

円柱供試体を用いた曲げ強度試験法における強度評価式[†]

池水 貴史* 天明 敏行** 林 俊斉**

谷倉 泉*** 尾原 祐三****

Formula for Evaluation of Flexural Strength on Bending Test by Use of a Cylinder Typed Specimen

by

Takafumi IKEMIZU*, Toshiyuki TEMMYO **, Toshinari HAYASHI **

Izumi TANIKURA *** and Yuzo OBARA ****

In this paper, the formula of four-point bending (Four-point bending test of the beam having a circular cross section, FPB_c) test and three-point bending (Three-point bending test of the beam having a circular cross section, TPB_c) test by use of short cylinder typed specimen is proposed to evaluate the flexural strength of rock or concrete, the strength of bedding plane of sedimentary rock and construction joint of concrete. Firstly, the stress distribution within cylinders with various lengths is analyzed by the three dimensional Finite Element Method. Then the formula is proposed based on the analyzed results for the four-point bending (Four-point bending test of the beam having a rectangular cross section, FPB_r) test and the three-point bending (Three-point bending test of the beam having a rectangular cross section, TPB_r) test of ASTM, JIS by the use of the beam having a rectangular cross section and the FPB_c and TPB_c tests. The specimen with 5-10cm in diameter and 10-20cm in length is used in the FPB_c and TPB_c tests. This dimension is that used in uniaxial compression test of concrete or rock drilled core. Secondly, a series of the FPB and TPB tests by use of both type of specimen is performed by the use of granite specimen with various lengths, then it is shown that the flexural strength is evaluated by the proposed formula and compared with that by the conventional one. Finally, it is made clear that the suggested three-point bending (TPB_c) by use of the cylinder typed specimen is available for evaluating the flexural strength of concrete and rock easily.

Key words:

Bending test, Flexural strength, Cylinder typed specimen, FEM analysis, Laboratory test

1 緒 言

曲げ強度試験はコンクリートの曲げ強度を評価するために、標準的には矩形断面を持つ角柱供試体を用いて 3 等分点載荷試験や中央点載荷試験で実施される。3 等分点載荷試験方法は日本工業規格 (JIS A1106) に定められている。また、その附属書には中央点載荷試験方法が示されている。この規格は従来あった日本工業規格を、2005 年に発行された ISO1920-4 を考慮して技術的内容を変更することなく改正されたものである。また、同様な規格は ASTM (C78, C293) でも標準化されている。

曲げ強度試験から得られた結果は、コンクリート仕様の確認、コンクリート配合、練り混ぜ、コンクリート打設の設計、さらには、コンクリート床板や舗装の強度評価などに用いられている。一方、岩盤工学の分野では、曲げ強度試験はあまり行われていないが、岩石のヤング率や引張強度の評価に用いられてきた¹⁾。

さて、コンクリート構造物の安全性の検討を行うとき、コンクリートの強度評価として簡易にはシュミットハンマーなどによる非破壊試験などが行われたりするが、最終的にはコアを採取し、その強度試験が行われることが多い。また、岩盤構造物の設計などの際には、ボーリングコアを採取し、その強度評価が行われている。

コンクリート床板や舗装の強度評価などでは角柱供試体を用いた曲げ強度試験が行われることが多い。これらの試験においては供試体長さに対しての寸法効果などが明らかにされている^{2), 3)}が、供試体の形、いわゆる形状効果については議論されていない。しかし、ボーリングコアを用いる場合、コアの四方を切り取って角柱供試体を作成して JIS の曲げ強度試験を実施していたのでは、時間と費用がかかる。また、コンクリートの打ち継目や劣化コンクリートのはつりの後の旧コンクリートの打ち継目などの強度評価、堆積岩における層理面や節理面の強

† 原稿受理 平成26年8月18日 Received Aug. 18, 2014 ©2014 The Society of Materials Science, Japan

* 大成ロテック(株) 〒160-6112 東京都新宿区西新宿
Taisei Rotec corporation, Shinjuku-ku, Tokyo, 160-6122.

** (株)安藤・間 〒107-8658 東京都港区赤坂
Hazama Ando Corporation, Minato-ku, Tokyo, 107-8658.

*** (社)施工技術総合研究所 〒417-0801 富士市大淵
Japan Construction Method and Machinery Research Institute, Obuchi, Fuji, 417-0801.

****熊本大学 自然科学研究科 〒860-8555 熊本市中央区黒髪
Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University, Chuo-ku, Kumamoto, 860-8555.

度評価には原位置で採取したボーリングコアから作成した円柱供試体を用いた曲げ強度試験が有効であると考えられる。

そこで、本研究では採取してきたボーリングコアをそのまま円柱供試体として用いることができる簡易曲げ強度試験法の開発を行う⁴⁾。具体的には、まず、試験に用いる角柱および円柱供試体を線形弾性体と仮定し、3次元有限要素法を用いて、3等分点載荷および中央載荷による曲げ強度試験を行った時の曲げ応力を求め、理論値と比較・検討する。つぎに、供試体支点間距離（スパン）を変化させた解析結果をもとに新たな曲げ強度の評価式を提案する。さらに、花崗岩を用いた曲げ強度試験を実施し、提案した曲げ強度の評価式の妥当性を検討する。

なお、文献 6)には同様な実験法は提案しているが、曲げ強度評価式は実験的に求めている。一方、本論文では数値解析的に内部応力を検討し、評価式を提案する。

2 曲げ強度試験

2・1 角柱供試体を用いた曲げ強度試験

コンクリートの曲げ強度試験は、日本工業規格である JIS A 1106 「コンクリートの曲げ強度試験方法」に準拠する。この規格は、3等分点載荷法（以下、4点載荷試験法：Four-point bending test of the beam having a rectangular cross section, FPB_rと呼ぶ）による硬化コンクリート供試体の曲

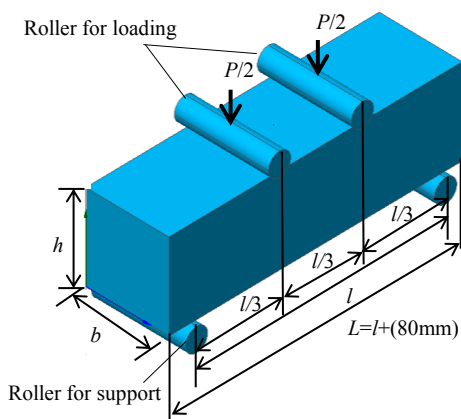


Fig.1 Four-point bending test of the beam having a rectangular cross section, FPB_r test.

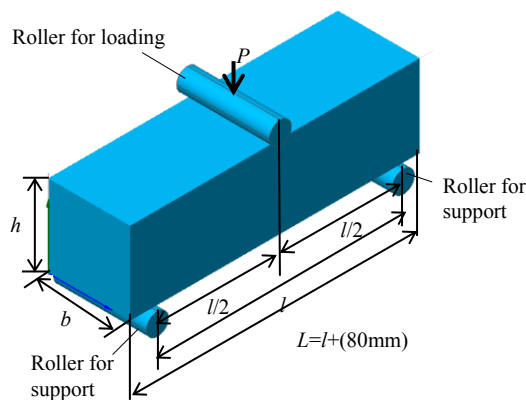


Fig.2 Three-point bending test of the beam having a rectangular cross section, TPB_r test.

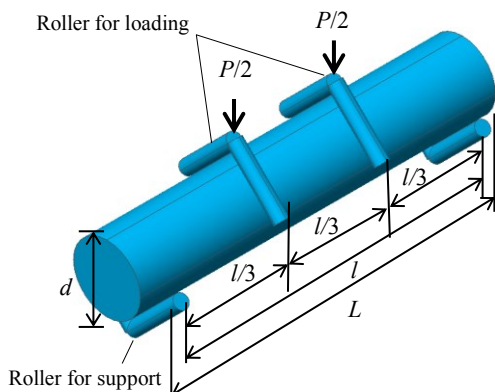


Fig.3 Four-point bending test of the beam having a circular cross section, FPB_c test.

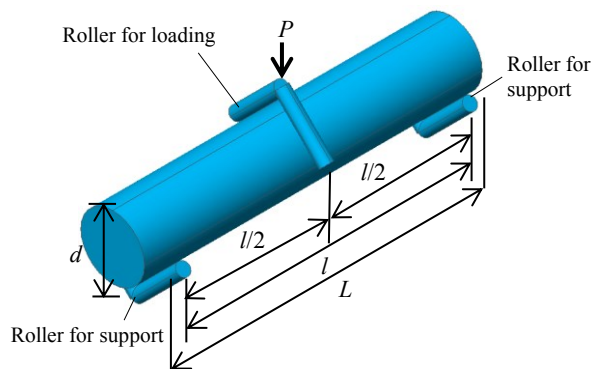


Fig.4 Three-point bending test of the beam having a circular cross section, TPB_c test.

げ強度試験の方法および中央点載荷法（以下、3点載荷試験法：Three-point bending test of the beam having a rectangular cross section, TPB_rと呼ぶ）を標準化したものである。

2・1・1 4点載荷試験法 4点載荷するための装置は、荷重を鉛直に偏心しないように加えることができる2個の支持ローラーと2個の載荷ローラーとからなる。試験モデルを Fig.1 に示す。また、曲げ強度 f の理論式は次式となる。

$$f = \frac{Pl}{bh^2} \quad (1)$$

ここで、 P ：破壊時の最大荷重、 l ：スパン、 b ：断面の幅、 h ：断面の高さである。

JISによると、スパンは断面の一边の長さの3倍以上とされている。したがって、スパンが短くなると載荷点や支持点が近づくために供試体中央付近の内部の応力状態はその影響を受けて変化すると考えられる。そこで、スパンを考慮するために補正係数 K_{r4} を導入する。

$$f = K_{r4} \frac{Pl}{bh^2} \quad (2)$$

2・1・2 3点載荷試験法 3点載荷するための装置は、荷重を鉛直に偏心しないように加えることができる2個の支持ローラーと1個の載荷ローラーからなる。試験モ

デルを Fig.2 に示す。また、曲げ強度 f の理論式を次式に示す。

$$f = \frac{3Pl}{2bh^2} \quad (3)$$

ここで、 P ：破壊時の最大荷重、 l ：スパン、 b ：断面の幅、 h ：断面の高さである。

この試験法においても、式(2)と同様にスパンを考慮するために補正係数 K_{r3} を導入する。

$$f = K_{r3} \frac{3Pl}{2bh^2} \quad (4)$$

なお、JIS には、式(3)で求められる曲げ強度は、4点載荷試験法の式(1)で求められる値に比較して大きな値となることが指摘されている。

2・2 円柱供試体を用いた曲げ強度試験

円柱供試体を使用した曲げ強度試験法は、JIS には記載されていない。森野ら⁵⁾によると、円柱供試体で曲げ強度試験を行う際の支点や載荷点で用いる載荷治具は、試験の簡便さを考慮すれば JIS の載荷装置と同様な棒状の治具が実用的であるとされている。しかし、JIS に定められている載荷治具の条件として、「供試体を設置したときに安定がよいもの」と示してある。そのことを考慮すれば、円柱供試体を用いるので、棒状の治具より V 字型の治具の方が安定性は高いと考えられる。また、支点での破壊を防止するためにも角度が 90 度の V 字型の載荷治具は有効であると考えられる。そこで本研究では、V 字型の載荷装置^{6), 7)}を使用した。供試体と接する部分には鋼棒を用いた。載荷試験法としては、角柱供試体と同様に、4点載荷試験法および3点載荷試験法（以下、それぞれ、4点載荷試験法：Four-point bending test of the beam having a circular cross section, FPBc、および、3点載荷試験法：Three-point bending test of the beam having a circular cross section, TPBc と呼ぶ）とした。円柱供試体を使用した両試験モデルを Fig.3, 4 に示す。

一方、円柱供試体の曲げ強度の式は、JIS の曲げ強度の評価式と同様に導出した。スパンを考慮した円柱供試体4点載荷試験法における曲げ強度 f の理論式を式(5)に、3点載荷試験法におけるその理論式を式(6)に示す。

$$f = K_{c4} \frac{16Pl}{3\pi d^2} \quad (5)$$

$$f = K_{c3} \frac{8Pl}{\pi d^2} \quad (6)$$

ここで、 P ：破壊時の最大荷重、 l ：スパン、 d ：供試体の直径、 K_{c4} および K_{c3} は補正係数である。たとえば式(6)は、直径 d の円柱断面をもつ両端固定梁の中央に集中荷重が作用したときに、梁の中央下面に発生する最大引張応力を示す式に補正係数を乗じたものである。したがって、補正係数はスパンのみならず、載荷治具の補正も含めている。

3 3次元有限要素法を用いた応力解析

解析には、3次元有限要素プログラムである midasGTS (MIDAS IT 社)⁸⁾を用いた。解析ケースは、スパンを変化させた全 40 モデルである。境界条件はモデルと支持治具が接する節点の z 軸方向のみの変位を 0 とした。また、荷重はモデルと載荷治具がモデルと接するの節点に合計で 30kN 作用させた。後述するように、この値を曲げ強度評価式の P と仮定した。角柱供試体の解析モデルを Fig.5、円柱供試体の解析モデルを Fig.6 に示す。図中の青色で示した矢印は 4点載荷試験の載荷条件、赤色で示した示した矢印は 3点載荷試験の載荷条件を示す。解析は線形弾性解析であり、供試体内部および表面に発生する応力を分析した。また、解析に用いたモデルは、ヤング率を 30GPa、ポアソン比を 0.2 の線形弾性体と仮定し、六面体要素を用いた。

4 解析結果と考察

解析例として、 $l/h=3.0$ の角柱供試体を用いた 4点載荷試験 (FPBr) おける供試体表面および供試体中心を通る yz 平面内の y 方向の垂直応力 σ_y のコンター図を Fig.7、 $l/d=3.0$ の円柱供試体を用いた 3点載荷試験 (TPBc) おける同様な面の y 方向の垂直応力 σ_y のコンター図を Fig.8 に示す。図中のカラーバーは、プラスの値が引張応力で、マイナスの値が圧縮応力を表す。Fig.7 に示す FPBr では、載荷部上面に大きな圧縮応力が発生し、下面に引張応力が発生している。 yz 平面を見ると、最大引張応力 σ_{ymax} が供試体中心を通る鉛直面の下面に生じている。一方、Fig.8

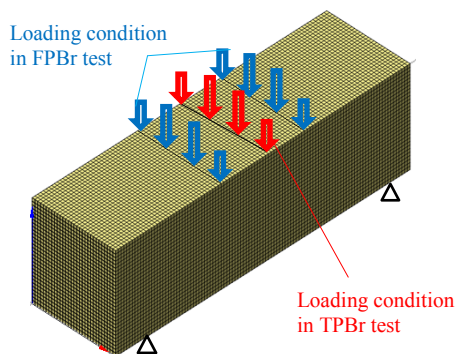


Fig.5 An example of numerical models for FPBr and TPBr test.

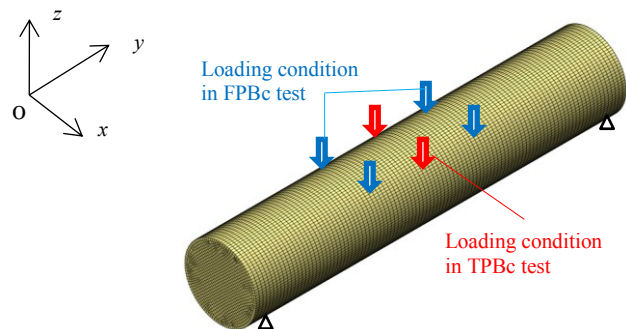
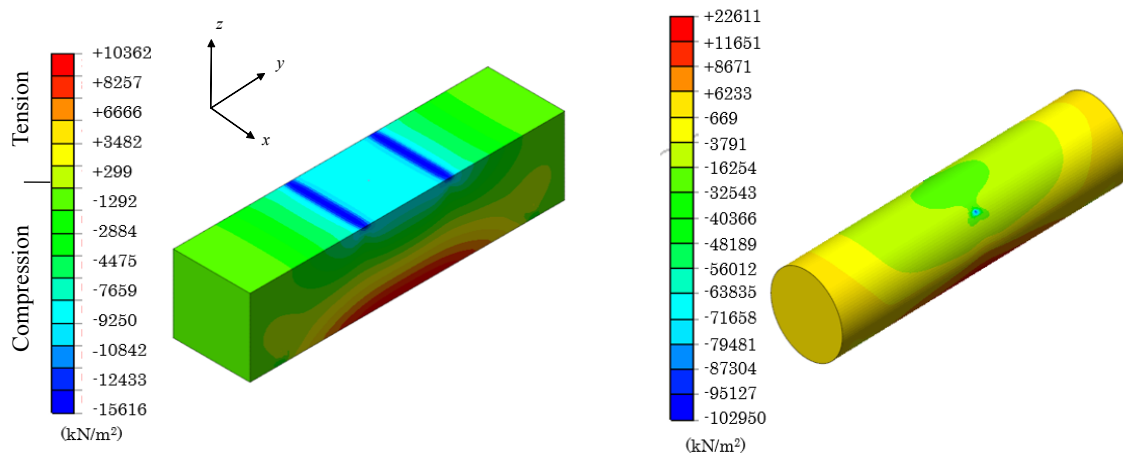


Fig.6 An example of numerical models for FPBc and TPBc test.



overall view

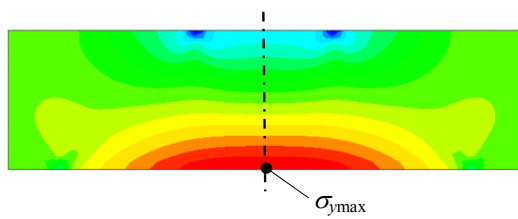


Fig.7 Distribution of normal stress in the y -direction σ_y in FPB_c test.

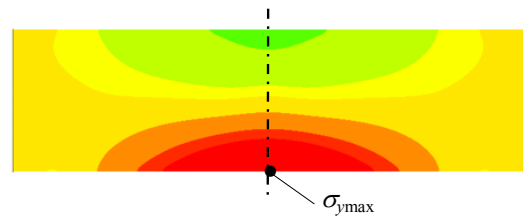


Fig.8 Distribution of normal stress in the y -direction σ_y in TPB_c test.

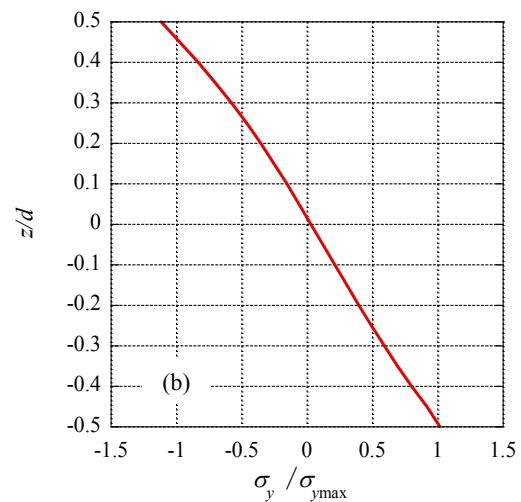
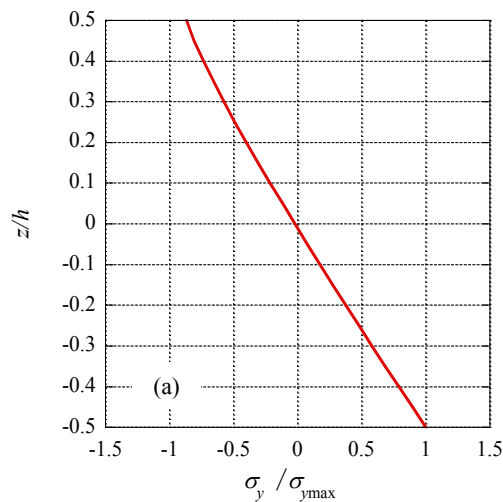


Fig.9 Distribution of σ_y along the line which passes through the center of specimen:
(a) $l/h=3.0$ for FPB_c test, (b) $l/d=3.0$ for TPB_c test.

に示す TPB_c でも同様な傾向が現れており、最大引張応力の発生位置も下面の中心に位置している。

つぎに、同じ解析例で供試体中心を通る z 軸に沿う $\sigma_y / \sigma_{y,max}$ と z/h あるいは z/d の関係を Fig.9 に示す。下面 ($z/h = z/d = -0.5$) で最大引張応力を示し、上面に向かって分布傾向は異なるもののほぼ線形に分布し、供試体上面の圧縮応力が大きくなっている。また、 $z=0$ の時に σ_y がほぼ 0 になっている。

そこで、 P を与えたときの $\sigma_{y,max}$ が供試体の曲げ強度 f に達したときに破断すると仮定すると、式(2)および(4)~(6)に導入されている補正係数を評価することができる。角柱供試体および円柱供試体を用いるそれぞれの試験法の補正係数を示すと Fig.10 のようである。JIS の角柱供試体では、スパンが長くなるにつれて K_{r4} は減少するが、 K_{r3} は増加しながら 1.0 に近づいている。したがって、JIS の評価式を用いて 5%程度 of 誤差で曲げ強度を評価するには、4点載荷試験では $l/h \geq 3.0$ 、3点載荷試験では $l/h \geq$

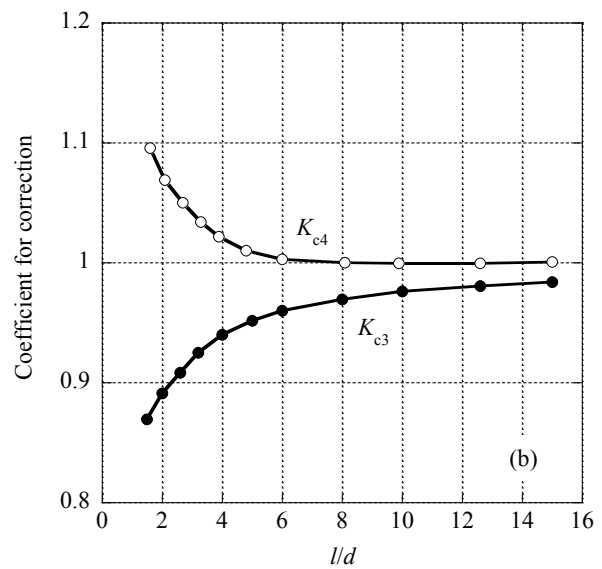
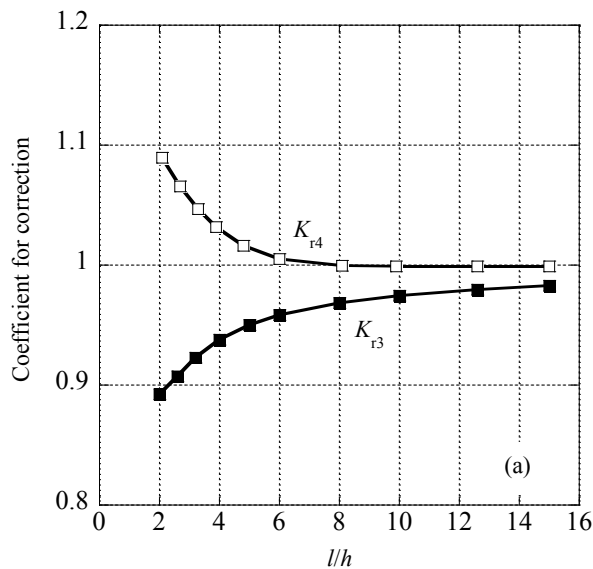


Fig.10 Relation between coefficient for correction: (a) for FPB, and TPB_r tes; (b) for FPB_c and TPB_c test.

5.0 の長さのスパンが必要となる。したがって、スパンが短い供試体を使用する際には式(1)や(3)をそのまま使うことは避けた方が良く考えられる。また、JIS には 3 点載荷試験で評価される強度は 4 点載荷試験のそれに比較して大きく評価されるとの記載があることは、4 点載荷試験の補正係数が 3 点載荷試験のそれに比較して大きいということからも納得できる。

一方、円柱供試体においても、スパンが長くなるにつれて補正係数の変化の傾向は角柱供試体の場合と同様である。したがって、補正係数を導入しない評価式を用いて (式(5)および(6)において $K_{c4}=K_{c3}=1$ の場合) 5% 程度の誤差で曲げ強度を評価するには、4 点載荷試験では $l/d \geq 3.0$ 、3 点載荷試験では $l/d \geq 5.0$ の長さのスパンが必要となる。

さて、採取したコアを用いた試験の実用性を考えるとスパンは小さくなり、 $l/h, l/d \leq 3.0$ の供試体を使うことになると考えられる。この領域では、補正係数を導入した曲げ評価式を使用することが望ましい。

そこで、 $1.5 \leq (l/h, l/d) \leq 5.0$ の領域において、それぞれの載荷試験の補正係数を以下に示す二次式で近似した。

・角柱供試体 (JIS) を用いた場合

$$4 \text{ 点載荷試験: } K_{r4} = 0.006 \left(\frac{l}{h} \right)^2 - 0.065 \left(\frac{l}{h} \right) + 1.20 \quad (7)$$

$$3 \text{ 点載荷試験: } K_{r3} = -0.003 \left(\frac{l}{h} \right)^2 + 0.043 \left(\frac{l}{h} \right) + 0.82 \quad (8)$$

・円柱供試体を用いた場合

$$4 \text{ 点載荷試験: } K_{c4} = 0.006 \left(\frac{l}{d} \right)^2 - 0.061 \left(\frac{l}{d} \right) + 1.17 \quad (9)$$

$$3 \text{ 点載荷試験: } K_{c3} = -0.006 \left(\frac{l}{d} \right)^2 + 0.062 \left(\frac{l}{d} \right) + 0.79 \quad (10)$$

これらの補正係数は、スパンと断面の形と大きさが決まれば容易に算定することができる。

Table 1 Specimen and test results.

Type of Specimen	No	Span $l/h, l/d$	Max. load P (kN)	Flexural strength by JIS method (MPa)	Flexural strength by proposed method (MPa)
Rectangular cross section of FPB _r test (R4)	1	3.0	54.0	16.2	17.1
	2	3.0	51.1	15.4	16.2
	3	3.0	50.7	15.2	16.1
	4	3.9	39.2	15.3	15.8
	5	3.9	40.2	15.7	16.2
	6	3.9	38.5	15.0	15.5
	7	4.8	31.6	15.2	15.4
	8	4.8	31.1	14.9	15.2
Rectangular cross section of TPB _r test (R3)	1	2.0	58.8	17.6	15.7
	2	2.0	52.1	15.6	13.9
	3	2.0	60.9	18.3	16.3
	4	2.0	56.7	17.0	15.2
	5	2.0	54.0	16.2	14.4
	6	3.0	36.7	16.5	15.2
	7	3.0	38.0	17.1	15.7
	8	3.0	35.8	16.1	14.8
	9	4.0	26.6	16.0	15.0
	10	4.0	25.9	15.5	14.5
	11	4.0	27.1	16.2	15.2
Circular cross section of TPB _c test (C3)	1	1.6	52.0	-	18.4
	2	1.6	46.5	-	16.5
	3	1.6	44.3	-	15.7
	4	1.6	41.4	-	14.7
	5	1.6	42.1	-	14.9
	6	3.0	22.3	-	15.8
	7	3.0	23.2	-	16.3
	8	3.0	23.6	-	16.6
	9	3.0	23.2	-	16.3
	10	3.0	23.1	-	16.2

5 花崗岩の曲げ強度試験

5・1 試験方法

スパンの異なる角柱供試体 (一辺が 0.1m の正方形断面をもつ) を用いて 4 点および 3 点載荷試験を実施し、JIS の評価式と提案した評価式による曲げ強度の比較を行うとともに、短い円柱供試体 (直径 0.1m の円形断面をもつ) を用いた 3 点載荷試験を行い、提案した評価式の妥当性

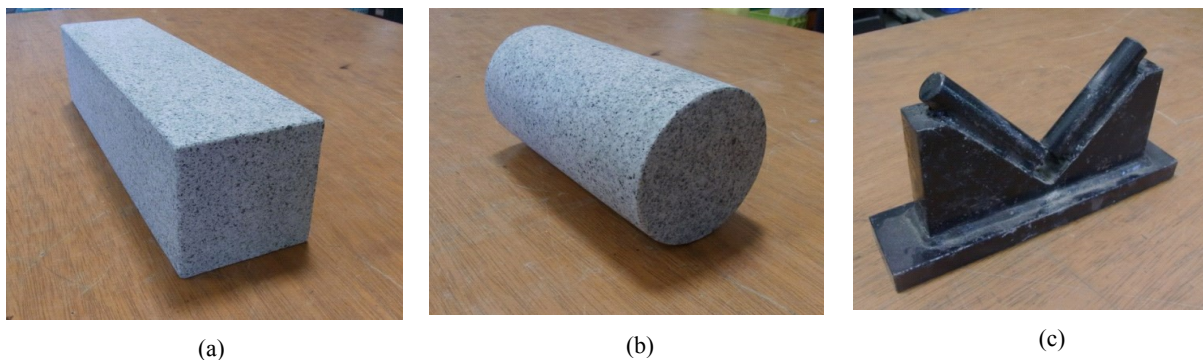


Fig.11 Specimens, loading jig and view of TPBr test : (a) beam having a rectangular cross section; (b) beam having a circular cross section; (c) loading jig; (d) view of three-point bending test for the specimen having a circular cross section.

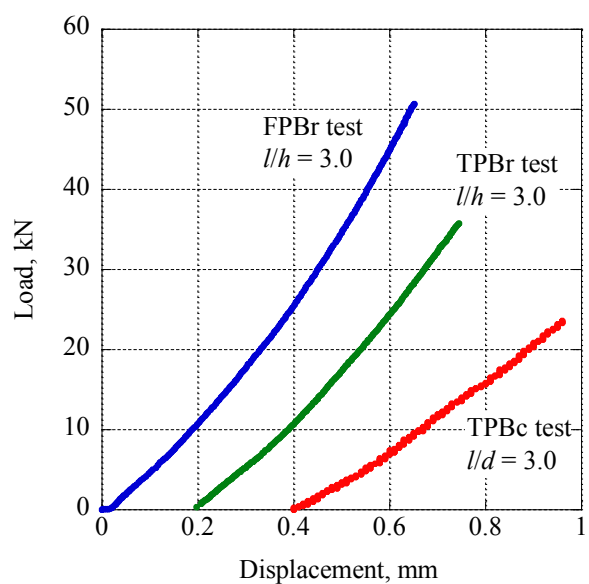


Fig.12 Examples of load - displacement curve for three types of bending test.

を検討した。なお、ボーリングコアから4点荷重試験が可能な長さを持つ供試体を用意するには困難が多いため、実用性を考慮して長さ0.3mまでの供試体を用いて3点荷重試験のみを実施した。供試体は平均粒径が約1mmの花崗岩である。弾性波速度は供試体の軸方向の速度が最も

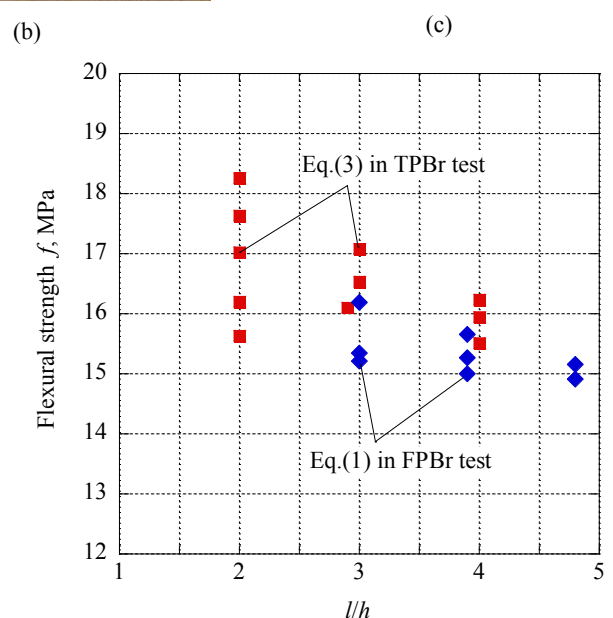


Fig.13(a) Relation between flexural strength and span calculated by the formulas of JIS in FPBr and TPBr test.

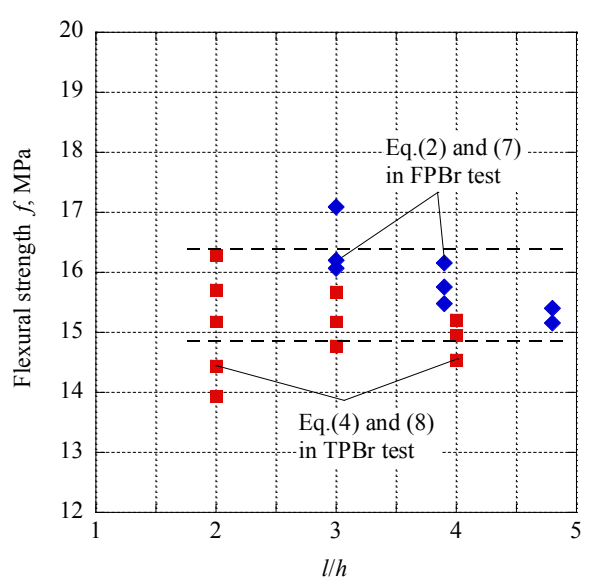


Fig.13(b) Relation between flexural strength and span calculated by the proposed formulas in FPBr and TPBr test.

早く、軸に垂直な断面内の速度の差は少なく、荷重方向についての影響は少ないと考えられる。なお、試験に用いた供試体と試験結果の一覧をTable 1に示す。

荷重治具および支持装置は、角柱供試体の場合、JISに規定されている荷重ローラーを用いた。一方、円柱供試

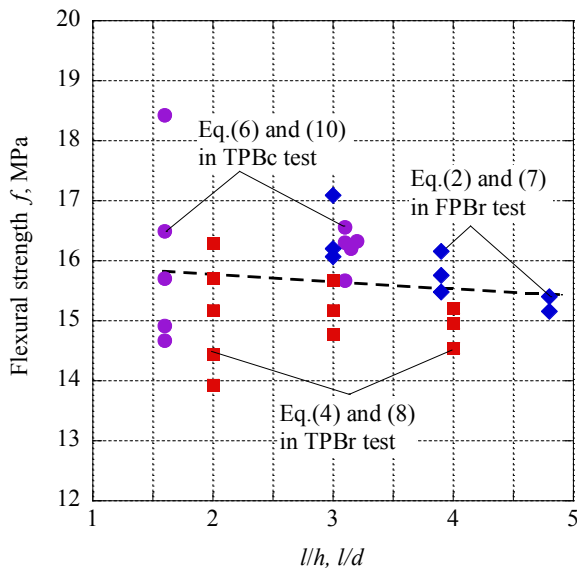


Fig.14 Relation between flexural strength and span calculated by the proposed formulas in three types of bending test.

体の場合には解析と同様に角度が90度のV字型治具を用いた^{6), 7)}. Fig.11に供試体, 載荷治具, 試験状況を示す. 試験中の荷重および載荷点変位はそれぞれロードセルおよびダイヤルゲージ式変位計で測定した.

5・2 試験結果

角柱供試体を用いた4点載荷試験 (FPBr), 3点載荷試験 (TPBr) および円柱供試体を用いた3点載荷試験 (TPBc) におけるスパンがほぼ同様な供試体の荷重-変位曲線の例を Fig.12 に示す. それぞれの荷重-変位曲線を0.2mm移動して同じ図に描いている. すべて下に凸の曲線で荷重が増大するとほぼ線形関係を示し, 破壊する.

得られた最大荷重から求めた曲げ強度を分析する. まず, 角柱供試体を用いたFPBrとTPBr試験において, JISの評価式を用いた場合の曲げ強度を Fig.13(a)に, 提案した評価式を用いた場合の曲げ強度を Fig.13(b)に示す. 縦軸が曲げ強度, 横軸がスパンを供試体高さで正規化したものである.

Fig.13(a)のJISの評価式による曲げ強度を見ると, TPBr試験で得られた強度はFPBr試験のそれに比較して大きい. これはJISでの指摘(3点載荷試験法による結果は4点載荷試験法のそれに比較して大きい)と同様な結果となった. また, スパンが小さいと強度のばらつきは大きく, スパンが大きくなるとばらつきは小さくなっている. つぎに, Fig.13(b)の提案した評価式での曲げ強度を見ると, FPBr試験とTPBr試験の強度が逆転したように見えるが, それらのほとんどが破線で挟まれた領域にプロットされ, JISの評価式による結果と比較してより妥当な結果が得られていると考えられる.

最後に, 円柱供試体を用いた3点載荷試験 (TPBc) の結果を Fig.13(b)に重ねて示すと Fig.14 のようである. TPBcの結果を●で示し, スパンは1.6と3.0である. ただし, 3.0の結果は他の結果と重なるので, 横軸の値をわずかにずらしてプロットしている. 各スパンで強度はばらついているが, その多くは14.7~16.5MPa範囲にあり, 良

好な結果が得られていると考えられる. すべてのデータを用いて1次式で近似したものが図中の波線である. 平均的な強度としては15.6MPa程度であるが, 近似線はわずかに右に傾いており, スパンが大きくなると強度が小さくなっていることを考慮すると, わずかに形状効果が現れていると考えられる (h あるいは d が一定の場合には寸法効果).

以上の結果を総合すると, 本研究で提案した曲げ強度試験法とその評価式は妥当であると結論される. しかし, 本試験からは, 供試体のスパンが小さい場合, 1つのスパンでの実験個数を少なくとも3~5とし, それらの平均値を用いることが必要であることを示している.

6 結 言

JISで示されている角柱供試体を用いた曲げ強度試験において, 短いスパンでの試験を行う場合に3次元効果の考慮が重要であることを指摘し, それらに対して3次元有限要素法弾性解析を行い, 補正係数を導入した新しい曲げ強度の評価式を提案した. また, ボーリングコアによる円柱供試体を用いた簡易曲げ強度試験法として, 4点および3点載荷試験法を開発し, 3次元有限要素法弾性解析を行い, 新たな曲げ強度の評価式を提案した. さらに, 花崗岩の角柱および円柱供試体を用いた曲げ強度試験を実施し, JISの評価式と提案した評価式による曲げ強度の比較を行ない, 試験法に拘わらず, 同様な曲げ強度が評価されることを示した.

参 考 文 献

- 1) A. R. Jumikis, "Rock Mechanics", ISBN 0-87201-785-0, Gulf Publishing Company, pp.203-205 (1983).
- 2) Z. P. Bazant, and D. Novak, "Probabilistic nonlocal theory for quasi-brittle failure initiation and size effect, I. Theory and II. Application", Journal of Engineering Mechanics ASCE Vol.126, No.2, pp.166-174, pp.175-185 (2000).
- 3) D. Novak, Z.P. Bazant and J.L.Vitek, "Experimental-analytical size-dependent prediction of modulus of rupture of concrete", Non-traditional Cement and Concrete, ed. by V. Bilek and Z. Kersner, ISBN 80-214-2130-4, pp.387-393 (2002).
- 4) T. Temmyo, T. Ikemizu, I. Tanikura, J. Jung and Y. Obara, "Evaluation of flexural strength of cylinder typed specimen by three-point bending test", Proceedings of ARMS8, RP7-2, Sapporo, (2014).
- 5) K. Morino and A. Nishino, "On the method of test for flexural strength of concrete in cylindrical specimen, Aich Institute of Technology, Research Report B-14, pp.243-253 (1979).
- 6) T. Temmyo, A. Sasaki and A. Saito, "Evaluation of horizontal construction joint of dam concrete by cylinder flexural strength test, Journal of Japan Society of Dam Engineers, 22(4), pp.273-282 (2012).
- 7) T. Temmyo, Y. Obara, Y. Chikaraishi and A. Saito, "Flexural strength test using cylindrical specimen of horizontal construction joint of concrete, Proceedings of annual conference, Vol.35, No.1, pp.1333-1338 (2013).
- 8) MIDAS IT, "midasGTS theoretical manual", CREATEC Co., Ltd., pp154-158 (2000).