Spline 関数と Tchebebycheff の多項式による杭の横抵抗の比較

松本英敏

熊本大学工学部 技術部

1　はじめに

約 18 年前，Tchebycheff の多項式による杭の横抵抗についてプログラム開発したが，その後 Spline 関数を用いた杭の横抵抗について菊池ら [1]により報告された．長年トライしようと思っていたものの，時間的なユトリの無さと理論的な難しさも相まって，今日まで実現出来なかった．この度，一念発起し何とか比較・検討することが出来たので報告する．

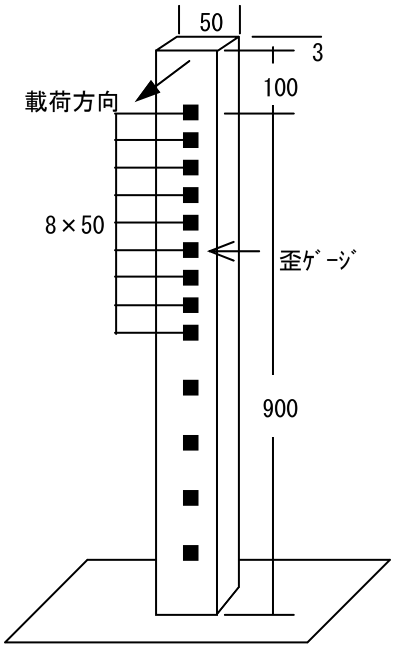

図 1　歪みゲージ配置状況

2　平滑化 Spline 関数

3 次スプラインについて過去に報告しているが，今回は任意の次数に対応した平滑化スプライン [2]を用いた．

ここでは，平滑化曲線 $f(x)$ がデータに忠実であるか，滑らかであるかを重み w_i, g で決定するとして，σ を最小にするような平滑化曲線 $f(x)$ を求める．

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} w_i \{f(x) - y_i\}^2 + g\int_a^b \{f^m(x)\}^2 dx \qquad (1)$$

重み w_i は忠実を図る尺度 $(0 < w_i \le 1)$ であり，小さいほど忠実である．
g はいかに滑らかであるかの尺度を表し，非負の定数であり，以下では g を平滑化パラメータと呼ぶ．

3　平滑化パラメータ

3 次平滑化スプライン関数における平滑化パラメータの違いを見ていく．図 2 は $g = 0$ の例であり，与えられた関数式(2) に対して g が 0 のため，既知データ○に忠実であり滑らかさはない．

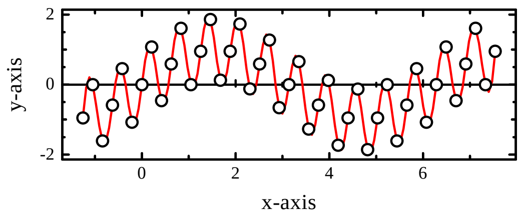

図 2　平滑化スプライン関数 (g=0. 0)

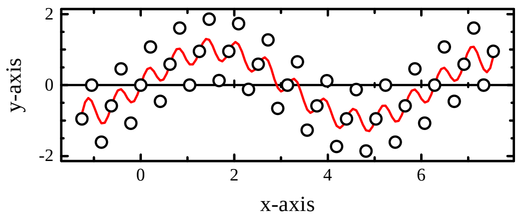

図 3　平滑化スプライン関数 (g=0. 00001)

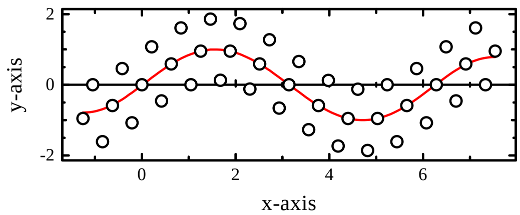

図 4　平滑化スプライン関数 (g=0. 01)

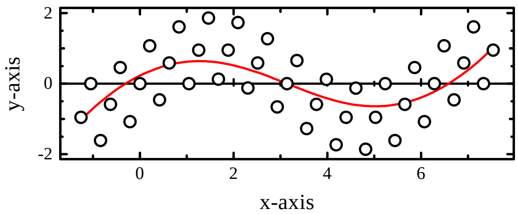

図 5　平滑化スプライン関数 (g=10. 0)

$$f(x) = \sin x + \sin 10x \qquad (2)$$

図 3～5 では，g が 0.00001,0.01,10.0 と大きくなるに従い，滑らかになっているのが判る．

4　杭の横抵抗解析

以上の検証を行った上で，杭の横抵抗に関して比較・検討した．歪みゲージの貼付位置は図 1 に示してある．計測した歪み ε から次式により曲げモーメント M を算出した．

$$\sigma = \frac{M}{I} y = E\varepsilon \quad , \quad M = \frac{EI}{y}\varepsilon \qquad (3)$$

図 6 の○が計測した歪みを換算したデータであり，黒線が Tchebycheff の多項式，赤線が平滑化スプラインの結果である．今回は，下端に 4 点ほど 0 データを追加したため，黒線の多項式もよく合っているが，平滑化スプラインの方は追加データの有無に関係なく安定した結果を得た．

次に，1 回微分してせん断力，2 回微分して弾性床上の梁と考え弾性曲線との関係式(4)から土圧 P は

$$EI\frac{d^4 y}{dx^4} + P = 0 \quad , \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \qquad (4)$$

$$P = \frac{d^2 M}{dx^2} \qquad (5)$$

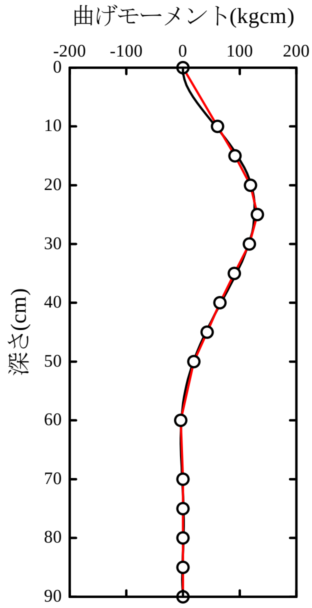

図 6　曲げモーメントの比較

となり，曲げモーメントを 2 回微分するだけで求まる．そこで，曲線の滑らかさを失うことを避けるため，1 回の微分後にスプライン近似し，2 回目の微分を行った．図 7 がその結果であり，深部では Tchebycheff の多項式と平滑化スプラインの差はないが，地表面に向かうに従い多項式の精度に問題がある．最後に，変位は 2 回積分を行ないスプライン積分と台形積分（青線）の両方で比較した．台形積分が地表面で若干の誤差が生じたが，概ね合っていることが図 8 より判る．また変位を求める際は，境界条件として底部で変位およびたわみ角を 0 とした．

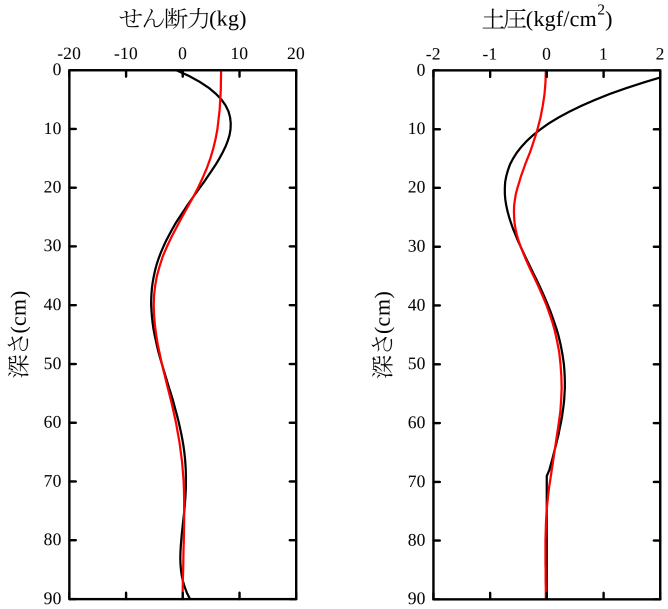

図 7　せん断力および土圧

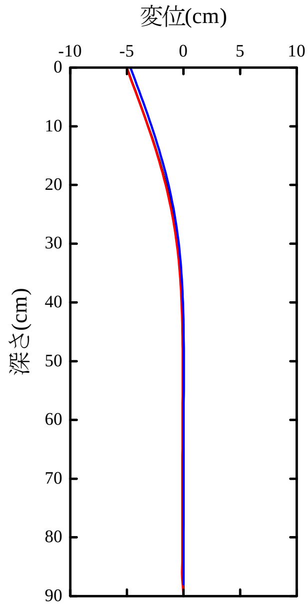

図 8　積分による変位の比較