

Spline 関数と Tchebycheff の多項式による杭の横抵抗の比較

環境建設技術系 松本 英敏

1. はじめに

約 18 年前, Tchebycheff の多項式による杭の横抵抗についてプログラム開発したが, その後 Spline 関数を用いた杭の横抵抗について菊池ら¹⁾により報告された。長年トライしようと思っていたものの, 時間的なユトリの無さと理論的な難しさも相まって, 今日まで実現出来なかった。この度, 一念発起し何とか比較・検討することが出来たので報告する。

2. 平滑化 Spline 関数

本 web に 3 次スプラインについて既に報告しているが, 今回は任意の次数に対応した平滑化スプライン²⁾を用いた。

ここでは, 平滑化曲線 $f(x)$ がデータに忠実であるか, 滑らかであるかを重み w_i, g で決定するとして, σ を最小にするような平滑化曲線 $f(x)$ を求める。

$$\sigma = \sum_{i=1}^n w_i \{f(x) - y_i\}^2 + g \int_a^b \{f^{(m)}(x)\}^2 dx \quad (1)$$

重み w_i は忠実を図る尺度 ($0 < w_i \leq 1$) であり, 小さいほど忠実である。 g はいかに滑らかであるかの尺度を表し, 非負の定数であり, 以下では g を平滑化パラメータと呼ぶ。

3. 平滑化パラメータ

3 次平滑化スプライン関数における平滑化パラメータの違いを見ていく。図 2 は $g = 0$ の例であり, 与えられた関数式(2) に対して g が 0 のため, 既知データ○に忠実であり滑らかさはない。

$$f(x) = \sin x + \sin 10x \quad (2)$$

図 3~5 では, g が 0.00001, 0.01, 10.0 と大きくなるに従い, 滑らかになっているのが判る。

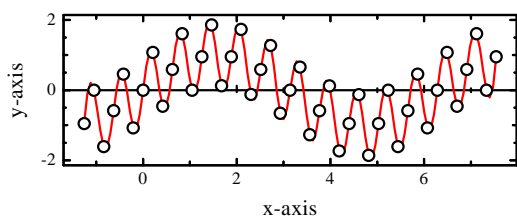


図 2 平滑化スプライン関数 ($g=0.0$)

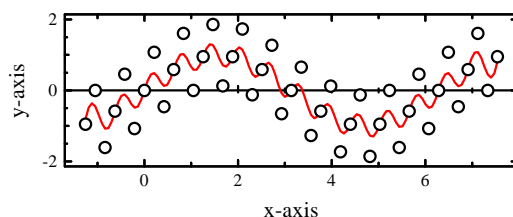


図 3 平滑化スプライン関数 ($g=0.00001$)

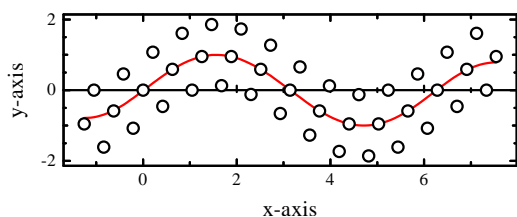


図 4 平滑化スプライン関数 ($g=0.01$)

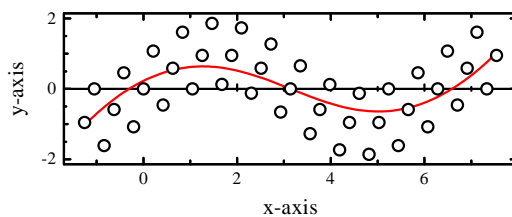


図 5 平滑化スプライン関数 ($g=10.0$)

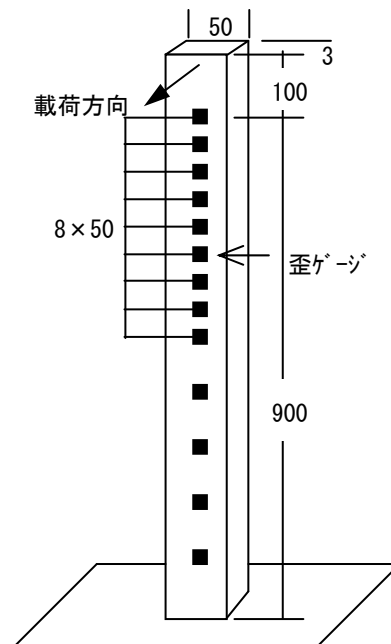


図 1 歪みゲージ配置状況

4. 杭の横抵抗解析

以上の検証を行った上で、杭の横抵抗に関して比較・検討した。歪みゲージの貼付位置は図 1 に示してある。計測した歪み ε から次式により曲げモーメント M を算出した。

$$\sigma = \frac{M}{I} y = E\varepsilon \quad , \quad M = \frac{EI}{y} \varepsilon \quad (3)$$

図 6 の○が計測した歪みを換算したデータであり、黒線が Tchebycheff の多項式、赤線が平滑化スプラインの結果である。今回は、下端に 4 点ほど 0 データを追加したため、黒線の多項式もよく合っているが、平滑化スプラインの方は追加データの有無に関係なく安定した結果を得た。

次に、1 回微分してせん断力、2 回微分して弾性床上の梁と考え、弾性曲線との関係式(4)から土圧 P は

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P = 0 \quad , \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (4)$$

$$P = \frac{d^2 M}{dx^2} \quad (5)$$

となり、曲げモーメントを 2 回微分するだけで求まる。そこで、曲線の滑らかさを失うことを避けるため、1 回の微分後にスプライン近似し、2 回目の微分を行った。図 7 がその結果で

あり、深部では Tchebycheff の多項式と平滑化スプラインの差はないが、地表面に向かうに従い多項式の精度に問題がある。最後に、変位は 2 回積分を行ないスプライン積分と台形積分（青線）の両方で比較した。台形積分が地表面で若干の誤差が生じたが、概ね合っていることが図 8 より判る。また変位を求める際は、境界条件として底部で変位およびたわみ角を 0 とした。

【参考文献】1) 菊池喜昭:軟弱粘性土地盤着底式くし形構造物の横抵抗特性に関する研究,港研資料,No.1039,2003

2) 桜井 明,吉村和美,高山文雄:パソコンによるスプライン関数,東京電機大学出版局,1988

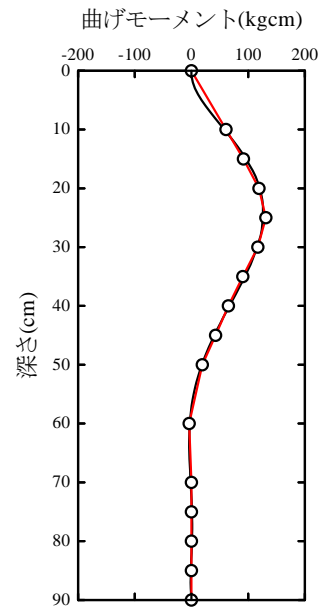


図 6 曲げモーメントの比較

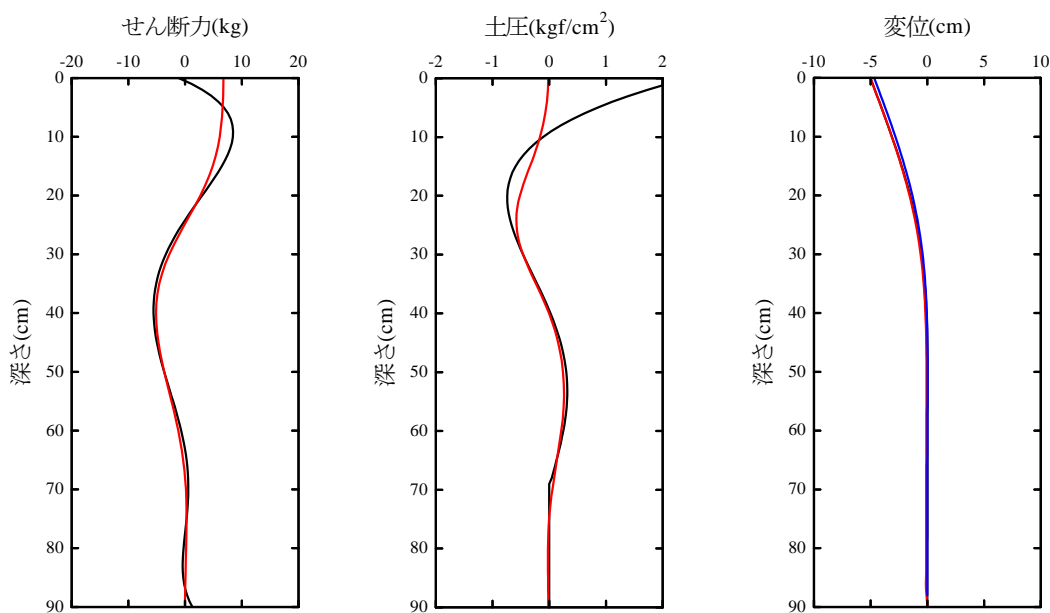


図 7 せん断力および土圧

図 8 積分による変位の比較