熊本大学教育実践研究　第37号，77－83，2020

第４学年「計算のきまり」における映像的表現を重視した指導

大 林 将 呉*・宮 脇 真 一**

On the teaching of focus on the Iconic Representation in the fourth grade

Shogo OBAYASHI and Shinichi MIYAWAKI

１　本実践で育てたい子どもの姿

四則について成り立つ計算法則を自ら見いだし，その仕組みを理解するとともに，その有用性を実感し，活用することができる子ども

２　本実践の主張

⑴　四則について成り立つ計算法則の意味を自ら創り出す

本単元では，（　）を用いた式や四則混合の式の計算順序，計算法則（分配法則，交換法則，結合法則）を理解し，計算方法の工夫を考えるときなどに活用できるようにすることがねらいである．本実践における計算法則とは以下のようなものである．

分配法則	
①（□＋○）×△＝□×△＋○×△	②（□－○）×△＝□×△－○×△
③（□＋○）÷△＝□÷△＋○÷△	④（□－○）÷△＝□÷△－○÷△
交換法則	
①　□＋○＝○＋□	②　□×○＝○×□
結合法則	
①（□＋○）＋△＝□＋（○＋△）	②（□×○）×△＝□×（○×△）

四則に関して成り立つ計算法則については，これまでに，具体的な場面ごとに交換，結合，分配の各法則が成り立つことを学んできている．例えば，12×30，124÷４は次のように計算してきた．

①　12×30＝12×３×10＝36×10＝360（結合法則を活用）

②　124÷４＝120÷４＋４÷４＝30＋１＝31（分配法則を活用）

本単元では，今まで場面ごとに成り立つと考えてきた計算のきまりを一般的な法則としてまとめ，複雑な計算場面で活用できるようにする．また，乗除先行のきまりや，（　　）が含まれる場合のきまりを理解し，問題場面を１つの式に表すことができると，その式によって場面を明確に伝えることができるというよさを実感させる．

通常，教科書を使った分配法則の学習では，分配法則で表すことのできる状況や問題文が提示され，「△×□＋△×○」と表した式と「△×（□＋○）」と表した式が黒板に発表され，同じ物を表しているから「＝」でつないでもよいという指導がされる．（**図１，図２**）

確かに，分配法則が成り立つことが形式的には表されているが，どちらの問題もただ１つの状況を等式でつなぎ，それを言葉の式で表させることにより，○や△の記号に当てはめ，分配法則を一般化する流れになっている．ここで行われる学習活動は，与えられた状況を式で表現することに留まっており，そこには，式で表すことで生まれる驚きや，なぜだろうという問いは存在しない．同じ状況を表した別の式同士を等号でつなぎ，その等式が成り立つことだけが強調され，分配法則が公式的に授けられることになる．

＊ 熊本大学教育学部附属小学校　　＊＊ 熊本大学大学院教育学研究科

図１

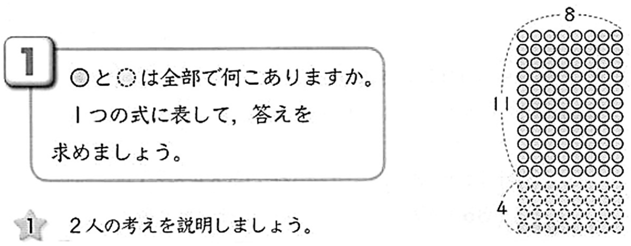


図２

さらに,「△×□＋△×○」と表すか「△×（□＋○)」と表すか，２つの式の間に優位性を求めることは無く，どちらかで表されることによさを感じることには重点が置かれていない．どちらでもよいのである．そもそも分配法則を知ることは，計算をより簡単に行えることに意義がある．このように目の前の状況を工夫した式で表すことによさを感じず，どんな式でも表すことができればよいということになるならば，分配法則の有用性を感じることはない．分配法則を知ることはできても，状況に応じて式を使い分けたり，活用して効率よく計算したりすることにはつながらないのである．そのような学習では，教えられたその場では使うことができても，少しでも型が変わっていたら，活用できなくなってしまう．

実際に，平成26年度の全国学力学習状況調査（算数Ｂ問題）においては，計算法則についての設問において正答率55.5%という低い結果になっている．提示された状況を式で表し，計算法則を公式的に覚えることができたとしても，いざ活用しようという場面においてその知識は転用されることはなかったのだ．このことからも，計算法則の意味を自ら創り出すことが求められているといえる．

⑵ 子どもたちの今

公式に当てはめて考えたり，大きな数の計算を筆算によって効率的に処理したりすることは算数科の学習内容として重要な技能である．しかし，そのような形式的な処理ができるようになればそれでいいのだろうか．

ある日のわり算の授業において「84÷21」という立式がされた瞬間,「やったー！筆算だ！」という発言が出され，数名がその発言に賛同した．一方で,「え？筆算なんてする必要ないよ」というつぶやきが聞かれ，それに賛同する子どももいたので,「２桁同士のわり算なのに筆算をせずに答えを導き出す方法はあるのか」という課題が立ち上がり，図や式をもとに答えを導き出すことができた．この時間は，教科書の扱いでいくと筆算の導入場面である．すでに先行知識があり,「２桁で割るわり算＝筆算」と考えている前者の子どもたちの反応は，ある意味では正しかった．しかし，筆算をする必要性について違和感を覚え，既有知識に当てはめれば十分処理できるはずだと判断した後者の意見を尊重したい．我々が育てたいのは，数値や状況をよく見ずに「わり算＝筆算」「面積＝公式」と形式的に当てはめ，それらが適用できなければ思考停止してしまうような子どもではない．目の前の事象を冷静に分析し，既有知識と照らし合わせ，本質をとらえたうえで柔軟に問題解決をすることができる子どもを育てたいと願うのである．

このように本学級の子どもには公式重視，計算偏重の傾向がある．そのような子どもたちに,「△×（□＋○)」と「△×□＋△×○」が等号で成り立つことだけを示し，反復練習により公式的に記憶させるだけの授業を展開しても，その仕組みやよさに自ら目を向けることはできない．自ら意味を考えることなく，教え，授けられた公式は，その場限りの理解にとどまり，転用可能な知識とはならないことは前述の通りである．

そこで本実践においては次のような願いをもつ．

四則について成り立つ計算法則を自ら見いだし，その仕組みについて理解し，その有用性を実感させたい．

そのために本単元では,「式のきまりを見つけよう」というテーマを設定し，計算法則や計算の順序について成り立つきまりを，子ども自ら発見できる場を設定する．そのうえで，発見した計算法則や計算の順序についてその仕組みを図や式や言葉を使った数学的表現（以下モデル）として表出させる活動を単元を通して行う．子どもたちは，式と図，図と言葉，言葉と式を相互につなげながら，計算法則や計算の順序を実質的にとらえることができるようになるであろう．

⑶　研究の視点

本実践では，以下の３つの研究の視点をもって研究を進めることとする．

①　問いを生み出す問題場面の開発と課題設定の在り方

②　対話を通して課題解決に向かうための手立て

③　わたしの分かり方の振り返りを促す工夫

特に，②においては，ブルーナーのＥＩＳ原理に着目することで，豊かな対話を生み出し，その中で子どもが課題解決に向かっていくことを目指す．ブルーナーのＥＩＳ原理とは次のようなものである．

ブルーナーの EIS 原理
（E）Enactive Representation（行動的表現）：手や身体，学習具などを用いた表現
（I）Iconic Representation（映像的表現）：絵や図形などを用いた表現
（S）Symbolic Representation（記号的表現）：言語や記号を用いた表現

本稿ではその中でも「映像的表現」を重視した指導によるモデルの表出と，モデルを媒介とした豊かな対話が子どもたちにとって有益なものであったかを検証する．

３　研究の視点へのアプローチ

⑴　問いを生み出す問題場面の開発と課題設定の在り方

子どもたち自らが分配法則を見いだし，その意味をとらえることができるために，問いが生まれる問題場面を設定する必要がある．

そこで，「ラッキーナンバー20」という問題場面を提案する．「ラッキーナンバー20」とは，以下のような手続きで行われる．

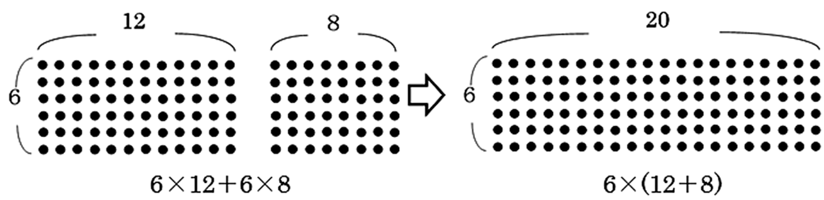
①　足して「20」になる数のペアを決める．（例：７と13）
②　６×□＋６×○の□と○に①で決めた数を入れて計算する． 例：６×７＋６×13＝42＋78＝120
③　答えがすべて120になる．

子どもたちは，それぞれバラバラの数を入れたはずなのに答えが全員同じになることに疑問を感じ，「答えが同じになるのはなぜか」「何かしかけがあるのではないか」といった問いを持ち，その仕組みを解明し始める．そこで出てくる説明としては，「□と○に当てはめる数は，合わせると20になる数だから，６×20＝120になる」というような数のみに着目した表面的な説明がされると予想される．その考えに安易に納得する子どもも多いであろう．そこで，「11×13＋10×７を計算してみよう」という問題を提示する．分かったつもりになっている子どもたちは，「（11＋10）×（13＋７）＝21×20」といった誤った計算をしてしまう．そこで，「さっきの式との違いは何だろう」「□と○を足して計算していいのはどんなときだろう」といった問いを取り上げ，「かけられる数が同じとき□＋○をして計算しても良いのはなぜだろう」という課題を設定し，絵や図，言葉を使って分配法則が成り立つわけを説明していく．

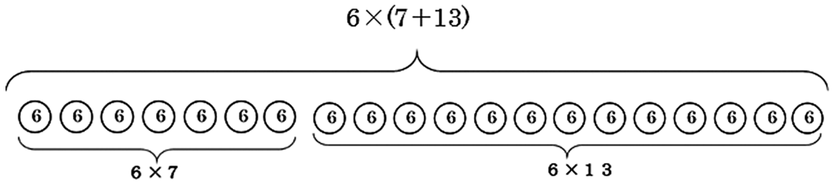
⑵　対話を通して課題解決に向かうための手立て

課題を解決するため，子どもたちは，自分なりの映像的表現である絵や図を用いて説明を考えるであろう．予想される子どもの反応には次のようなものがある．

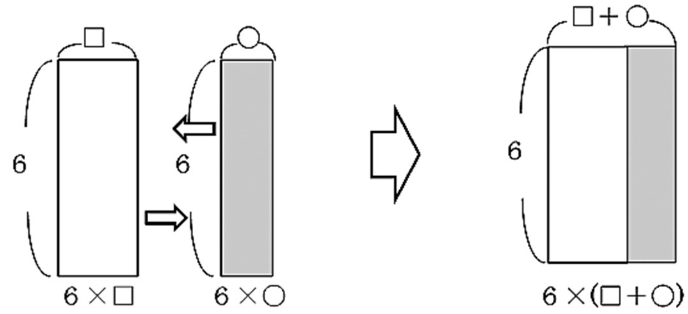
【アレイ図を用いたモデル】



【６の塊を用いたモデル】



【面積図を用いたモデル】



完成したモデルをもとにして分配法則が成り立つことを説明させていく．その際，１つのモデルによって，色々な数のペア（例えば「13と７」「９と11」「４と16」など）の場合を説明させ，分配法則の一般化につなげる．また，モデル同士の共通点に着目させ，モデル同士をつなげることで，新たな見方で式を見ることを促し，分配法則の仕組みをより詳しくとらえさせる．中には，何とかして図に表そうとしているが，途中で分からなくなっている子どももいると思われる．そのような場合には，その不完全なモデルをもとに，そのモデルを完成させるグループ活動を設定する．そうすることで，グループに対話が起こり，それぞれのグループで分配法則の意味を創造することにつながると考える．

また，全くどのように表現していいか分からない様子の子どもや，点列をかき，アレイ図で考えようとしている子どもに対しては，アレイ図のかかれたカードを渡し，切ったりはったりして使っても良いことを伝える．

さらに，分配法則の価値に迫るため，ラッキーナンバーを変えて計算する活動を設定する．そこでは，「102」の場合を取り上げることにより，「100」を使った計算をすると計算が楽になるという分配法則のよさを感じさせる．また，それと関連させて「98」の場合を取り上げることで，ひき算にも分配法則が適用されることを明らかにするとともに，ここでも分配法則のよさを実感させる．

⑶　わたしの分かり方の振り返りを促す工夫

与えられた状況，与えられた場面を計算法則や計算の順序に従って処理するだけでなく，そのような状況や場面を子ども自らが創り出す活動を設定することで，子どもたちの理解を深めたい．そのために，単元の終末に問題作りを含むまとめレポートに取り組ませる．そこで作られた問題を，教室に張り出し紹介することで，単に様々な問題に出会う機会が増えるというだけでなく，友だちがどのように式を見ているのかが分かり，新たな式の見方ができるよう促す．

また，レポート作成の際，計算法則を○や△を使った一般的な式として並べることでまとめとするのではなく，それぞれの仕組みを図などを用いて映像的に再表現させる．

これらのことは，単元で学習した内容を定着させるだけでなく，どのように問題を解決していったのかという学び方を振り返ることにもつながることとなる．

4　単元の構想

今回の実践では，次の２点をポイントにして単元を構想する．

○　文章題や提示する式の数値を工夫し，問いを生み出す問題場面を作ることで，計算の順序について成り立つきまりや，計算法則を子ども自ら発見できる場を設定する． ○　計算法則や計算の順序について式の意味をとらえて理解できるように，絵や図を使ったモデルとして表出し，それらを検討する活動を行う．

単元の導入では，（　）を先に計算することや，乗除先行などの計算の順序に関するきまりをとらえさせていく．特に乗除先行のきまりについては，先行知識がある児童がその意味を理解することなく「かけ算とわり算はたし算やひき算より先に計算する」というきまりを言い出すと考えられる．そこで，なぜかけ算とわり算は先に計算するのかを問うことで，左から順に計算していった場合の式の意味とかけ算やわり算を先に計算した時の式の意味をモデルで表していく．子どもたちは，モデルと問題文と式を比べることで，かけ算は１まとまりの数量を表していることに気付き，乗除先行の意味を見いだしていく．

分配法則の学習では，「６×□＋６×○という式に○＋□＝20となる２つの数を入れたとき，答えがいつも120になる」という状況を設定する．そして，この事象の秘密をアレイ図や面積図を用いて明らかにすることで，分配法則の意味理解とその一般化につなげる．

数の操作のみの形式的な理解になりがちな計算のきまりの学習において，単元を通して図と式を言葉でつなげる活動を促すことで計算法則の意味を自ら創り出すような単元を構想する．

5　指導計画（９時間取り扱い）

学習活動	論理的な思考を促すための教師の指導	時間
１　２段階構造の問題を（　）を用いて１つの式に表し，計算する．	○　実生活の中での買い物の場面を設定し，式の意味を問題と照らし合わせたり，図で表したりすることで，（　）の必要性を見いださせる．	1
２　四則混合の２～３段階の問題を１つの式に表し，計算する．	○　式の意味を絵や図，言葉で表現することを通して，乗法と除法は１まとまりの数量を表しているということに気付かせ，乗除先行の計算順序について理解を促す． ○　小町算を通して四則混合の式を比較することで計算の順序について理解を深める．	2
３　規則的に並んだ点の数を工夫して求め，求め方を１つの式に表す．	○　他者が考えた点の数え方を式から読み取り，言葉や図に表現しなおす活動を通して，１つの式で表すよさに気付かせる．	1
４　計算法則が成り立つ仕組みやそれらの用い方を理解する．	○「６×□＋６×○＝１２０」の仕組みを絵や図を用いて明らかにする活動を通して，分配法則の意味をつかませる． ○　計算を簡単にする工夫を考える活動を通して，分配法則のよさをつかませる． ○　整数の時との比較を通して，小数の場合にも交換法則，結合法則が成り立つことを理解させる．	3
５　計算の順序や計算法則についてのレポートを作成する．	○　計算の順序や計算法則を使って解決する問題を考えさせ，レポートとしてまとめさせる．	2

６　子どもの学びの実際

本実践のポイントは，計算法則を公式として教えるのではなく，その意味とよさを映像的に捉えながら理解させる所にある．ここでは，分配法則を活用し，計算の工夫を考える場面である，第６時について述べる．

⑴　２×12を引くのはなぜ？

前時で「□×△＋○×△＝（□＋○）×△」を学習し，難しい計算でも工夫すれば簡単に答えを出すことができることを理解した子どもたち．計算の工夫に意欲を示しているところで「45×12＋53×12」という式に取り組ませた．子どもたちは前時の学習から，この式をすぐに98×12と見ていた．そして98×12はさらに工夫して簡単に計算できるはずだと考え，多くの子どもは90と８に分け，90×12＋８×12と計算をしていた．しん君もその中の１人である．

しん：まず，45＋53で98ですよね．98×12は計算が難しいから，98を90と８に分けて，90×12＝1800と８×12＝96で1896です．
ゆう：僕もしん君と同じ方法でしたけど，計算が間違ってます．90×12は1800じゃなくて1080です．1080と96で答えは1176．筆算を使うから結構面倒くさいけど．
ゆき：そうそう．筆算が多いと面倒くさい．筆算を使わないで計算も間違えない方法があるよ．
いお：だから僕は（98＋２）×12－２×12＝1200－24＝1176としました．
98に２を足して100にして100×12で1200．さっき２を足したからその分２を引いて２×12を引きました．

しん君の方法でも元の計算よりは簡単に答えを求めることができるが，結局筆算が多数必要になることと，計算間違いをしてしまうという指摘が出された．その問題点を受け，より簡単に計算できる方法として，いお君の考え方が発表された．この考え方を用いるならば，かけ算の筆算を使うことなく「1200－24」という簡単な式になる．多くの子どもたちは，結果として式が簡単になったことに納得し，いお君の方法を便利な方法として受け入れた．


筆算をしなくても計算できる

しかし，れむさんはなぜ２×12を引くのか納得できないでいた．結果として簡単になることは分かるが，その式を工夫する過程に納得できていないのである．れむさんの困り感を取り上げ，「－２×12」の意味を全体に問うと，「『２を足して２を引く』なら分かるが，足したのは『２』なのに引くのは『２×12』であることが分からない」という意見が多数出てきた．そこで「98×12＝（98＋２）×12－２×12としてもよいのはなぜか」という課題を設定した．

⑵　２×12を借りているんだ

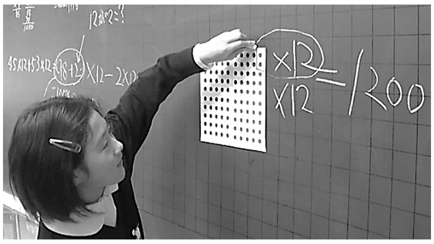
課題解決に向けて子どもたちは次のように語りだした．

こう：いお君は98×12はやりにくいから，たす２で100っていうことにして，やりやすくしてその後足した分の答えを引いている．
けん：だから借金があるってことだよ．２を借りてたから２を返すってこと．
ゆき：だけど２のまま返したらだめでしょ？２っていう数にも100×12したときに12かけてあるから２×12をした分だけ引かなきゃいけない．
Ｔ　：２借りたんだから２返すんじゃないの？
ゆき：12と借りた２っていうのはかけてますよね．100×12をした時点で…．
たか：２借りてるというのはただの２じゃなくて，２が12こあるのをかりてるんだから…

子どもたちは「計算しやすい『100』を作るために２を借りてきて，借りた２を返すのだが，その２は12をかけたものなのだ」ということを数や式のみを使って説明を重ねている．「12をかけている」「２が12こある」という言葉で「なぜ２×12を引いているのか」を説明しようとするが，れむさんをはじめ，多くの子どもたちが納得するには至らない．それは「２」とは何か，「２×12」とは何を意味するのかイメージを共有できないでいるからである．説明している子どもたちもどう伝えていいのか困っている状況であった．そんなとき，前

時のまとめを見ていたゆきさんが「これを使ってもいいですか？」と言い，教室に常設しておいたアレイ図を使って説明し始めた.

> ゆき：これ（100の点列）をつかうんですけど．これは全部で100ですよね．で，98＋２が100だから，ここが98でここが２．そして，このまとまり（２と98を合わせた100）に12かけるわけですよね．全部をかけるってことは，「２」も12かけてますよね．ということは1200っていう数の中に２×12っていうのも入っているんですよ.



2 ×12の正体はここのこと

ゆきさんは，前時で分配法則をアレイ図で表したことを想起し，アレイ図を使えば説明ができるのではないかと考えた．そして，100の塊全部に12かけているので，借りてきた２にも12がかけられているということを，図と式を言葉でつなぎながら説明することができた．この説明の途中で，２つの点と「×12」が丸で囲まれ，「1200からこの分（２×12）を引かなければいけない」という説明がされたときに，れむさんから「そうだ！」という納得する言葉が出された．れむさんがずっと分からなかった「２×12」の正体が明らかになり，式の意味を理解できたことで生まれた納得の言葉であった．また，あみさんから「（実際は）24借りてるんだ」というつぶやきも聞かれた．式や言葉だけではイメージできなかった「２×12」という量感がアレイ図を使って説明することで視覚的に明らかになり，式の意味を実感を伴って理解できたのである.

ゆきさんの説明を受けて，もう一度「98×12＝100×12－２×12」を振り返り，「（□－○）×△＝□×△－○×△」というひき算の分配法則について一般化することができた．また，適用題では，分配法則を活用して作り出した「100」によって式を工夫し，簡単に計算することができ，分配法則のよさを実感することができた.

７　考　察

「２」借りただけなのに「２×12」を引くことに納得できないれむさんの違和感を取り上げることで，分かったつもりになっていた子どもたちに式の意味をもう一度見直させ，問いを顕在化することができた．これにより，子どもたちは，分配法則が成り立つ式の意味に焦点化して話し合いを進め，アレイ図を用いた説明を通して，等式の仕組みをよく理解した上で分配法則を一般化することができた．このように映像的表現を媒介にして対話を行ったことは，数や式のみの操作によって，分かったつもりになりがちな分配法則の学習において，量感を伴った理解を促すうえで有効であったといえる．また，子どもたちは「100」を作ることで計算が簡単になることを実感し，他の計算においても工夫して簡単に答えを導き出すことができていた．公式として計算法則の型を教えるのではなく，自ら式の意味を見いださせることが生きて働く知識の獲得には不可欠であり，映像的表現を重視した指導により，モデルを介した豊かな対話を実現した本実践は子どもたちの学びにとって有益であったといえる.

引用・参考文献

文部科学省（2018）．小学校学習指導要領解説算数編．日本文教出版.

藤井斉亮ほか（2014）．新しい算数．東京書籍株式会社.

中原忠男（1995）．算数・数学教育における構成的アプローチの研究．聖文新社.