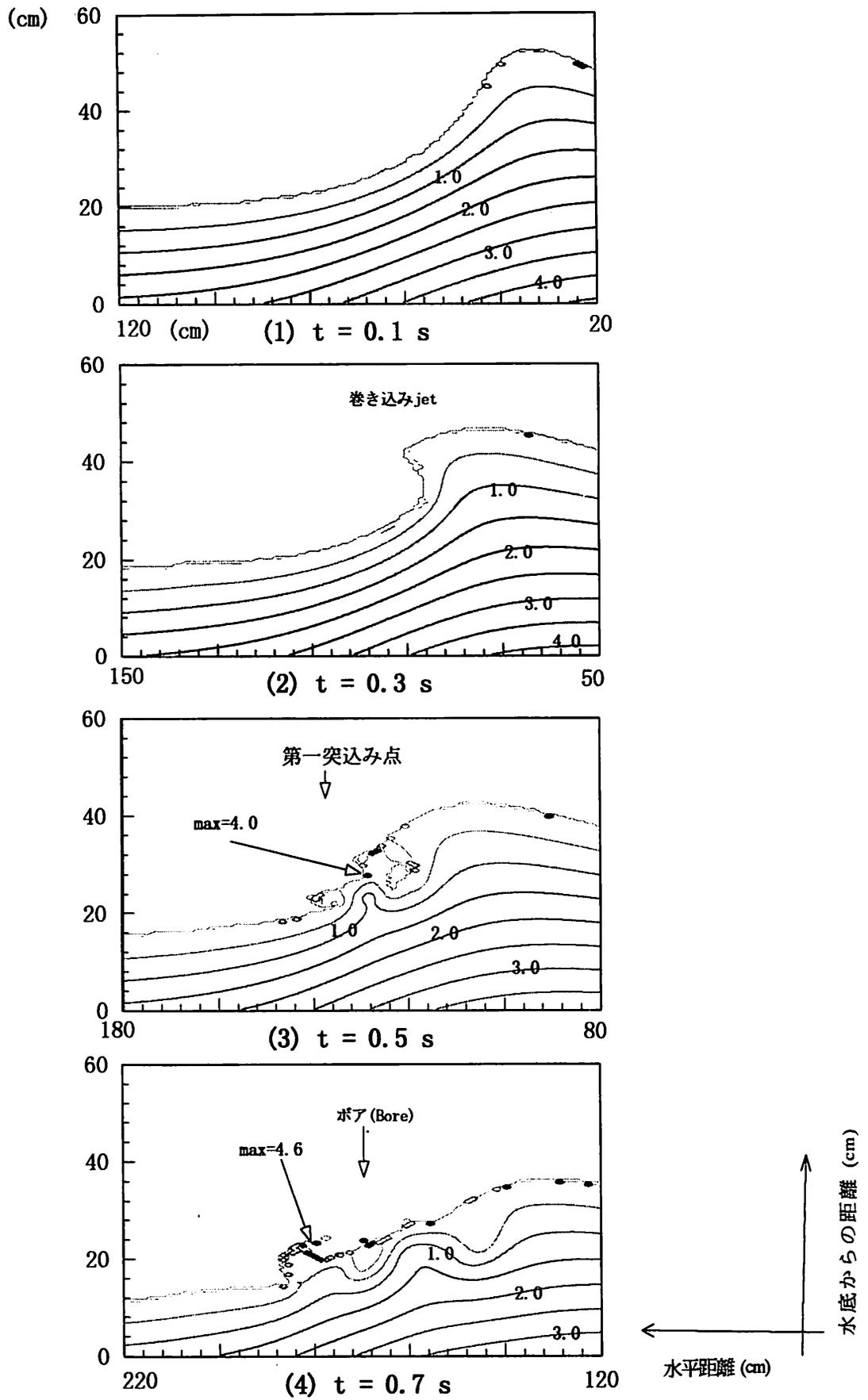


図 4-20 砕波変形過程の計算結果 <圧力の空間分布> 単位: $N \cdot m$

第6節 結 言

本章では、砕波変形過程の内部機構の解明を目的として、Reynolds 方程式を対象に、有限要素法(Finite Element Method : FEM)と SMAC 法を組み合わせた数値シミュレーション手法を開発した。また、砕波によるエネルギー逸散を内部諸量(渦度・せん断変形)を用いて数値モデル化するとともに、そのモデルの妥当性についても検討し、さらに、一様斜面上での巻き波砕波の解析を行い、砕波変形過程の内部特性(速度場、圧力場等)についても定量的な検討を行った。本章で得られた結論を要約すると以下ようになる。

まず第2節においては、基礎方程式や SMAC 法の概要を示すとともに、離散化手法および計算手法などについて説明した。また、従来の SMAC 法を適用にあたっては、水塊突入時の水面同士の接触処理に問題があることを指摘し、本章で新しく提案した衝突(COL)セルを通常の SMAC 法のアルゴリズムに加えることで、接触問題の解析精度が向上することを示した。

第3節では、砕波時のエネルギー逸散を流体内部の物理的メカニズムに基づいて数値モデル化するために行った、室内実験の概要とその結果について説明した。実験の結果より、砕波帯の流速場が surface layer 内の非ポテンシャル領域とそれより下方のポテンシャル領域として考え得ることを確認し、更に surface layer におけるエネルギー逸散は、渦度、歪み度と強い相関にあり、また、流体塊の突っ込みに伴う大きな渦度の発生、移動と関連しており数値モデルの検討にはこれらを考慮する必要があることを示した。

第4節では、室内実験に基づき、砕波時のエネルギー逸散を内部諸量(渦度・歪み度)を用いて数値モデル化した。ここでは、エネルギー逸散をレイノルズ応力項として評価するとともに、そのレイノルズ応力項およびその空間勾配項を内部諸量である渦度・歪み度を用いて数値モデル化する手法を示した。

第5節では、適用例として斜面上での巻き波砕波の計算を行い、提案した数値モデルの妥当性を検証するとともに、砕波変形過程での内部特性についても定量的な検討を行った。本節で得られた結果を要約すると以下の通りである。

- 1) エネルギー逸散を数値モデル化することで、従来の SMAC 法に比べて、渦の形成状態などがより強調され、VTR 画像の結果と比較しても、砕波変形過程を良好に再現できることが分かり、数値モデルの妥当性を示した。
- 2) 実験結果との比較検証を行い、エネルギー逸散を Reynolds 応力項で直接評価した model 1 の方が、その空間勾配をモデル化した model 2 よりも、計算精度が高いことを示した。
- 3) 巻き込み jet が、波速を上回る速度で進行方向に飛び出すことや、飛び出した jet が波速の 2.5 倍の速度で前方の水面に衝突することを数値的に明らかにした。また、その時の巻き込み jet 先端での加速度をラグランジュ的に試算し、 $1,000 \sim 1,500 \text{ cm/s}^2$ となることを示した。
- 4) 巻き込み jet が放出される以前に、すでに波動場にはポテンシャル領域と非ポテンシャル領域が混在することを計算結果より示し、砕波変形過程へのポテンシャル理論の適用には限界が

あることを明らかにした。

- 5) 巻き込み jet が前方の水面に衝突するとき、反時計回りの最大の渦度 (650 1/s) が出現するとともに、巻き込み jet 上面に回転方向の異なる渦の存在が顕著となり、衝突によって複雑な回転運動をとまなう速度場が形成されることを示した。
- 6) 巻き込み jet が前方の水面に衝突するとき、進行方向に向かった最大の歪み度 (400 1/s) が出現し、衝突部分に大きなせん断力が働いていることを示した。また、衝突後に発生するポアがせん断力を受けながら砕波後の乱れた領域を進行して行くことを示した。
- 7) 巻き込み jet の衝突時には $4.0 N \cdot m$ の衝撃的な圧力が衝突部分に作用することや、ポア進行過程において、衝突時よりも大きな圧力 ($4.6 N \cdot m$) がポア先端付近で生じる事を示した。

参 考 文 献

- 1) 榎木 亨、岩田好一郎、松本 昇 (1973) : 砕波後の波の変形に及ぼす乱れの効果について— 砕波の内部機構に関する基礎的研究 第3報一、第20回海岸工学講演会論文集、pp.565-570
- 2) Peregrine, D. H. (1976) : Breaking waves on Beach, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 15, pp.149-178
- 3) 酒井哲郎・三反畑勇 (1983) : 砕波による乱れのレイノルズ応力について、第30回海岸工学講演会論文集、pp.30-34
- 4) 青野利夫・服部昌太郎 (1984) : 砕波下での大規模乱れ構造に関する実験的研究、第31回海岸工学講演会論文集、pp.6-10
- 5) 日野幹雄・灘岡和夫・小俣 篤(1984) : 砕波帯内の乱れの組織的運動と水粒子運動について、第31回海岸工学講演会論文集、pp.1-5
- 6) 三村信男・岡安章夫・柴山知也・Preecha Kamronrithisorn (1984) : Plunging 砕波によって発生する砕波帯内流速場の構造、第31回海岸工学講演会論文集、pp.11-14
- 7) 水口 優、友金幸浩 (1985) : 巻き波型砕波時の流れの場の実験的研究、第32回海講論文集、pp.60-64
- 8) 酒井哲郎・田中秀明(1985) : 斜面上の砕波における水塊の突っ込みと渦の挙動、第32回海岸工学講演会論文集、pp.70-74
- 9) 境 茂樹・佐伯 浩(1986) : 砕波後の波の変形と気泡連行深に関する研究、第33回海岸工学講演会論文集、pp.16-20
- 10) 西村仁嗣・武若 聡 (1988) : VTR 画像の相関解析による砕波時内部流速分布の推定、第35回海講論文集、pp.45-48
- 11) 長尾昌朋・片岡暁彦・沢本正樹 (1991) : VTR 画像処理とトレーサ追跡法を組み合わせた砕波内部流速場の測定、海岸論文集、第38巻(1)、pp.56-60

- 12) 小林智尚・日野幹雄・疋田賢七・荻原秀規 (1992) : フーリエ変換を用いた画像処理による碎波内部流速場の測定、海岸論文集、第 39 巻 (1)、pp.56-60
- 13) 渡部靖憲・佐伯 浩 (1995) : 画像処理による碎波帯内の運動機構に関する考察、海岸論文集、第 42 巻 (1)、pp.116-120
- 14) 滝川 清、山田文彦、松本健作、飯尾昌和 (1996) : ビデオ画像解析と Boundary-Fit 法を用いた碎波変形の内部特性に関する研究海岸論文集、第 43 巻 (1)、pp.51-55
- 15) 仲座栄三、河野二夫、宮里一郎、天野和宏 (1995) : 波の碎波変形と質量輸送及び undertow に関する研究、第 42 巻 (1)、pp.71-75
- 16) 仲座栄三、津嘉山正光、川満康智、吉田 忍 (1997) : 巻き波碎波に伴う流速場と底質の浮遊に関する研究、第 44 巻 (1)、pp.131-135
- 17) Longuet-Higgins, M.S, and E. D. Cokelet (1976) : The deformation of steep surface waves on water, Proc. Roy. Soc .London, A364, pp. 1-28
- 18) 滝川 清、岩垣雄一、中川政博 (1983) : 有限要素法による斜面上の波の碎波変形と内部機構の解析、第 30 回海岸工学論文集、pp.20-24
- 19) 日野幹雄・灘岡和夫 (1983) : 共形変換を用いた任意断面形状の波動場の解析法、第 30 回海岸工学講演会論文集、pp.89-93
- 20) Harlow, F. H. and Welch. J. E. (1965) : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, Phys. Fluids, Vol.8, pp. 2182-2189
- 21) Miyata,(1986) : Finite-Difference Simulation of Breaking Waves, J. Comput. Phys., Vol. 65, pp. 179-214
- 22) 酒井哲郎・水谷太作・田中秀明(1987) : 斜面上の巻き波形成碎波の碎波後の運動機構の数値解析、第 3 4 回海岸工学講演会論文集、pp.71-75
- 23) 滝川 清、山田文彦、有元光久、田淵幹修 (1991) : 斜面上の碎波変形過程の内部特性とその数値解析、第 38 回海岸工学論文集、pp.61-65、1991
- 24) Takikawa, K., Yamada, F., and Matsumoto, K (1997): Internal characteristics and numerical analysis of plunging breaker on a slope, J. of Coastal Engineering, Vol. 31, pp. 143-161
- 25) Amsden, A.A and F.H.Harlow (1970): "The SMAC method: a numerical technique for calculating incompressible fluid flows," Los Alamos Scientific Lab., N. Mex. (USA), LA-4370
- 26) Lin. P and Liu P. L.(1998) : A numerical study of breaking waves in the surf zone, J. Comput. Phys. Vol. 359, pp. 239-2645
- 27) Petit, H.A.H., Tonjes, P., Van Gent,M.R.A., Van den Bosch, P. (1994). "Numerical simulation and validation of plunging breakers using a 2D Navier-Stokes model," Proc.24th Int Coastal Eng. Conf., Kobe ASCE, Vol 1, pp 511-524
- 28) 榊山 勉、香山真祐 (1997) : 海底斜面上で碎波を伴う消波護岸への越波の数値解析、第 44 回海岸工学論文集、pp.741-745
- 29) 川崎浩司、岩田好一郎 (1996) : 3次元波動場に設置された潜堤による Spilling 碎波型の変形過程

- に関する数値解析、第44回海岸工学論文集、pp.71-75
- 30) Hirt, C. W. and Nichols, B. D (1985): Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamic of free Boundaries, J. Comp. Phys., Vol. 39, pp.201-225
- 31) 渡部靖憲・佐伯 浩 (1995) : 砕波帯内の流速場のダイレクトシミュレーション、海岸論文集、第43巻(1), pp.71-75
- 32) Yabe, T. and Aoki, T. (1991) : A Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, I and II, Comp. Phys. Com., Vol. 66, pp. 219-242
- 33) 山下隆男・James R.Tallent・土屋義人(1988) : 砕波水平渦の生成機構と移動特性、第35回海岸工学講演会論文集、pp.54-58
- 34) 榎木 亨(1973) : 砕波特論、水工学シリーズ73-B-2、土木学会水理委員会
- 35) 有元光久 (1993) : 斜面上の砕波変形過程の内部特性とその数値モデルに関する研究、熊本大学大学院修士論文、pp.53

第5章 砕波変形の3次元解析手法確立に向けての基礎的研究

第1節 緒言

自由表面を含む流体運動は、水面波やタンク内の液面振動などの大きなスケールの現象から、液滴や塗装における薄膜の運動などの小さなスケールの現象まで、広範な工学分野で、頻繁に出現する極めて重要な問題である。このような現象を解析的に解く場合には、境界条件を与える自由表面の位置を、解の一部として求めなければならないという非線形性のため、自由表面の変位を微小と仮定し、線形化近似を行う必要がある。そのため、砕波のような大変形を伴う自由表面流れの解析は困難であった。

一方、近年の計算機技術の進展により、実験的・解析的に取扱うことが困難であった非線形現象に対して、計算力学的アプローチが広く用いられるようになってきた。流体運動の基礎方程式を最小限の仮定と近似のもとで、数値的に解くこの手法は、自由表面流れの解析にも大変有効である。非線形性の強い水面波の数値解析にあたっては、自由表面がその形状を時々刻々と複雑に変化させるため、自由表面の位置を正確に把握し、その運動と連成させて流れ場の解析を行う必要がある。そのため、支配方程式に対する数値計算手法のほかに、新たに自由表面の位置を正確に認識し、追跡する手法が必要となる。

従来の自由表面流れの数値解析手法を大きく分類すると、自由表面形状に適合した計算格子を用いる free-surface-fitting 法と、自由表面の位置を解の一部として追跡する free-surface-capturing 法とに分けられる。free-surface-fitting 法では、自由表面の位置を正確に認識できるため、自由表面における力学的境界条件を課すことが比較的容易である。研究例としては、木倉ら¹⁾、滝川ら²⁾、川原ら³⁾は、流れ場の支配方程式の解法に有限要素法 (Finite Element Method : FEM)を、また、牛島⁴⁾、越塚ら⁵⁾、滝川ら⁶⁾は境界適合座標法 (Boundary-Fitted Coordinate method : BFC)を、さらに、Hirtら⁷⁾、西村ら⁸⁾は Lagrangian 法等を適用し、自由表面形状に適合した計算格子を用いて波変形の解析を行い、その有効性を示している。しかし、いずれの方法も自由表面の動きを追跡するために計算格子の頻繁な再構成が必要であり、その際に数値誤差や数値不安定性を発生する可能性がある。また、巻き波砕波時の波形の overturning (巻き込み jet) 現象のような自由表面が多価関数となる場合には、計算格子の歪みが著しく、再構成自体が不可能となる場合も多い。

同じ free-surface-fitting 法の範疇であるが、Longuet-Higgins⁹⁾、Nakayama¹⁰⁾、安田ら¹¹⁾は、流れ場の支配方程式の解法に境界要素法 (Boundary Element Method : BEM)を用いて、巻き波砕波時の巻き込み jet を再現し、飛び出した jet が前方の水面に接触する付近までの計算を行っている。この方法は、境界点のみに節点を配置するので、流体内部に計算格子を配置する必要が無く、計算格子の再構成などを考慮する必要がない。そのため、砕波のような大変形問題への適用性に優れているが、この手法は、渦度の存在を無視したポテンシャル理論に基づいているため、砕波直前の内

部特性の解明や砕波後の気泡を多量に含んだエネルギー逸散領域への適用は困難である。

これに対して、差分法と Euler 座標系を用い、計算格子の再構成を必要とせず、砕波などの大変形問題にも適用可能な解析手法が、Harlow ら¹²⁾の先駆的な研究以来、数多く提案されている。これらの手法は、free-surface-capturing 法とも呼ばれ、さらに、Marker and Cell (MAC) 法^{12)~14)}に代表されるマーカーや Line Segment 等を用いて自由表面を追跡する方法と、流体の体積占有率 (Volume of Fluid : VOF 関数) に着目し、VOF 関数の移流方程式を解くことで自由表面位置を求める VOF 法^{15)~17)}や気液 2 層流体を同時に解く密度関数法¹⁸⁾などに細分される。ところが、これら手法では固定座標系を用いているために、自由表面における水粒子速度が数値拡散の影響を受け、自由表面の位置が不明確になりやすく、また、自由表面での応力条件も近似的にしか満たすことができないという弱点を有している。

このように、free-surface-fitting 法と free-surface-capturing 法にはそれぞれ長所・短所があり、解くべき問題に応じて解析手法を選択しているのが現状である。このため、自由表面を含む砕波変形過程に対する汎用的で高精度な数値解析手法の開発が強く望まれている。

第 4 章において解説した FEM と SMAC 法を組合わせた砕波変形過程の数値解析手法は、砕波後の乱れの激しい領域までも含んだ高精度解析が可能であり、そのような要請に対しても非常に有効な手法である。しかし、マーカー粒子により液体と気体の判別を行っているため、3次元への拡張に際しては、その座標値の記憶容量が膨大となり、実用性の面で問題も残る。そこで、本章では、3次元への拡張が容易で、より汎用性が高い VOF 法を取り上げる。

上述のように、この方法においては自由表面における水粒子速度が数値拡散の影響を受けるため、自由表面位置が不明確になり、また、質量保存性も低下することが知られている (例えば、米山ら¹⁹⁾)。これは、VOF 関数の移流方程式の解法に局所的な移動体積を完全に保存する Donor-Acceptor 法という高精度な離散化手法を用いながらも、界面勾配の輸送が不完全であることに原因の一端があると考えられる。これに対して、Ashgriz ら²⁰⁾は、隣り合う 2 つの格子セルの界面における界面勾配の連続性を考慮した line-segment 関数を仮定し、その積分値と界面勾配の判定図により界面勾配を決定する Flux Line-segment model for Advection and Interface Reconstruction (FLAIR) 法を提案した。しかし、格子セル内で line-segment 関数が不連続になるという問題が生じ、界面の認識精度はあまり向上していない。

功刀²¹⁾は界面勾配を考慮した界面輸送法を含む多相流の直接解析手法 (Multi-interface Advection and Reconstruction Solver : MARS) を開発し、気泡塔下部オリフィスから連続的に発生する気泡等の解析を行っているが、格子セル内で界面勾配を一次関数で近似しているため、砕波時に多価関数となる複雑な自由表面形状を認識するには、格子分割数が非常に多くなるなど問題も残る。一方、Osher ら²²⁾は非保存形の Level-Set 関数の移流方程式を密度および粘性係数の移流方程式に連成させる Level-Set 法を開発し、界面形状の捕獲と輸送を行い、Yabe ら²³⁾は、物理量とその空間一階微分を変数として持ち、それらの移流方程式を同時に解き、数値拡散の極めて少ない界面輸送を実現した (Cubic Interpolated Pseudo-particle : CIP 法)。さらにこの方法は、空間 1 階微分を変数

として持つため、2つの格子点情報のみで3次精度のスキームが構築できるコンパクト性も有している。

そこで本章では、VOF法の適用にあたり、VOF関数の移流方程式の解法に界面勾配の輸送を考慮した数値拡散の少ないスキームを適用することで、その弱点である移動境界の認識・追跡精度および質量保存性の向上を行い、3次元場の波と砕波変形の数値シミュレーション手法の確立を目指す。数種類のスキームの数値拡散を比較検討した結果、VOF関数の移流方程式の解法には、CIP法とそのTangent変換を用いるDigitizer²⁴⁾の組み合わせを採用することで、自由表面の認識精度と質量保存性が向上できることを示す。解析例として、矩形容器内のスロッシング現象とダム崩壊現象の解析を行い、実験値や解析解との比較により、計算精度とその有効性を検証する。さらに、造波水槽内での水面波の変形問題についても解析を行う。

まず、第2節においては、差分法を用いた従来の移動境界問題の数値解析手法の概要を述べる。

第3節では、本章で用いるVOF法のアルゴリズム、特に、自由表面形状を決定するVOF関数の移流計算法(Donar-Acceptor法)の概要とその問題点について述べる。

第4節では、VOF法の弱点である自由表面の認識精度や質量保存性を向上させる方法を提案する。まず、1次元の線形移流方程式を対象に、数種類のスキームについてその数値拡散などを比較し、VOF関数の移流方程式の解法に最適な計算スキームを選定する。

第5節では、自由表面問題への適用にあたっての解析手法や離散化手法の詳細を述べるとともに、適用計算例として、矩形容器内のスロッシング現象とダム崩壊現象を対象に解析を行い、解析手法の自由表面認識精度と質量保存性について確認する。

第6節では、通過境界における自由透過処理の検討を行い、造波水槽内での波変形問題への本計算手法の適用性を検証する。

第7節では、本章で得られた結果を要約して述べる。

第2節 差分法を用いた従来の移動境界問題の数値解析手法

差分法を用いた移動境界問題の解析手法には、大きく分けて、自由表面の位置を直接的に表現する方法と間接的に表現する方法の二つがある。前者には、高さ関数法、線分法等があり、後者にはマーカー粒子法、密度関数法等がある。

(1) 高さ関数法²⁵⁾

移動境界(自由表面)を、底面からの高さ h の1価関数として表現する方法であり、2次元の場合、移動境界の位置は(5.1)式の運動学的境界条件によって求める。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = v \quad (5.1)$$

ここで、 u, v は x, y 方向の速度である。

比較的容易に移動境界を表現できるが、砕波のような多価関数となる場合には適用できない。

(2) 線分法¹³⁾

移動境界を線分 (line segment) のつながりで表現する方法である。自由表面を水平座標 x の多価関数として扱えるため、砕波などの現象にも対応できるが、線分データの処理はかなり複雑であり、3次元への拡張性はほとんどない。

(3) マーカー粒子法^{12),14)}

液相に多数のマーカー粒子を分散させ、自由表面の位置はこのマーカー粒子を含む領域と含まない領域の境界にあると定義する。いかなる自由表面の形状も原理的には計算可能である。しかしながら、表面張力の算定に必要な自由表面における法線方向の判定は困難であり、3次元への適用に際しては、記憶容量の増大などの問題がある。

(4) 密度関数法¹⁸⁾

移動境界をある関数値の不連続面として扱うのが密度関数法である。計算領域の各点における密度関数 ρ_m を次のように定義する。

$\rho_m = 1$: 流体が存在する

$\rho_m = 0$: 流体が存在しない

また、密度関数 ρ_m は(5.2)式の移流方程式に従って時間発展するものと仮定する。

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho_m}{\partial x} = 0 \quad (5.2)$$

ここで、 u_i は x_i 方向の速度である。

この方程式を解く場合、数値拡散の少ないスキームを採用する必要がある。VOF 法は、(5.2)式中の ρ_m の代わりに体積占有率を表す VOF 関数 : F について解く方法である。

第3節 VOF 法のアルゴリズム

マーカー粒子法は、自由表面の近傍の運動を非常にリアルに表現することも多いが、自由表面条件の与え方には厳密さがかける。VOF 法は、マーカー粒子法の利点をもちつつ、マーカー粒子法の欠点である計算時間、記憶域の増大を解消し、表現可能な自由表面形状の任意性をより一層

広げることを目的に、米国 Los Alamos 国立研究所において、Hirt ら¹⁹⁾によって開発された方法である。ここでは VOF 法の概念について述べる。

空間を離散化したときに得られる、差分セルにおける流体の存在体積率にあたる VOF 関数 F を定義し、これをもって、自由表面の形状を記述する。VOF 関数 F の値により、各計算セルを次のように分類する。

- $F=0$ (計算セルには流体が存在しない) : 気体セル
- $F=1$ (計算セルは流体で満たされている) : 流体セル
- $0 < F < 1$ (計算セルには表面が存在する) : 表面セル

VOF 法において表面形状の認識は、表面セルに対してそのセル内での表面がどの座標軸に対して、より垂直に近いかを評価することにより行う。2次元の場合には表に示す4つのいずれかに分類され、この分類が表面形状を示していることになる。表 3-1 には計算セルの分類とその内容を示す。

表 3-1 計算セルの分類

分類	内 容
0	流体セル
1	表面が x 軸に垂直で、流体は x 軸の負の方向にある : 表面セル
2	表面が x 軸に垂直で、流体は x 軸の正の方向にある : 表面セル
3	表面が y 軸に垂直で、流体は y 軸の負の方向にある : 表面セル
4	表面が y 軸に垂直で、流体は y 軸の正の方向にある : 表面セル
5	小さなしぶき (周りを気体セルに囲まれている)
6	気体セル

(1) VOF 関数 F の移流計算 (Donor-acceptor 法)

VOF 関数 F の基礎式は 2次元の場合、次式で与えられる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (5.3)$$

変数配置は流速をセル界面(エッジ)、 F 値をセル中心に配置するスタガード格子を採用し、差分法を用いて (5.3)式を離散化し、次式を得る。

$$F_{ij}^{n+1} = F_{ij}^n - \delta t \left\{ \frac{1}{\delta x_i} (u_{i+1/2j}^n F_{i+1/2j}^n - u_{i-1/2j}^n F_{i-1/2j}^n) + \frac{1}{\delta y_j} (v_{ij+1/2}^n F_{ij+1/2}^n - v_{ij-1/2}^n F_{ij-1/2}^n) \right\} \quad (5.4)$$

ここで、セルエッジでの F の値は、 $F_{i+1/2j}^n = (F_{ij}^n + F_{i+1j}^n)/2$ などのように求める。

VOF 法では、この関数 F の時間発展を数値的に解く手法として、*Donar* (贈り主) -*Acceptor* (受け主) 法を用いる。図 5-1 にスタガード格子における (i) と $(i+1)$ 番目のセルを示すが、贈り主 (i) セルは、関数 F という贈り物を速度 u によって受け主 $(i+1)$ セルに贈ることになる。図中のセルエッジ $(i+1/2)$ における F の評価の仕組みに *Donar-Acceptor* 法の特徴がある。ここでは、気相と液相が完全に分離した二相流を考え、その密度を定義しつつ方法を説明する。*Donar* セルと *Acceptor* セル内のポイド率 (気相体積率) をそれぞれ α_D 、 α_A とし、セル・エッジ $(i+1/2)$ の密度 $\rho_{i+1/2}$ を (5.5) 式のように定義する。なお、ここでは 1 次元の場合を考える。

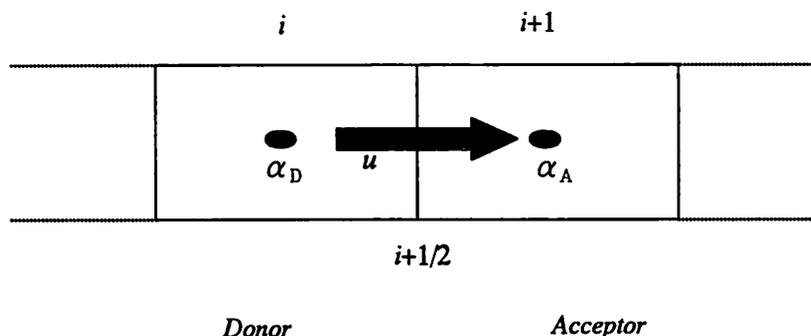


図 5-1 *Donar* セルと *Acceptor* セル

$$\rho_{i+1/2} = \begin{cases} \rho & (\alpha_D = 0 \quad : \text{Donar セルは完全に気体}) \\ \rho_g \alpha_A + \rho_l (1 - \alpha_A) & (0 < \alpha_D < 1 \quad : \text{Donar セルは二相状態}) \\ \rho_l & (\alpha_D = 1 \quad : \text{Donar セルは完全に流体}) \end{cases} \quad (5.5)$$

ρ_l : 液体の密度
 ρ_g : 気体の密度

この定義の特徴を現象的に述べると、たとえば *Donar* セルが二相状態 ($0 < \alpha_D < 1$) で *Acceptor* セルが気相のみ ($\alpha_A = 1$) とすると、*Donar* セルの気体がすべて *Acceptor* セルに移るまでは気体のみを輸送させるということである。こうすることで、十分小さい時間幅 δt 間には、気液二相の混相流が *Acceptor* セル側に移動することがなく、*Acceptor* セル側を二相状態にすることはない。このことが *Donar* セル側の気-液界面 (自由表面) の位置を鮮明に計算することにつながる。

関数 F は、ポイド率 α と $\alpha + F = 1$ の関係であることに留意して、この解釈を VOF アルゴリズム

ムに適用して考える。自由表面の形状を計算するには、基本的に式 (5.3) を用いる。表面形状をぼやけたり鈍ったりしないように、速度が正の場合、セル (i) に依存する以上の値を、セル ($i+1$) に輸送しないことに注意する。図 5-2 (a)、(b)、(c)を参照しながら、式 (5.3) に対する 1次元の場合のアルゴリズムを述べる。セル・エッジの流速 $u_{i+1/2}$ を u と置き、添え字 D と A はそれぞれ Donar セルと Acceptor セルとする。図 5-2 (a)において、D セルには全体 $F_D \delta x_D$ の量の流体がある。これを斜線部分の長方形とする。説明を簡単にするため、A セルの変数値 F_A と等しく F_D をとって δx_D を決めたと考える。 δt 時間にセル・エッジの単位面積当たりを通過して D から A に輸送される体積 V は次式で表される。

$$V = u \delta t \quad (5.6)$$

これを D セルの中に点線で囲んだ長方形で表す。 δt 内に D から A に輸送される変数 F は

$$F_{AD} u \delta t = F_{AD} V \quad (5.7)$$

である。ここに添字 AD は式 (5.5)の Donar-Acceptor 法によるセル・エッジにおける値を表す。また (5.5)式より、

$$\begin{aligned} F_{AD} &= \rho_g \alpha_A + \rho_l (1 - \alpha_A) \\ &= (1 - \alpha_A) \\ &= F_A \end{aligned} \quad (5.8)$$

さて、図 5-2 (a)では、 $F_D \delta x_D > F_{AD} V = F_A V$ としたから、D セルの保有流体量はすべて A セルには輸送されずに D セルに流体が残る。自由表面の形状の時間的変化が小さいときの状況である。

次に図 5-2 (b)の場合を考える。これは、 $F_A V > F_D \delta x_D$ の場合であるから、 $F_D \delta x_D$ よりも多い流体を D から A に送れない。そこで輸送量は、次式となる。

$$F_{AD} u \delta t = F_D \delta x_D \quad (5.9)$$

図 5-2 (c)の場合には、D セルのボイド保有量 $(1 - F_D) \delta x_D$ よりも多い $(1 - F_A) V$ のボイド量が A セルに輸送され、物理的解釈から好ましくない。したがって、次式で求められる量、

$$CF = (1 - F_A) V - (1 - F_D) \delta x_D \quad (5.10)$$

を追加して A セルに輸送する。つまり、 δt 時間内に D から A に伝搬される変数 F の量は

$$F_{AD} u \delta t = F_A V + CF \quad (5.11)$$

である。(5.6) ~ (5.11) 式をまとめ、しかも正方向の速度の場合を強調して示すと、(5.4) 式における $\delta t u_{i+1/2j}$ $F_{i+1/2j}$ などは次式となる。

$$F_{AD} u_{i+1/2j} \delta t = \text{sgn}(u_{i+1/2j}) \cdot \min[F_{AD}|V_x| + CF, F_D \delta x_D]$$

$$V_x = u_{i+1/2j} \delta t$$

$$CF = \max[(1 - F_{AD})|V_x| - (1 - F_D) \delta x_D, 0] \quad (5.12)$$

ここで、(5.12) 式の演算 \min は D セルが保有する流体 $F_D \delta x_D$ 以上の流体が輸送されるのを防ぎ、演算 \max は D セルが保有する気相量 (ポイド) 以上の気相 (ポイド) が輸送されるのを禁止している。

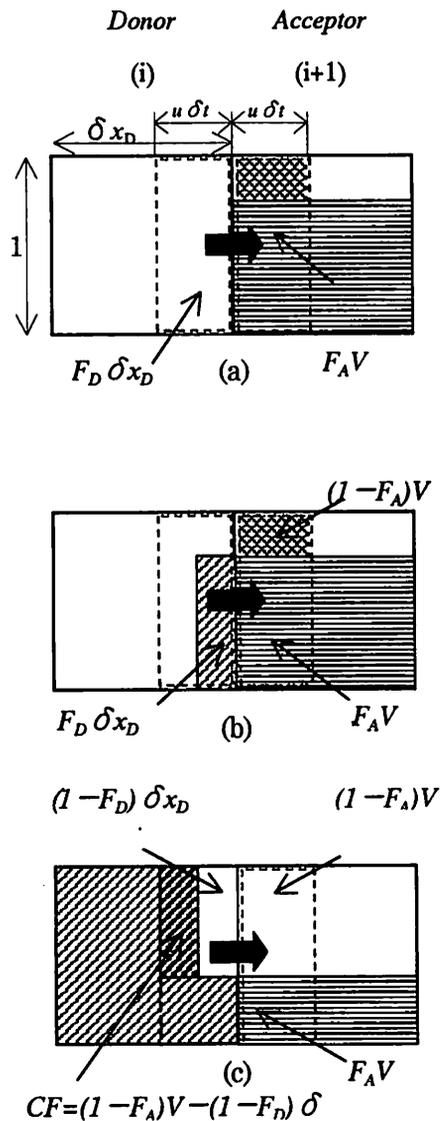


図 5-2 Donar-Acceptor 法

以上、VOF 関数 F の移流計算手法の概要について述べた。この方法は自由表面を各計算セルにつき一つの配列で記述でき、記憶容量が少なくすみ、3次元への拡張も容易であることを付記しておく。しかしながら、この方法での自由表面形状の認識は、表面セルに対してそのセル内の表面がどの座標軸に対して、より垂直に近いかを評価することにより行うため、隣接するセル間を横切る界面の勾配を無視した流体輸送を行うことになる。このことが、自由表面形状を不明確にし、質量保存性を低下させる一要因である。また、VOF 法では自由表面形状を移流方程式により決定するため、移流方程式の解法にあたっては数値拡散をより押さえた計算スキームを選択する必要もある。そこで、次節では、VOF 法の精度向上にあたって、界面勾配の輸送を考慮し、数値拡散の影響を極力押さえるために、 F 関数の移流方程式 (5.3)式の解法に高次精度スキームである CIP 法の適用を検討する。

第4節 VOF 法の高精度化手法の提案

(1) CIP (Cubic Interpolated Pseudo-particle) 法の概要

本スキームは、Yabeら²⁹⁾が提唱した3次のスプライン補間を基礎とし、その補間点を(5.13)式の双曲型移流方程式の解が $f(x,t) = f(x-ut,0)$ であるので、ごく微小な時間間隔 Δt で考えて、 $x-u \cdot \Delta t$ ずらしたところで行う方法である。ここで、 f はある物理量、 u は速度を示す。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (5.13)$$

(5.13)式の解は、単に物理量 f が速度 u で移動するだけであるので、図 5-3 (a)の実線で示す初期形状は、図中の破線のように移動する。この時、次の時刻でのメッシュ点上の値は黒丸であり、厳密解が破線である。ここで、図 5-3 (b)のように有限に離散化された点のみを用いて線形補間を行うと、図 5-3 (c)のような形状となってしまう、数値拡散が起こってしまうことがわかる。これは、メッシュ間の勾配を考慮していないためと考えられる。

そこで、メッシュ間の勾配についても、(5.13)式と同様の方程式により移流されると仮定し、2点の格子点情報のみで数値拡散を押さえた3次精度のスキームを構築するため、(5.13)式を x について微分すると、

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial g}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial x} g \quad (5.14)$$

ここで、 $g = \frac{\partial f}{\partial x}$ である。

伝播速度 u が一定の場合は、(5.14)式は(5.13)式と同一の形になり、微分 g が u の速度で伝播することを表す。そこで物理量 f とその微分 g の時間発展が同一形式の方程式に基づいて追跡できると仮定する。このように空間微分さえも u で伝播するとすれば、移動後のプロファイルに図中の矢印のような制限が加わる。この情報を用いればメッシュ間のプロファイルが移動前に非常に近くなることを期待できる。二つのメッシュ間 $i, i-1$ の間のプロファイルを3次多項式

$$F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (5.15)$$

で表せば、与えられた4つの量 $f_i, g_i, f_{i-1}, g_{i-1}$ から4つの未知数 a, b, c, d が決定できる。こうして、次の時刻 $n+1$ での値は、このプロファイルを $u\Delta t$ だけ移動した

$$f^{n+1} = F(x - u\Delta t), \quad g^{n+1} = dF(x - u\Delta t) / dx \quad (5.16)$$

で与えられる。具体的には、

$$f_i^{n+1} = a \xi^3 + b \xi^2 + g_i \xi + f_i, \quad g_i^{n+1} = 3a \xi^2 + 2b \xi + g_i$$

$$a = \frac{g_i + g_{iup}}{D^2} + \frac{2(f_i - f_{iup})}{D^3}, \quad b = \frac{3(f_{iup} - f_i)}{D^2} - \frac{2g_i + g_{iup}}{D} \quad (5.17)$$

ここで、 $\xi = u\Delta t$ である。また、速度 u が正のときは $i, i-1$ 間の、負のときは $i, i+1$ 間のプロファイルが移動してくるので、 $u \geq 0$ のときに $D = -\Delta x, iup = i-1, u < 0$ のときに $D = \Delta x, iup = i+1$ とする。

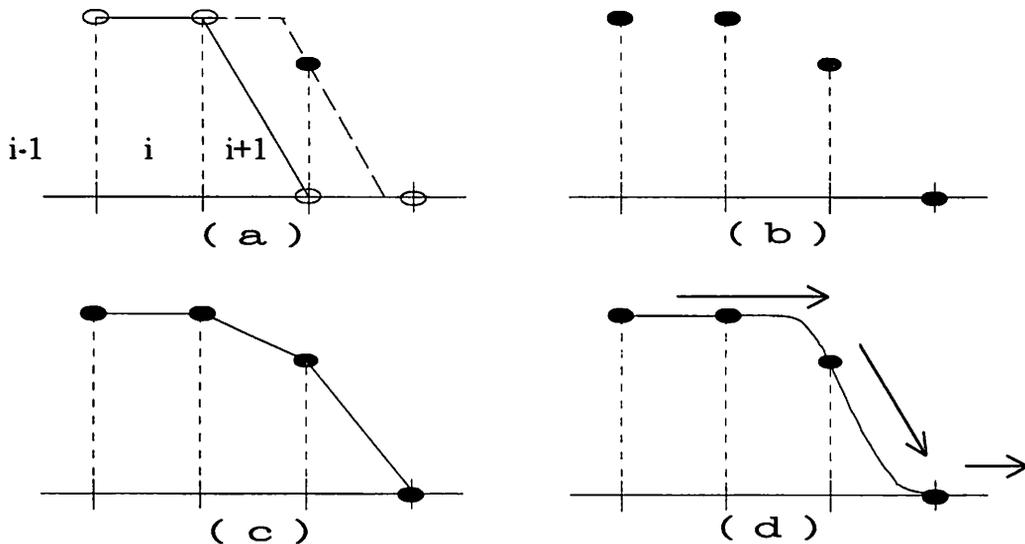


図 5-3 数値拡散の原因と CIP 法によるその対策

(2) Digitizer²¹⁾ (Tangent 変換) の概要

非線型性の強い波動場を解く際には、よりシャープに自由表面形状を追跡する必要がある。Yabe ら²⁴⁾ はさらに、(5.13)式の物理量 f を解く代わりに、(5.18)式に示す Tangent 変換を行い、変数 h を用いて解析を行い、結果出力の際に(5.19)式で逆変換し、物理量 f を求める Digitizer という数値拡散の影響が極めて少ない変数変換法を提案した。

$$h = \tan \{ \alpha \cdot \pi (f - 0.5) \} \quad (5.18)$$

$$f = \arctan \left(\frac{h}{\alpha \pi} \right) + 0.5 \quad (5.19)$$

ここで係数 α は、 $f=0$ および 1 の時に h が無限大になることを防ぐもので、Yabe ら²⁴⁾ は $\alpha=0.99$ を提案している (図 5-4)。

自由表面で f が 0 から 1 に急激な変化をしても h の変化は穏やかとなる。逆にいえば、変数 h の移流方程式で数値拡散により境界が不鮮明になったとしても、物理量 f はシャープな不連続面を保てるのが期待できる。このように Tangent 変換による Digitizer は、物理量 f を 0 から 1 までの一定の値に収めるので、アンダーシュートやオーバーシュートを押さえ、VOF 関数 F へ適用すると非常に有効であると考えられる。

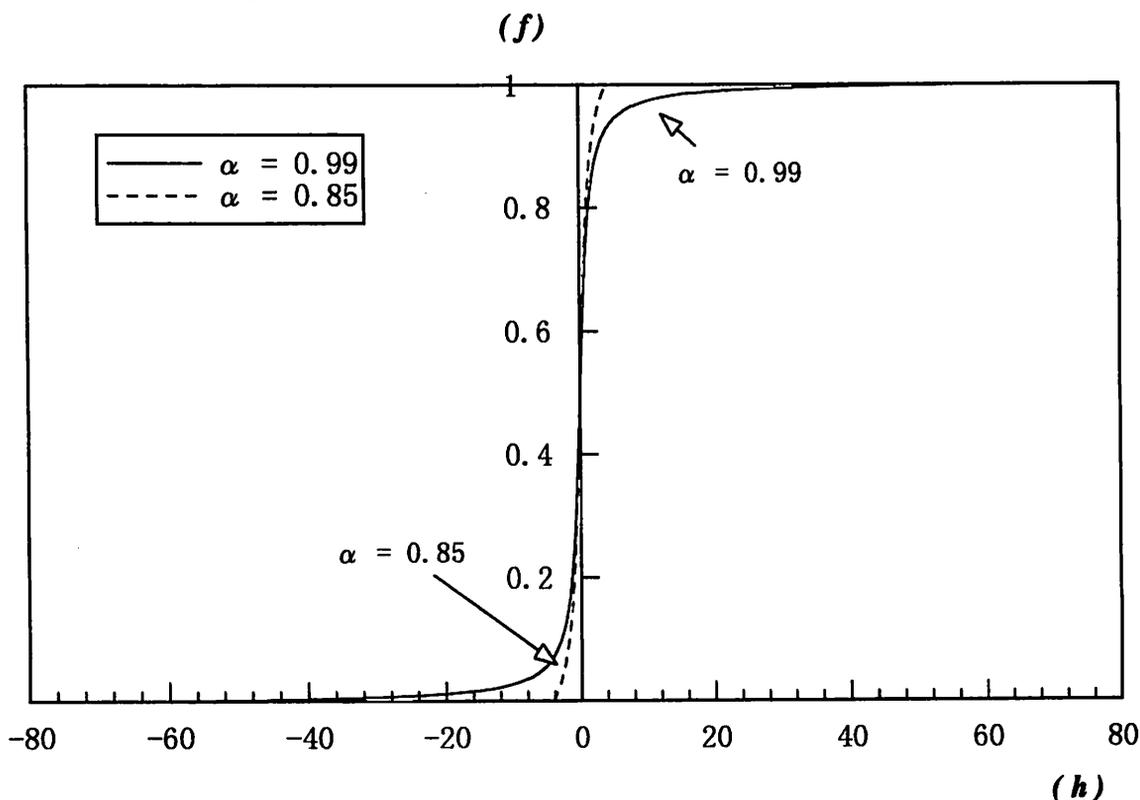


図 5-4 Digitizer による変数変換

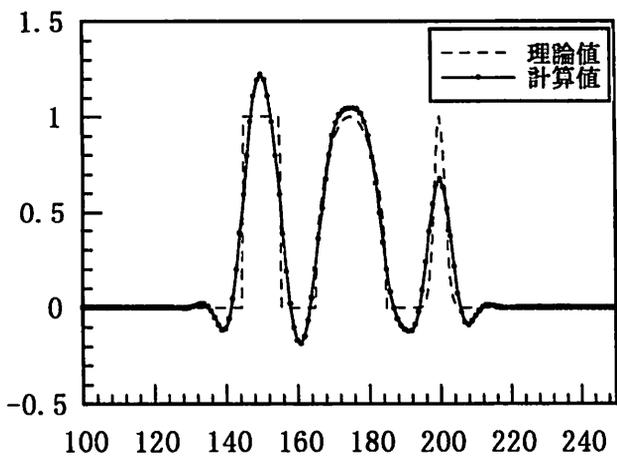
(3) 他の高次スキームとの計算精度の比較

前出のように、VOF法の精度向上には、(5.3)式をいかに数値拡散を押さえ、精度良く解くかが重要である。そこで、CIP法と従来提案されている他の高次スキームとの計算精度を比較するために、(5.13)式を用い、1次元の線形移流計算を行う。ここで u は一定とし、波形 f の初期分布は朝位ら²⁶⁾にならって、ガウス分布、半楕円分布、矩形分布とした。ここで、ガウス分布は極値の再現性の検討、半楕円分布は様々な勾配に対する検討、また、矩形分布は不連続面近傍での数値振動の検討にそれぞれ最適な分布形状である。ピーク値1、標準偏差1.5 m、中心位置 $x=150$ mのガウス分布、中心位置 $x=125$ m、 x 方向の半径10 m、ピーク値1の半楕円分布および中心位置 $x=100$ m、上辺の長さ10 m、高さ1の矩形分布の重ね合わせを一定流速0.5 m/secで100 sec間 x の正方向に移流させる。計算格子間隔は1.0 m、計算時間間隔は0.2 secであり、クーラン数は0.1となる。

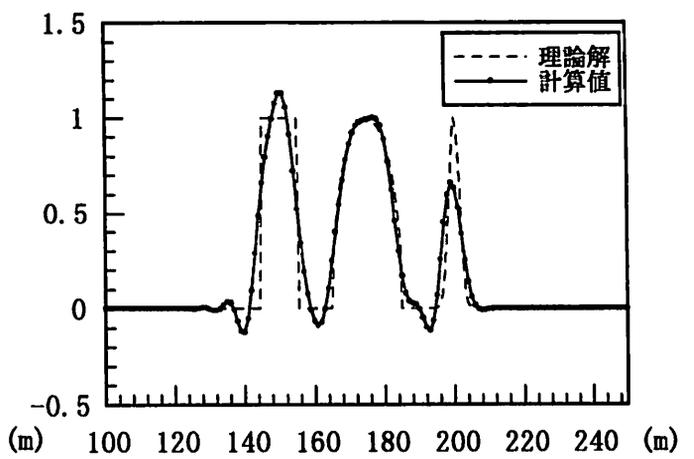
図5-5はそれぞれ、K-K (Kawamura - Kuwahara)スキーム²⁷⁾、QUICKスキーム²⁸⁾ (時間積分には2次精度Adams-Bashforth法)、保存形式6-pointスキーム²⁹⁾、CIP法、CIP法とDigitizerを組合わせた方法(CIP法 + Digitizer)による計算結果を示す。(1)図にK-Kスキームの結果を示す。K-Kスキームは顕著な数値振動は引き起こしていないが、矩形分布や楕円分布でオーバーシュートやアンダーシュートが見られ、またガウス分布の最大値の再現性も低い。(2)図にQUICKスキームの結果を示す。QUICKスキームでは、K-Kスキームに比べてオーバーシュート・アンダーシュートとも若干の改善が見られるが、ガウス分布の最大値の再現性は低いままである。(3)図に保存形式6-pointスキームの結果を示す。保存形式6-pointスキームは半楕円分布およびガウス分布の最大値の再現性は極めて良好であり、数値振動を伴うものの、アンダーシュート部もかなり改善されている。しかし、矩形分布の不連続点前後で大きな数値振動が生じていることがわかる。

(4)図にCIP法の結果を示す。CIP法を用いると、全体的に数値拡散がかなり押さえられていることがわかる。矩形波の角付近に若干のオーバーシュートが見られ、また、ガウス分布の最大値の再現性は保存形式6-pointスキームより低下している。(5)図にCIP法 + Digitizerの結果を示す。CIP法にDigitizerの変換を施すと、オーバーシュート・アンダーシュートは無くなり、矩形分布はほぼ完全に再現されているが、半楕円分布やガウス分布において、部分的に過大評価する傾向がみられる。

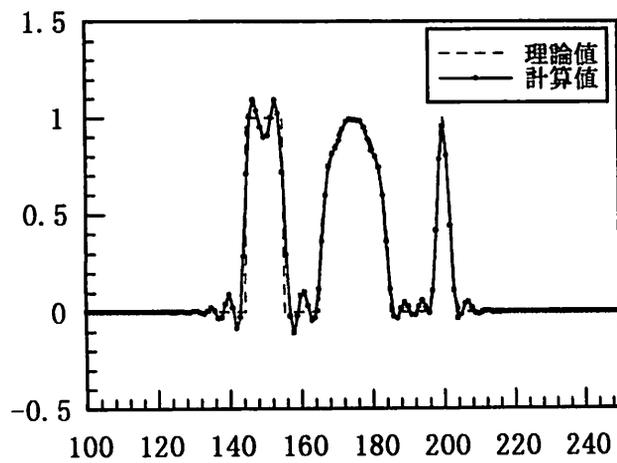
この原因を考えると、(5.18)式の係数 α は $f=0$ および1の時に h が無大とならないようにするものであるが、図5-4に示す様に $\alpha=0.99$ の場合には、 $f=0.95$ および0.05付近で h が急激に変化するため、そこでの h の数値誤差が逆変換の際に f の値に過敏に影響したものとも思われる。そこで、この係数 α を調整することで、計算精度の向上を試みた。(6)図は $\alpha=0.85$ として計算したものであり、係数 α を調整することで計算精度を向上できることを示している。なお、図は示していないが、クーラン数を大きくしても、係数 α を0.85とすると計算の再現性は良好であった。これらの結果より、VOF関数の移流方程式の解法へCIP法とDigitizerを適用し、係数を $\alpha=0.85$ と調整することで、VOF法の界面認識精度を向上できることが期待できる。



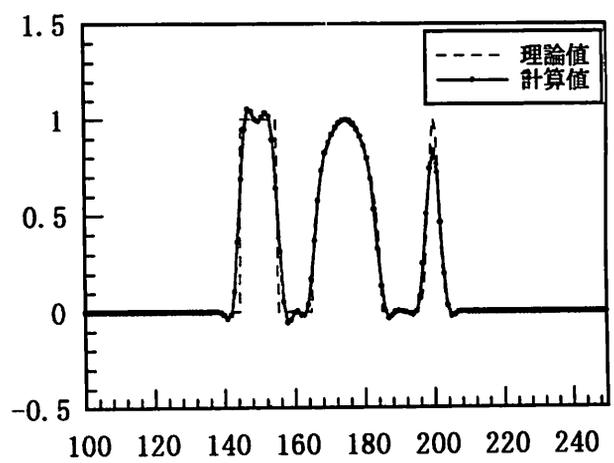
(1) K-K



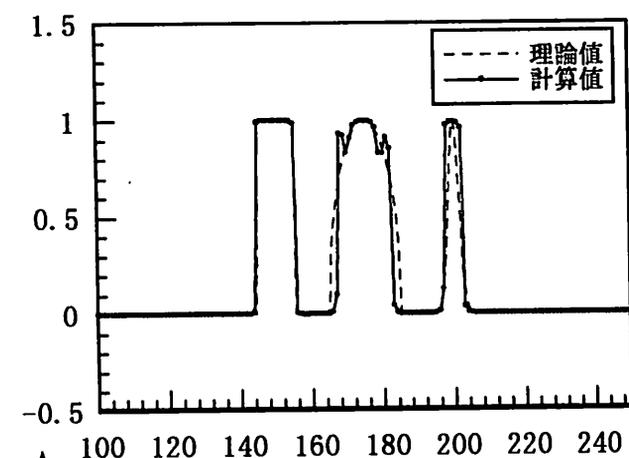
(2) QUICK



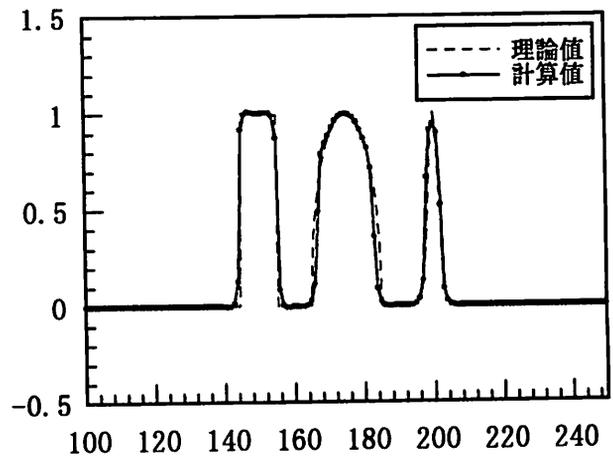
(3) 保存形式 6-Point



(4) CIP



(5) CIP + Digitizer ($\alpha = 0.99$)



(6) CIP + Digitizer ($\alpha = 0.85$)

波形 (m)
↑
→ 水平距離 (m)

図 5-5 1次元線形移流問題の数値拡散の比較

第5節 適用計算例

VOF 関数の移流方程式 (5.3)の解法に、前出の CIP 法と Digitizer を組み合わせた方法を適用することを提案し、自由表面の認識精度と質量保存性の向上を確かめるために、ダム崩壊現象と矩形容器内のスロッシング現象の解析をおこない、Donor-Acceptor 法を用いた従来の VOF 法および実験値等との比較を行う。

(1) 基礎方程式

本節では、計算領域内に液相領域と気相領域とを想定し、液相領域についてのみ運動量保存則を適用する。液相領域では、基礎式として非圧縮性粘性流体を対象とした連続方程式と、Navier-Stokes 運動方程式とが成り立つ。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F_x \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + F_y \quad (5.22)$$

ここで、 (u, v) は (x, y) 方向の流速成分、 ρ は密度、 p は圧力、 (F_x, F_y) は (x, y) 方向の物体力成分、 ν は動粘性係数である。

液相領域の移動は、前述したように、計算格子内の流体占有率を $[0, 1]$ で正規化した VOF 関数： F によって表現し、VOF 関数の等値面 ($F=0.5$) によって自由表面の形状が定義される。

(2) 離散化および数値計算手法

基礎方程式は、SOLA-VOF 法³⁰⁾に従い、差分法によって離散化した。なお、(5.21)、(5.22)式中の移流項には2次の風上差分法を用いている。また、速度場と圧力場の収束解法には SOLA (numerical SOLution Algorithm for transient fluid flow)法²⁵⁾を用いた。

次に、CIP 法を用いた (5.3)式の離散化に付いて述べる。ここでは、VOF 関数の移流方程式として非保存形表示の (3.60)式に代り、保存形表示の (5.23)式を用いる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial (uF)}{\partial x} + \frac{\partial (vF)}{\partial y} = 0 \quad (5.23)$$

ここで、(5.23)式を(5.24)式のように変形し、さらに(5.24)式の空間微分をとると(5.25)、(5.26)式のようになる

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = -F \frac{\partial u}{\partial x} - F \frac{\partial v}{\partial y} = H \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial t} + u \frac{\partial G_x}{\partial x} + v \frac{\partial G_y}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial t} + u \frac{\partial G_x}{\partial y} + v \frac{\partial G_y}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5.26)$$

ここで、 $G_x \equiv \frac{\partial F}{\partial x}$, $G_y \equiv \frac{\partial F}{\partial y}$

保存形方程式に対して2段階の時間積分法を適用する。つまり、1段階目の advection phase と2段階目の non-advection phase により解を進展する。まず、advection phase では、以下の式に対して

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial t} + u \frac{\partial G_x}{\partial x} + v \frac{\partial G_y}{\partial x} = 0 \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial t} + u \frac{\partial G_x}{\partial y} + v \frac{\partial G_y}{\partial y} = 0 \quad (5.29)$$

前節で述べた CIP 法を2次元に拡張し、適用する。

この段階で、 $F^n \rightarrow F^*$, $G_x^n \rightarrow G_x^*$, $G_y^n \rightarrow G_y^*$ へと時間進行するが、それらの式の詳細は Yabe ら²³⁾を参照されたい。なお、上付き添え字は時刻を表し、 n は既知時刻、 $*$ は中間点を示す。

次に、non-advection phase においては、以下の式を解き、 $n+1$ 時刻の物理量および空間勾配を決定する。

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -F \frac{\partial u}{\partial x} - F \frac{\partial v}{\partial y} = H \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5.31)$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5.32)$$

なお、ここでは差分法を用いて、それぞれ、次のように離散化した。

$$F_{ij}^{n+1} = F_{ij}^* - \Delta t \cdot F_{ij}^n \left\{ \frac{u_{ij} - u_{i-1j}}{\Delta x} + \frac{v_{ij} - v_{ij-1}}{\Delta y} \right\} \quad (5.32)$$

$$G_{xij}^{n+1} = G_{xij}^* + \frac{F_{i+1j}^{n+1} - F_{i-1j}^{n+1}}{2\Delta x} - \frac{F_{i+1j}^* - F_{i-1j}^*}{2\Delta x} - G_{xij}^n \frac{\bar{u}_{i+1j} - \bar{u}_{i-1j}}{2\Delta x} - G_{yij}^n \frac{\bar{v}_{i+1j} - \bar{v}_{i-1j}}{2\Delta x} \quad (5.33)$$

$$G_{yij}^{n+1} = G_{yij}^* + \frac{F_{ij+1}^{n+1} - F_{ij-1}^{n+1}}{2\Delta y} - \frac{F_{ij+1}^* - F_{ij-1}^*}{2\Delta y} - G_{xij}^n \frac{\bar{u}_{ij+1} - \bar{u}_{ij-1}}{2\Delta y} - G_{yij}^n \frac{\bar{v}_{ij+1} - \bar{v}_{ij-1}}{2\Delta y} \quad (5.34)$$

ここで、 $\bar{u}_{ij} = \frac{u_{ij} + u_{i-1j}}{2}$ 、 $\bar{v}_{ij} = \frac{v_{ij} + v_{ij-1}}{2}$ 、 $\Delta x, \Delta y$ は分割幅、下付き添字はセルの配列を示す。

また、今回の計算ではの Digitizer による VOF 関数の変換は、前節の結果を考慮して以下のように行った。つまり、実際の計算は F ではなく h を未知量として計算し、逆変換により F の値を求める。

$$h = \tan\{0.85\pi(F - 0.5)\} \quad (5.36)$$

$$F = \arctan(h) / (0.85\pi) + 0.5 \quad (5.37)$$

(3) ダム崩壊現象の解析

ここではまず、急激な自由表面の変化を伴う流れの解析例として、ダム崩壊現象を取扱う。図 5-6 に示すように長方形に水が蓄えられており、 $t=0$ において、板 K を瞬時に取り除くと、水は形状を変化させながら、右側へ流れ出す。この現象を解析するにあたって、計算格子幅は $\delta x=5$ cm、 $\delta y=5$ cm、固定壁はすべりなし条件で行った。また、図中の L は 今回の計算では 50cm とし、解析領域の大きさは、 x 方向 240 cm、 y 方向 200 cm、計算時間間隔は 1 / 1000 s とした。

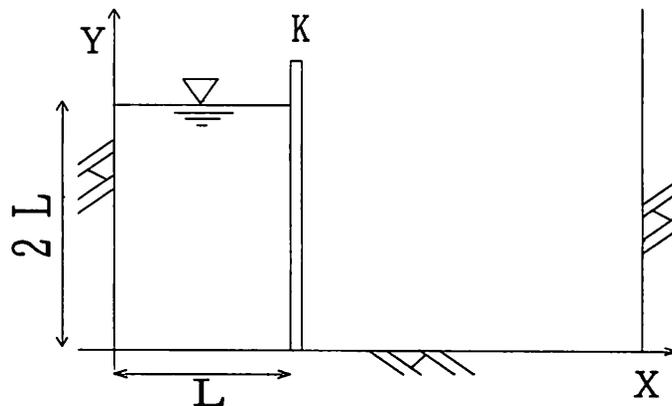


図 5-6 ダム崩壊問題の初期条件

図 5-7 に計算結果と実験値との比較を示す。横軸は無次元時間、縦軸が各時刻における水塊先端の到達距離 Z を、初期の水柱の底面幅 L で除した無次元距離を示す。なお、 g は重力加速度である。実験値は右側の壁に衝突するまでの結果である。図より従来の VOF 法と CIP 法に Digitizer を組み合わせた方法の間には、顕著な差はなく、ともに実験値とよく一致しており、定量的な精度は高いことがわかる。なお、同様の計算を BFC 法でも試みたが、計算の初期段階から計算格子の歪が著しく、座標変換が不可能となり、計算が発散した。

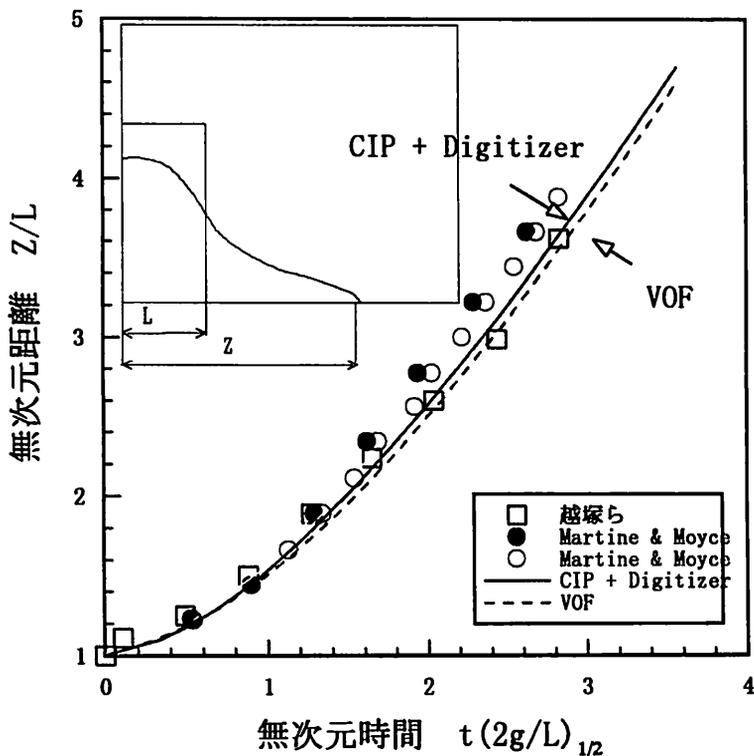


図 5-7 実験結果との比較

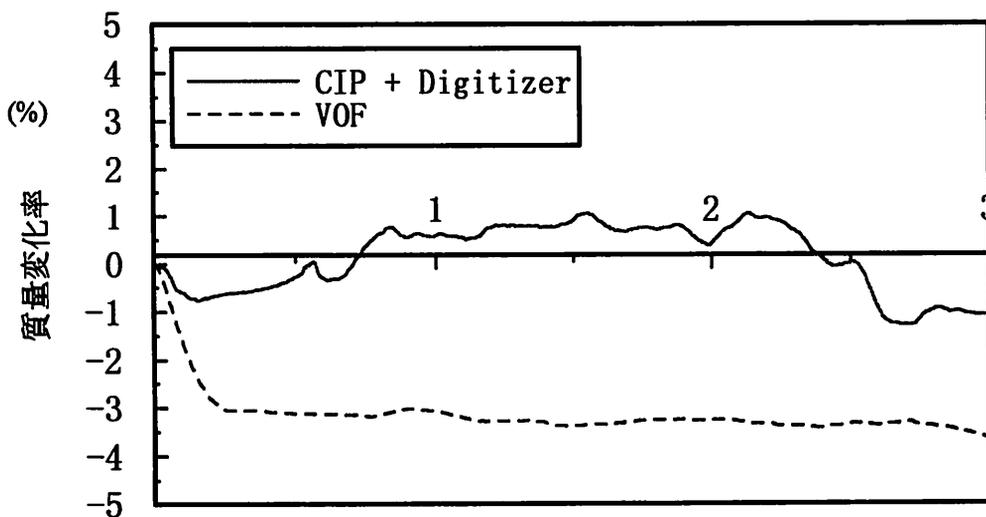


図 5-8 質量変化率の経時変化

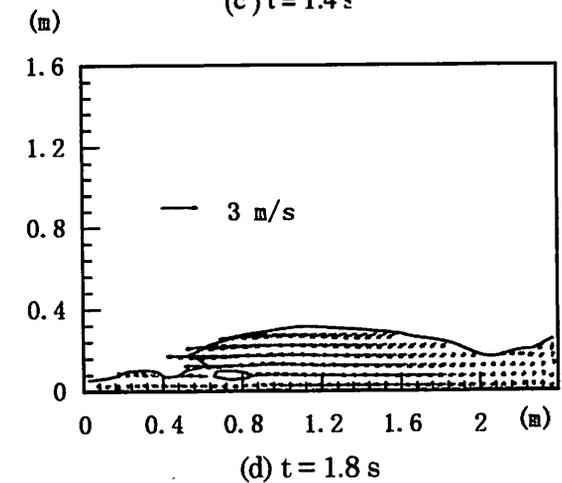
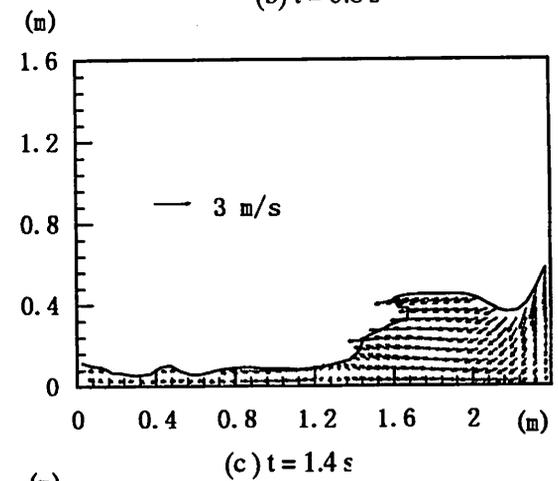
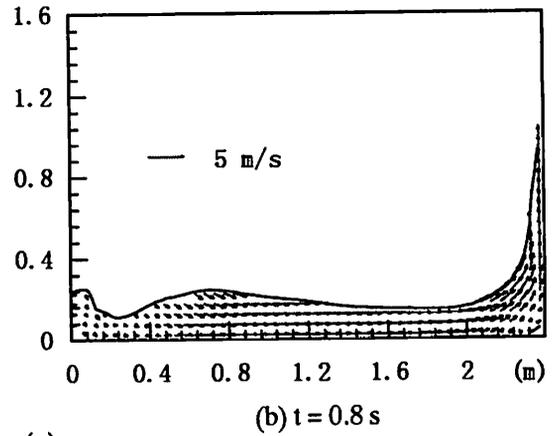
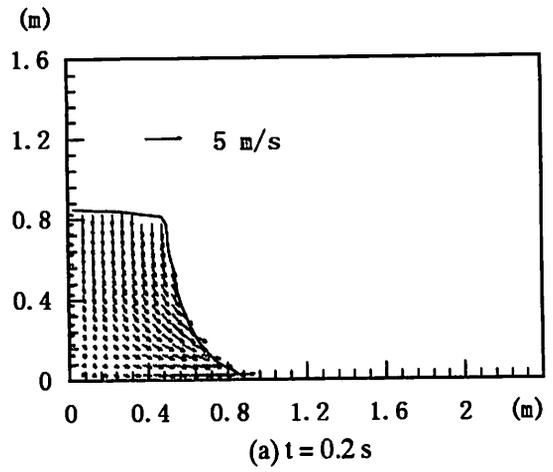
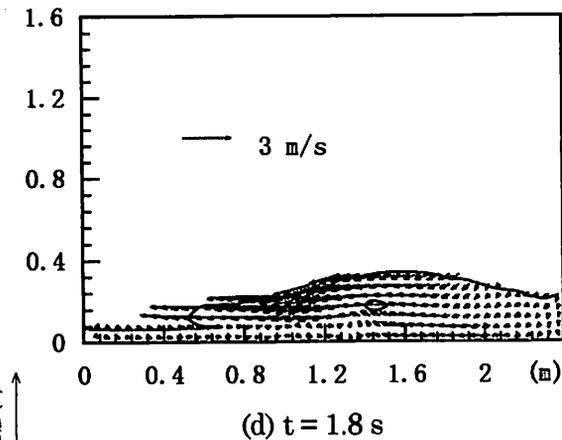
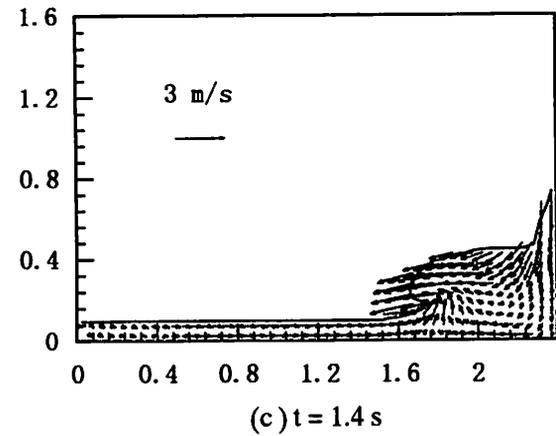
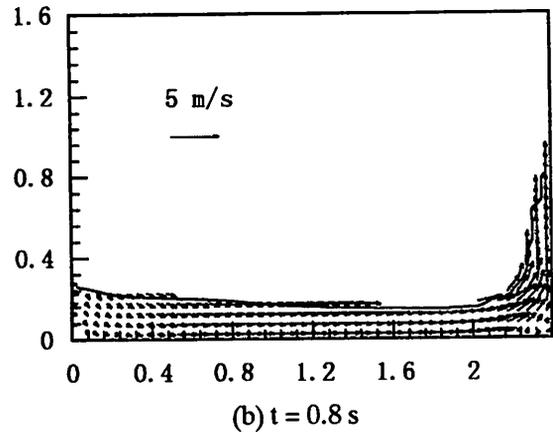
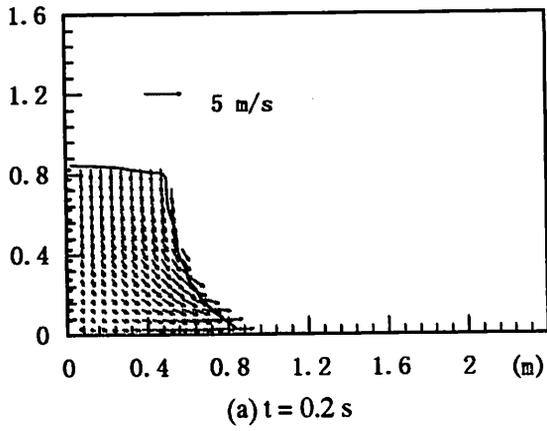


図 5-9 計算結果 (従来の VOF 法)

図 5-10 計算結果 (CIP 法+Digitizer)

縦軸: 壁面からの距離 (m)
 横軸: 水平距離 (m)

図 5-8 に計算中の質量変化率の経時変化を示す。ここで、質量変化率は次式で求めた。

$$\text{質量変化率 (\%)} = \left\{ \frac{\text{(ある時刻の質量)} - \text{(初期質量)}}{\text{(初期質量)}} \right\} \times 100 \quad (5.38)$$

なお、解析領域内の F 値の総和を質量とした。

図より、CIP 法に Digitizer を組み合わせた方法は、従来の VOF 法に比べて質量変化率が小さく、質量保存性に優れていることが示されている。

図 5-9、5-10 に、同時刻・同時時間間隔での両解析手法による水面形状と流速分布を示す。水柱が足元から崩れ、壁に衝突して遡上し、さらに逆方向へと進行する様子など定性的には両者は良く一致している。また、界面形状が激しく変化するにもかかわらず、長時間安定に計算できているが、壁の遡上高さや空間波形などには若干の相違が見られる。

(4) 水平加振による矩形容器内のスロッシング現象の解析

そこで、第 3 章 3 節 (4) b) の図 3-20 と同様の条件で、水平加振による矩形容器内のスロッシング現象の解析を行い、水面波形について、解析解との比較を行った。なお、計算においてタンク壁面では、No-Slip 条件を与えている。また、格子間隔は x, y 方向とも 1.0 cm、計算時間間隔は $T/500$ sec とした。

図 5-11 は、左壁面における水位変化の計算結果を、高山³¹⁾の解析解および 3 章の BFC 法と比較したものである。図中の \times 印が高山の解析解、点線が従来の VOF 法による解析結果、 \blacktriangle 印が CIP 法+Digitizer の解析結果、実線が BFC 法の結果である。従来の VOF 法の結果は水位の振幅が鉛直上向きなるにしたがって、高山の解析解とずれる傾向にある。これに比べて、CIP 法+Digitizer の解析結果は、BFC 法より精度は落ちるものの、全体的に高山の解析解と一致しており、自由表面の認識精度は、従来の VOF 法よりも向上している。

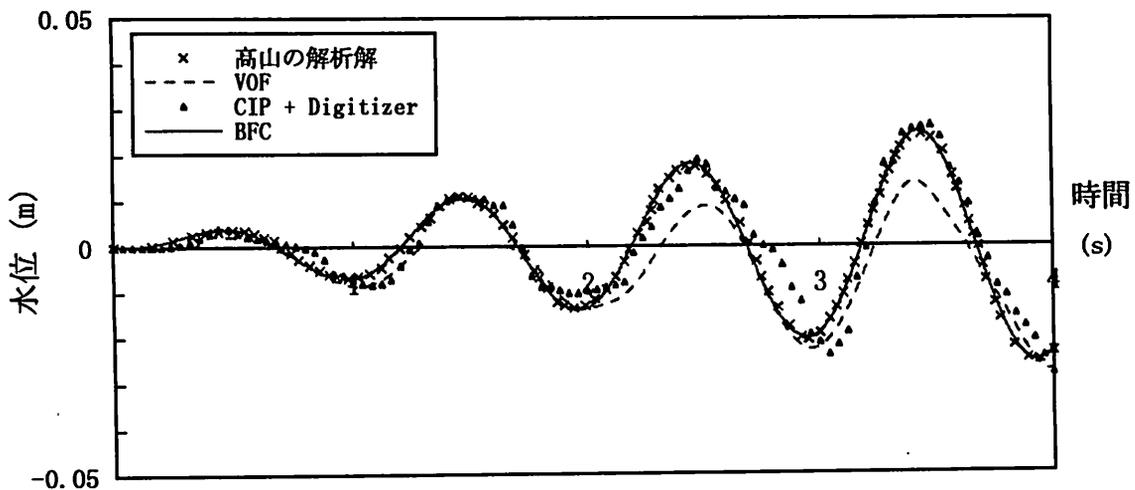


図 5-11 計算結果の比較

図 5-12 に計算中の質量変化率の経時変化を示す。質量変化率は (5.38) 式で求めたが、従来の VOF 法と CIP 法+Digitizer では、解析領域内の F 値の総和を質量とし、BFC 法ではヤコビアン総和を質量として計算した。図中、点線は従来の VOF 法による解析結果、実線が CIP 法+Digitizer の解析結果、および破線が BFC 法の解析結果を示す。この図より、CIP 法+Digitizer は従来の VOF 法に比べて質量保存性も改善していることが示されており、本解析手法の有効性が確認できる。

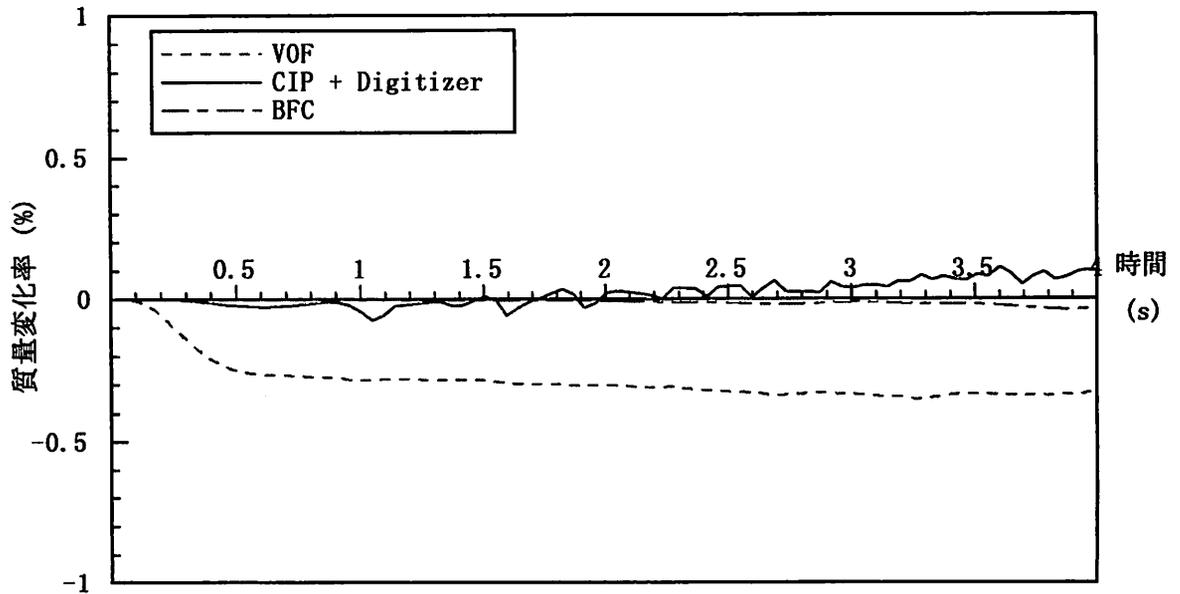


図 5-12 質量変化率の経時変化

第 6 節 造波水槽内での波変形問題の解析

これまでの結果より、VOF 関数の移流方程式の解法に CIP 法と Digitizer を組合わせて用いることで、従来の VOF 法よりも自由表面の認識精度と質量保存性が向上できることを確認したので、次に造波水槽における水面波問題への適用を行う。

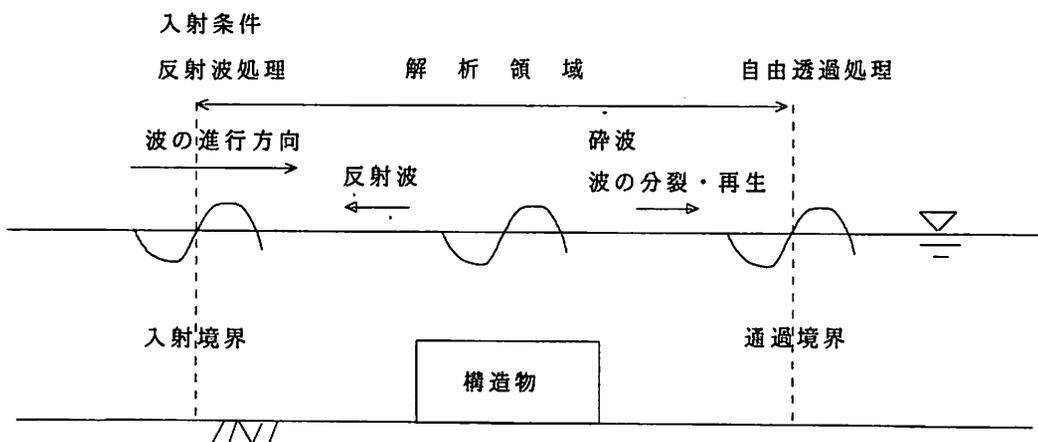


図 5-13 水面波問題の数値シミュレーションの概念図

図 5-13 は水面波問題の数値シミュレーションの概念図を表している。図に示すように、波動場の数値シミュレーションでは有限な解析領域内で波変形の問題を扱わねばならないため、入射境界での造波方法や構造物等からの反射波の処理および通過境界での非物理的な反射波の発生を伴わない自由透過処理が重要となる。特に、砕波のように乱れの激しい波動場をシミュレートする場合、波の分裂・再生などが生じるため、非線型性を考慮した境界処理手法でなければ、通過境界での反射波の発生など誤差の蓄積により、計算全体の精度を損なう要因となってしまう（例えば、日野³²⁾、灘岡ら³³⁾）。

しかしながら、現状では、粘性流体を対象とし、非線型性までを考慮した境界処理手法は確立されていないため、本節では、入射境界に対しては有限振幅波理論であるストークスの3次近似解より水位と流速を与え、既存の自由透過処理手法の波動場への適用性の検討を行う。なお、構造物が存在する場合の反射波の処理はここでは考慮していない。

(1) 従来の自由透過処理手法

自由透過処理に対する従来の方法を簡単に説明する。

(a) 零垂直勾配条件

最も簡単な自由透過処理で、変数 ϕ に対してその法線方向の勾配を 0 と置く。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (5.39)$$

ここで、図 5-14 を参考に、 i_{max} を通過境界とすると、通過境界での流速、圧力、VOF 関数 F は次式で評価する。

$$\begin{aligned} u_{i_{max}} &= u_{i_{max}-1} \\ p_{i_{max}} &= p_{i_{max}-1} \\ F_{i_{max}+1/2} &= F_{i_{max}-1/2} \end{aligned} \quad (5.40)$$

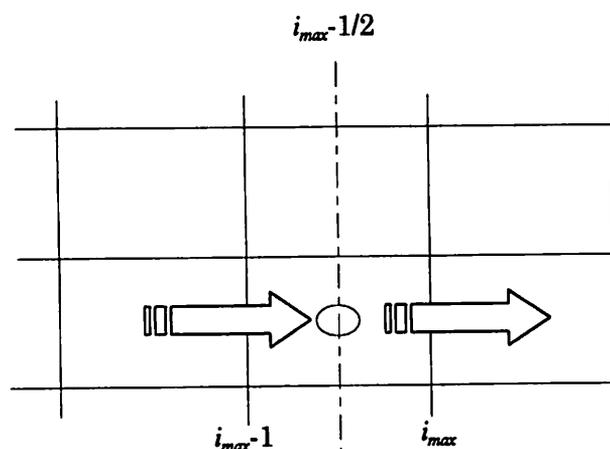


図 5-14 通過境界点

(b) Sommerfeld の放射条件

変数 ϕ に対する Sommerfeld の放射条件は次式で表される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + C \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (5.41)$$

これを、離散化すると次式を得る。

$$\phi_{imax}^{n+1} = \phi_{imax}^n - C \frac{\phi_{imax}^n - \phi_{imax-1}^n}{\Delta x} \Delta t \quad (5.42)$$

ここで、 C は波速であり、上付き文字は時刻を表しは n 既知時刻である。

(c) Mur の 1 次の吸収境界条件³⁴⁾

通過境界での物理量の評価を陽的近似のみを用いるのではなく、陰的な要素を取り込むことを考える。図 5-14 を参考に次式を用い、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{imax-1/2,j}^{n+1/2} = \frac{u_{imax,j}^{n+1/2} - u_{imax-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x} \quad , \quad \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{imax-1/2,j}^{n+1/2} = \frac{u_{imax-1/2,j}^{n+1} - u_{imax-1/2,j}^n}{\Delta t}$$
$$u_{imax,j}^{n+1/2} = (u_{imax,j}^{n+1} + u_{imax,j}^n) / 2 \quad (5.43)$$

式 (5.42) の Sommerfeld の放射条件式を差分すると、

$$u_{imax,j}^{n+1} = u_{imax-1,j}^n - \frac{C \Delta t - \Delta x}{C \Delta t + \Delta x} (u_{imax,j}^n - u_{imax-1,j}^{n+1}) \quad (5.44)$$

(d) Orlanski の方法³⁵⁾

Orlanski は Sommerfeld の放射条件を用い、これに対する計算値の外挿差分式を提案した。

$$\phi_{imax}^{n+1} = \frac{\{1 - (\Delta t / \Delta x) C_\phi\}}{\{1 + (\Delta t / \Delta x) C_\phi\}} \phi_{imax}^{n-1} + \frac{2(\Delta t / \Delta x) C_\phi}{\{1 + (\Delta t / \Delta x) C_\phi\}} \phi_{imax-1}^n \quad (5.45)$$

ただし、波速 C_ϕ は基礎方程式に用いている Navier-Stokes 方程式では与えられていないので、境界近傍の計算値から内挿に求めている。

$$C_\phi = \frac{(\phi_{imax-1}^n - \phi_{imax-1}^{n-2})}{(\phi_{imax-1}^n + \phi_{imax-1}^{n-2} - 2\phi_{imax-2}^{n-1})} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (5.46)$$

(2) 自由透過処理手法の適用計算例

(1) で述べた自由透過処理手法を用い、水平床上での波の進行を対象に解析を行い、各手法の適用性を検討する。計算条件を表 5-1 に、また、解析領域を図 5-15 に示す。なお、計算格子間隔は $\Delta x = 0.02$ (m)、 $\Delta y = 0.01$ (m)、計算時間ステップは安定条件より $\Delta t = 1/1000$ (s) とした。

表 5-1 計算条件

	周期 T (s)	波高 H (cm)
ケース 1	1.0	3.2

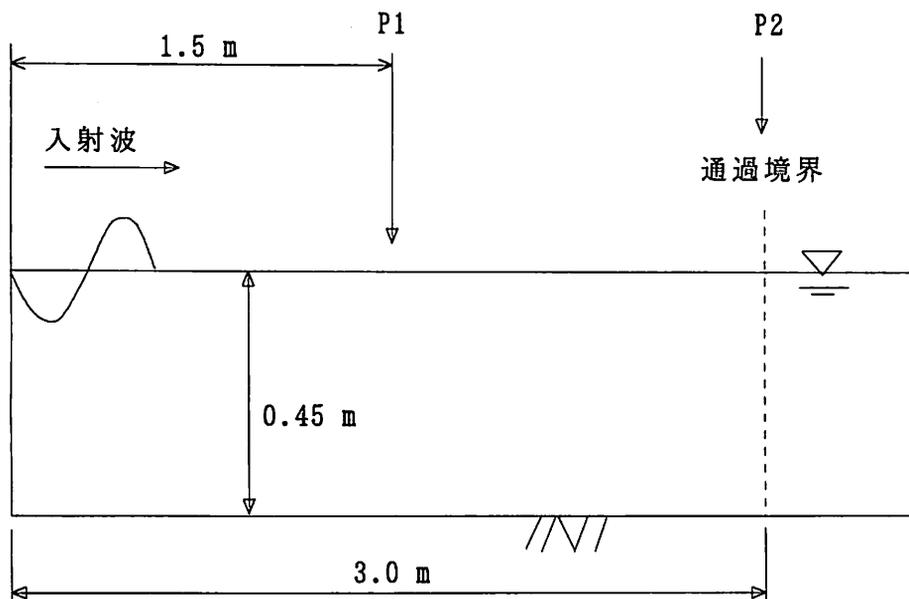
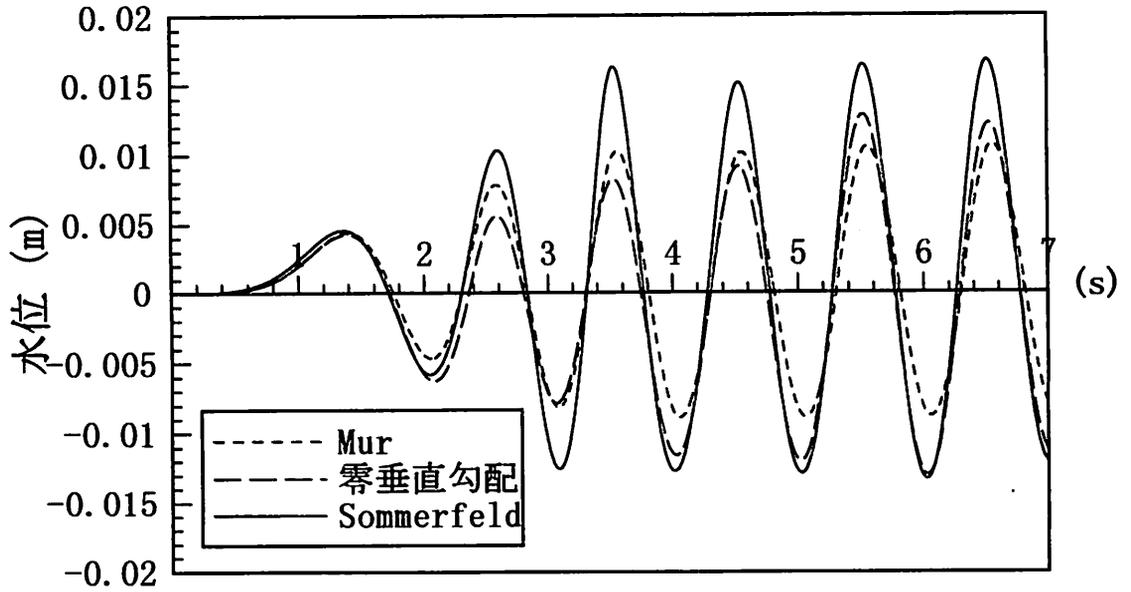


図 5-15 解析領域

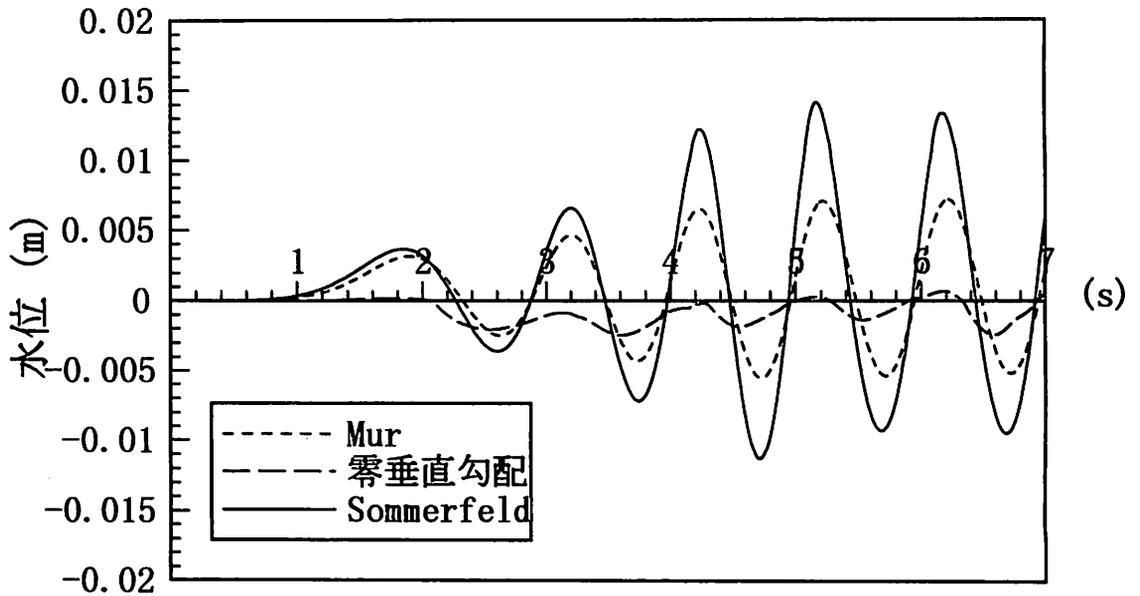
図 5-16 に入射境界から 1.5 m 地点 (P1) と通過境界点 (P2) における水面形状の経時変化を示す。図中の破線は零垂直勾配条件を用いた結果、点線が Mur の 1 次の吸収境界条件を用いた結果、実線が Sommerfeld の放射条件を用いた結果である。なお、Orlanski の方法では、位相速度を過大に評価してしまい、計算が途中で発散した。(1) 図より、解析領域の中間点 (P1) では 3 手法とも水位変動は安定しているが、Sommerfeld の放射条件を除く 2 つの手法では、入射波高 (3.2 cm) に対して波高の減衰が見られる。ここで、波高が安定する 5 周期目において入射波高に対する波高減衰率を比較すると、零垂直勾配条件で約 40%、Mur の 1 次の吸収境界条件約 18%、Sommerfeld の放射条件で約 6% である。

また、(2) 図の通過境界点においては、Mur の 1 次の吸収境界条件と Sommerfeld の放射条件を用いた結果は水位変動が安定しているものの、零垂直勾配条件を用いた結果は、水位の減衰が著しいことを示している。5 周期目における波高減衰率を比較すると、零垂直勾配条件で約 80%、Mur の 1 次の吸収境界条件約 60%、Sommerfeld の放射条件で約 25% である。

以上の結果より、現状では Sommerfeld の放射条件が通過境界での水位変化の安定性に優れていることがわかった。



(1) P1: 解析領域の中間点 (入射境界より 1.5 m地点)



(2) P2: 通過境界点 (入射境界より 3.0 m地点)

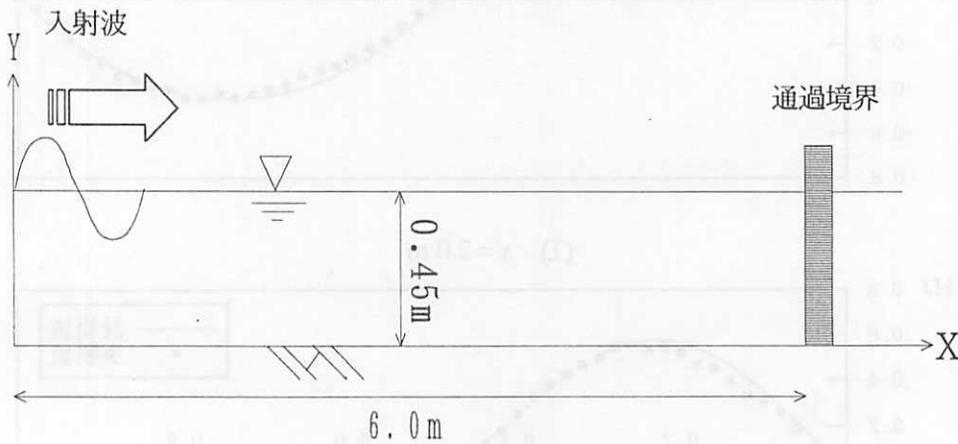
図 5-16 水位の経時変化

(3) 室内実験との比較

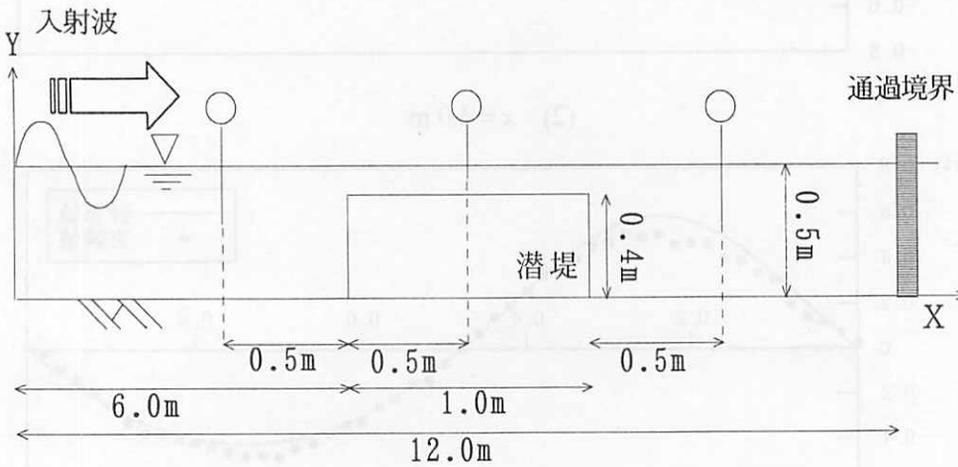
次に、Sommerfeld の放射条件を用いて波変形の解析を行い、室内実験との比較を行い、その計算精度を検証する。図 5-17 に示すように、まず水平床上を進行する波の解析を行い、次に、潜堤付近での波変形の解析を行った。計算条件は表 5-2 に示すとおりである。

表 5-2 計算条件

	周期 $T(s)$	波高 $H(cm)$
ケース 2	2.0	3.6



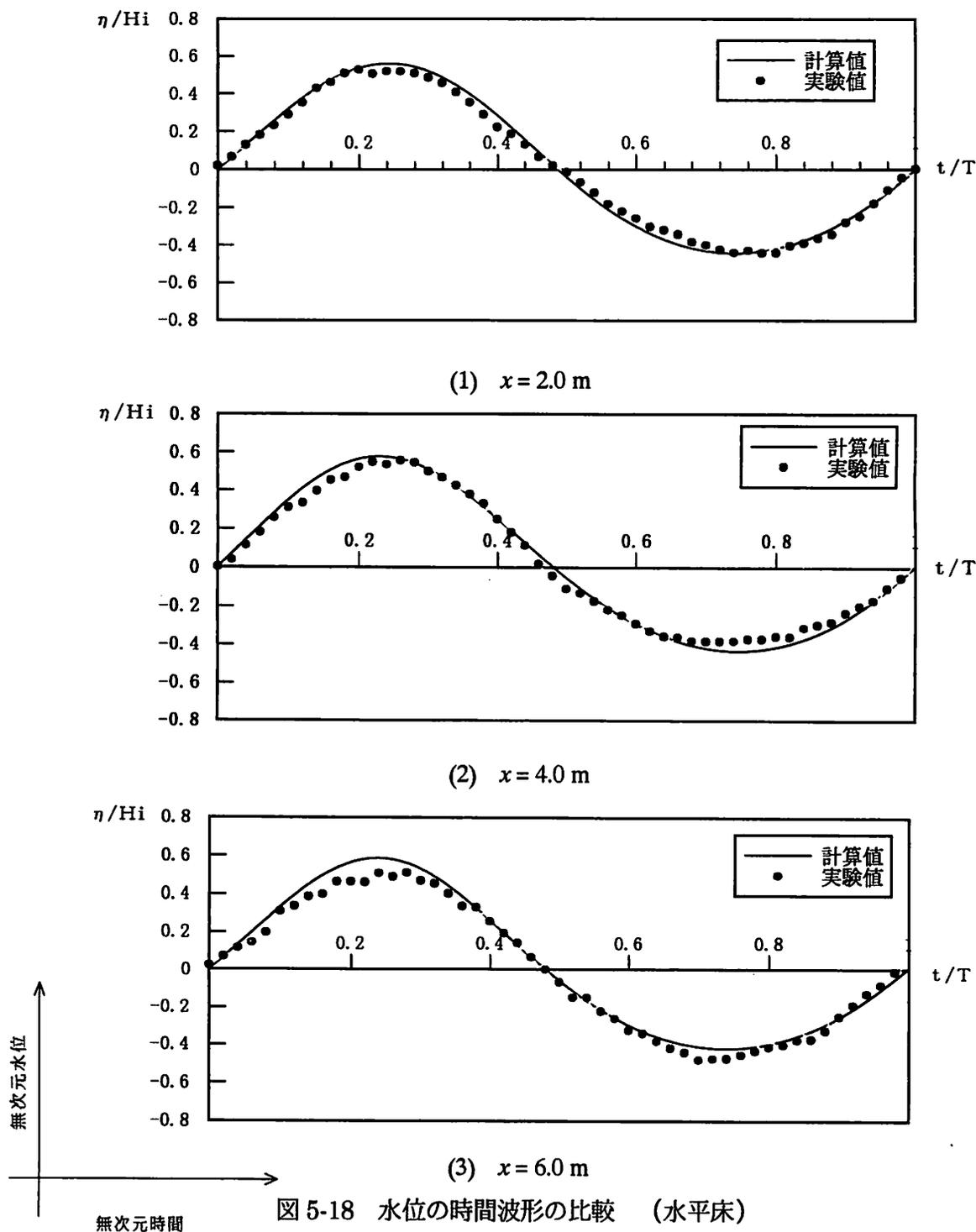
(1) 水平床の場合



(2) 潜堤設置の場合

図 5-17 解析領域

図 5-18 に、ケース 2 における入射位置から 2.0 m、4.0 m、6.0 m 地点での水位の時間波形を実験値と比較した結果を示す。縦軸は水位変動量 η を入射波高 H_i で除した無次元量、横軸は時間 t を周期 T で除した無次元量を示している。また、これらの結果は造波開始 10 波目の 1 周期間の結果である。解析領域内 ($x = 2.0, 4.0$ m) では計算値と実験値はほぼ一致しているが、自由透過境界上では計算値が若干ピーク値を過大評価する傾向にある。しかしながら、規則波を対象とした水平床上での波変形を解析する場合には、本計算手法の適用は妥当であると言える。



次に、解析領域内に潜堤を設置した場合の波変形の計算結果を実験値と比較する（図 5-19）。

図は、入射位置から 5.5 m、6.5 m、7.5 m 地点での水位の時間波形を実験値と比較した結果を示す。また、これらの結果は造波開始 10 波目の 1 周期間の結果である。実験値によると潜堤上 ($x = 6.5$ m) においては、波が前傾化しており、それが数値計算でもよく捉えられているが、潜堤前面および潜堤上では、ピーク値を過大評価する傾向が示されている。また、潜堤背後 ($x = 7.5$ m) においては、実験では波が分裂しているが、計算ではそのような傾向は見られない。これらは、入射境界への潜堤前面からの反射波の影響、また、自由透過境界処理の影響などが考えられ、今後、数値造波水槽の確立にあたっては早急に解決しなければならない課題である。

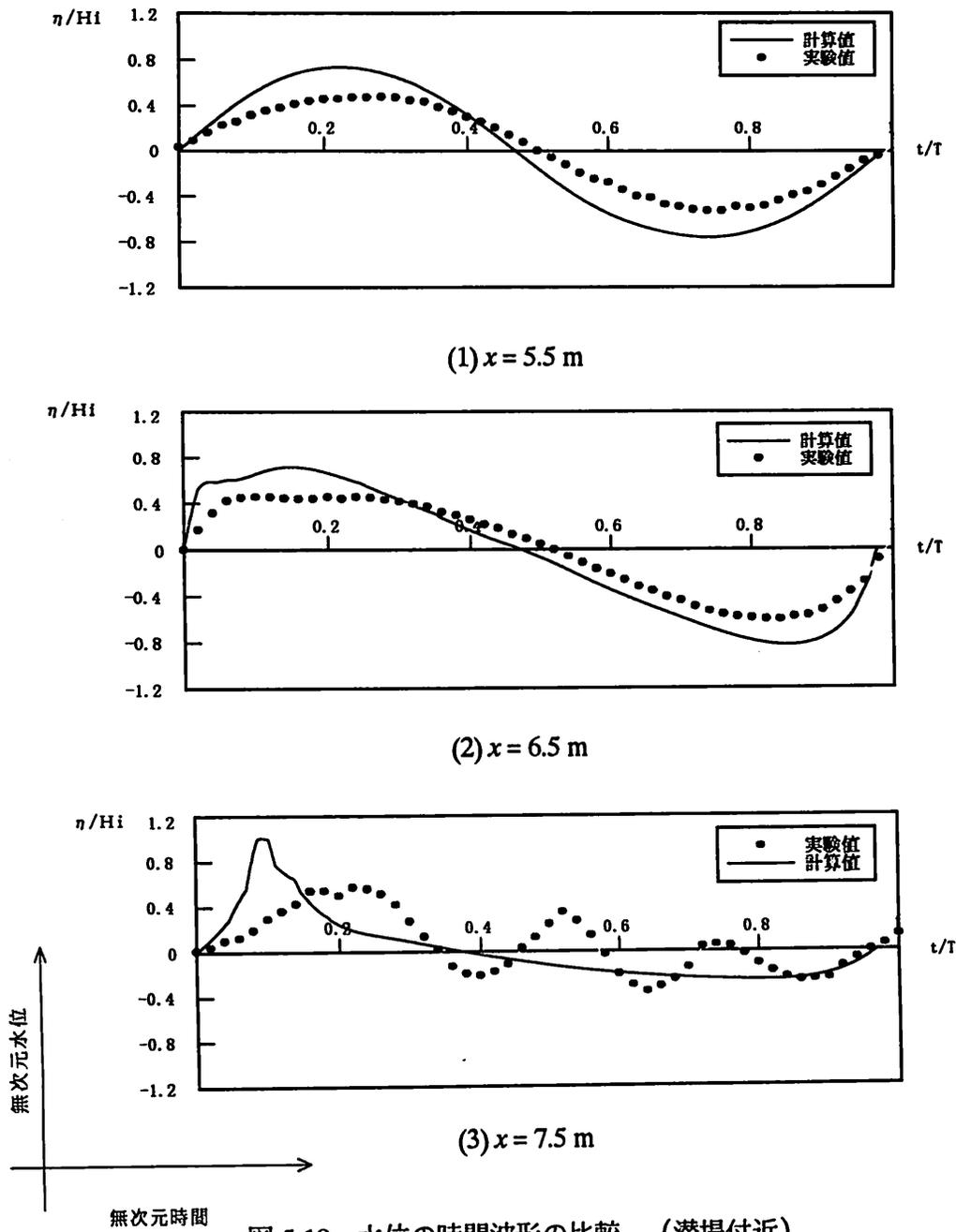


図 5-19 水位の時間波形の比較（潜堤付近）

第7節 結 言

本章では、砕波変形過程の3次元数値シミュレーションが可能な高精度数値造波水槽の確立を目指し、汎用性に優れたVOF法を採用し、その弱点である自由表面の認識精度や質量保存性の精度向上させる方法を提案した。さらに、通過境界での自由透過処理について検討を加え、造波水槽内での波変形問題への本計算手法の適用性を検証した。以下に本章で得られた結果を要約する。

まず、第2節においては、差分法を用いた従来の移動境界問題の数値解析手法の概要を述べた。

第3節では、本章で用いるVOF法のアルゴリズム、特に、自由表面形状を決定するVOF関数の移流計算法(Donar-Acceptor法)の概要について述べた。VOF法における自由表面形状の認識は、表面セルに対してそのセル内での表面がどの座標軸に対して、より垂直に近いかを評価することにより行うため、隣接するセル間を横切る界面の勾配を無視した流体輸送を行うことになり、このことが、自由表面形状を不明確にし、質量保存性を低下させる一要因であることを指摘した。また、VOF法では自由表面形状を移流方程式により決定するため、移流方程式の解法にあたっては数値拡散をより抑さえた計算スキームを選択する必要があることも指摘した。

第4節では、VOF法の弱点である自由表面の認識精度や質量保存性を向上させる方法を提案した。まず、1次元の線形移流方程式を対象に、数種類のスキームについてその数値拡散などを比較し、VOF関数の移流方程式の解法に最適な計算スキームを選定するために、3種類の物理量分布を対象とした1次元の線形移流方程式の計算を行った。その結果より、CIP法にDigitizerを組み合わせ、さらにTangent変換の際の係数を0.85とすることで、より数値拡散を抑さえ、不連続面をシャープに取扱えることを示した。

第5節では、自由表面問題への適用にあたっての2次元の数値解析手法や離散化手法の詳細を述べるとともに、適用計算例として、矩形容器内のスロッシング現象とダム崩壊現象を対象に解析を行い、解析手法の自由表面認識精度と質量保存性について検討した。主要な結論は以下のとおりである。

- (1) VOF関数の移流方程式の解法にCIP法とDigitizerを組合わせた手法を適用し、その離散化手法と計算手法を示した。
- (2) ダム崩壊現象の解析を行い、実験値と比較することで、本計算手法の計算精度の妥当性を示すとともに、質量変化率の経時変化を比較し、従来のVOF法に比べて、質量保存性が改善されることを示した。
- (3) 水平加振による矩形容器内のスロッシング現象を解析し、水面変動の計算結果を解析解や従来のVOF法などと比較し、計算精度の定量的な精度を確認した。さらに、質量保存性の比較も行い本計算手法の有効性を示した。

第6節では、通過境界での自由透過処理手法の検討を行い、造波水槽内での波変形問題への本計算手法の適用性を検証した。主要な結論は以下のとおりである。

- (1) 数種類の自由透過処理手法を用いて、水平床上を進行する波の解析を行い、水位変動を時

系列で比較することで、現状では、Sommerfeld の放射条件が有効であることを示した。

- (2) 規則波を対象とした水平床上の進行波の解析を行い、水位変動の時間波形の計算結果を実験値と比較し、本計算手法の妥当性を確認した。
- (3) 潜堤上を進行する波の変形解析では、潜堤での反射波や潜堤上での波の分裂などにより、計算結果と実験値の不一致が顕著であった。このことより、高精度数値造波水槽の作成にあたっては、入射境界における反射波と通過境界での自由透過波の処理手法の確立が急務であることを指摘した。

参 考 文 献

- 1) 木倉宏成、武口達、沢田達男、棚橋隆彦 (1991) : Arbitrary Lagrangian-Eulerian GSMAC 有限要素法による非線形水面波の数値解析、機械学会論文集 B, Vol. 57, No.540, pp. 2632- 2369
- 2) 滝川 清、岩垣雄一、中川政博 (1983) : 有限要素法による斜面上の波の碎波変形と内部機構の解析、第 30 回海岸工学論文集、pp.20-24
- 3) Kawahara, M. and Anju, A. (1988) : Lagrangian finite element method for solitary wave propagation, Comput. Mech., Vol. 3, pp. 299-307
- 4) 牛島 省 : 移動境界座標系を用いた 3 次元非線形スロッシング現象の数値解析手法、電力中央研究所報告, No.U95050, p.29, 1996
- 5) 越塚誠一、岡 芳明、近藤駿介 (1990) : リーマン幾何学を用いた非圧縮性流れのための境界適合座標法、原子力学会誌、 pp.819-833
- 6) 滝川 清、山田文彦、松本健作 (1995) : Boundary-Fit 法による任意海底形状の碎波変形解析、海岸工学論文集、第 42(1)、pp.86-90
- 7) Hirt, W. C., Cook, J. L. and Butler, T. D.(1970) : A Lagrangian method for calculating the dynamics of an incompressible fluid with free surface, J. Comp. Phys., Vol. 5, pp. 103-124
- 8) 西村仁嗣、武若聡 (1988) : Lagrange 表記による二次元波動の数値解析、土木学会論文集、第 393 /II-9, pp. 191-199
- 9) Longuet-Higgins, M.S, and E. D. Cokelet (1976) : The deformation of steep surface waves on water, Proc. Roy. Soc .London, A364, pp. 1-28
- 10) Nakayana, T. (1983) : Boundary element analysis of nonlinear water wave problems", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.19, pp. 953-970
- 11) 安田孝志、原正典、榊原幸雄 (1991) : BIM を用いたステップによる孤立波の碎波を伴う変形とその法則、土木学会論文集、No. 429/II-15, pp.74-83
- 12) Harlow, F. H. and Welch. J. E. (1965) : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, Phys. Fluids, Vol.8, pp. 2182-2189

- 13) Miyata,(1986) : Finite-Difference Simulation of Breaking Waves,J.Comput.Phys 65, 179-214
- 14) Takikawa, K., Yamada, F., and Matsumoto, K (1997): Internal characteristics and numerical analysis of plunging breaker on a slope, J. of coastal engineering, Vol. 31, pp. 143-161
- 15) Hirt, C. W. and Nichols, B. D (1985): Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamic of free Boundaries, J. Comp. Phys., 39, pp.201-225
- 16) 米山望、守屋祥一 (1995) : VOF法を用いた自由液面の数値解析手法、水工論文集、第39 pp.373-378
- 17) 岩田好一郎、川崎浩司、金度三 (1995) : 水中構造物による碎波の数値解析、海岸工学論文集、第42(2)、pp.781-785
- 18) Miyata, H., Nishimura, S. and Masuko, A. (1985): Finite difference simulation of nonlinear waves generated by ships of arbitrary three-dimensional onfiguration, J. of Comp. Phys., Vol.60, pp.391-436
- 19) 米山望、守屋祥一 (1995) : 自由液面解析コード(FRESH-2D)の開発、電力中央研究所研究報告、U94036、pp.39
- 20) Ashgriz N. and J. Y. Poo (1991) : FLAIR : Flux Line-segment model for Advection and Interface Reconstruction, J. Comp. Phys., Vol. 93, pp.449-468
- 21) 功刀資彰 (1997) : 自由界面を含む多相流の直接数値解析法、機械学会論文集 B, Vol. 63, No.609, pp.1576-1584
- 22) Osher, S. and Sethian J. A (1988) : Fronts propagating with curvature-dependent speed algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations, J. Comp. Phys., Vol. 79, pp.12-49
- 23) Yabe, T. and Aoki, T. (1991) : A Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, I and II, Comp. Phys. Com., Vol. 66, pp. 219-242
- 24) Yabe, T. and Xiao, F. (1995) : Description of complex and sharp interface with fixed grids in incompressible and compressible fluid, Comp. Math. Applic., Vol. 1, pp. 15-25
- 25) C. W. Hirt, B. D. Nichols and N. C. Romeo (1975) : SOLA : A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, LA-5852
- 26) 朝位孝二、小松利光、大串浩一郎、羽田野袈裟義 (1998) : 移流拡散方程式の高精度数値計算手法に関する研究、土木学会論文集, No. 586/II-42, pp. 13-22
- 27) Kawamura, T. and Kuwahara, K. (1984) : Computational of High Reynolds Number Flow around a Circular Cylinder with Surface Roughness”, AIAA paper- 84-0340
- 28) Leonard,B.P. (1980) : THE QUICK Algorithm, A Uniformary third - order finite difference method for highly convective flows, Computer Methods in Fluids, Pentech Press, pp.159-195
- 29) 朝位孝二 (1998) : 保存形式 6-point scheme による物質輸送の数値計算、第 53 回年次講演会講演集、 pp.716-717
- 30) B. D. Nichols, C. W. Hirt and R. S. Hotchkiss (1980) : SOLA-VOF : A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries, LA-8355

- 31) Takayama, T. (1976) : Theory of transient fluid waves in a vibrated storage tank, Rep. Port and Harbor Research Institute, Vol. 51, No. 2, pp. 3-53
- 32) 日野 幹雄 (1988) : 解説一波の無反射透過境界の数値スキームについて, 東工大土木工学科研究報告, No.39, pp. 1-5
- 33) 灘岡和夫、清川哲志、Serdar Beji (1996) : 非線型波動伝播シミュレーションにおける開境界処理の一方法, 海岸論文集, 第 43 巻, pp.6-10.
- 34) Gerrit Mur (1981) : Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations, IEE Transactions on electromagnetic compatibility, Vol. EMC-23, No.4, pp. 377-382
- 35) Orlanski (1976) : A Simple Boundary Condition for Unbounded Hyperbolic Flows, Jour. of Comp. Phys., Vol. 21, pp. 251-269

第6章 結 論

本論文は、流れの可視化手法(画像解析)を用いて碎波変形過程の内部諸量(流速、渦度、歪み度など)を調べ、その時間・空間分布特性を実験的に明らかにするとともに、碎波後のエネルギー逸散領域を含む碎波変形過程を対象とした高精度数値解析手法の開発を行い、その内部特性などについて検討を行ったものである。以下に、各章で得られた主要な結果を要約して、本論文の結論とする。

第1章では、碎波変形機構解明の工学的意義を示し、本論文の目的を明らかにした。

第2章では、碎波変形過程の画像解析を行うにあたり、まず従来の画像解析によって得られた流速場が、質量保存則をどの程度満足しているかについて空間的に調べ、流体内部に比較して底面境界や自由表面付近において質量保存則が満足されにくいという問題点を明らかにした。また、画像解析の精度向上のため、最小限の補正で質量保存則を満たすように、マスコンモデルを画像解析結果に適用するハイブリッドな補正方法を提案し、その有効性と解析精度について検証した。その結果、画像解析結果に本提案手法を適用することで、流速場の発散を最大で $1.0 \times 10^{-9} \sim 10^{-11}$ 程度に押さえることができ、解析領域全体で質量保存則をほぼ満足し、さらに、レーザー流速計と比較しても定量的に高い精度を有することを示した。次に、斜面上での巻き波碎波と崩れ波碎波といった碎波形態の異なる場合での画像解析を行い、それぞれの内部特性の時間・空間分布を比較した。その結果、巻き波碎波に至る波変形過程では、波形の前傾化にしたがって、波峰前面部へ高速度部分が短時間の内に集中することが、前方への飛び出しの重要な要因であることを指摘した。また、前傾化とともに、波峰部～その前面にかけて回転方向の異なる渦度の混在が顕著となり、複雑な回転運動を伴いながら碎波に至ること、および、大きな岸向きのせん断力が波峰部～その前面部分に働いていることを明らかにした。一方、崩れ波碎波に至る波変形過程においては、高速度部分は、巻き波碎波のように波峰前面部へと集中するのではなく、波峰部の水面近傍へと押し上げられるように分布が変化し、しかも、波峰前後での速度場の対称性は保持されたまま波変形が進行することを指摘した。また、若干の渦度の混在は見られるものの、巻き波碎波ほどの複雑な回転運動は存在しないこと、および、岸向きのせん断変形が波峰部に広がって分布するが、その大きさは巻き波碎波より小さいことを明らかにした。これにより、従来、海底勾配と入射波の条件という外的な要因のみで判別されていた碎波形態が、波変形過程で複雑な回転運動が存在するか否かなどという波動場の内部メカニズムを考慮することによっても判別できる可能性を示唆した。

第3章では、碎波変形過程の数値解析にあたり、複雑な自由表面形状や海底形状に対応した解析を行うために、境界適合座標系と数値格子生成法を組み合わせた BFC 法を開発した。自由表面での境界条件の簡便性を考慮し、変数配置にはレギュラー格子を採用し、一様斜面上での巻き波碎波の計算を行った。計算より、波形の切り立ちから巻き込みが形成されるまでの変形過程を再現し、レーザー流速形や画像解析との比較より流速の計算精度を定量的に確認した。しかしなが

ら、変形が進行するにしたがって、圧力振動が顕著になることを示し、この原因が変数配置や計算格子の歪の増大などにあることを指摘した。そこで、レギュラー格子で問題となる圧力振動を押さえ、計算の安定化をはかるために、スタガード格子を用いた離散化手法や自由表面条件に表面張力を考慮する手法などを提案した。矩形容器内のスロッシング現象などの適用計算の結果、圧力振動は生じず、水面変動の計算結果は解析解と比較しても定量的に十分な精度を有するとともに、質量保存性にも優れていることを確認した。さらに、一様斜面上での巻き波砕波の解析を行い、波峰下の水平方向流速の経時変化より、自由表面近傍の内部流速が波速を超えて砕波が生じ、巻き込みが形成されることを数値的に明らかにした。しかしながら、巻き込みが発達してくると、波面前面での計算格子の歪が顕著となり、座標変換が困難となり計算が発散することを示し、本計算手法の適用範囲は巻き込みの初期形成段階までであることを明らかにした。

第4章では、砕波変形過程の内部機構の解明を目的として、Reynolds 方程式を対象に、有限要素法(Finite Element Method : FEM)と SMAC 法を組み合わせた数値シミュレーション手法を開発した。また、砕波によるエネルギー逸散を内部諸量(渦度・せん断変形)を用いて数値モデル化するとともに、そのモデルの妥当性についても検討した。さらに、一様斜面上での巻き波砕波の解析を行い、砕波変形過程の内部特性(速度場、圧力場等)についても定量的な検討を行った。まず、従来の SMAC 法を適用にあたっては、水塊突入時の水面同士の接触処理に問題があることを指摘し、本章で新しく提案した衝突(COL)セルを通常の SMAC 法のアルゴリズムに加えることで、接触問題の解析精度が向上することを示した。次に、砕波時のエネルギー逸散を流体内部の物理的メカニズムに基づいて数値モデル化するために室内実験を行い、実験結果より、surface layer におけるエネルギー逸散は、渦度、歪み度と強い相関にあり、また、流体塊の突っ込みに伴う大きな渦度の発生、移動と関連しており数値モデルの検討にはこれらを考慮する必要があることを示した。そこで、室内実験に基づき、砕波時のエネルギー逸散を内部諸量(渦度・歪み度)を用いて数値モデル化した。ここでは、エネルギー逸散をレイノルズ応力項として評価するとともに、そのレイノルズ応力項およびその空間勾配項を内部諸量である渦度・歪み度を用いて数値モデル化する手法について説明した。適用例として斜面上での巻き波砕波の計算を行い、提案した数値モデルの妥当性を検証するとともに、内部特性についても定量的に検討を行った。その結果、エネルギー逸散を Reynolds 応力項で直接評価した model 1の方が、その空間勾配をモデル化した model 2よりも、計算精度が高いことを確認し、巻き込み jet が、波速を上回る速度で進行方向に飛び出すことや、飛び出した jet が波速の 2.5 倍の速度で前方の水面に衝突することを数値的に明らかにした。また、巻き込み jet が放出される以前に、すでに波動場にはポテンシャル領域と非ポテンシャル領域が混在することや、巻き込み jet が前方の水面に衝突するとき、反時計回りの最大の渦度(650 1/s)が出現するとともに、巻き込み jet 上面に回転方向の異なる渦の存在が顕著となり、衝突によって複雑な回転運動をともなう速度場が形成されることを示した。

第5章では、砕波変形過程の3次元数値シミュレーションが可能な高精度数値造波水槽の確立を目指し、汎用性に優れた VOF 法を採用し、その弱点である自由表面の認識精度や質量保存性の精度向上

させる方法を提案した。さらに、通過境界での自由透過処理について検討を加え、造波水槽内での波変形問題への本計算手法の適用性を検証した。まず、VOF 法における自由表面形状の認識は、表面セルに対してそのセル内での表面がどの座標軸に対して、より垂直に近いかを評価することにより行うため、隣接するセル間を横切る界面の勾配を無視した流体輸送を行うことになり、このことが、自由表面形状を不明確にし、質量保存性を低下させる一要因であることを指摘した。また、VOF 法では自由表面形状を移流方程式により決定するため、移流方程式の解法にあたっては数値拡散をより抑さえた計算スキームを選択する必要があることも指摘した。次に、VOF 法の弱点である自由表面の認識精度や質量保存性を向上させる方法を提案するために、1次元の線形移流方程式を対象に、数種類のスキームについてその数値拡散などを比較した。その結果より、CIP 法に Digitizer を組み合わせ、さらに Tangent 変換の際の係数を 0.85 とすることで、より数値拡散を抑さえ、不連続面をシャープに取扱えることを示した。さらに、自由表面問題への適用にあたっての2次元の数値解析手法や離散化手法の詳細を述べるとともに、適用計算例として、矩形容器内のスロッシング現象とダム崩壊現象を対象に解析を行い、解析手法の自由表面認識精度と質量保存性について確認した。最後に、通過境界での自由透過処理手法の検討を行い、造波水槽内での波変形問題への本計算手法の適用性を検証した。その結果、現状では、Sommerfeld の放射条件が自由透過境界条件として有効であることや、高精度数値造波水槽の作成にあたっては、入射境界における反射波と通過境界での自由透過波の処理手法の確立が急務であることを指摘した。

謝 辞

著者は、多くの方々のご協力を得て本研究を遂行することができました。ここに改めて感謝の意を表します。

熊本大学工学部環境システム工学科 滝川 清教授には、本研究を遂行するにあたり、終始懇切丁寧に御指導を賜りました。心から感謝いたします。

本論文を執筆するにあたり、不備な点について適切な御指導、御助言を頂いた熊本大学工学部環境システム工学科 秋吉 卓教授、鈴木敦巳教授、古川憲治教授、および熊本大学工学部知能生産システム工学科 大庭英樹教授に深甚なる感謝の意を表します。

また、折にふれ、貴重な御助言と励ましの言葉を賜った海岸水理基礎研究会の諸先生方にお礼申し上げます。

さらに、本研究の水理実験や本論文における図面の作成など、労を惜しまず御協力いただいた熊本大学工学部環境システム工学科 外村隆臣技官ならびに滝川研究室の卒業生・在学生諸氏に心よりお礼申し上げます。

なお、著者が熊本大学の助手として研究に携わることを快く快諾していただいた（株）熊谷組四国支店各位に感謝いたします。

最後に、本論文の執筆に際して多くの便宜と協力を惜しまずに与えてくれた妻と息子、父母そして義父母に深く感謝いたします。

論文リスト

a) 参考論文

1. 滝川 清、山田文彦、有元光久、田渕幹修 (1991): 斜面上の砕波変形過程の内部特性とその数値解析、海岸工学論文集、第 38 (1)、pp.61-65
2. 滝川 清、山田文彦、松本健作 (1995): Boundary-Fit 法による任意海底形状の砕波変形解析、海岸工学論文集、第 42 (1)、pp.86-90
3. 滝川 清、山田文彦、松本健作 (1996): ビデオ画像解析と Boundary-Fit 法を用いた砕波変形の内部特性に関する研究、海岸工学論文集、第 43(1)、pp.51-55
4. K.Takikawa, F. Yamada, K. Matsumoto (1997): Internal characteristics and numerical analysis of plunging breaker on a slope, J. of Coastal Engineering, Vol. 31, pp. 143-161
5. F. Yamada and K. Taikawa (1997): Numerical method for analysis of breaking waves in shallow water using the Boundary - Fitted Coordinate Transformation Technique, Proc. of 7th International conference of computing in civil and building engineering, pp.1593-1598
6. F. Yamada and K. Takikawa (1998): Numerical simulations of free surface flow with Boundary-Fitted Coordinate Systems, Proc. of the 8th International Offshore and polar engineering conference, pp. 272-279
7. 山田文彦、滝川 清、飯尾昌和 (1998): 密度関数の解法に CIP 法を用いた VOF 法の解析精度に関する研究、応用力学論文集、第 1 巻、pp.283-292
8. 山田文彦、滝川 清、柿木哲也、白木原圭太 (1998) : Mass-consistent モデルの画像解析への適用とその解析精度に関する研究、海岸工学論文集、第 45 (2)、pp.1281-1285
9. F. Yamada and K. Takikawa (1999): Improved the free-surface accuracy and mass-conservation of the Volume of Fluid (VOF) method, Proc. of the 9th International Offshore and polar engineering conference (in press)

b) 副論文

1. K. Takikawa, F. Yamada, K. Sato, H. Furuta (1995) : Numerical analysis of finite amplitude motion of waves and a moored floating body under sever storm condition, J. of Numerical method in fluid, Vol.21, pp.295-310
2. 滝川 清、山田文彦、松本健作 (1995): 潜堤上砕波変形の内部特性とその数値解析、海岸工学論文集、第 42 (1)、pp.66-70

3. 滝川 清、山田文彦、外村隆臣、松本健作、坂本鋼治 (1996): 内海沿岸域における飛来塩分特性とその対策について、海岸工学論文集、第 43 (2)、pp.1176-1180
4. K. Takikawa, F. Yamada, K. Matsumoto (1997): Internal characteristics of breaking waves over submerged breakwaters, Proc. of the 7th International Offshore and polar engineering conference, pp.192-199
5. K. Takikawa, K. Matsumoto, F. Yamada (1997): Numerical analysis of wave breaking over submerged breakwaters, Proc. of 7th International conference of computing in civil and building engineering, pp. 1605-1610
6. 山田文彦、滝川 清、外村隆臣 (1997) : 有明海沿岸域における飛来塩分の拡散機構とその数値モデルに関する研究、海岸工学論文集、第 44 (2), pp. 1216-1220
7. 松本健作、滝川 清、山田文彦、島津秀一 (1998): 潜堤上砕波の分類と内部特性に関する研究、応用力学論文集、第 1 巻、pp.737-746
8. 滝川 清、山田文彦、外村隆臣、荒木宣博 (1998): 飛来塩分特性の数値モデルと防風ネットを用いたその抑制効果に関する研究、海岸工学論文集、第 45 (2)、pp.1181-1185
9. 滝川 清、山田文彦、原田浩幸、北園芳人、中島和弘 (1998): 有明海沿岸域における干潟の浄化機能と環境特性に関する研究、海岸工学論文集、第 45 (2)、pp.991-995
10. 松本健作、滝川 清、山田文彦、嶋津秀一 (1998): 潜堤上砕波の分類とその内部特性に関する研究、海岸工学論文集、第 45 (1)、pp.101-105