

2019 年度 (令和元年度)

博士論文

粒状材料を対象とした残留 LNAPL の  
流動特性に関する研究

令和 2 年 3 月

熊本大学大学院

自然科学研究科 環境共生工学専攻

塩田 絵里加

Doctoral Thesis

Study on the evaluation for flow characteristics  
of trap LNAPL in granular materials

March 2020

Graduate School of Science and Technology

Kumamoto University

Japan

Erika SHIOTA

目次

第 1 章 序論

---

1.1 本研究の背景と目的	1
1.1.1 本研究の背景	1
1.1.2 研究の目的	3
1.2 本論文の構成	5
引用・参考文献	8

第 2 章 NAPL 汚染地盤における現状と既存の研究

---

2.1 日本における NAPL による地盤汚染の位置づけと浄化工法	9
2.2 地盤内部の NAPL の挙動に関する既往の研究	11
2.2.1 LNAPL と DNAPL における地盤内部の浸透挙動の違い	11
2.2.2 LNAPL における地盤浸透問題についての既往研究	14
2.3 CT 画像解析・数値解析を用いた LNAPL 浸透挙動の評価研究	15
2.3.1 NAPL 汚染地盤の可視化と画像解析	15
2.3.2 粒子法を用いた LNAPL の浸透挙動シミュレーションへの適用	16
2.4 2 章のまとめ	16
引用・参考文献	18

第 3 章 2 相流体における地盤内部浸透挙動に関する理論

---

3.1 地盤内部の浸透挙動	22
3.1.1 Navier- Stokes 方程式	22
3.1.2 レイノルズ数	24
3.1.3 ダルシー則	25
3.1.4 Richards の不飽和浸透方程式	27
3.1.5 Mualem の不飽和透水係数と水分特性曲線モデル	29
3.2 粒状材料を対象とした水分特性曲線における関係式	30
3.2.1 毛管力	30

3.2.2	水分特性曲線の概要	32
3.2.3	ヒステリシスとインクビン効果	33
3.2.4	土粒子間に働く水分ポテンシャルとメニスカス	34
3.3	多孔質体内における LNAPL の挙動	36
3.3.1	接触角とぬれ	36
3.3.2	水-LNAPL における浸透挙動と比透水係数	39
3.3.3	間隙内部における LNAPL の残留現象	40
3.4	3章のまとめ	44
	引用・参考文献	45

#### 第4章 実験概要とマイクロ X 線 CT スキャナ

---

4.1	実験材料と物性	47
4.1.1	対象試料	47
4.1.2	CT 造影剤と LNAPL	47
4.2	排水試験装置と吸排油試験装置の概要と試験方法	49
4.3	X 線 CT について	51
4.3.1	X 線の発生メカニズム	51
4.3.2	X 線の減衰と吸収	53
4.3.3	CT 値について	53
4.3.4	マイクロ X 線 CT スキャナ概要	54
4.4	本研究における CT 撮影条件	55
4.4.1	撮影時における留意点	55
4.4.2	本研究における CT 撮影条件	60
4.5	4章のまとめ	61
	引用・参考文献	63

#### 第5章 CT 画像処理・解析手法

---

5.1	画像処理	65
5.1.1	画像ノイズの低減	65
5.2	画像領域分割	70
5.2.1	多値化処理	70
5.2.2	Marker-Controlled Watershed (MCW) 法	74
5.3	画像解析手法	77
5.3.1	代表領域の決定	77

5.3.2	REV についての既往研究	77
5.3.3	REV 解析概要	79
5.4	間隙内球体要素充填法	81
5.4.1	間隙の計測における既往研究	81
5.4.2	3D Glanulometric method の概要	82
5.5	5章のまとめ	85
	引用・参考文献	87

## 第6章 格子ボルツマン法(LBM)概略

---

6.1	Lattice Boltzmann Modeling とは	90
6.2	LBM の概要	91
6.2.1	LBM の基礎方程式	91
6.2.2	LBGK モデルの衝突項	92
6.2.3	粒子の分布	93
6.2.4	Multiple relaxation times (MTR)モデル	95
6.3	LBE から Navier-Stokes 式の導出	98
6.4	LBM 境界条件と主要なパラメータ	101
6.4.1	LBM 境界条件	101
6.4.2	物体力 (body force)	106
6.5	Multi Component Shan-Chen (MCSC)モデル	107
6.5.1	MCSC の基礎式	107
6.5.2	MCSC モデルによる表面張力と界面張力の決定	109
6.6	6章のまとめ	109
	引用・参考文献	110

## 第7章 水-空気相における微小領域の浸透特性評価

---

7.1	VP 解析手法の妥当性評価の検討	113
7.1.1	排水過程における Voxel Percolation (VP)解析の概要	113
7.1.2	水分特性曲線における巨視的スケールの評価	116
7.1.3	RSD を用いた REV の定量評価	118
7.1.4	Step ごとの間隙径分布の変化における空気-水相の定量評価	121
7.1.5	多値化画像と VP 解析結果画像の比較	123
7.2	LBM による不飽和透水係数の算出	127
7.2.1	一相流解析におけるパラメータ確認	128

7.2.2	不飽和透水係数取得のための領域設定と境界条件	130
7.2.3	レイノルズ数の確認	132
7.2.4	不飽和透水係数の検討	133
7.3	7章のまとめ	138
	引用・参考文献	140

## 第8章 吸排油試験における改良型 VP 法を用いたトラップ挙動の評価

8.1	吸排油試験結果と間隙径分布によるトラッピング評価	142
8.1.1	吸排油試験結果と CT 撮影結果	142
8.1.2	多値化画像の精度と Paraffin の残留分布	146
8.1.3	吸水領域における Paraffin のトラップ量の変化と間隙径分布評価	149
8.1.4	Paraffin トラップ領域の界面における間隙径の評価	159
8.2	吸排油試験における VP 法の適用	162
8.2.1	KI 水溶液-Paraffin 間の接触角の検討	162
8.2.2	吸水過程における VP 法の概説	166
8.2.3	吸排油試験における VP 法の精度検証	168
8.3	8章のまとめ	173
	引用・参考文献	176

## 第9章 二相流 LBM を用いた不動 Paraffin 領域の再流動化シミュレーション

9.1	二相流 LBM におけるパラメータの選定	177
9.1.1	二相流 LBM の基礎式と物体力	177
9.1.2	二相流液滴試験と接触角測定試験の再現解析の境界条件	179
9.1.3	二相流 LBM 解析におけるパラメータ選定結果	180
9.2	Paraffin トラップ領域の再流動化シミュレーション	183
9.2.1	トラップ領域の再流動化に係る関係式	183
9.2.2	解析領域の決定と解析画像の準備	185
9.2.3	境界条件と初期条件	188
9.2.4	二相流 LBM 解析結果による Paraffin 再流動化シミュレーション	190
9.3	9章のまとめ	200
	引用・参考文献	203

## 第 10 章 結論

---

10.1 本研究で得られた結果	205
10.2 今後の展望	206
引用・参考文献	209

## 付録

---

付録 A Mualem の不飽和透水係数の導出	210
付録 B Mualem 連結モデルによる水分特性曲線モデル	213
付録 C 格子気体法( Lattice Gas Model :LGM)	215

謝辞	220
----	-----

# 第1章 序論

## 1.1 本研究の背景と目的

### 1.1.1 本研究の背景

地盤環境問題について人々に広く知られるようになったきっかけとして、古くは足尾銅山鉍毒事件が挙げられる。足尾銅山鉍毒事件では、鉍山から渡良瀬川に排水した水が銅イオンやカドミウムなどの金属イオンによって汚染されていたために、稲が立ち枯れ、近隣の山林が荒廃した。また、最近の事例で言えば、2016年10月に発覚した東京ガスの工場操業施設跡に建設された豊洲市場の地下水汚染の問題は、様々な人々の記憶に残っている事例であるといえる。設置された専門家会議の報告では、局所的ではあるが、環境基準の43000倍を超えるベンゼンや860倍を超えるシアン化合物などが検出されたことが報告されている<sup>1)</sup>。この問題によって豊洲市場の開場が半年以上も遅れ、また様々なメディアに大きく取り上げられたことで人々に地盤環境問題を周知させる転機となった。

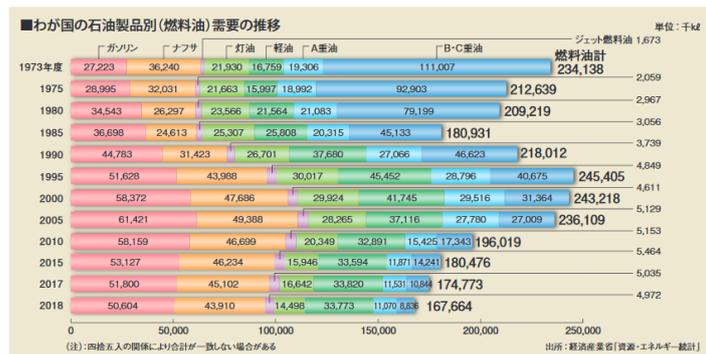
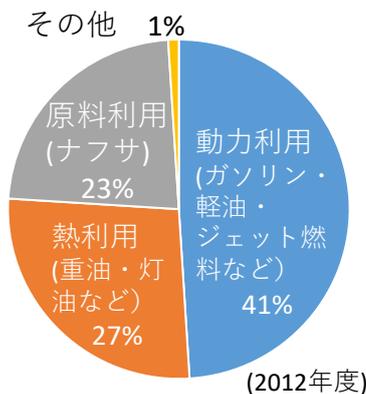
一方、我が国では気候変動の影響によってこれまで想定しえなかった大規模災害が多発するようになり、地盤環境を脅かすようになった。例えば、2011年3月に発生した東日本大震災では、石油備蓄基地に設置されていた油槽所の屋外タンク付属配管から油が堤体内に流出している<sup>2)</sup>。2019年8月に発生した大雨では、1時間に100ミリを超える豪雨が九州北部地域に発生した。佐賀県大町町では鉄工所が冠水し、油槽内の油5万リットルが周辺地域に流出した(図-1.1)。流出した油は田畑や住宅街に流れ込み、82.5ヘクタールの土地に広がったと報告されている<sup>3)</sup>。大半の油は不織布を用いたオイルシートで吸着させる処理を施していたが、水が引いた後の土壌には吸着シートでは回収しきれなかった油が土壌表面に残留している箇所も存在することが報告されている(『西日本新聞』2019.9.28)。このような大規模災害の二次災害として地盤内部への油の流出現象が発生し、我々を取り巻く社会活動を阻害するようになっている。また、大規模災害の二次被害だけでなく、工場跡地やガソリンスタンド跡地などで発生する土壌汚染や、



鉄工所から流れ出した油 (写真矢印部分)

朝日新聞デジタル(2019年8月28日)より

図-1.1 佐賀県大町町における豪雨災害後の油流出事故



(a) 石油の利用用途について

(b) 近年の石油製品別需要の推移

図-1.2 我が国における石油製品における需要と利用用途について<sup>5)</sup>

油の埋設配管の老朽化による破損に伴った汚染物質の漏えいなどが日本各地で発生している。2013年には大阪府泉大津市で軽油タンクと接続している地下埋設配管からの軽油の漏えいが確認されている<sup>4)</sup>。

上記のように汚染物質となる油であるが、一方で我々の生活の根本を支えている重要な要素でもある。油の種類は様々で、植物性、動物性、鉱物性と主に3つに大別されている。特に、鉱物性の油で原油から生成される石油製品では、精製過程でガソリン、灯油、重油、アスファルトなどの各石油製品が同時に生産される仕組みとなっている。図-1.2には原油から生成される石油製品の需要推移と石油の利用方法の割合を表している<sup>5)</sup>。図-1.2をみると、日本における石油製品使用用途は多岐にわたっており、石油産業とは切っても切れない関係になっていることが分かる。この石油のうち、非水溶性液

体を通常 NAPL(Non-Aqueous Phase Liquid)と呼ぶ。特に図-1.2(b)の石油製品の割合のうち約 80%を占めているガソリンやジェット燃料などの石油製品は水より軽い密度であることから LNAPL(Light NAPL)と呼ぶ。この LNAPL には BTEX(ベンゼン, トルエン, エチルベンゼン, キシレン)などが含まれる。一方で重油のような水より密度が重い石油製品を DNAPL(Dense NAPL)と呼ぶ。LNAPL と DNAPL が地盤内部に漏洩すると、その比重の違いにより汚染挙動に違いが生じるが、特に LNAPL では浸透過程や地下水の上下運動により間隙中に残留する現象が確認されている。この状態を“トラップ”と呼び、トラップされた LNAPL が帯水層にわずかながら溶解することで長期的な汚染源となっていることが判明している<sup>6)</sup>。一方で、トラップ現象のような間隙内部で発生する挙動は、その起動力として対象地盤が有する毛管力が影響しており、それを誘引するのが間隙構造となる。そのため、水のような濡れ相(Wetting 相)と LNAPL や空気のような非濡れ相(Non-wetting 相)間に作用する不飽和浸透特性をミクロな視点から適切に評価することが求められる。

### 1.1.2 研究の目的

トラップされた NAPL による地盤汚染の問題を検討する際には、多孔質材料である地盤内部の輸送現象を考慮する必要があるが、水と油そして空気の多相流現象となるため、複雑な挙動を模擬する必要がある。1990 年代以降における X 線 CT(Computed Tomography)の登場・マイクロ X 線 CT スキャナ装置の発展により地盤材料内部を非破壊で観察<sup>7)</sup>できるようになった。さらに 2000 年以降、コンピュータを用いた演算性能の向上と大容量化による、CT 画像を用いた画像解析・数値解析技術の急速な進歩により、間隙内部における流体现象の挙動を究明すること<sup>8)9)</sup>や数値解析を用いて間隙構造の CT 画像を境界領域とした境界条件の下での解析も広く行われるようになってきている。既往の研究では、マイクロ X 線 CT によって土粒子、間隙水、間隙空気などの各相を 3 次元的に明確に識別できるほどの高分解能の画像を得ることができ、画像解析や数値解析を適用することによって、間隙内部に存在する液体の挙動評価を行っている<sup>10)11)12)</sup>。しかしながら、現在用いられている NAPL 汚染予測シミュレーションではこのようなミクロな挙動における汚染現象まで考慮されたモデルは検討されていない。

そこで本研究では、NAPL の浸透挙動に深く関わる不飽和浸透特性の評価と NAPL の間隙内部におけるトラップ挙動に着目することで長期汚染問題を引き起こすトラップ NAPL の再流動化を検討し間隙内部に残留した NAPL の浄化挙動の解明を目指す。よって、本研究の目標を達成するために本論文では、以下の 4 つの目的を研究目的とし、その手法について詳述する。

- (1) 不飽和領域を対象とした画像・数値解析による浸透特性の評価を行うこと
- (2) CT 画像解析を用いた LNAPL トラップ挙動の定量評価を行うこと
- (3) CT 画像解析を用いた間隙内 2 相流動シミュレーションの開発・妥当性評価を行うこと
- (4) 数値解析を用いたトラップ領域の再流動化に関する検討を行うこと

(1)については、不飽和浸透特性評価を行うために、排水挙動における保水性試験を実施し、マイクロ X 線 CT スキャナ装置を用いて間隙内部を可視化する。CT 撮影によって得られた画像を用いて LBM 一相流解析を行うことでマイクロ X 線 CT 画像から不飽和透水係数の算出を行い、CT 撮影領域における不飽和浸透特性の評価を行う。

(2)については、保水性試験装置を改良した吸排油試験装置を使用し、容易に入手可能な LNAPL を対象とした保水性試験を実施する。また、試験供試体をマイクロ X 線 CT スキャナ装置で撮影することにより、LNAPL の浸透過程とトラップ挙動についての可視化を行う。さらに、X 線 CT 撮影で得られた画像に対し画像解析を施すことにより、LNAPL の浸透挙動の定量評価を行う。

(3)では、熊本大学環境地盤工学研究室で開発された画像解析手法の 1 つである Voxel Percolation 法(VP 法)<sup>13)</sup>の排水過程における妥当性評価を行うことによって、(4)で実施する不飽和透水係数の算出のための解析精度を向上させる。また VP 法では、既往研究において吸水過程についての予測結果が実験値と一致しない挙動が得られた<sup>14)</sup>ことから、吸水過程における VP 法を改良することによって、(2)におけるトラップ挙動の定量評価手法への適用を行う。

(4)では、(2)で得られた結果を用いて、トラップ領域における再流動化を検討するために 2 相流 LBM を用いた LNAPL の再流動化シミュレーションを実施し、トラップした Paraffin の再流動化に必要な条件を提案する。

本研究の学術的な意義は、CT 画像から得られた情報を元に、画像解析・数値解析を用いて地盤内部における浸透特性の評価を行い、その結果をもとに流動シミュレーションを適用している点である。本来、CT 画像からは時系列的な流体の挙動を把握することは困難である。しかし、CT 画像から得られた構造を用いて数値解析を行うことで、CT 画像から得られた流体の挙動を再現することが可能となると考える。

## 1.2 本論文の構成

本論文の各章における内容を以下に列挙し，その構成について図-1.3 に示す。

### 第1章 序論

研究の背景と目的を示すとともに，本論文の構成について述べる。

### 第2章 NAPL 汚染地盤における現状と既存の研究

NAPL 汚染が発生した際に日本で主に行われる工法について取りまとめを行い，汚染の把握，浄化に必要な情報を整理する。また，NAPL の地盤内部の浸透挙動やマイクロ X 線 CT とその CT 画像を用いた解析方法において既往研究を述べる。

### 第3章 2相流体における地盤内部浸透挙動に関する理論

本章では特に LNAPL の挙動に焦点を当て，LNAPL による地盤汚染問題を扱う際に必要となる間隙内部に発生する力学的挙動と水-LNAPL の2相による流動挙動に関する理論について詳細に整理する。また，不飽和浸透特性を評価するために現在まで幅広く使用されている van-Genuchten が提案した式をはじめとした水分特性曲線予測手法や Mualem の不飽和透水係数の推定について，その理論を概説する。

### 第4章 実験概要とマイクロ X 線 CT スキャナ

本研究で使用した実験材料，X 線 CT 装置，保水性試験装置，吸排油試験装置について概説する。

### 第5章 CT 画像処理・解析手法

第4章で示した保水性試験における供試体の CT 撮影で得られた元画像には，金属部分において X 線の回折などで発生するアーチファクトを代表する様々なノイズが発生する。このようなノイズは第7章以下の画像解析において様々な解析的問題を引き起こすため，本章で示した画像処理を行うことで，ノイズを低減することに努めた。よって，本章ではそのノイズ処理の理論について概説する。また，マイクロ領域における解析においてマクロ領域における解析解の妥当性を検討するための代表要素体積(REV)の理論についても言及する。

### 第6章 格子ボルツマン法(LBM)概略

本研究で用いた格子ボルツマン法(Lattice Boltzmann Model:以下 LBM)について，基礎方程式や，LBM を用いた数値解析を行うための境界条件についての定義について整理

する。また、格子ボルツマン方程式が Navier-Stokes 方程式を満たすことについて数学的に導くことで、LBM を用いた数値解析の間隙内浸透挙動への適用の有効性を詳説する。さらに、本研究で導入した 2 相流 LBM モデルである Shan-Chen モデル(SC モデル)について概説し、SC モデルに特徴づけられる物体力  $F$  についての定義について整理する。

#### 第 7 章 水-空気相における微小領域の浸透特性評価

第 4 章で述べた実験装置を利用した実験結果を記し、また、CT 撮影によって得られた CT 画像を用いて排水過程における VP 解析(Drain-VP:以下 D-VP)を適用することで、D-VP の妥当性評価を行なった結果を述べる。また、D-VP で得られた解析画像と CT 画像を使用した 1 相流 LBM 解析を行い、微小間隙領域における不飽和透水係数の評価を行い、D-VP の有効性について考察する。

#### 第 8 章 吸排油試験における改良型 VP 法を用いたトラップ挙動の評価

LNAPL として低粘度パラフィン(Paraffin)を用いて吸排油試験を行い、LNAPL の浸透からトラップ発生までの挙動を実験的に把握した結果を示す。また画像解析を用いてトラップ領域における定量評価を行い、吸水過程において流動しなかった Paraffin 領域を不動 Paraffin と定義し、その発生傾向について間隙径から考察する。さらに、吸水過程における VP 法(Imbibe-VP:以下 I-VP)について改良型 VP 法を開発することで、間隙内トラップシミュレーション手法を提案する。その解析結果と吸水試験結果を比較することで、I-VP 法の精度検証を行った結果を述べる。

#### 第 9 章 2 相流 LBM を用いた不動 Paraffin 領域の再流動化シミュレーション

第 8 章で得られた結果のうち不動 Paraffin に着目し、2 相流 LBM 解析を用いた Paraffin の再流動化シミュレーションを検討する。そこで、2 相流 LBM 解析を行う際の SC モデルにおける物体力  $F$  の検討を行い、パラメータを決定する。また、Snap-off モデルにおける再流動化の理論式から Paraffin の再流動化のための圧力条件を決定し、2 相流 LBM 解析を行った結果について考察する。

#### 第 10 章 結論

本研究によって得られた成果と今後の展望を述べ、LNAPL のトラップ挙動における浄化手法への提言を行って結論とする。

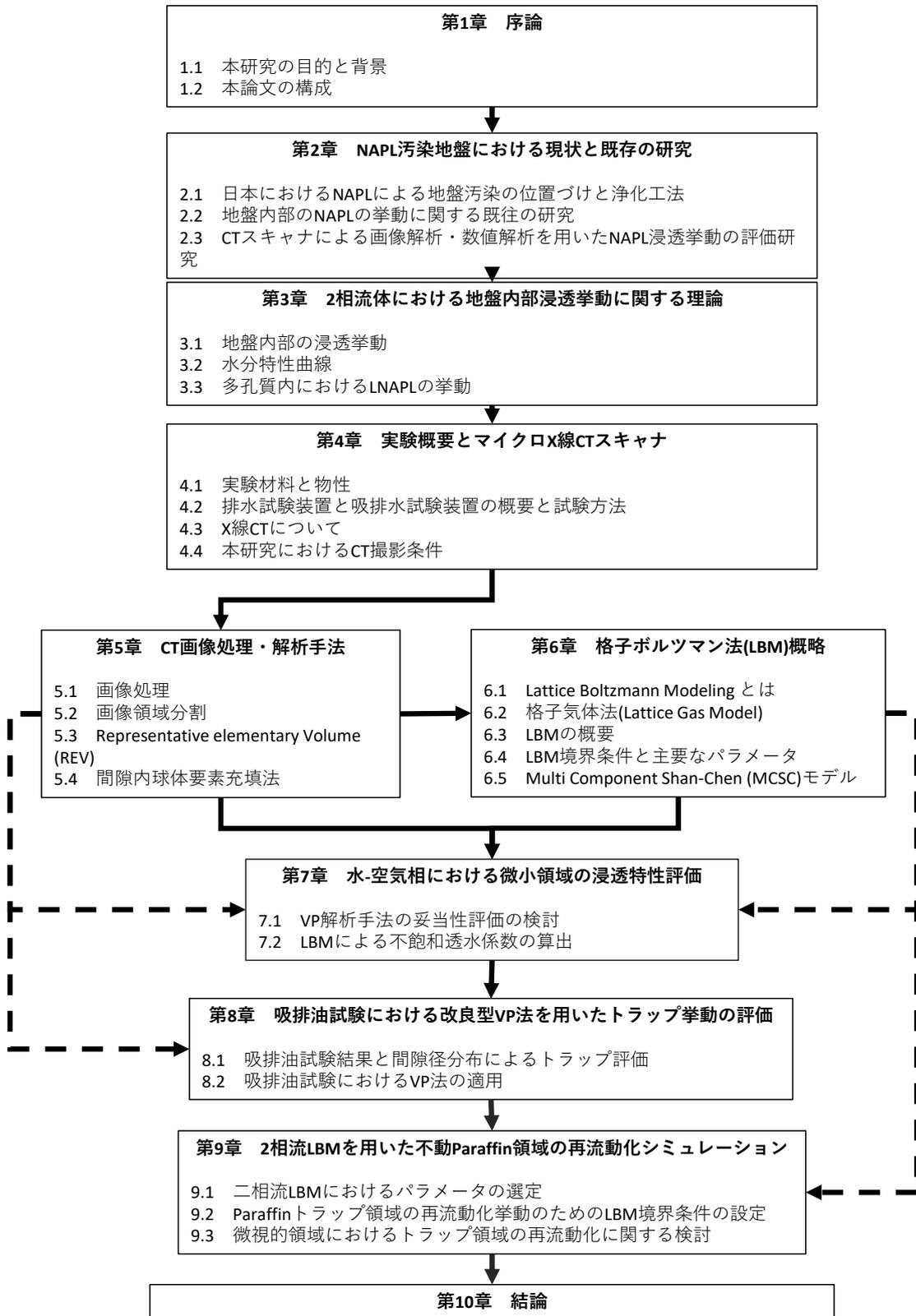


図-1.3 本論文の構成

## 【引用・参考文献】

- 1) 地盤工学入門編集委員会: 入門シリーズ 1 地盤工学入門, 社団法人地盤工学会, pp.14, 2000.
- 2) 築地市場の移転整備疑問解消 BOOK, 東京都中央卸売市場, p12, 2018.
- 3) 内閣府, 令和元年 8 月の前線に伴う大雨に係る被害状況等について, pp.1-44, 2019.
- 4) 泉大津市における土壌汚染被害原因裁定嘱託事件(平成 25 年(ゲ)第 11 号事件), 総務省, [<http://www.soumu.go.jp/kouchoi/activity/izumiotsushi.html>] (最終検索日: 2019 年 10 月 29 日)
- 5) 石油連盟: 今日の石油産業 2019, pp.8-10, 石油連盟, 2019.
- 6) Pantazidou, M., Sitar, N.: Emplacement of nonaqueous liquids in the vadose zone, *Water Resources Research*, 29(3), pp.705-722, 1993.
- 7) Otani, J., Mukunoki, T., Obara, Y.: Application of X-ray CT scanner for characterization of failure in soils, *Soil and Foundations*, 40, (2), pp.111-118, 2000.
- 8) Wildenschild, D., Sheppard, A. P.: X-ray imaging and analysis techniques for quantifying pore-scale structure and processes in subsurface porous medium system, *Advances in Water Resources*, 51, pp. 217-246, 2013.
- 9) Vogel, H.- J.: Topological characterization of porous media, *Morphology of Condensed Matter*, Springer, pp. 75-92, 2002.
- 10) Al-Raoush, R. I., Willson, C. S.: Extraction of physically realistic pore network properties from three-dimensional synchrotron X-ray microtomography images of unconsolidated porous media systems, *Journal of Hydrology*, 300(1-4), pp. 44-64, 2005.
- 11) Al-Raoush, R. I., Willson, C. S.: A pore-scale investigation of a multiphase porous media system, *Journal of Contaminant Hydrology*, 77(1-2), pp.67-89, 2005.
- 12) Pan, C., Hilpert, M., Miller, C. T.: Lattice-Boltzmann simulation of two-phase flow in porous media, *Water Resource Research*, 40(1), W01501, 2004.
- 13) Mukunoki, T., Miyata, Y., Mikami, K., Shiota, E.: X-ray CT analysis of pore structure in sand, *Solid Earth*, 7, pp.929-942, 2016.
- 14) 宮原ひとみ: X線CTデータを用いた間隙構造解析によるLNAPLの残留機構の解明に関する研究, 熊本大学工学部社会環境工学科, 平成 24 年度, 卒業論文, 2012.

## 第2章 NAPL 汚染地盤における現状と既存の研究

本章では、現在日本で行われている主な NAPL 汚染浄化工法について概説する。また、NAPL の地盤内部の浸透挙動や、X線 CT 画像解析・数値解析を用いた NAPL の浸透挙動に関する解析手法に関する既往研究を概説する。

### 2.1 日本における NAPL による地盤汚染の位置づけと浄化工法

1993年に制定された環境基本法において、「事業活動その他の人の活動に伴って生ずる相当範囲にわたる(1)大気汚染、(2)水質汚染、(3)土壌汚染、(4)騒音、(5)振動、(6)地盤の沈下及び(7)悪臭によって、人の健康又は生活環境に係る被害が生じること」を定義した“典型7大公害”<sup>1)</sup>を定めており、土壌汚染も公害の1つとして認識される。また、平成15年には「土壌汚染対策法」が施行されている。この法律は、土壌汚染の状況を把握し、地下水の摂取や汚染土壌の直接摂取などによる人への健康被害の防止措置を図ることを目的としたものであり、国が定める土壌の環境基準として26種類の特定有害物質を指定している。これらには、第一種特定有害物質として VOC (Volatile Organic Compound :揮発性有機化合物)類を11種指定しており、この中には油の構成成

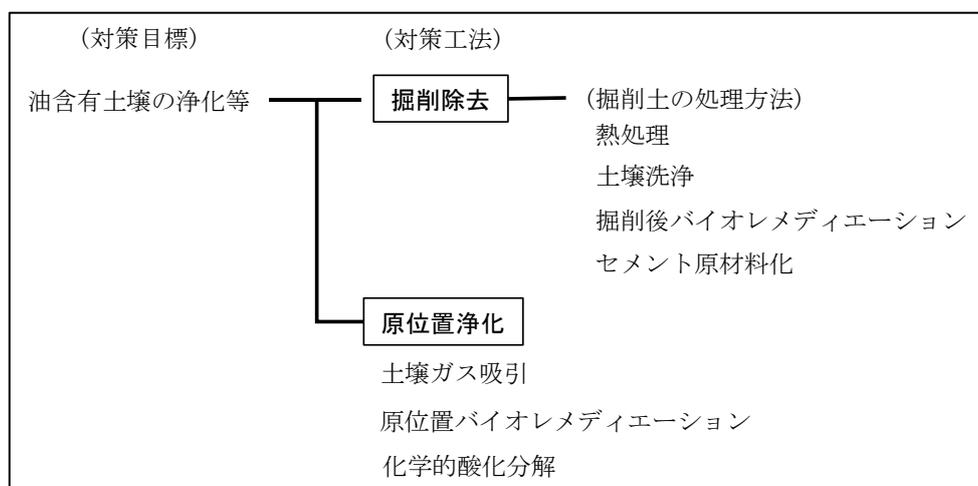


図-2.1 土壌汚染の主な対策技術<sup>10)</sup>

分であるベンゼン(C<sub>6</sub>H<sub>6</sub>)が第一種特定有害物質として登録されている。図-2.1 には、油汚染が発生した際に日本国内で主にとられる対策工法を示しており<sup>2)</sup>、油含有土壌の浄化については、掘削除去と原位置浄化手法に分類されている。本論文では特に、原位置浄化手法に着目し残留 NAPL の検討を行うものとする。以下に、原位置浄化手法についてその工法と検討すべき課題について述べる。

### 1. バイオレメディエーション法<sup>3)</sup>

バイオレメディエーションは、浄化費用が他の工法に比べて安価で土壌内部に存在する微生物などによる自然治癒力を利用した自然環境にやさしい工法である。一方、微生物の活性が低下する透気への適応が難しいことや、広範囲の汚染浄化となると、浄化されるまで膨大な時間がかかる等のデメリットもある。

### 2. 地下水揚水法<sup>4)</sup>

油汚染が存在している飽和帯の地下水を井戸で揚水することにより、地下水中に存在している油や地下水面上に存在する油相を回収する工法である。地質構造と三次元的な汚染状況を把握することにより、汚染の拡散を防止しながら浄化を行う。揚水量、井戸の配置を適切に設計することが重要であるが、汚染状況が不明な場合、汚染の拡散を引き起こすことがある。

### 3. 土壌ガス吸引法<sup>4)</sup> (図-2.2)

土壌ガス吸引法は、地下水位よりも上に存在する油の吸引除去を目的とする工法であり、汚染域に吸引井を設置して、真空ポンプでその井戸を減圧し、気化した油を地上で分離除去する工法である。運転コストが安価であるが、的確な汚染状況把握と浄化予測を基に吸引井の影響範囲、吸引圧などの設計を行う必要がある。

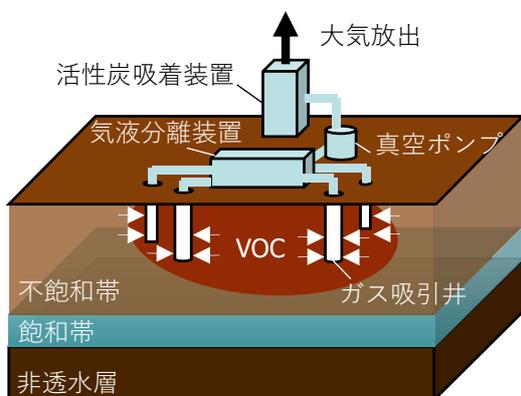


図-2.2 土壌ガス吸引法の概要図

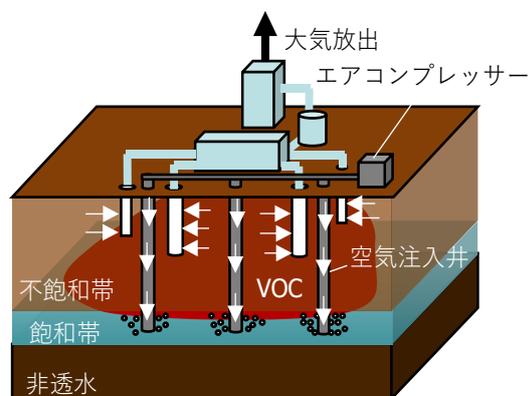


図-2.3 エアースパーキング法概要図

#### 4. エアースパージング法<sup>4)</sup> (図-2.3)

エアースパージング法は、汚染域の飽和帯に井戸を設置し、空気を注入することによって飽和帯に浸透した油の揮発を促進し、回収する工法である。揮発したガスは土壤ガス吸引法により捕集する。しかしながら、飽和帯に空気を注入させることから、汚染を拡散させる危険性があり、地質構造及び汚染状況の的確な把握が必要となる。

以上のような工法では、適切な汚染状況の確認や浄化予測を検討することが必要不可欠である。一方で、調査井戸のコストの高騰によって十分な汚染状況把握が行うことができない場合や、調査井戸の場所の選定に時間を費やしてしまう問題点も挙げられる。そのため、NAPL による地盤汚染が発生した際の的確な汚染状況予測が重要となる。また、上記に挙げた工法では NAPL のトラップ挙動についての検討がなされていないため、長期汚染問題の原因となるトラップ挙動を考慮したシミュレーションモデルの検討が必要となる。

## 2.2 地盤内部の NAPL の挙動に関する既往の研究

### 2.2.1 LNAPL と DNAPL における地盤内部の浸透挙動の違い

図-2.4 には、LNAPL と DNAPL の分類を示している。現代日本社会では石油製品の存在は必要不可欠であるため、地盤汚染の原因となりやすい石油や原油を適切に管理することや万一流出した際の適切な処理を行うことが重要となる。

まず初めに、LNAPL が地表に浸透した場合、水と同じように重力と毛管力によって不飽和透水層に垂直に浸透する。図-2.5 には LNAPL が浸透した際の地盤内部の浸透挙

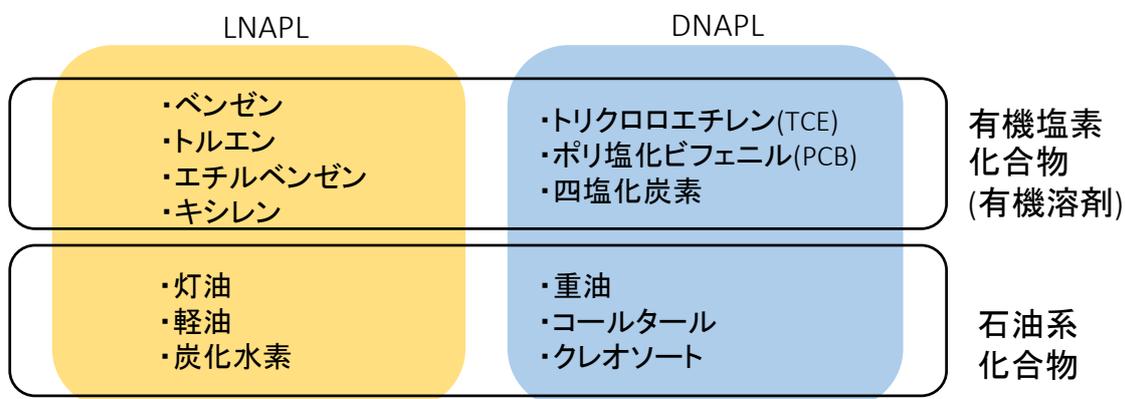


図-2.4 LNAPL と DNAPL の種類と分類

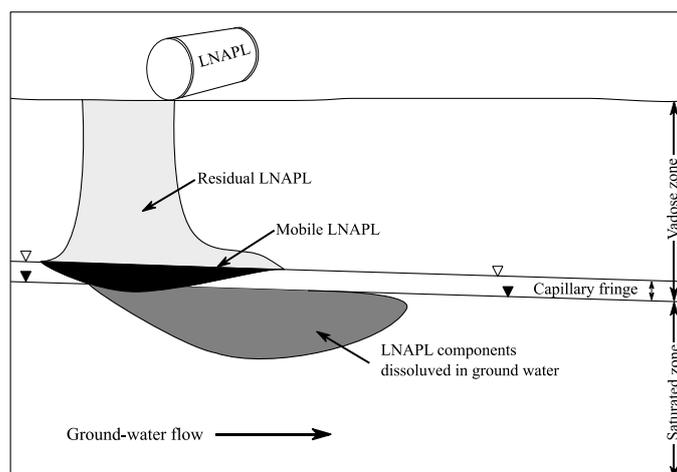
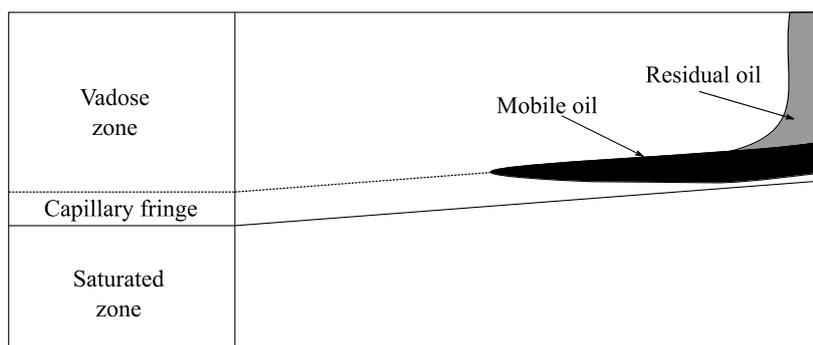


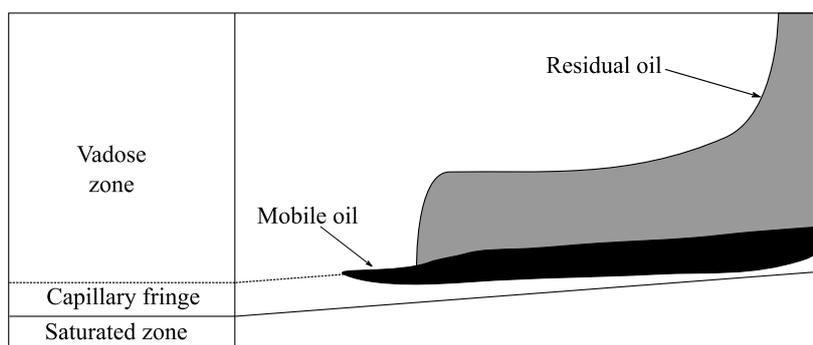
図-2.5 地盤内部における LNAPL の浸透挙動<sup>13)</sup>

動を示している<sup>5)</sup>。図-2.5のように、LNAPL は地盤内部で残留するもの(Residual LNAPL)と流動するもの(Mobile LNAPL)に分かれ、残留 LNAPL は主に不飽和透水層の間隙中に、流動 LNAPL は透水層の表面に存在する形となる。ここで LNAPL が間隙中に残留し、地下水流の変動があるにもかかわらず、流動しない状態を“トラップ”と呼ぶ。このトラップ現象が発生すると、長期間 LNAPL が間隙中にトラップされることとなるため、やがて間隙の気相中へと揮発・拡散し、汚染源として存在することとなる。一方、流動 LNAPL は地下水面上に滞留し続け、帯水層の水にわずかながら溶解することで長期的な汚染源となることが分かっている。図-2.6<sup>5)</sup>には、地下水の上下運動による LNAPL の地盤内部への流動挙動の変化を示している。図-2.6(a)は、毛管領域の表面における LNAPL の状態を示している。地下水位が下がると、流動 LNAPL も同様に位置が下がる。残留 LNAPL は低下した LNAPL 層上部の不飽和透水層に位置するようになる(図-2.6(b))。一方で、地下水層が上昇すると同時に LNAPL 層も上昇するが、図-2.6(c)のように残留 LNAPL は帯水層の下側に位置するようになる。このような地下水の変動により間隙内部の LNAPL がトラップされる。ここで、地下水と LNAPL の流れは、ダルシー則によって表すことができ、密度、粘度、そして不飽和透水係数に依存することが分かっている。

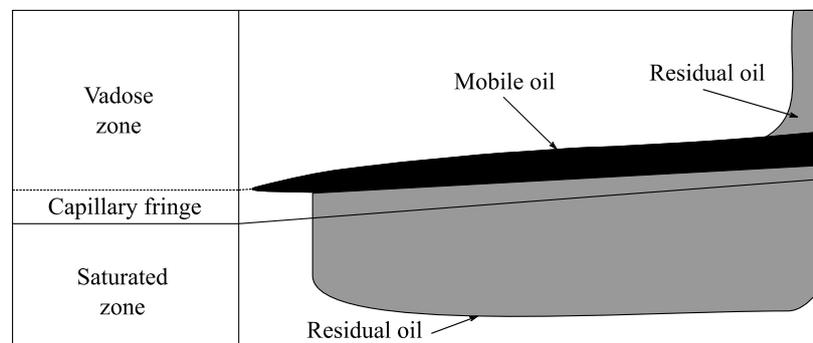
一方、DNAPL が浸透した際の地盤内部の浸透挙動は図-2.7 で示される<sup>5)</sup>。DNAPL は水より大きい比重を持つ NAPL のことを意味する。DNAPL が地表に浸透し、地盤内部の残留飽和度を越えた場合、重力によって不飽和透水層を垂直に移動する。さらに DNAPL は帯水層表面を貫いて下方へと浸透する。この時 DNAPL は間隙中にトラップされ、LNAPL と同様に揮発・拡散することによって長期的な汚染現象へと発展する。DNAPL は難透水層岩盤に到達すると、DNAPL プールと呼ばれる飽和度の高い状態で滞留することが言われている。このため、DNAPL の汚染は長期化しやすく原液の除去



(a) 毛管領域の表面に油が浸透した時



(b) (a)の状況から地下水位が下がった際の油汚染の広がり



(c) (a)や(b)の状況から地下水位が上がった際の油汚染の広がり

図-2.6 地下水の上下運動における残留 LNAPL と流動 LNAPL の挙動

が困難となる。

これまで、NAPL の地盤内部への浸透挙動を検討するため、実地盤を対象とした調査<sup>6)7)8)</sup>や、室内試験を行うことで、NAPL の浸透メカニズムを検討する研究が多くなされている<sup>9)10)11)</sup>。Pantazidou and Sitar<sup>12)</sup>は飽和した多孔質媒体における LNAPL の移動に関する実験を行っている。その結果、地下水面の変動により LNAPL がより広い領域に広がり、一部の LNAPL が地下水領域にトラップされている挙動が確認された。地盤内部に浸透した LNAPL のトラップ現象を解明するため、これまで微小領域における間隙構

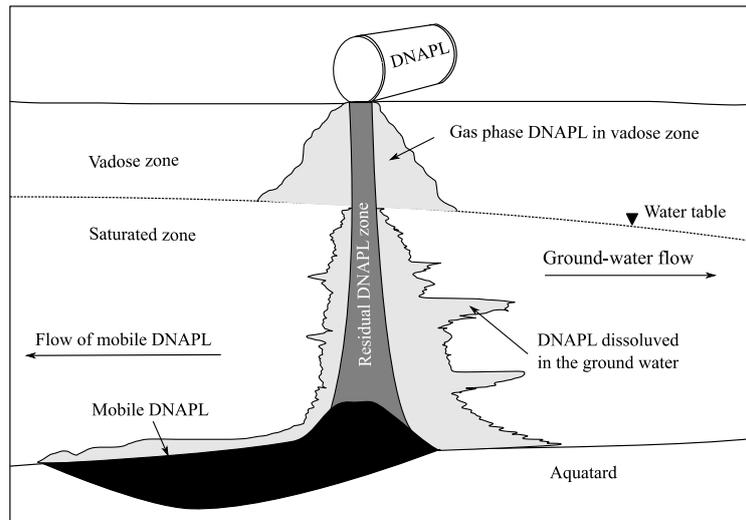


図-2.7 DNAPL における地盤内浸透挙動の概念図<sup>13)</sup>

造と LNAPL の関係について、地盤工学だけでなく岩盤工学分野や油層工学分野など様々な分野で研究がなされている。Hornof and Morrow<sup>13)</sup>は、地盤内部の NAPL と地下水の置換挙動について界面張力の影響を考慮した実験を行った。その結果、NAPL は水相と置換し、水相は界面張力と濡れ性、キャピラリー数の範囲によって NAPL と置換することを報告している。また、Morrow and Songkran<sup>14)</sup>は、非濡れ相のトラップ挙動が、キャピラリー数に影響しており、トラップ現象が発生する条件を提示している。以上のようにトラップ挙動に関しては多くの知見や研究がなされているが、本研究が対象とする地下 10m 付近におけるトラップ挙動についての再流動化についての研究事例は少ない。本論文については間隙内部のトラップ挙動が発生しやすく、また入手が容易な LNAPL に焦点を当てて研究を遂行する。

## 2.2.2 LNAPL の地盤浸透挙動についての既往研究

地盤内部や岩盤内部の LNAPL の浸透には毛管力が深く関わっていることから、LNAPL における水分特性曲線や、不飽和透水係数を求めている研究が多い<sup>15)16)</sup>。Van Geel and Sykes<sup>17)</sup>は飽和した均等な砂供試体において LNAPL が浸透している際の液体圧力と飽和度分布を評価した。また、LNAPL が存在する帯水層の地下水面の変動をモデリングする際のヒステリシスの影響を調査しており、LNAPL によって汚染された帯水層の LNAPL 分布を正確にモデリングするためには、流体のトラップ現象とヒステリシス挙動が重要な要素であると結論付けている<sup>18)</sup>。LNAPL の浸透挙動を支配する不飽和

透水係数については、van Genuchten<sup>19)</sup>が Mualem<sup>20)</sup>の不飽和透水係数推定モデルから 2 相流の不飽和透水係数を推定する van Genuchten モデルを提案している。この van Genuchten モデルと Mualem モデルについては、第 3 章で詳述する。

LNAPL の浸透挙動では、地表表面から毛管力と重力によって地下へと浸透するが、それを支配的に誘引するのが間隙構造である。また、LNAPL が残留しやすい領域となるのは不飽和領域であるため、この領域の輸送現象は不飽和浸透流現象を考慮する必要がある。一般に、不飽和浸透流現象は Richards の式<sup>21)</sup>で評価されるが、そのキーパラメータとなるのが体積含水率ごとに変化する非線形パラメータの不飽和透水係数である<sup>22)</sup>。不飽和透水係数は、土中水の粘性、間隙の形や大きさ、屈曲性、粒子表面活性などに影響を受ける。また、不飽和土中の水は連続する間隙を伝わって流れることから、水分量やその水分分布に大きく関係し、土の保水性に依存する<sup>23)</sup>。一方で、不飽和透水係数は、水分フラックスの制御と測定が困難であることから、正確な測定が困難である。そのため、水分特性曲線から不飽和透水係数を推定する方法が用いられている<sup>24)</sup>。よって LNAPL における地盤汚染の浸透問題を解決するために必要となる不飽和透水係数を推定するためには、効率的に水分特性曲線を求めることが絶対条件となる。しかしながら水分特性曲線は、水分ポテンシャルの範囲によって、水頭法、遠心法、サイクロメータ法などの複数の方法<sup>25)</sup>を用いなければならず、またそれぞれが煩雑であり、長時間を要するという課題があるため、水分特性曲線を形づける間隙内の毛管現象の定量化や、間隙構造の定量化をする必要がある。

## 2.3 CT 画像解析・数値解析を用いた LNAPL 浸透挙動の評価研究

### 2.3.1 NAPL 汚染地盤の可視化と画像解析

X 線 CT スキャナ装置の登場以来、間隙内部を可視化することによって、間隙内における流体の分布や物性値が検討できるようになってきた。これまで毛管力によるトラップ現象のうちキャピラリー数の影響と Non-wetting 相にトラップされた LNAPL の再移動についての検討は、マイクロモデルを用いた研究<sup>26)</sup>や X 線 CT 画像を用いた研究<sup>27)</sup><sup>28)</sup><sup>29)</sup>が行われている。Herring et al.<sup>30)</sup>は、異なるキャピラリー数による吸排水試験を行った岩石供試体の CT 画像を用いて、岩石供試体内部の空気のトラッピング現象について考察している。また、マイクロ X 線 CT 画像を用いることで、固相と液相の境界部分を抽出できることから、メニスカスや濡れ相と非濡れ相の界面を抽出することが可能である<sup>31)</sup><sup>32)</sup>。Scanziani et al.<sup>33)</sup>は、マイクロ CT 画像から界面を抽出することで、非濡れ相と濡れ相の接触角を求めている。Turner et al.<sup>34)</sup>は、CT 画像から間隙構造を抽出し、排水挙

動における間隙内部の液架橋を観察し 3 次元で抽出している。また、不飽和領域における吸排水挙動について間隙内部の空気-水の挙動を観察することも可能である<sup>35)36)</sup>。Leu et al.<sup>37)</sup>は、毛管力が間隙率に依存するということから、CT 画像の解像度に着目し、解像度の違いによる毛管圧力水頭の違いを検討している。

以上のように、微小領域で発生するトラップ挙動の定量化を行う際には、マイクロ X 線 CT 画像解析を適用することが有効であるといえる。

### 2.3.2 粒子法を用いた LNAPL の浸透挙動シミュレーションへの適用

ミクロレベルの CT 画像を適用することで、間隙スケールにおける数値流体力学から間隙内の多相流動を予測・検証することが可能となりつつある。また近年の数値解析における大規模計算の発展により、粒子法や格子ボルツマン法(Lattice Boltzmann Method, 以下 LBM)が短時間で解析できるようになった。特に LBM は複雑な境界条件を比較的簡単に導入でき、高度な並列計算が可能である。さらに、近年のコンピュータ大容量化、および高速化に加え、並列計算のために Graphics Processing Unit(GPU)を導入することで、さらなる計算速度の高速化技術が普及しつつある<sup>38)</sup>。さらに LBM は、間隙構造を用いたシミュレーションを容易に行え、間隙構造の CT 画像を用いることで 2 相流解析を行うことができる<sup>39)</sup>点から、これまで Wetting 相と Non-wetting 相を対象とした 2 相流解析が行われている<sup>40)41)42)43)</sup>。また 2 相流の浸透挙動に必要な不飽和浸透特性について LBM と実現象との検証も行われている。Pan et al.<sup>44)</sup> は LBM と CT 画像の間隙構造を用いた二相流解析を行い、実験値との検証を行っている。Ramstad et al.<sup>45)</sup>は、LBM を用いて 2 相流における水分特性曲線と不飽和透水係数について評価を行っている。他にも CT 画像から抽出された様々な間隙構造を用いて不飽和浸透特性を検討している研究が数多くある<sup>46)47)48)49)50)</sup>ため、間隙スケールにおける 2 相流の浸透挙動について模擬することができる有効なツールであると考えられる。一方で、LNAPL の間隙内部への浸透挙動に関する研究は数多く行われているものの、LNAPL トラップ領域の再流動化のアプローチに関する挙動を検討している研究は少ない。

## 2.4 2 章のまとめ

本章では、LNAPL の地盤汚染に関する現在日本で実施されている浄化工法と、LNAPL の浸透挙動における既往の研究をまとめた。さらに、マイクロ X 線 CT を用いた画像解析による LNAPL の挙動評価や LBM を用いた浸透シミュレーションの既往研究につい

て整理した。以下に本章のまとめを示す。

- 1) 油汚染土壌に関する原位置浄化工法では、適切な汚染状況の確認や浄化予測を検討することが必要であるが、調査井戸のコストによって十分な汚染状況把握が行うことができない場合や、調査井戸の場所の選定に時間を費やしてしまう問題点、長期汚染問題の原因となる LNAPL のトラップ挙動についての検討がなされていないため、LNAPL トラップ挙動を考慮したシミュレーションモデルの検討が必要となる。
- 2) 既往の研究において、NAPL における地盤汚染の浸透問題を解決するために必要不可欠である不飽和透水係数を推定するためには、効率的に水分特性曲線を求めることが絶対条件であるが、試験方法が煩雑であり、長時間を要するという課題があるため、水分特性曲線を形づける間隙内の毛管現象の定量化や、間隙構造の定量化を行う必要がある。
- 3) マイクロ X 線 CT を用いた LNAPL の浸透挙動に関する研究では、CT 画像の相分離によってマイクロ領域における液架橋や浸透挙動の定量化を行うことができ、トラップ挙動についての検討を行う上で強力なツールとなる。
- 4) 2 相流 LBM 解析における既往の研究では、Non-wetting 相の浸透挙動についての検討は多くなされているが、トラップ領域の再流動化における検討を行っている研究は少ないことから、本研究において 2 相流 LBM を用いたトラップ LNAPL の再流動化挙動の検討は研究意義が高いといえる。

## 【引用・参考文献】

- 1) 「公害」とは, 総務省, [<http://www.soumu.go.jp/kouchoi/knowledge/how/e-dispute.html>] (最終検索日: 2019年10月29日)
- 2) 油汚染ガイドライン-鉱油類を含む土壌に起因する油臭・油膜問題への土地所有者等による対応の考え方-, 中央環境審議会土壌農薬部会土壌汚染技術基準等専門委員会, pp.144-165, 平成18年3月
- 3) 蓬萊秀人, 神尾昌宏, 亀井健史: 加熱による油汚染土壌の修復技術, 地盤工学ジャーナル, 8(2), pp.297-310, 2013.
- 4) 例えば 安藤ハザマ, 揮発性有機化合物(第一種)の浄化: 原位置抽出・揚水工法, [[http://www.ad-hzm.co.jp/service/soilrecovery/purification/purification\\_03.html](http://www.ad-hzm.co.jp/service/soilrecovery/purification/purification_03.html)] (最終検索日: 2019年10月29日)
- 5) Fetter, C.W: Contaminant hydrogeology, Prentice-Hall, Inc, pp.221-224, 1999.
- 6) Holman, H.-Y. N., Javandel, I.: Evaluation of transient dissolution of slightly water-soluble compounds from a light nonaqueous phase liquid pool, *Water Resources Research*, 32(4), pp.915-923, 1996.
- 7) Annable, M. D., Jawitz, J. W., Rao, P. S. C., Dai, D. P., Kim, H., Wood, A. L.: Field evaluation of interfacial and partitioning tracers for characterization of effective NAPL-Water contact areas, *Ground Water*, 36, pp. 495-502, 1998.
- 8) Mumford, K. G., Dickson, S. E., Smith, J. E.: Slow gas expansion in saturated natural porous media by gas injection and partitioning with non-aqueous phase liquids, *Advances in Water Resources*, 32(1), pp. 29-40, 2009.
- 9) Scheille, F., Pankow, J.F.: Dense chlorinated solvents in porous and fractured media – Model experiments, Chelsea; Lewis Publishers, 1988.
- 10) Miller, C. D., Durnford, D. S., Fowler, A. B.: Equilibrium nonaqueous phase liquid pool geometry in coarse soils with discrete textural interfaces, *Journal of Contaminant Hydrology*, 71, pp.239-260, 2004.
- 11) Pasha, A. Y., Hu, L., Meegoda, J. N.: Numerical simulations of a light nonaqueous phase liquid (LNAPL) movement in variably saturated soils with capillary hysteresis, *Canadian Geotechnical Journal*, 51, pp. 1046-1062, 2014.
- 12) Pantazidou, M., Sitar, N.: Emplacement of nonaqueous liquids in the vadose zone, *Water Resources Research*, 29(3), pp.705-722, 1993.
- 13) Hornof, V., Morrow, N.R.: Flow visualization of the effects of interfacial tension on displacement, *Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering*, 3(1), pp.251-256, 1988.
- 14) Morrow, N. R., Songkran, B.: Effect of viscous and buoyancy forces on nonwetting phase

- trapping in porous media, *Surface Phenomena in Enhanced Oil Recovery*, Springer, pp. 387-411, 1981.
- 15) Kamon, M., Li, Y., Endo, K., Inui, T., Katsumi, T.: Experimental study on the measurement of S-p relations of LNAPL in a porous medium, *Solis and Foundation*, 47(1), pp.33-45, 2007.
  - 16) 藤縄克之, 日比義彦, 藤原幸彦: 多孔質体中における水-疎水性液体-気体の等温多相流れに関する研究の進歩, *農業土木学会論文集*, 2001(214), pp. 553-562, 2001.
  - 17) Van Geel, P. J., Sykes, J. F.: Laboratory and model simulation of a lnapl spill in a variably-saturated sand. 1. Laboratory experiment and image-analysis techniques, *Journal of Contamination Hydrology*, 17(1), pp.1-25, 1994.
  - 18) Van Geel, P. J., Sykes, J. F.: The importance of fluid entrapment saturation hysteresis and residual saturations on the distribution of a lighter-than-water non-aqueous phase liquid in a variably saturated sand medium, *Journal of Contaminant Hydrology*, 25(3-4), pp. 249-270, 1997.
  - 19) van Genuchten, M. T: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), pp.892-898, 1980.
  - 20) Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, 12, pp. 513-522, 1976.
  - 21) William A. J., Robert, H.著, 取出伸夫監訳, 井上光弘, 長裕幸, 西村拓, 諸泉利嗣, 渡辺晋生訳: 土壌物理学-土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用, 築地書館, pp. 105-105, 2006.
  - 22) 社団法人地盤工学会: 不飽和地盤の挙動と評価, 丸善株式会社, pp1-35, 2004.
  - 23) 井上光弘, 矢野友久, 吉田勲, 山本太平, 筑紫二郎: 土壌水分特性に基づく不飽和透水係数の計算, *農業土木学会論文集*, 95, pp.11-18, 1981.
  - 24) 小林賢一郎: 古典を読む Y. Mualem 著「不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて」ならびに M. Th. van Genuchten 著「不飽和土壌の透水係数を推定する閉形式解について」, 土壌の物理性, pp.47-60, 2007.
  - 25) 社団法人地盤工学会: 地盤材料試験の方法と解説-二分冊の 1, 丸善株式会社出版, pp.162-170, 2009.
  - 26) Mohanty, K. K., Davis, H. T., Scriven, L. E.: Physics of oil entrapment in water-wet rock, *Society of Petroleum Engineers Reservoir Engineering*, 2(01), pp.113-128, 1987.
  - 27) Armstrong, R.T., Georgiadis, A., Ott, H., Klemin, D., Berg, S.: Critical capillary number: desaturation studied with fast x-ray computed microtomography, *Geophysics Research Letter*, 41(1), pp. 55-60, 2014.
  - 28) Kumar, M., Sok, R., Knackstedt, M. A., Latham, S., Senden, T. J., Sheppard, A. P., Varslot, T., Arns, C.: Mapping 3D pore scale fluid distributions: how rock resistivity is influenced by wettability and saturation history. *Petrophysics*, 51(02), 2010.

- 29) Porter, M. L., Schaap, M. G., Wildenschild, D.: Lattice–Boltzmann simulations of the capillary pressure–saturation–interfacial area relationship for porous media, *Advances in Water Resources*, 32(11), pp.1632–1640, 2009.
- 30) Herring, A. L., Andersson, L., Schluter, S., Sheppard, A., Wildenschild, D.: Efficiently engineering pore-scale processes: the role of force dominance and topology during nonwetting phase trapping in porous media, *Advances in Water Resources*, 79, pp.91–102, 2015.
- 31) Andrew, M., Bijeljic, B., Blunt, M. J.: Pore-scale contact angle measurements at reservoir conditions using X-ray microtomography, *Advances in Water Resources*, 68, pp.24-31, 2014.
- 32) Manahiloh, K. N., Meehan, C. L.: Determining the soil water characteristic curve and interfacial contact angle from microstructural analysis of X-ray CT images, *Journal of Geotechnical Geoenvironment Engineering*, 143(8), 04017034, 2017.
- 33) Scanziani, A., Singh, K., Blunt, M. J., Guadagnini, A.: Automatic method for estimation of in situ effective contact angle from X-ray micro tomography images of two-phase flow in porous media, *Journal of Colloid and Interface Science*, 496, pp. 51-59, 2017.
- 34) Turner, M. L., Knüfing, L., Arns, C. H., Sakellariou, A., Senden, T. J., Sheppard, A. P., Sok, R. M., Limaye, A., Pinczewski, W. V., Knackstedt, M. A.: Three-dimensional imaging of multi-phase flow in porous media, *Physica A*, 339, pp. 166-172, 2004.
- 35) Wildenschild, D., Hopmans, J. W., Rivers, M. L., Kent, A. J. R.: Quantitative analysis of flow processes in a sand using synchrotron-based X-ray microtomography, *Vadose Zone Journal*, 4, pp. 112-126, 2005.
- 36) Hamamoto, S., Moldrup, P., Kawamoto, K., Sakaki, T., Nishimura T., Komatsu, T.: Pore network structure linked by X-ray CT to particle characteristics and transport parameters, *Soil and foundations*, 56(4), pp.676-690, 2016.
- 37) Leu, L., Berg, S., Enzmann, F., Armstrong, R. T., Kersten, M.: Fast X-ray micro-tomography of multiphase flow in Berea sandstone: a sensitivity study on image processing, *Transport Porous Media*, 105(2), pp.451–469, 2014.
- 38) Xian, W., Aoki, T.: Multi-GPU performance of incompressible flow computation by lattice Boltzmann method on GPU cluster, *Parallel Computing*, 37, pp.521-535, 2011.
- 39) Raeini, A. Q., Blunt, M. J., Bijeljic, B.: Direct simulations of two-phase flow on micro-CT images of porous media and upscaling of pore-scale forces, *Advances in Water Resources*, 74, pp. 116-126, 2014.
- 40) Swift, M. R., Osborn, W. R., Yeomans, J. M.: Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids, *Physical review letters*, 75(5), pp.830-834, 1995.
- 41) Tölke, B. A., Lehmann, P., Peters, A., Kaestner, A., Krafczyk, M., Durner, W.: Prediction of capillary hysteresis in a porous material using lattice-Boltzmann methods and comparison to experimental data and a morphological pore network model, *Advances in Water Resources*,

- 31, pp.1151-1173, 2008.
- 42) Dou, Z., Zhou, Z., Sleep, B. E.: Influence of wettability on interfacial area during immiscible liquid invasion into a 3D self-affine rough fracture: Lattice Boltzmann, *Advances in Water Resources*, 61, pp.1-11, 2013.
  - 43) Shan, X., Chen, H.: Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phase and components, *Physical review letters*, 47(3), pp.1815-1819, 1993.
  - 44) Pan, C., Hilpert, M., Miller, C. T.: Lattice-Boltzmann simulation of two-phase flow in porous media, *Water Resource Research*, 40(1), W01501, 2004.
  - 45) Ramstad, T., Idowu, N., Nardi, C., Øren, P.: Relative permeability calculations from two-phase flow simulations directly on digital images of porous rocks, *Transport Porous Media*, 94(2), pp.487–504, 2012.
  - 46) Ahrenholz, B., Tölke, J., Lehmann, P., Peters, A., Kaestner, A., Krafczyk, M., Durner, W.: Prediction of capillary hysteresis in a porous material using lattice–Boltzmann methods and comparison to experimental data and a morphological pore network model, *Advances in Water Resources*, 31(9), pp.1151–1173, 2008.
  - 47) Porter, M. L., Schaap, M. G., Wildenschild, D.: Lattice–Boltzmann simulations of the capillary pressure–saturation–interfacial area relationship for porous media, *Advances in Water Resources*, 32(11), pp.1632–1640, 2009.
  - 48) Boek, E. S., Venturoli, M.: Lattice–Boltzmann studies of fluid flow in porous media with realistic rock geometries. *Computers & Mathematics with Application*, 59(7), pp.2305–2314, 2010.
  - 49) Shabro, V., Prodanovic, M., Arns, C. H., Bryant, S. L., Torres-Verdin, C., Knackstedt, M. A.: Pore scale modeling of two-phase flow, International Conference on Water Resources, XV III, pp.1-8, Barcelona, 2010.
  - 50) Schaap, M. G., Porter, M. L., Christensen, B. S. B., Wildenschild, D.: Comparison of pressure-saturation characteristics derived from computed tomography and lattice Boltzmann simulations, *Water Resource Research*, 43, W12S06, 2007.

## 第3章 2相流体における地盤内部浸透挙動に関する理論

本章では、本論文に関係している地盤内部浸透挙動の理論について整理する。本論文における2相流体挙動とは、Wetting相(水)とNon-wetting相(空気・LNAPL)における流動を示している。水-空気の2相流体においては、地盤工学分野では不飽和浸透流として様々な理論が構築されている。そこで、まず本章では飽和状態における理論と不飽和状態に適用できる理論の両方を概説する。また水-LNAPLの2相流体間を解く際に用いる多相流方程式は粘性係数、濡れ性などの物理的性質に依存し、特に、土粒子表面の接触角によって大きく挙動が依存することが分かっている。本章では、これらの諸現象の用語定義と式の意味について言及する。

### 3.1 地盤内部の浸透挙動

この節では、多孔質体である地盤材料内部における流体の浸透挙動を表現するために飽和状態・不飽和状態それぞれの場合について、初めに、一般的な流体の運動方程式であるNavier-Stokes方程式の理論を説明する。次に、間隙などに代表される多孔質媒体内における浸透流方程式として飽和状態ではダルシー則、不飽和状態ではRichards方程式について説明する。最後に、不飽和領域における浸透挙動の評価に欠かせない不飽和透水係数の推定についてMualemの不飽和透水係数推定式の説明を行う。

#### 3.1.1 Navier-Stokes 方程式<sup>1)</sup>

流体における運動方程式は、任意の流体要素にニュートンの第二法則( $F=m\alpha$ ,  $F$ :作用力,  $m$ :質量,  $\alpha$ :加速度)を適用することによって得ることができる。図-3.1のような微小な立方体に流入・流出する流体を考える。重力加速度を $\vec{g}$ とすると、任意の時刻 $t$ におい

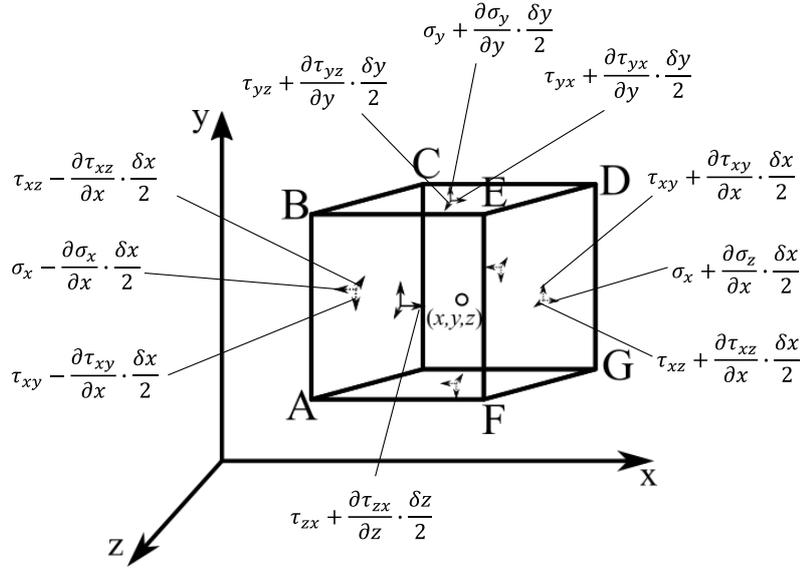


図-3.1 微小直方体と各面に働く応力

て任意の点 $(x, y, z)$ に中心がある微小な直方体の流体要素 $\delta x \delta y \delta z$ には、鉛直下向きに重力 $\rho \vec{g} \delta x \delta y \delta z$ が作用し、その表面では図-3.1に示すような応力が働いている。  $\rho$ は流体の密度である。また、重力加速度は $\vec{g}=(g_x, g_y, g_z)$ の成分を持つとする。

微小直方体にかかる  $x$  方向,  $y$  方向,  $z$  方向における単位質量あたりの加速度で表現した運動方程式は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \\ \frac{Dv}{Dt} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \\ \frac{Dw}{Dt} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

微小直方体に流れる流体が非圧縮性流体の場合、応力を速度関数として表現すると、以下の式(3.2)のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \sigma_x = -p + \tau_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \sigma_y = -p + \tau_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \sigma_z = -p + \tau_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} & \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで、 $\mu$ は粘性係数(Viscosity)である。式(3.2)を用いて式(3.1)の粘性応力の項を速度で表現すると式(3.1)は以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned}\frac{Du}{Dt} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u \\ \frac{Dv}{Dt} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta v \\ \frac{Dw}{Dt} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta w\end{aligned}\tag{3.3}$$

式(3.3)を Navier-Stokes 方程式と呼ぶ。ここで $\nu = \mu/\rho$ は動粘性係数(Kinematic viscosity)と呼ばれる。

### 3.1.2 レイノルズ数<sup>1)</sup>

密度が一様である非圧縮流体における Navier-Stokes 方程式(式(3.3))と連続の式から、式をベクトル表示すると下記のような式(3.4)を得ることができる。

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u}\tag{3.4}$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

式(3.4)は、左辺が慣性項を意味しており、第1項を非定常項、第2項を空間加速度項と呼ぶ。また、右辺第1項を質量力項、第2項を圧力項、第3項を粘性項という。

今、代表長さスケール  $L$  と流速スケール  $U$  を持つ領域を仮定し、次式(3.5)のように無次元諸量を定義する。

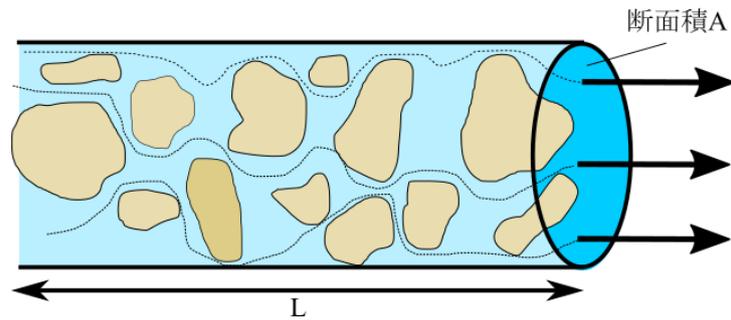
$$\vec{\tilde{u}} = \vec{u}/U, \quad \tilde{t} = \frac{U}{L}t, \quad \vec{\tilde{\nabla}} = L\nabla, \quad \tilde{\Pi} = \left( \frac{p}{\rho} + \Omega \right) / U^3\tag{3.5}$$

ここで、 $\Omega$ は重力ポテンシャル( $\vec{g} = -\nabla\Omega$ )であり、また無次元諸量を $\tilde{\cdot}$ で表している。式(3.5)を式(3.4)に代入すると、

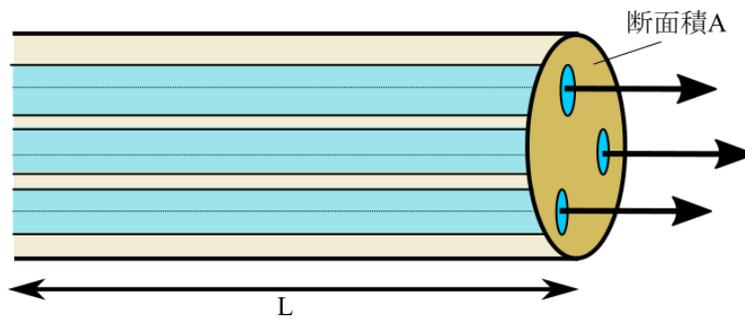
$$\frac{\partial \vec{\tilde{u}}}{\partial \tilde{t}} + \vec{\tilde{u}} \cdot \vec{\tilde{\nabla}} \vec{\tilde{u}} = -\vec{\tilde{\nabla}} \tilde{\Pi} + \frac{1}{Re} \vec{\tilde{\nabla}}^2 \vec{\tilde{u}}\tag{3.6}$$

$$\vec{\tilde{\nabla}} \cdot \vec{\tilde{u}} = 0$$

となる。ここで、 $Re = UL/\nu$ となり、レイノルズ数(Reynolds number)と呼ぶ。レイノルズ



(a) 実際の間隙中の流れ



(b) 間隙を間隙の束として考えた場合の流れ

図-3.2 間隙中を流れる水の流速の考え方

数が小さい場合には、流体の流れは層流(Laminar flow)と呼ばれ、逆にレイノルズ数が大きい場合には、乱流(Turbulent flow)と呼ばれる。

### 3.1.3 ダルシー則<sup>2)3)4)</sup>

土などの多孔質体の間隙を流れる流体は図-3.2(a)に示すように土粒子で形作られた間隙の中を屈曲しながら流れていく。一方で、このような間隙中の流体の速度を正確に求めることは困難であるため、図-3.2(b)のように間隙を管の束として考えることによって流速を求めることが一般的である。

土中を流れる水の速度  $v$  とその原動力である水頭差との関係を表したものがダルシーの法則である。この法則は Henry Darcy により 1856 年に提唱された。図-3.3 は断面積  $A$ 、長さ  $L$  の間隙構造を表しており、左下から右上に向かって水が定常的に流れているものとする。この水の流速は流れが生じている区間の動水勾配  $i$  に比例する。

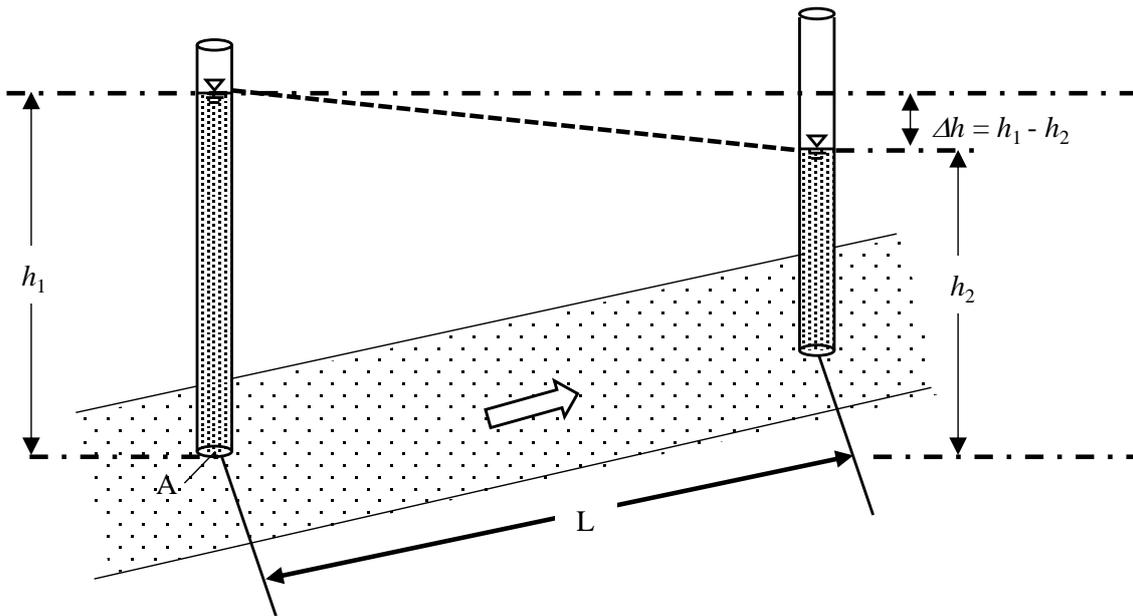


図-3.3 土中の水の流れと水頭差<sup>5)</sup>

$$v = ki \quad (3.7)$$

この時  $k$  は透水係数と呼ばれ、速度と同じ次元(m/s)を持つ。動水勾配は、考えている土中の2点間の水頭差をその距離で測った量として定義されることから、図-3.3 から  $i = h/L$  で与えられる。よって流量  $Q$  は次式(3.8)で定義される。

$$Q = kA \frac{\Delta h}{L} \quad (3.8)$$

この  $\Delta h$  はピエゾ水頭(Piezometric head)と呼ばれ、位置水頭と圧力水頭の和である。

比例定数である透水係数  $k$  には、流れの場である間隙の形状や、流れる流体特性の影響の両方が含まれている。すなわち、ダルシー則は流体が地盤中を流れる運動を表す運動方程式と考えることができる。運動量保存則より、ダルシーの一般式は以下の式(3.9)で表される。

$$q_{l,i} = -\frac{k_{rl}K_{ij}}{\mu_l} \left( \frac{\partial P_l}{\partial x_j} + \rho_l g \frac{\partial z}{\partial x_j} \right) \quad (3.9)$$

となる。ここで、 $q_{l,i}$  は  $l$  相の  $i$  方向のフラックス( $\text{m}^3/\text{m}^2\text{s}$ )であり、ダルシー流速(m/s)を表している。 $k_{rl}$  は  $l$  相の相対透水係数(Relative permeability)で  $0 \sim 1$  の範囲を取る。 $K_{ij}$  は固有透過度テンソル(Intrinsic permeability tensor)、 $\mu_l$  は  $l$  相の粘性係数(Dynamic viscosity)、 $P_l$  は  $l$  相の液圧、 $x_j$  は  $j$  方向の距離、 $\rho_l$  は  $l$  相の密度、 $g$  は重力加速度、 $z$  は高さを表す。 $l$  相は、水相(W)、LNAPL 相(O)、空気相(A)をそれぞれ表している。環境地盤工学の分

野では、液体の圧力として  $P_l$  (kPa)よりも水頭(mH<sub>2</sub>O)が使用されている。ダルシー則における水頭は以下の式(3.10)で示される。

$$h_l = \frac{P_l}{\rho_w g} \quad (3.10)$$

ここで、 $\rho_w$ は水の密度を示す。式(3.5)より、水頭によるダルシーの一般則は、下記の式(3.11)で示される。

$$q_{l,i} = -\frac{k_{rl}K_{ij}}{\mu_l} \rho_w g \left( \frac{\partial h_l}{\partial x_j} - \rho_{rl} \frac{\partial z}{\partial x_j} \right) \quad (3.11)$$

$\rho_{rl}$ は  $l$ 相の相対密度(Relative density)であり、 $\rho_{rl} = \rho_l / \rho_w$ として計算される。

### 3.1.4 Richards の不飽和浸透方程式 <sup>5)6)7)8)</sup>

ダルシー則は、飽和土中の流れを定式化したものであったが、Buckingham<sup>6)</sup>は、自由水面上に保持される地盤内流体に作用する力に着目し、毛管力の概念を導入した流体移動式を提案した。また、Richards<sup>7)</sup>は、不飽和領域内部の液体の移動は飽和した部分が局在する流れであると考え、毛管力と重力を駆動力とする Darcy 型の不飽和領域における流体移動方程式を提案した。

$$q_x = -K_x(h) \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$q_y = -K_y(h) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3.12)$$

$$q_z = -K_z(h) \frac{\partial (h + z)}{\partial z}$$

ここで、 $q_x, q_y, q_z$ はダルシー流速、 $K(h)$ は不飽和透水係数、 $h$ は毛管圧力水頭を示している。

ところで、図-3.4において、土の容積要素に着目すると、単位時間内に要素に入る流体の質量  $m_w$  は式(3.13)のように表すことができる。

$$m_w = -\left\{ \frac{\partial(\rho_w v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_w v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_w v_z)}{\partial z} \right\} dV + q \cdot dV \quad (3.13)$$

ここで、 $\rho_w$ は水の密度、 $q$ は要素内に生じる湧き出し流量、 $dV$ は微小体積(=  $dx \times dy \times$

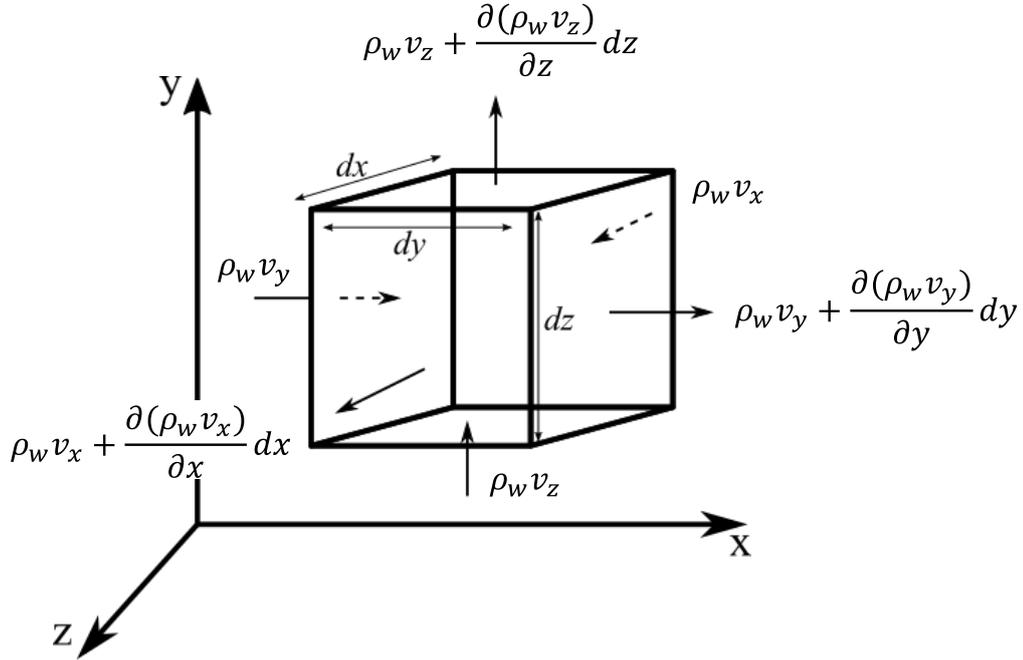


図-3.4 土要素における水の出入り

$dz$ )を表している．ところで， $m_w$ は単位時間に生じる間隙水量の変化となるので，

$$m_l = \frac{\partial(\rho_w \theta)}{\partial t} dV \quad (3.14)$$

で表される．式(3.14)は式(3.13)と等しくならなければならないので

$$\frac{\partial(\rho_w \theta)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_w n S_r)}{\partial t} = \left\{ \rho_w n \frac{\partial S_r}{\partial h} + \rho_w S_r \frac{\partial n}{\partial h} + \rho_w S_r \frac{\partial \rho_l}{\partial h} \right\} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.15)$$

右辺第1項の $n \partial S_r / \partial h$ は，後述する水分特性曲線の勾配となる比水分容量 $C$ に相当し，第2項の $\partial n / \partial h$ は水圧に対する間隙率の変化を，第3項の $\partial \rho_w / \partial h$ は水の圧縮率 $\kappa_w$ をそれぞれ示している．第2項は，不飽和時において無視してよいが，飽和状態の場合では，単位水頭変化による単位体積の土要素から貯留・排水される水量を示す比貯留係数 $S_s$ として表されるパラメータとなる．第3項については，圧縮性の小さい液体については無視してよいパラメータである．第2項 $S_r \partial n / \partial h = \beta$ とし，飽和時には $\beta = 1$ ，不飽和時には $\beta = 0$ となるパラメータを導入すると，式(3.15)は以下のように表すことができる．

$$\frac{\partial(\rho_w \theta)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_w n S_r)}{\partial t} = \rho_w (C + \beta S_s) \quad (3.16)$$

よって，連続式は，式(3.15)と(3.16)から次式のように定義することができる．

$$(C + \beta S_s) \frac{\partial \theta}{\partial h} = - \left\{ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right\} + \frac{q}{\rho_w} \quad (3.17)$$

連続式(3.17)に式(3.12)を代入すると

$$(C + \beta S_s) \frac{\partial \theta}{\partial h} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z h \frac{\partial h}{\partial z} + K_z h \right) \right\} + \frac{q}{\rho_w} \quad (3.18)$$

不飽和浸透流のみを扱う場合は、比貯留係数は比水分容量に比べて小さく、無視できるため、式(3.18)の左辺を修正した Richards の式<sup>7)</sup>が使用される。

$$C \frac{\partial \theta}{\partial h} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x h \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z h \frac{\partial h}{\partial z} + K_z h \right) \right\} + \frac{q}{\rho_w} \quad (3.19)$$

### 3.1.5 Mualem の不飽和透水係数と水分特性曲線モデル<sup>9)10)11)12)</sup>

土の保水性は、水分特性曲線で表すが、土の透水性は飽和透水係数  $K_s$  と体積含水率  $\theta$  と毛管圧力水頭の関数で表される不飽和透水係数  $K$  で表される。しかしながら、不飽和透水係数の測定は水分フラックスの制御と測定が困難であり、正確な測定は難しいことが知られている。このため、間隙径分布や間隙の連結性、屈曲度などを考慮した間隙径分布に基づき水分特性曲線から不飽和透水係数を推定する方法が一般的となっている。特に現在に至るまで最も用いられている不飽和透水係数の推定法として Mualem<sup>12)</sup> は以下の不飽和透水係数の推定式を提案している。

$$K_r = S_e^l \left[ \frac{\int_{R_{min}}^R r f(r) dr}{\int_{R_{min}}^{R_{max}} r f(r) dr} \right]^2 \propto S_e^l \left[ \frac{\int_0^{S_e} \frac{1}{|\Psi|} dS_e}{\int_0^1 \frac{1}{|\Psi|} dS_e} \right]^2 \quad (3.20)$$

式(3.20)を Mualem の不飽和透水係数推定モデルと呼ぶ。  $S_e$  は有効飽和度、  $r$ 、  $R$  は土粒子半径、土壌間隙半径  $r$  の分布関数を  $f(r)$  で示している。  $l$  はべき数であり、 Mualem はこのべき数を決定するために 45 種類の土の水分特性曲線と飽和・不飽和透水係数のデータセットを用いて  $l=0.5$  の値を決定している。 Mualem の不飽和透水係数推定モデルの導出についての詳細は付録 A にて示した。また、この Mualem の不飽和透水係数推定モデルの理論から、間隙構造の微視的構造をモデル化することによって後述する水分特性曲線モデルを予測する様々なモデルが提案されている(付録 B)。特に van-Genuchten モデルは土の水分特性曲線に適合するための自由度が高く、滑らかな曲線を与えること

ができるため、最も広く用いられている予測曲線の一つである。以下の式(3.21)に van-Genuchten モデルを示す。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \{1 + (\alpha h)^n\}^{-m} \quad (3.21)$$

ここで、 $\alpha, n, m(=1-1/n)$ は曲線の形状を与えるパラメータとなっている。

## 3.2 粒状材料を対象とした水分特性曲線における関係式

水分特性曲線は、地盤内部に存在する水の容量について検討するために用いられる曲線であり、またこの水分特性曲線から実験で測定することが難しい不飽和透水係数の推定を行うことができる。本節では、水分特性曲線が形作られるための土と水の物理的性質と水分特性曲線の定義や特徴などをまとめた。

### 3.2.1 毛管力<sup>2)</sup>

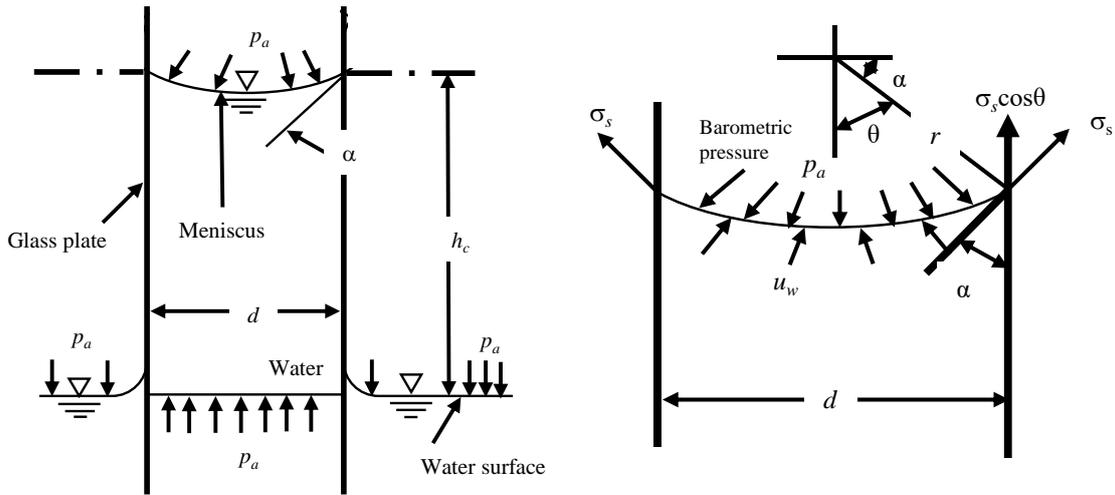
土中の間隙は、複雑に絡み合う無数の毛細管から成り立っていると考えられる。例として、図-3.5(a)のように下端を水中に浸した2枚のガラス板の間隙を考える。この隙間では、水-空気の表面張力によってある高さまで水が上昇する。単位長さ当たりの表面張力を $\sigma_s$ とし、この作用方向が垂直 $\theta$ となる角度を持ち、ガラス板の間隙を $h_c$ まで上昇したとすると、ガラス板の水に働く表面張力と重力との釣り合いの関係から、以下の式が成立する。

$$h_c = \frac{4\sigma_s \cos\theta}{d\gamma_w} \quad (3.22)$$

ただし、 $d$ は隙間の直径、 $\gamma_w$ は水の単位体積重量である。図-3.5(a)のガラス板の間隙にできる液膜の部分は大気圧 $P_a$ と水中の絶対圧力 $u_w$ が作用しており、表面張力 $\sigma_s$ がこの2つの力と釣り合っていることから図-3.5(b)より次式が成立する。

$$P_a - u_w = \frac{2\sigma_s}{r} \quad (3.23)$$

式(3.23)を毛管圧力またはマトリクスサクションと呼び $S_u$ で表す。この式は Kelvin の毛管モデルとして知られている。土のマトリクスサクションが増加すると、水膜の曲率半



(a) 2枚のガラス板の毛管上昇

(b) メニスカスに働く毛管力

図-3.5 毛管上昇の模式図<sup>5)</sup>

径は減少する。曲率を描いた水膜はメニスカスと呼ばれる。メニスカスの説明については3.2.4に後述する。図-3.5(b)より、 $r = d / (2\cos\theta)$ であることがわかるので、式(3.23)を式(3.22)に代入すると以下の関係が成立する。

$$S_u = P_a - u_w = \gamma_w \cdot h_c \quad (3.24)$$

この式から、サクシオンは毛管上昇高さに比例することがわかる。また式(3.22)より毛管上昇高さはガラス管の距離が大きくなると小さくなることわかる。加えて液体とガラス管の接触角 $\theta$ が $90^\circ$ に近いと、毛管上昇高さは0になる。つまり、サクシオンは土の間隙径に依存し、同時に液体と土粒子間の接触角にも依存する。

この毛管圧力の働きによって、間隙内に濡れ特性の異なる非混合流体が存在するとき、濡れ特性の高い液体ほど小さい間隙に入りやすく、低い液体ほど大きな間隙に入りやすいこととなる。また異なる液体A,Bが存在する場合、図-3.6に示すように上部、および株の液体の単位体積重量を $\gamma_a, \gamma_b (\gamma_b > \gamma_a)$ 、界面張力を $\sigma_{ab}$ 、接触角を $\theta_{ab}$ とすると、B水面から毛管内のメニスカス最低点までの高さを $h_{ab}$ は式(3.21)と同様に以下の式(3.25)で表すことができる。

$$h_{ab} = \frac{4\sigma_{ab}\cos\theta_{ab}}{(\gamma_b - \gamma_a)d} \quad (3.25)$$

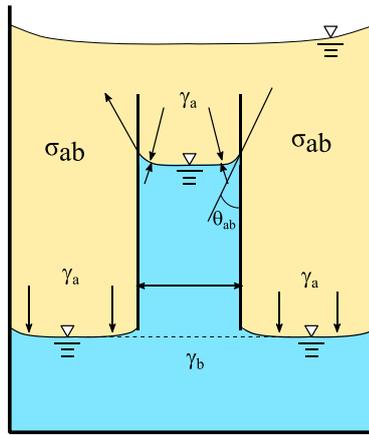


図-3.6 2液間毛管圧力水頭の概要図

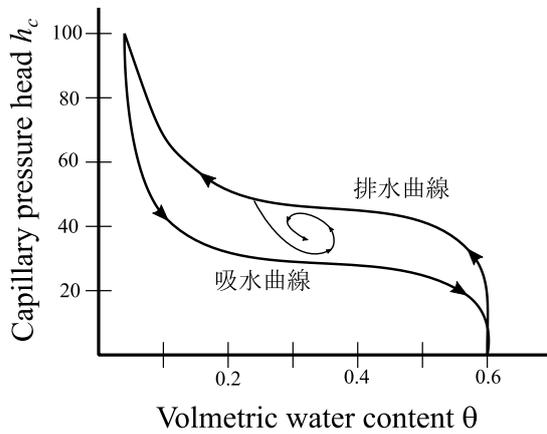


図-3.7 水分特性曲線

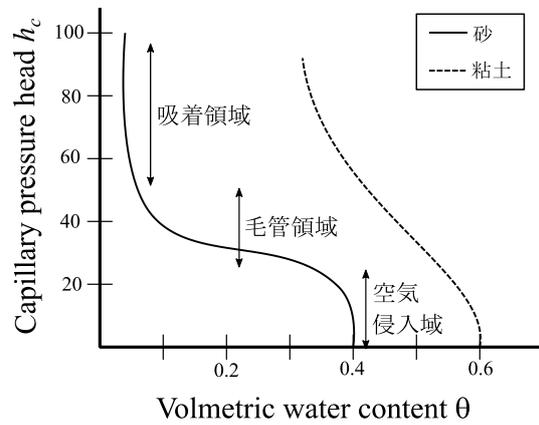


図-3.8 水分特性曲線の定義と砂と粘土の場合における水分特性曲線の違い

### 3.2.2 水分特性曲線の概要<sup>5)8)</sup>

図-3.7に水分特性曲線の概要図を示している。水分特性曲線とは、土の含水量と土中水のマトリクスサクシヨンの関係を表した曲線である。図-3.8に示すように、飽和からの脱水過程における水分特性曲線は、下記の3つの区分に分類される。

#### (1) 空気侵入圧 (Air-entry pressure)

マトリクスサクシヨンが変化しても水分量が変わらない水分飽和領域。

## (2) 毛管領域 (Capillary region)

空気が間隙に入り始めたとき、マトリクスサクシヨンの増加によって、空気が大きな間隙から小さな間隙に連続的に侵入することによって排水が促進される領域であり、これは、主に気相(非濡れ相)と液相(濡れ相)の間の界面曲率によってエネルギー状態が決定する。

## (3) 吸着領域 (Adsorption region)

間隙に存在するすべての水が排水されたのち、粒子表面に強く吸着した水のみが残留する領域。

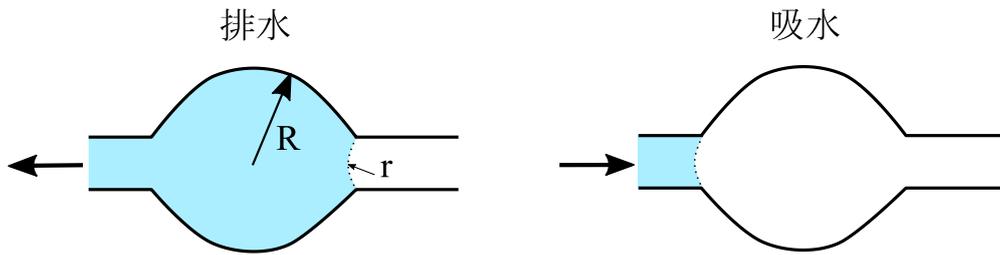
また、粘性土と砂質土に対する水分特性曲線の違いは、構成している土粒子の粒度分布に影響がある。粘性土は、一般に乾燥密度が低く飽和水分量が高くなる。さらに、粘性土は粒径の大きさが  $5\mu\text{m}$  以下の粒子で主に構成されることから、大きな間隙を作りにくいいためマトリクスサクシヨンが低下すると水分量が緩やかに低下する。一方砂質土は、粒径が粘性土に比べ大きくなることで、大きな間隙を作りやすいため、毛管領域で大きく水分量が増加する。また、粘性土は、砂質土と比べて非常に大きな比表面積を持つため表面に吸着する水分量が多くなる。

### 3.2.3 ヒステリシスとインクビン効果

水分特性曲線の特徴として図-3.7に着目すると、排水過程と吸水過程が異なっていることがわかる。これをヒステリシス<sup>13)</sup>と呼ぶ。ヒステリシスが発生する主な原因は以下の代表的な3つに挙げられる(図-3.9)<sup>8)</sup>。

- (a) インクビン効果による間隙内部の水の残留
- (b) 間隙内部における水膜の接触の違い
- (c) 土粒子表面における排水過程と吸水過程の接触角の違い

(a)において、図-3.9にはインクビン効果の概要図を示した。排水過程において、飽和状態の地盤内部では、土粒子の粒子間が水で満たされており重力や遠心力などの吸引圧に対して、毛管力によって脱水が阻止される。一方で、吸水過程では、小さな間隙から大きな間隙に水が流入するため、図-3.9のような間隙では、大きな間隙領域でも吸水できる毛管圧がかかるまで吸水が阻止される。図-3.9(b)では、1つの間隙が2つの異なる水ポテンシャルで同僚の水を保持する様子を考える。ここで、吸水過程において、間隙内部の水が増加し間隙内中央部で接触するまでは水は図-3.9左のように膨らんでいる状



(a) インクビン効果による間隙内部の水の残留



(b) 間隙内部における水膜の接触の違い



(c) 土粒子表面における排水過程と吸水過程の接触角の違い

図-3.9 土中のヒステリシスが生じる3つの要因<sup>8)</sup>

態となるが、一度接触すると流体となって移動することが可能となる。図-3.9(c)については、排水過程と吸水過程では接触角が異なっていることが言える。これは、排水過程後に土粒子表面が濡れることによって、吸水過程において接触角が変化することを意味している。

### 3.2.4 土粒子間に働く水分ポテンシャルとメニスカス<sup>14)</sup>

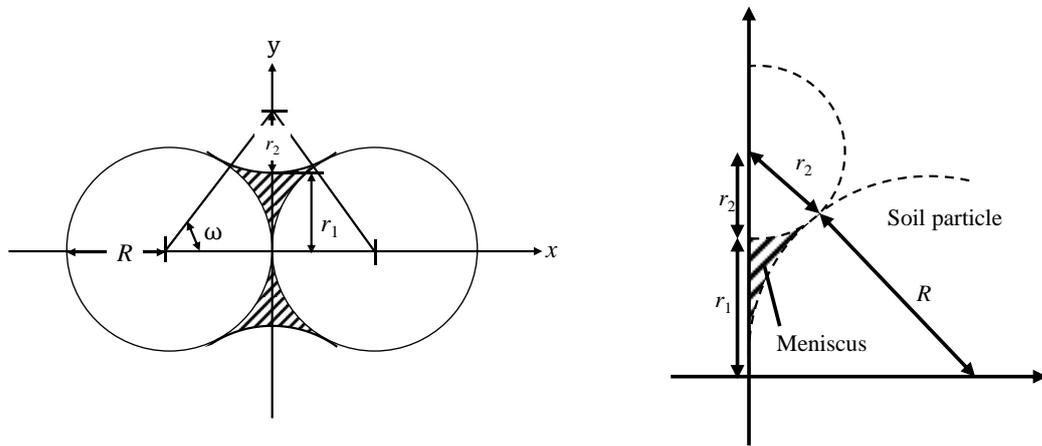
間隙内部に水や LNAPL などの液体が存在しているとき、地下水の変動によってひとたび間隙内部に空気が侵入すると、液体は土粒子間にメニスカスを形成した状態(図-3.10(a))で保持される。この時、水分ポテンシャル $\Phi$ は毛管半径 $r_1, r_2$ によって決まり、以下の Young-Laplace の式から以下の式(3.34)で表される。

$$\Phi = \sigma_s \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.26)$$

ここで、 $\sigma_s$ はメニスカスと土粒子間に働く表面張力である。また、土粒子における接点について考えると、図-3.10(b)には土粒子(粒子半径： $R$ )により形成されるメニスカスとの幾何学関係を示した。図-3.10(b)より、 $r_1$ と $r_2$ の関係は、以下の式で表される。

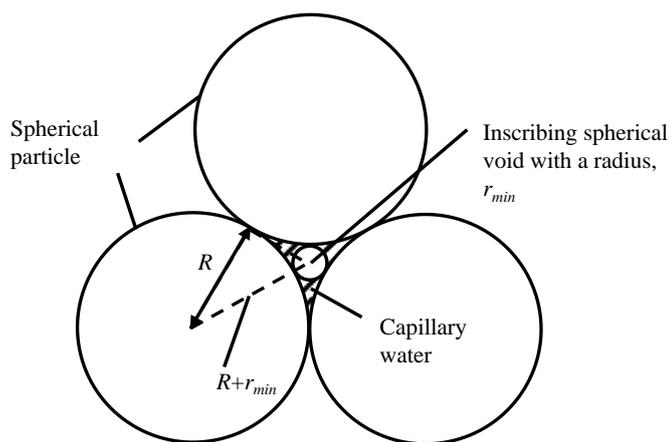
$$r_1 = -r_2 + \sqrt{r_2^2 + 2r_2R} \quad (3.27)$$

また、式(3.26)に式(3.27)を代入することにより水分ポテンシャルから毛管半径 $r_2$ を求めると以下の式を得ることができる。



(a) 2球体間の水分保持<sup>14)</sup>

(b) 土粒子とメニスカスの幾何学的関係



(c) 空気侵入ポテンシャルの概念図<sup>14)</sup>

図-3.10 メニスカス概念図

$$r_2 = \frac{4AR + 3 - \sqrt{8AR + 9}}{4A(AR + 1)} \quad (3.28)$$

ただし,  $A = \frac{\Phi}{\sigma_s}$

間隙内に空気または LNAPL が侵入し, 脱水が急激に発生するときの水分ポテンシャルを空気侵入ポテンシャルと呼ぶ. 空気侵入ポテンシャルは土粒子が形成する間隙の大きさに依存する. つまり, 小さい間隙ほど毛管力が大きいため, 乾燥過程での脱水は間隙が連続的につながっている場合, 最も小さい間隙によって支配されるといえる. 図-3.10(c)に空気侵入ポテンシャルの概念図を示した. 仮に3つの球形粒子間の間隙に水が満たされていると考え, そこに吸引圧を加えると, 吸引圧がある値を超えたとき, 空気が一気に間隙内に侵入し, これらの球と内接する球状の空間が形成されるとする. この時, 内接する球の半径を  $r_{min}$  とすると,  $r_{min}$  と粒子の半径  $R$  の関係は図-3.10(c)より以下の式で表される.

$$r_{min} = \frac{(2 - \sqrt{3})}{\sqrt{3}} R \quad (3.29)$$

この半径を毛管半径とするメニスカスの毛管引力(水分ポテンシャル)は, 式(3.26), (3.27)の  $r_2$  に  $r_{min}$  を代入することにより求められる.  $r_{min}$  は粒子径によって決定されるため, 粒子径により空気侵入ポテンシャルは異なる.

### 3.3 多孔質体内における LNAPL の挙動

地盤内部の LNAPL における Non-wetting 相の浸透挙動は水や土粒子の関係性によって複雑な浸透挙動となる. 本節では, Non-wetting 相である LNAPL と Wetting 相である水との物理的性質や運動方程式などを概説する. また, LNAPL の地盤汚染の特徴であるトラップ現象についても言及する.

#### 3.3.1 接触角とぬれ<sup>15)16)</sup>

土粒子や空気, または不混和性液体に接触した液体は表面力を持つ. この表面力は液体表面での物質の分子と他の物質の分子間引力の大きさの違いによって生じるものである. この現象を水-空気の場合は表面張力(Surface tension)と呼ぶ. さらに, 異なる2つ

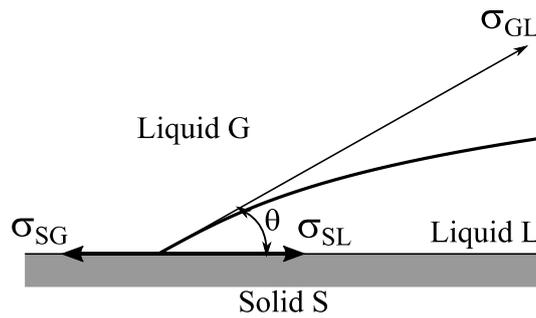


図-3.11 固相と2液相間の接触角

の液体同士の場合は液体内部からの引力と界面からの引力に差が生じるため、表面積が変化しようとする。この力を界面張力(Interfacial tension)と呼ぶ。表面(界面)張力は、接触した2相に対して他の物質から分離するために必要な仕事量を単位面積当たりで定義したものである。

図-3.11は、固相に接した2流体GとL間に働く界面張力を示した図である。2流体間の接触角(contact angle)は $\theta$ によって示している。式(3.27)は3つの界面(液体Gと固相、液体Lと固相、液体Gと液体L)における $\theta$ と界面張力間の関係を示したものである。

$$\cos \theta = \frac{\sigma_{SG} - \sigma_{SL}}{\sigma_{GL}} \quad (3.27)$$

図-3.11のような状況が存在するとき、一般的には、どちらかの流体が優先的に固相全体に拡大し濡れることとなる。 $\theta$ が $90^\circ$ 以下であるときは、液体Lが優先的に表面全体に広がる挙動を取る。一方 $\theta$ が $90^\circ$ より大きな値を取る場合、液体Gが優先的に固相表面に広がる挙動を取る。水-LNAPLの2相流の場合、水は優先的に固相表面に広がる傾向がある。このように水のような優先的に固相表面に広がる挙動を取ることを固相に対しぬれ特性(Wettability)を持つという。一方で、絶乾状態の固相がLNAPLによってコーティングされた場合、水は固相表面と接触することができなくなる。このとき、水はビーズのような球体状となって固相表面を流れていくような挙動となる。

帯水層はLNAPLで汚染される以前に地下水が流れているので、その相は水によって濡れた表面となっている(water-wet状態)。不飽和帯では、LNAPLが浸透した際に土が湿っているか乾いているかによってwater-wet状態またはoil-wet状態のどちらかの状態となる。しかし、不飽和帯に存在している土が乾いていたとしても、水と土粒子が接している点(不動水との接触点)があれば、土粒子はwater-wet状態となる。

工学的に重要な“ぬれ”は、固気界面が固液界面に置き換わることによって一般的に次のように分類される(図-3.12)。

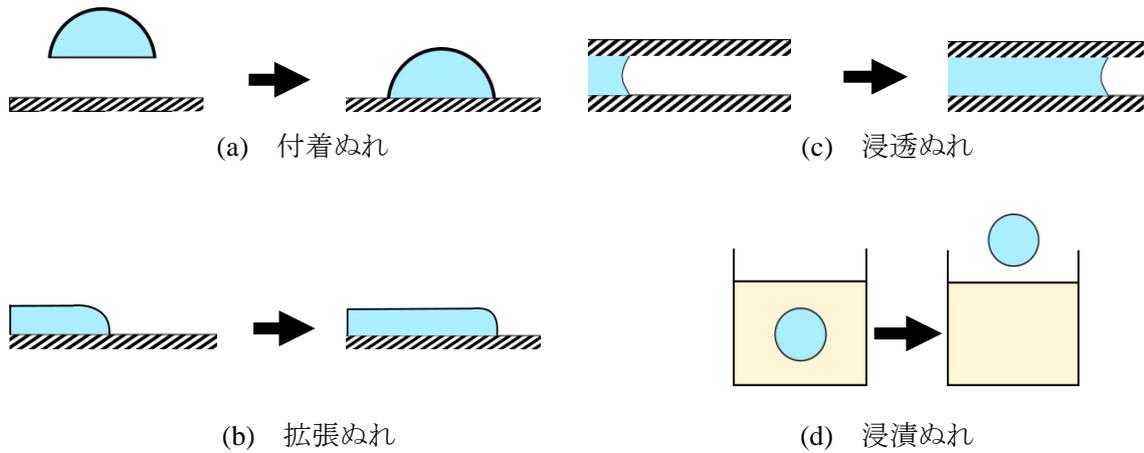


図-3.12 各種のぬれ現象<sup>16)</sup>

- (1) 付着ぬれ (接着ぬれ) (adhesional wetting)

$$\Delta G_a = \gamma_{SL} - (\gamma_{SG} + \gamma_{LG}) \quad (3.28)$$

- (2) 拡張ぬれ (Spreading wetting)

$$\Delta G_{sp} = \gamma_{SL} + \gamma_{LG} - \gamma_{SG} \quad (3.29)$$

- (3) 浸透ぬれ (penetrating wetting)

$$\Delta G_p = \gamma_{SL} - \gamma_{SG} \quad (3.30)$$

- (4) 浸漬ぬれ (immersional wetting)

$$\Delta G_i = \gamma_{SL} - \gamma_{SG} \quad (3.31)$$

ここで、 $\Delta G$  は単位面積当たりの表面自由エネルギー変化を示す。また S, L, G はそれぞれ固相，液相，気相を表し，例えば， $\gamma_{sl}$  は固液界面の表面自由エネルギーを示す。

固体表面上に置かれた液滴が図-3.12 に示すように固相，液相，気相が共存して平衡にある時，次のヤングの式が成立する。

$$\gamma_{SG} = \gamma_{SL} + \gamma_{LG} \cos\theta \quad (3.32)$$

この式(3.29)を使用すると，付着ぬれや浸漬ぬれの式は次のように書き換えられる。

$$\Delta G_a = -\gamma_{LG}(1 + \cos\theta) \quad (3.33)$$

$$\Delta G_i = \Delta G_p = -\gamma_{LG} \cos\theta \quad (3.34)$$

ただし，拡張ぬれや浸透ぬれは平衡状態になっていないのでヤングの式を利用すること

はできない。

### 3.3.2 水-LNAPL における浸透挙動と比透水係数<sup>4)15)</sup>

非混合性の2つの液体が同時に流動しているとき、2つの液体は独立して間隙に充填される。図-3.13には、間隙領域における水と油の飽和状態になるまでの過程を示した図である。図-3.13に示したように、水のような濡れ性の液体の場合と油のような非濡れ性の場合では浸透形態が異なることが分かっている。これは、2つの流体が交差して流れることができる間隙が全間隙領域に対して少ないため、流体が流れることができる間隙を競い合うように2つの流体がせめぎ合っていることが理由として挙げられる。この流れは比透水係数(Relative permeability)のコンセプトとなっている。比透水係数 $k_{wr}$ は、次式(3.35)で表されるように不飽和透水係数 $k_{wu}$ と飽和透水係数 $k_{ws}$ との比を表している。

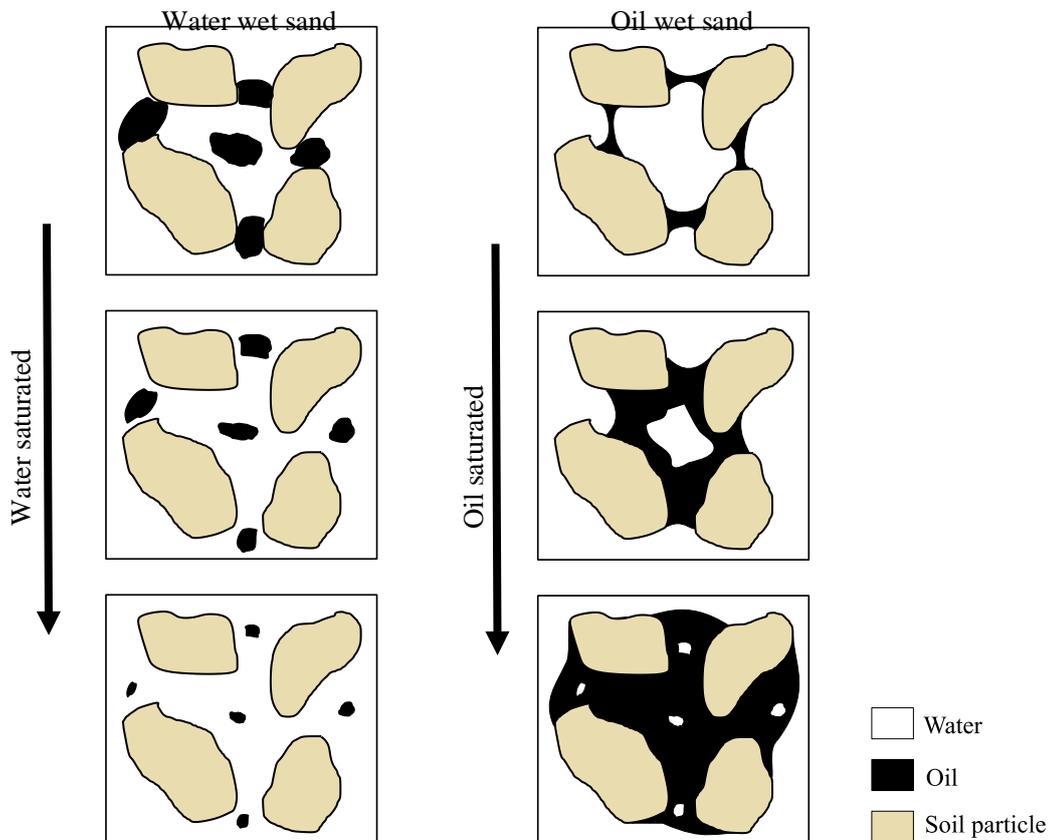


図-3.13 水と油が混在しているときの各相の存在形態<sup>15)</sup>

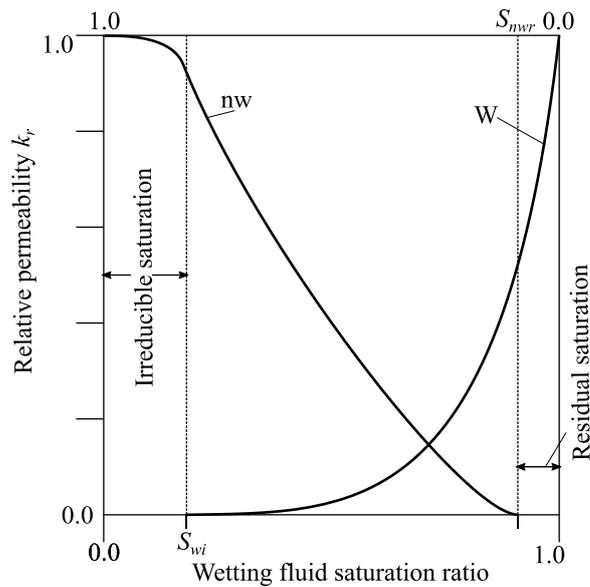


図-3.14 2相流における比透水係数の曲線

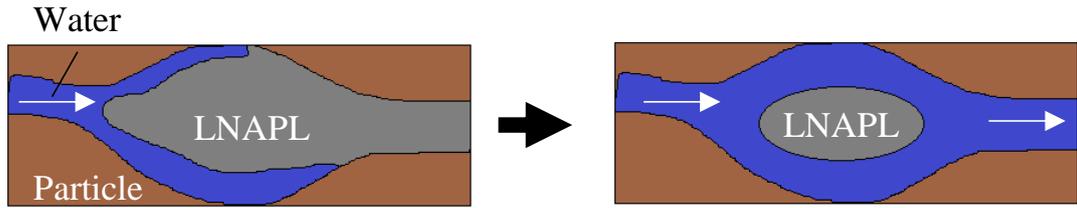
$$k_{wr} = \frac{k_{wu}}{k_{ws}} \quad (3.35)$$

2相流における比透水係数は、間隙内部に Wetting 相と Non-wetting 相の両方が存在しているため図-3.14 のように Wetting 相と Non-wetting 相の比透水係数の曲線を示した図となる。図-3.14 において、それぞれ間隙内部に流れる限界の飽和度である残留飽和度を Wetting 相の場合は図-3.14 右側に、Non-wetting 相の場合は図-3.14 左側に示している。この領域を残留飽和度  $S_{wi}$ ,  $S_{nwr}$  と呼ぶ。水-LNAPL の二相流の場合、体積含水率が残留飽和度より低い場合、LNAPL が流れることができるが、水は毛管力を持っているため、LNAPL は間隙に保持し続けることとなる。同様に、体積含油率が LNAPL の残留飽和度よりも低い場合は、水が流れることができるが、LNAPL は流れることができない。最終的には水と LNAPL は分離してしまう。この分離した LNAPL の微小な液滴は水と一緒に間隙内を移動する。

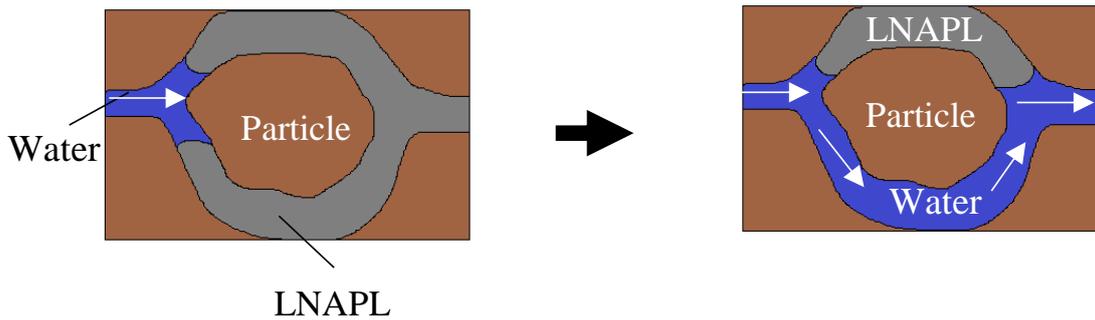
### 3.3.3 間隙内部における LNAPL の残留現象

間隙領域で発生するトラップ現象は「Snap-off」<sup>17)</sup>と「Bypassing」<sup>18)</sup>と呼ばれる2つの要因によって発生することがこれまでの研究で解明されている。

Snap-off とは、図-3.15(a)のように壁際を水が選択的に流れることで間隙の中心に油が



(a) Snap off



(b) Bypassing

図-3.15 主なトラッピング現象の種類

取り残される状態となる現象のことである。この現象は、空隙が幾何学的な構造を持っていることが原因で発生するとされている。空隙同士の連結部分で流路が狭い場所があると、水の流れが支配的になる段階で油相の一部が薄くなり、エネルギー的に油が切り離されることによって、空隙の中で独立して存在するようになる。

一方、bypassing は、空隙中において水が小さな間隙径を持つ間隙径を優先的に流れることによって、LNAPL が大きな間隙径を持つ毛細管内にトラップされてしまう現象をいう(図-3.15(b))。このbypassing は定量的にモデル化することが可能である。

まず、図-3.16のように径の大きさが異なる2本の管のような間隙径を考える( $R_1 < R_2$ )。この管内は非濡れ相で満たされており、その領域に濡れ相で押して非濡れ相を押し出すような現象を考える。ここで、それぞれの間隙径に対して、ハーゲンポアズイユの式を当てはめると

$$q_1 = \frac{\pi R_1^4 \Delta P_1}{8\mu L}$$

$$q_2 = \frac{\pi R_2^4 \Delta P_2}{8\mu L}$$
(3.36)

2つの間隙径は出入り口を共有しているため、出口と入口の圧力差が同じ出なければならないため、下記の式(3.37)が成立しなければならない。

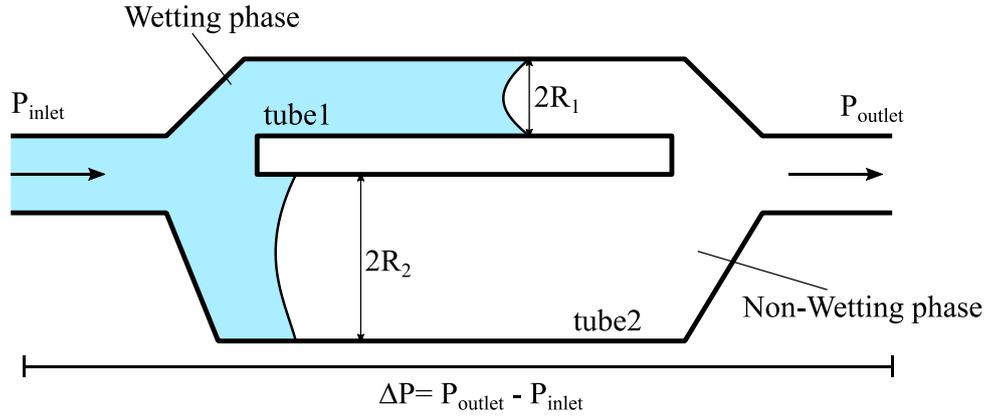


図-3.16 bypassing 現象のモデル化

$$\Delta P = \Delta P_1 - P_{c1} = \Delta P_2 - P_{c2} \quad (3.37)$$

ここで  $P_{c1}$  は間隙径 1 の毛管圧力,  $P_{c2}$  は間隙径 2 の毛管圧力を示しており, 次のように与えられる.

$$P_{c1} = \frac{2\sigma \cos \theta}{R_1} \quad (3.38)$$

$$P_{c2} = \frac{2\sigma \cos \theta}{R_2}$$

今, 全流量  $q$  を  $q=q_1+q_2$  と定義し, ハーゲンポアズイユの式を整理すると

$$q_1 = \frac{q + \frac{\pi R_1^4 \sigma \cos \theta}{4\mu L} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}{1 + \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^4} \quad (3.39)$$

$$q_2 = \frac{q \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^4 - \frac{\pi R_1^4 \sigma \cos \theta}{4\mu L} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}{1 + \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^4}$$

ここで, 平均流速( $v=q/\pi r^2$ )をそれぞれの管について計算し, その比を考えると,

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{4C_a + \left( \frac{1}{\beta} - 1 \right)}{\frac{4C_a}{\beta^2} - \beta^2 \left( \frac{1}{\beta} - 1 \right)} \quad (3.40)$$

ここで,  $\beta$  は不均一性係数(Heterogeneity factor)と呼ばれる係数で,  $\beta = R_2/R_1$  として与えられる. また,  $C_a$  はキャピラリー数(Capillary number)と呼ばれる無次元パラメータで,

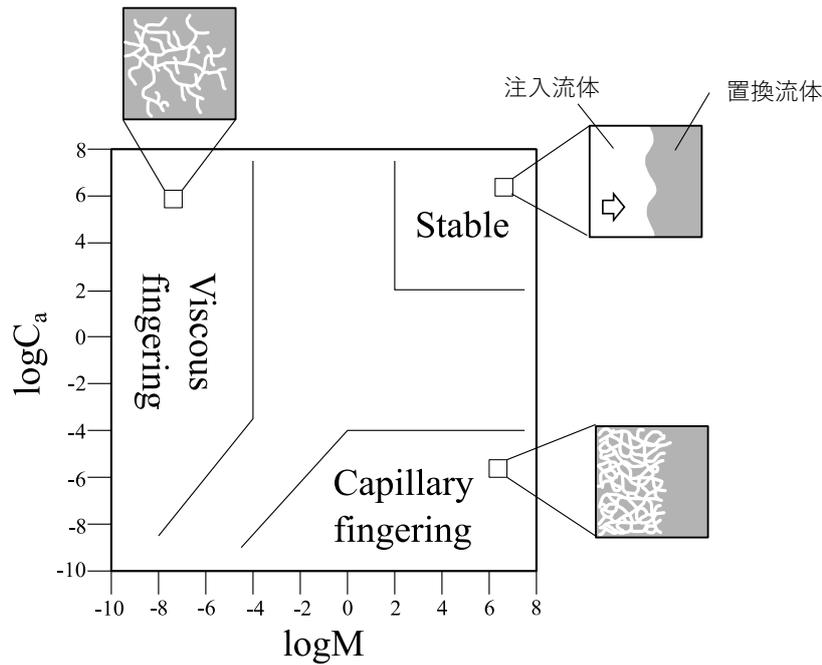


図-3.17 流体の置換現象パターン

次式(3.41)のように与えられる.

$$Ca = \frac{\mu L g}{\pi R_1^3 \sigma \cos \theta} = \frac{(q \mu L) / (\pi R_1^4)}{(\sigma \cos \theta / R_1)} \quad (3.41)$$

式(3.41)に着目すると, 分子は粘性力, 分母は毛管力を示している. すなわち, Non-wetting 相のトラップ現象は粘性力  $M$  と毛管力のせめぎ合いによって発生することが言える. 図-3.17 には流体の置換現象パターンにおいて毛管圧力と粘性力が与える影響を示したものである. 特に  $Ca$  が小さい場合には毛管力によるフィンガリング(Capillary fingering)が生じる可能性がある. また  $Ca$  が大きい場合には粘性力によるフィンガリング(Viscose fingering)が生じる可能性がある.

ここで, 流速が大きい場合, キャピラリー数が無限大とみなすことができるので,

$$\frac{v_2}{v_1} \simeq \beta^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \quad (3.42)$$

となる.  $R_2 > R_1$  より, この場合は, 間隙径 1 の油が取り残されることとなる. また, キャピラリー数によるフィンガリング現象の違いから, キャピラリー数が大きい場合, 粘性力が毛管力に勝るようになり, トラップ現象が発生しづらくなることが言える. このことから, bypassing の発生要因として, 間隙径とキャピラリー数によって決定することがいえる.

### 3.4 3章のまとめ

本章では、地盤内部の間隙に存在する地下水の流動を考えるため、流体の運動方程式である Navier-Stokes 方程式とレイノルズ数について数学的に詳述した。

また、間隙内部の浸透挙動は、屈曲率や土と流体の接触角などの作用によって複雑な挙動となるため、まずは飽和地盤内部の浸透挙動を数学的に表した連続方程式について詳述した。次に、水や空気が混在している不飽和領域については、Richard の式によって表される不飽和浸透方程式を詳述した。特に、この不飽和領域の浸透挙動を定量評価するパラメータとして不飽和透水係数  $K$  が示される。この不飽和透水係数の測定は水分フラックスの制御と測定が困難であり、正確な測定は難しいことが知られているため、間隙をパイプモデルに置き換えることによって不飽和透水係数を推定している Mualem の式について記述した。しかしながら、Mualem の式における不飽和透水係数はパイプモデルによる近似的な手法となっており、実際の間隙構造を考慮したモデルではないことが言える。そこで本論文では、マイクロ X 線 CT 画像を用いた数値解析手法を用いることで不飽和透水係数を算出し、Mualem の不飽和透水係数推定法より実現象に近い間隙構造を用いた不飽和透水係数の検討を行う。

Mualem の不飽和透水係数推定法の解を得るため、これまで様々な水分特性曲線推定モデルが提案されている。水分特性曲線は、横軸に水の体積含水率、縦軸に毛管圧力水頭で定義されるグラフである。本章では、水分特性曲線推定モデルでも一般的に使用されている Brooks & Corey モデルと Van Genuchten モデルと Kosugi モデルに言及した。

地盤内部に浸透した LNAPL のトラップ現象の定量評価を行うため、水-LNAPL 間に働く浸透方程式について記述した。また水のような濡れ性を持つ流体と油や空気のような非濡れ性を持つ液体が接触した際の物理的性質(接触角, ぬれ)についてまとめている。また、地盤内部に浸透した LNAPL による長期汚染問題の原因となるトラップ現象のメカニズムである”Snapoff”と”Bypassing”について記述した。この”Snapoff”と”Bypassing”2つに関係するパラメータとして間隙径が挙げられるため、本論文ではマイクロ X 線 CT 画像解析を用いて間隙構造を特定することでトラップ LNAPL の再流動化の検討を行う。

## 【引用・参考文献】

- 1) 小松利光, 矢野真一郎, 秋山壽一郎, 朝位孝二, 大串浩一郎, 大本照憲, 多田彰秀, 羽田野袈裟義, 松永信博: 新編 水理学, 理工図書株式会社, pp128-134, 2011.
- 2) 石原研而: 土質力学, 丸善出版, pp33-43, 2001.
- 3) Brown GO. :Henry Darcy and the making of a law. *Water Resour Res.* 38(7), pp11-1-11-12 2002.
- 4) 遠藤和人: DNAPL 汚染サイトの原液移動特性と汚染分布評価, 平成 14 年度京都大学地球環境学大学院博士論文, pp36-, 2002.
- 5) 社団法人地盤工学会: 不飽和地盤の挙動と評価, 丸善株式会社, pp25-31, 2004.
- 6) Buckingham, E: Studies on the Movement of Soil Moisture, Bulletin 38. U.S. Department of Agriculture Bureau of Soils, Washington, D.C. 1907.
- 7) Richards, L.A: Capillary Conduction of Liquids in Porous Mediums, *Physics* 1, pp 318-333, 1931.
- 8) ウィリアム・ジュリー, ロバート・ホートン, 取出伸夫, 井上弘光, 長裕幸, 西村拓, 諸泉利嗣, 渡辺晋生: 土壌物理学 土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用, 築地書館株式会社, pp66-67, 2006.
- 9) 小杉賢一郎: 古典を読む Y. Mualem 著「不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて」ならびに M. Th. van Genuchten 著「不飽和土壌の透水係数を推定する閉形式解について」, *J.Jpn. Soc. Soil Phys.* 土壌の物理性, No. 106 pp.47-60, 2007.
- 10) 井上光弘, 矢野友久, 吉田勲, 山本太平, 筑紫二郎: 土壌水分特性曲線に基づく不飽和透水係数の計算, *土壌の物理性*, 46, pp21-29, 1983.
- 11) 坂井勝, 取出伸夫: 水分保持曲線と不飽和透水係数の水分移動モデル, *土壌の物理性*, 111, pp61-73, 2009.
- 12) Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resour. Res.*, 12, pp.513-522, 1976.
- 13) 東山勇, 石田朋靖: pF の基本的意味(その 2), *土と基礎*, 34(12), pp71-76, 1986.
- 14) 高橋伸英, 鶴川正剛, 新井親夫, 福永博, 山田與一: 粒度分布を用いた土壌の水分特性の推定, *化学工学論文集*, 第 38 巻, 第 5 号, pp305-311, 2012.
- 15) Fetter, C.W.: Contaminant hydrogeology, Second Edition, Prentice-Hall, Inc., pp209-210, pp212-215, 1999.
- 16) 近澤正敏, 田嶋和夫: 基礎科学コース 界面化学, 丸善出版, pp56-57, 2001.
- 17) Wilson, J.L., Conrad, S.H. : Is Physical displacement of residual hydrocarbons a realistic possibility in aquifer restoration?, *Proc. of The National Water Well Association Petroleum Hydrocarbons and Organic Chemicals in Ground Water Conference*, pp.274-298, 1984.
- 18) Charzis, I., Dullien, F.A.: Dynamic immiscible displacement mechanisms in pore doublets:

Theory versus experiment, *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol.91(1), pp.199-222, 1983.

## 第4章 実験概要とマイクロ X 線 CT スキャナ

本論文では、地盤内部に浸透した LNAPL のトラップ現象を検討するために保水性試験を実施し、地下水の上下運動を模擬した LNAPL の浸透・トラップ挙動を再現した。本章では粒状材料として選定した豊浦砂・珪砂 5 号・粉碎したガラスビーズ( Crashed Glass Beads: CGB )の物性と揮発試験によって選定した LNAPL の物性を示している。また、粒状材料内部に存在するトラップされた LNAPL を観察するために、本学が所有しているマイクロ X 線 CT スキャナ装置を利用した。本章では、本学で所有しているマイクロ X 線 CT スキャナについて概説し、マイクロ X 線 CT スキャナ用に開発した保水性試験装置の概要とその撮影条件について詳述する。

### 4.1 実験材料と物性

#### 4.1.1 対象試料

本研究で実験に用いた試料を図-4.1 に示す。本研究では、砂試料における吸排水試験を対象としているため、豊浦砂、珪砂 5 号、砕いたガラスビーズ( 以下 CGB )を選定した。3つの試料の材料物性と粒度分布は表-4.1 と図-4.2 に示した。

#### 4.1.2 CT 造影剤と LNAPL

本論文では、LNAPL による吸排油試験を実施したため、LNAPL としてイソパラフィン系有機溶剤(ナカライテスク株式会社、低粘度パラフィン)(以下 Paraffin)を使用した。Paraffin の密度の測定は、熊本大学工学部機械システム工学科米本研究室の協力を得て、密度比重計(京都電子工業株式会社、ポータブル密度比重計<DA-130N>)によって測定



図-4.1 保水性試験使用材料

表-4.1 各試料の諸元

	豊浦砂	珪砂5号	CGB
土粒子密度 (mm)	2.64	2.63	2.51
均等係数	1.5	1.5	1.5
乾燥密度 (g/cm <sup>3</sup> )	1.51	1.72	1.53
平均粒径: D <sub>50</sub> (mm)	0.16	0.50	0.65

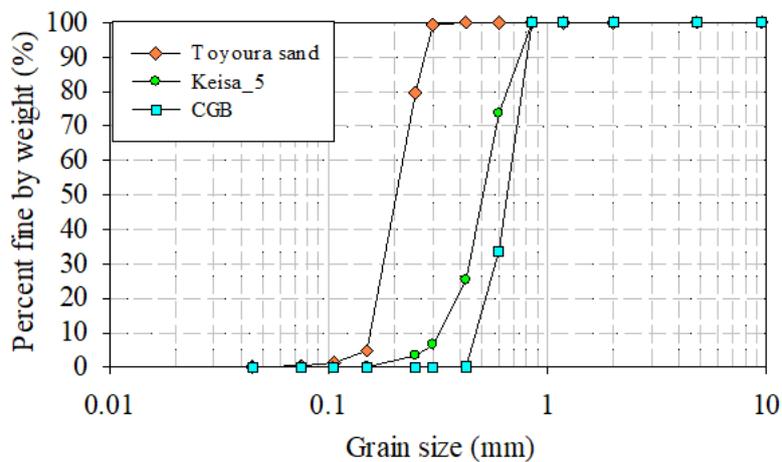


図-4.2 各粒状材料の粒度分布

を行った。その結果、使用した Paraffin の密度は  $\rho_n=0.83(\text{g}/\text{cm}^3, 20^\circ\text{C})$  であり、水より小さい値を取った。図-4.3 に Paraffin による揮発試験の結果を示す。後述するように、吸排油試験は7日間の長期試験であり、また測定する溶液の量が微小であるため、微小な溶液の揮発でもデータがうまく取れない場合がある。そのため、より揮発の少ない LNAPL を選定するために揮発試験を実施した。比較材料として、アクアソルベント G ( $\rho_n = 0.749(\text{g}/\text{cm}^3, 20^\circ\text{C})$ ) を用いた。図-4.3 は2種類の LNAPL をそれぞれシャーレ内に入れ、30分間揮発させる試験を行った結果を示している。図-4.3において、アクアソルベ

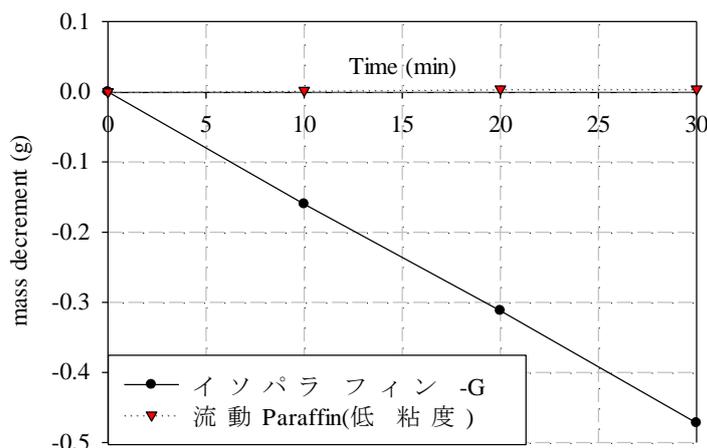


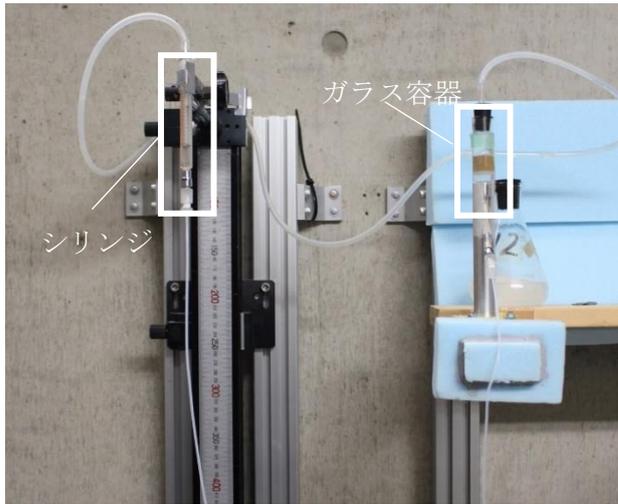
図-4.3 揮発試験の結果

ント G は空気中に暴露後 30 分で質量が 0.5g 減少しているが、Paraffin の質量に変化はなかった。この結果から、Paraffin の低揮発性を確認できた。よって本研究では、Paraffin を LNAPL として用いることとした。

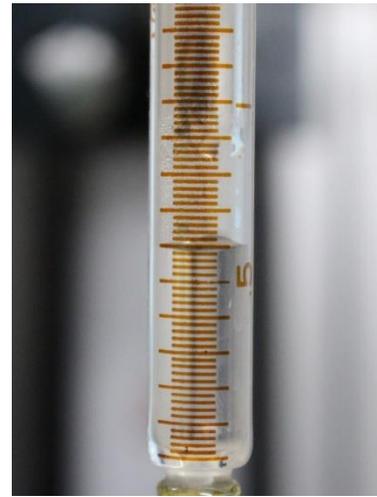
本研究では、画像解析には撮影された CT 画像を適用するが、その際、水 ( $\rho_w = 1.0 \text{ (g/cm}^3, 20^\circ\text{C)}$ ) と Paraffin では、密度差が小さく、得られた CT 画像において水と Paraffin の相分離が困難になる問題が生じる。そのため、後述する吸排油試験においては、水の代わりに CT 造影剤としてヨウ化カリウム(以下 KI)水溶液を用いて実験を行った。水と粘性係数を合わせるために質量濃度 28%、密度  $\rho_{KI} = 1.28 \text{ (g/cm}^3, 20^\circ\text{C)}$  の KI 水溶液を利用した。

## 4.2 排水試験装置と吸排油試験装置の概要と試験方法

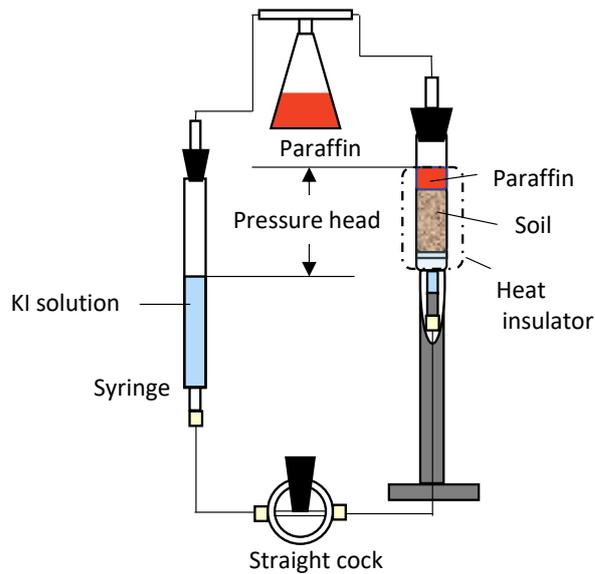
土質試験における保水性試験法は、砂中法や加圧法等が提案されている<sup>1)</sup>が、本研究では、同一供試体について連続して異なる毛管圧力ポテンシャルに対する排水量が測定でき、容易に含水比を測ることのできる水頭法<sup>1)</sup>を適用した。図-4.4 は、それぞれ保水性試験装置全体(図-4.4(a))と供試体の概要図(図-4.4(b), (c))を示す。容器の長さは、80mm、外径 20mm、内径 15mm のガラス容器を用いた。ガラス容器底面には、細孔径  $20\mu\text{m} \sim 30\mu\text{m}$  のガラスフィルターを設置し、砂の流出と空気の流入を防いでいる(図-4.4(c))。水頭を与えるシリンジ(夏目製作所, KN-380)は全量 2mL であり、0.02mL 刻みの目盛で測定する。シリンジとガラス容器は、LNAPL によるチューブの形状変化を阻止するために内径 1mm のテフロンチューブで接続する。また CT 撮影時には試験装置の流動を止める必要があるため、チューブの途中に直交コック(図-4.4(b))を使用した。試験は  $20^\circ\text{C}$  に管理された恒温室で行った。また恒温室のドアの開け閉めなどの影響による温度の変



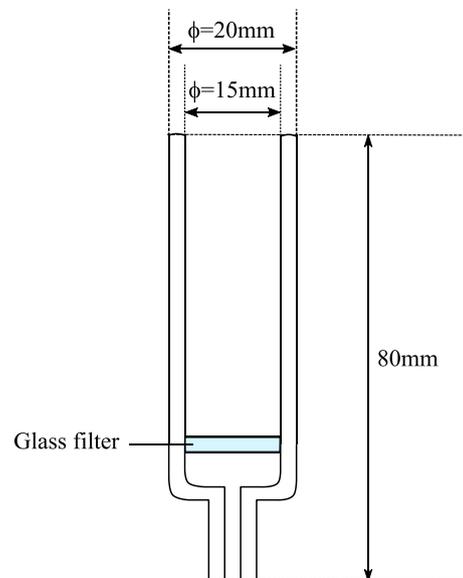
(a) 実験装置全体写真



(d) シリンジ内水位の記録写真



(b) 吸排油試験時の供試体概要図



(c) ガラス容器概要図

図-4.4 保水性試験実験装置概要図

動を考慮し、ガラス容器には断熱材を被せることで供試体からの蒸発を防いだ。以下、実験手順を示す。

- 1) チューブとガラス容器は供試体作製前に真空ポンプを用いて真空引きし、空気を完全に抜く。特にチューブ内の径は小さいため、水が残った状態では、ガラス容器に空気が入り込み、試験ができなくなるため、チューブ内は特に真空引きを行う。
- 2) シリンジに脱気水(もしくは室温の KI 水溶液)を充填し、水頭差をつけてガラス容

器の方に溶液を供給する。ガラス容器の方に溶液が供給されたのを確認した後、シリンジを上下させ、各接続部分からの漏れがないか確認を行う。

- 3) 試料を水中落下法で充填する。水中落下法で充填したのち、上部をなるべく平らにするためガラス容器のアルミ土台を優しく叩いて均す。
- 4) 水頭差が 0 になるようにシリンジを上下させ、シリンジ内部の溶液の量を調整する(図-4.4(b))。
- 5) 吸排油試験の場合のみ、KI 水溶液の量を調節したのちに、供試体上部に Paraffin 1.5ml をスポイトで静かに浮かべる。Paraffin を浮かべた後、再度シリンジの高さと溶液の量を調節する。
- 6) 排水過程(もしくは吸油過程)の場合、3 時間以上経過したのちに、有効画素数約 1800 万画素の一眼レフカメラ(Canon EOS Kiss X7)を用いてシリンジの写真撮影を行うことでシリンジ内部の水位の変化を記録する(図-4.4(d))。排油過程の場合は、24 時間以上経過させる。
- 7) 記録後、コック(Straight cock)を閉めてから、ガラス容器とシリンジに耐油性のゴム栓で蓋をし、CT 撮影を行う(図-4.4(b))。
- 8) CT 撮影後、シリンジを指定の高さまで移動させ水頭差を与える。

### 4.3 X 線 CT について

X 線 CT 法とは、物体の X 線吸収率と透過性を利用したコンピューター断層撮影法(Computed tomography)である。物体透過後の X 線の減弱係数と物体の密度の間に近似的に線形関係があるため、物体内部の密度分布を可視化することができる<sup>2)</sup>。本節では、X 線が発生するメカニズムから熊本大学が所有するマイクロ X 線 CT 撮影装置の詳細について概説する。

#### 4.3.1 X 線の発生メカニズム<sup>3)</sup>

X 線管の構造は図-4.5 のようになる。X 線管は、陰極と陽極を持つ真空管となっており、陰極にはコイル状のフィラメントが設置されている。一方、陽極は銅塊の表面にターゲットを貼り付けており、フィラメントの加熱による熱電子がターゲットに衝突することにより X 線が放出される。X 線には特性 X 線と連続 X 線の 2 種類が存在し、前者は陽極ターゲット物質に固有の線スペクトルの呼称で、後者は X 線管電圧のピーク電圧に相当するエネルギーまで連続的に現れるスペクトルの呼称である。

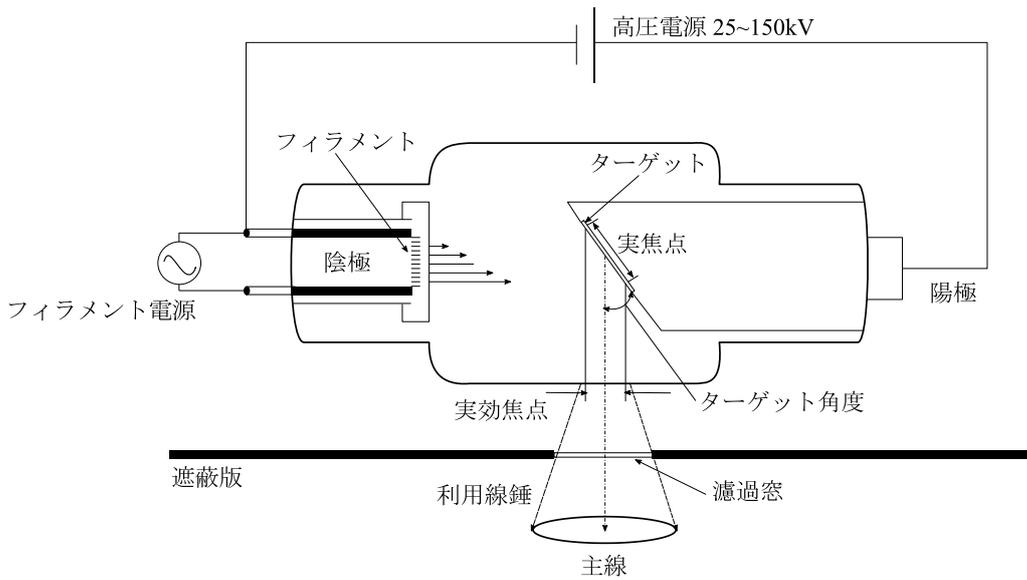


図-4.5 X線管の構造<sup>3)</sup>

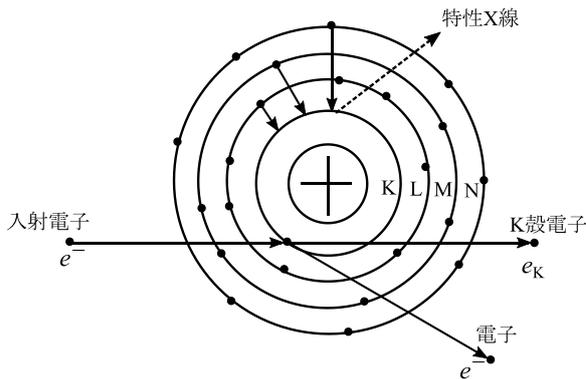


図-4.6 特性 X 線の発生過程<sup>3)</sup>

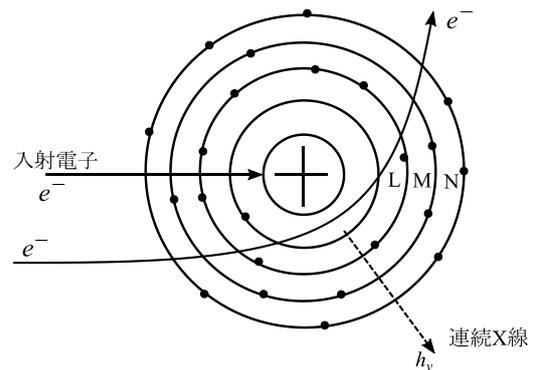


図-4.7 連続 X 線の発生過程

特性 X 線<sup>4)5)</sup>は、図-4.6 に示すような相互作用により発生する。例として、電子がターゲットに衝突すると、陽電極の原子の K 殻電子を原子外にはじき出すと、空いた K 殻の領域に L 殻や M 殻から軌道電子が置換する。この時、K 殻及び上位殻のそれぞれのエネルギー順位を  $W_0$ 、 $W_1$  とすると、 $W_0$  と  $W_1$  のエネルギー差が特性 X 線の持つエネルギーとなる。よって、特性 X 線はターゲットが持つ電子に影響されるためターゲットに特有な値となる。一方、連続 X 線<sup>4)5)</sup>は、図-4.7 で示される X 線のうち、特性 X 線以外のスペクトルを意味する。X 線発生装置から放出される X 線のほとんどが連続 X 線となる。この連続 X 線は、加速電子がターゲットと衝突する際に陽極のターゲット付近を通過した際のクーロン力によって運動エネルギーの損失による電磁波を意味する。

### 4.3.2 X線の減衰と吸収<sup>3)</sup>

X線が物体内を透過し、電子との相互作用が発生すると、X線は減衰する。図-4.8のように均質な材料に対し、単一エネルギーのX線を照射すると被検体透過後のX線強度はBeerの法則により一般に次式で定義される。

$$I = I_0 \cdot \exp(-\mu_0 \cdot \rho \cdot t) \quad (4.1)$$

ここで、 $I$ は透過後のX線強度を示し、 $I_0$ は入射前のX線強度を示し、 $\rho$ は被検体の密度、 $t$ は被検体の厚さを示す。また $\mu_0$ はX線質量吸収係数となる。X線吸収係数とは、X線の持つエネルギーと物体の密度や物体を構成する原子番号などに影響を受ける。一般的に $\mu_0$ を求めるための式は以下の式(4.2)が用いられる。

$$\mu_0 = \rho \left[ a \frac{Z^m}{E^n A} + b \frac{Z}{A} \right] \quad (4.2)$$

ここで、 $E$ はX線エネルギー、 $Z$ は被検体の原子番号、 $A$ は被検体の原子量、 $a, b, m, n$ はX線エネルギーと原子番号に関する定数を表している。

### 4.3.3 CT値について<sup>6)</sup>

CT画像を構成する要素ごとに求められるX線吸収係数は、その大きさに比例してCT値に変換される。画像をデジタル画像に再構成する際には、CT値が高いほど白く、低いほど黒く画像に反映される<sup>7)</sup>。CT値は下記の式(4.3)(4.4)を用いてCT値を決定している。

$$\text{CT 値} = \frac{\mu_0 - \mu_w}{\mu_w} K \quad (4.3)$$

$$\text{CT 値} = S\mu_0 + B \quad (4.4)$$

$\mu_w$ は水の吸収係数、 $K$ は比例定数、 $S$ はスロープ、 $B$ はバイアスを示している。X線CTで

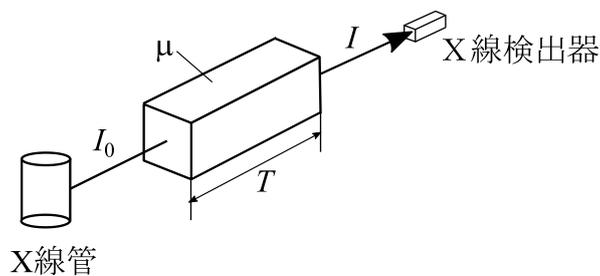


図-4.8 均質な物質への単一エネルギーX線の照射

は水の X 線吸収係数が基準とされており，比例定数  $K$  は一般に 1000 として使用する．この時空気の X 線吸収係数がほぼ 0 と定義するために，空気の CT 値が -1000，水の CT 値は 0 となるようにスロープとバイアスの値を決定する．ただし， $S$  と  $B$  はあくまで任意であり，CT 値の絶対値を決定するよりも，その相対的な関係が重要となる<sup>8)</sup>．結果として，CT 値は整数値(符号付の 16bit など)のデータに変換される．なお，本論文で用いたマイクロ X 線 CT スキャナでは式(4.4)による CT 値の計算を行っている．

#### 4.3.4 マイクロ X 線 CT スキャナ概要

現在，工学分野で活躍している CT 装置として産業用 CT とマイクロ CT が存在する．産業用 CT では，高出力の X 線によって，透過能力を向上させ，大きな被検体を対象として，自動車のエンジン回りの鋳物部品などに使用されている．後者のマイクロ X 線 CT は，ミクロレベルの分解能を有するものである．その特徴は主に，X 線の焦点サイズを小さくすることによって幾何学的な画像のブレを回避し高分解能の画像を得ることができることである(図-4.9)．また，X 線を被写体にコーン状に照射することにより，三次元画像での再現が可能となっている．

本学が所有するマイクロ X 線 CT スキャナ(TOSHIBA, TOSCANNER-32300)(以下，マイクロ X 線 CT)は，2010 年に導入されており，最高解像度は 1voxel 当たり  $4\mu\text{m}$  となっている．図-4.10 にマイクロ X 線 CT のシステムを示した．表-4.2 にはマイクロ X 線 CT の仕様を示す．マイクロ X 線 CT はデータ収集において試料台が回転のみ行う RR

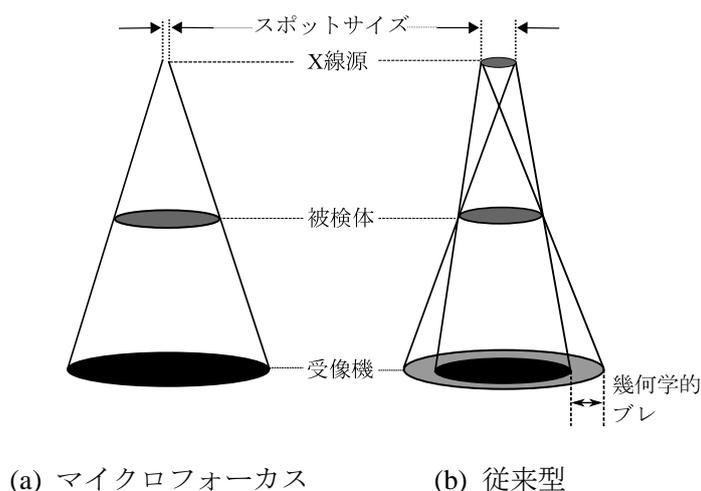


図-4.9 線源のスポットサイズと幾何学的不鮮明<sup>2)</sup>

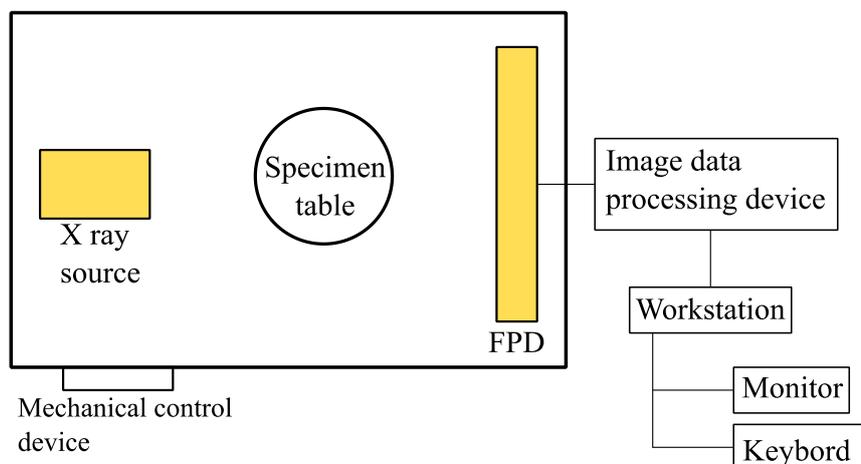


図-4.10 マイクロ X 線 CT 装置における RR 方式の概略

(Rotate-Rotate) 方式と呼ばれる方法を採用している。この RR 方式では、X 線はある一定角度のファンビームが照射されることによってフラットパネルディテクタ (FPD) 内に設置している  $2000 \times 2000$  pixel の検出器によりその減衰が計測されている。X 線管と検出器は固定されているため、試料台が  $360^\circ$  回転することにより投影データを蓄積できる。また、CT 画像は 3 次元であるため、直方体の集合となる。この直方体を 1 ボクセル (voxel) と称する。

## 4.4 本研究における CT 撮影条件

### 4.4.1 撮影時における留意点

過去の研究事例や実験条件に関する情報から、本研究で実施する保水性試験(または吸油-排油試験)において CT 撮影を行う際に考慮すべき点について以下に列挙する。

#### 1) 試験領域の大きさについて

間隙領域における浸透挙動を CT 画像で観察するためには、対象土ごとに適切な試験装置の大きさを選定する必要がある。例えば粒子が 1mm 以上の砂を対象とした際、領域の小さな試験装置を選定してしまうと、撮影できる粒子数が限られ、適切な間隙構造を抽出できなくなる。試験装置の大きさは、後述する解析領域の大きさに左右されるため慎重に検討する必要がある。

## 2) 撮影条件の検討

撮影条件を決定する際には、撮影したい現象を決定する必要がある。土粒子形状に焦点を絞るのか、間隙構造に重きを置くのかなど、撮影対象に沿った適切な撮影条件を設定することにより、クオリティの高いCT画像を得ることができる。その結果、後述する画像解析に適用することができる。以下、マイクロ X 線 CT スキャナを撮影する際の撮影条件に関わるパラメータについて説明する。

### A) 管電圧 (V)

管電圧は X 線の透過力に影響を与えるパラメータである<sup>9)</sup>。すなわち、管電圧は画像のコントラストに影響を与える値であるといえる。例えば、密度が近い物体を区別する際に管電圧を上げることでコントラストを強くし、物質それぞれの CT 値の差を出すことに有益な設定値である。

### B) 管電流 ( $\mu\text{A}$ )

管電流は X 線の量を意味し、管電流を上げることによって線量を増やしノイズを低減させることができる<sup>10)</sup>。そのため管電流を上げることで、物体のエッジを際立たせることが可能となる。

### C) FCD (mm)

Focus-to-Center Distance(以下 FCD)は回転テーブル位置の中心から X 線管の距離のことを指す(図-4.11)。FCD の距離によって撮影される供試体の 1voxel サイズが決定される。

### D) view 数

マイクロ X 線 CT スキャナはコーンビームで撮影を行うことによって 3 次元の画像を取得することを可能としている。そのため、供試体を回転させることで X 線を照射し、データ収集を行う<sup>11)</sup> (図-4.12)。この時、供試体の回転角度の分割数を view 数と呼

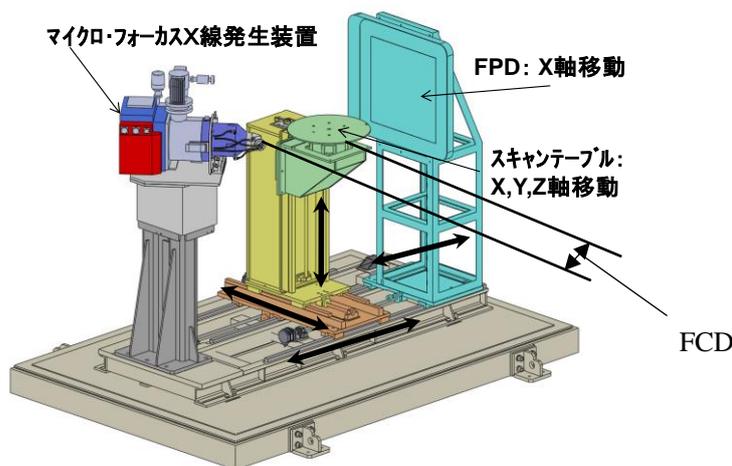


図-4.11 マイクロ X 線 CT 室内における機構概要図

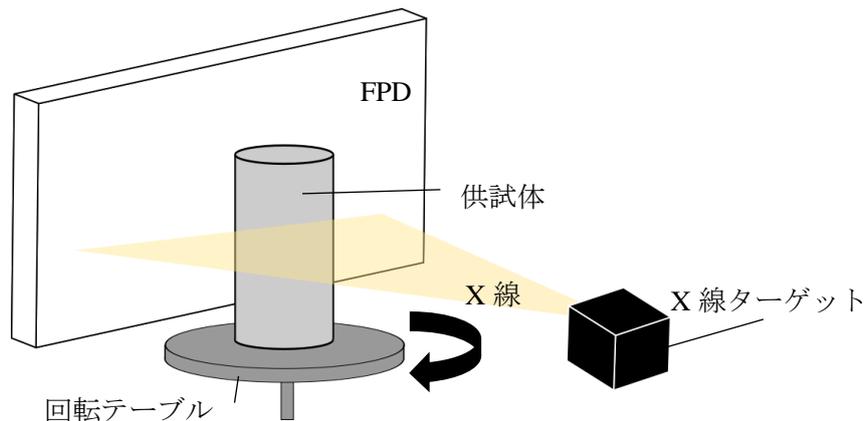


図-4.12 マイクロ CT 画像取得方法

ぶ. view 数を上げることによって、供試体当たりの照射回数を増やすことができ、空間分解能が向上させることで、より鮮明な CT 画像を得ることが可能である。

#### E) 積算枚数<sup>11)</sup>

CT 画像は、Flat Panel Detector(以下 FPD)で得られた信号を積算し平均することによってパソコン画面に画像を表示させている。積算平均処理に関わるのがこの積算枚数である<sup>12)</sup>、1view 数当たりのデータの取得回数を示し。積算枚数を 3 と設定すれば、1view 数当たり 3 回データを取得し、その平均値を出力する。積算枚数を上げれば、空間分解能が上がり鮮明なデータを得ることができるが、その分撮影時間が長くなってしまう。

#### F) 積分時間

積分時間は、1view 数当たりの照射時間を示している。積分時間を上げることによって、X 線の照射時間を長くし、より鮮明なデータを得ることができるが、E) 積算枚数と同じく長時間の撮影時間となってしまふ。

以上のパラメータを検討することにより、撮影条件を決定することができる。さらには、管電圧と管電流を乗ずることによってワット数を計算できるが、ワット数は、その撮影条件における最小撮影ボクセルサイズ数となる。例えば、管電圧 40kV、管電流 220 $\mu$ A とした場合、ワット数は 8.8W と計算されるが、これは、1voxel あたり 8.8 $\mu$ m 以上の撮影が可能となることを示している。加えて、view 数と積算枚数と積分時間を乗ずると撮影時間を計算することも可能である。このように、撮影時の解像度や撮影時間を検討することにより、破壊挙動や粒子の移動、または流体挙動の変化など対象とした試験挙動に合った撮影条件を組むことが可能である。

### 3) CT 撮影後のノイズと構成の実行

撮影後の画像を確認すると、コーンビーム撮影による撮影への影響が確認されること

がある。この節では、CT 撮影によって画像に発生するノイズや異常画像の説明を行う。

#### A) リングアーチファクト

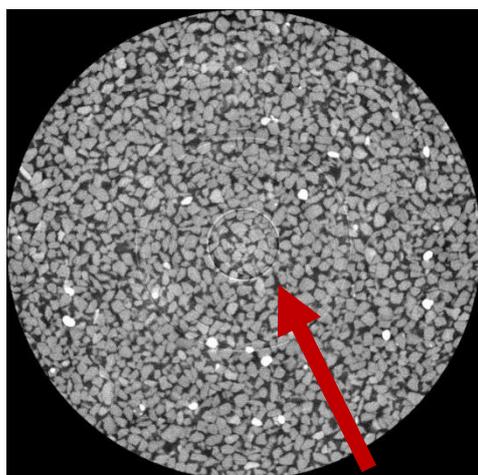
図-4.13 に示すような CT 画像上に発生している同心円状の細かい線をリングアーチファクトと呼ぶ。これは、後述する画像解析のうちの多値化処理を行う際に、物質の CT 値ごとに閾値を決定するが、リングアーチファクトが入っていると、相分割することが困難になることがある。このような画像が得られた場合は、CT30K に搭載されている再構成処理のうち RFC (Ring-artifact Free Correlation) を選択することで、リングアーチファクト部分領域の画像相関処理を行い、除去処理を行うことが適切である。

#### B) メタルアーチファクト

図-4.14 に示している CT 画像上に直線状のぼけた像が現れることをメタルアーチファクトと呼ぶ。これは、X 線吸収率が低い物質中に、金属などの X 線吸収率が高い物質が点在する場合に発生しやすいノイズである。メタルアーチファクトを低減する方法については様々な研究が行われているが<sup>11)</sup>、例えば、撮影時に銅板を挟むことなどにより被検体全体の X 線吸収量を減少させることで、被検体内部の金属領域への X 線吸収量を低減させ、メタルアーチファクトの影響を低減することが可能となる。

#### C) カッピング

カッピングは、本来均一な CT 値を示す物体をスキャンした場合、外側より中心部の CT 値が低下する現象を示す(図-4.15)。原因として、コーンビームにより X 線が散乱することによって発生すると言われている<sup>13)</sup>。対策としては、照射する X 線の強度を上げるために管電圧を上げることなどの方法があるが、CT30K に搭載されている再構成処理の 1 種である BHC (Beam Hardening Correction) によってカッピング効果を低減させることができる。BHC では、CT 撮影によって得られた元データを用いてビューごとに存在する被検体の存在割合を計算することで、それに見合った単色 X 線での投影デー



リングアーチファクト

図-4.13 リングアーチファクトの例



図-4.14 リングアーチファクトの例

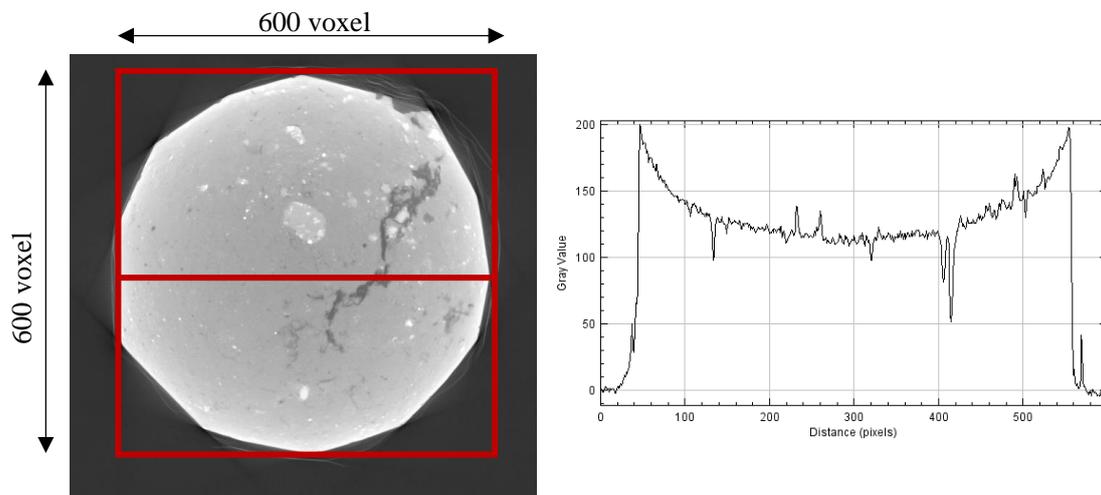


図-4.15 カッピングが発生している CT 画像とカッピング発生時の CT 値

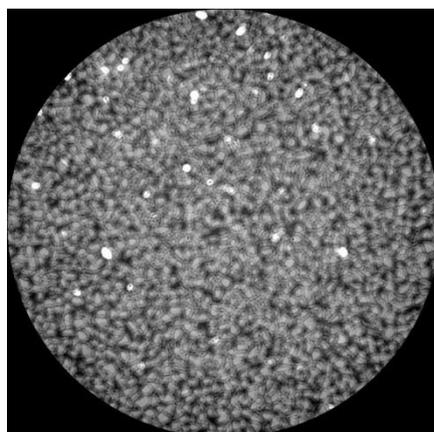


図-4.16 回転中心のブレによって撮影された CT 画像

タを計算によって求め、CT 画像再構成処理を行う手法となっている<sup>14)</sup>。

#### D) テーブル回転中心のブレ

本研究で使用したような、間隙構造内部の撮影を行う際には、撮影前に回転中心補正を行う。本学が所有しているマイクロ X 線 CT スキャナにはオートセンタリング機能が備わっており、テーブルの中心部を軸として CT 撮影を行うことが可能であるが、これは、供試体の領域がはっきり識別できる場合にのみ使用できる機能である。本研究では、供試体中心部の撮影を行っているため、CT 装置自体が供試体の軸を取得することができないため、撮影前に回転中心校正を行う必要がある。しかしながら、回転中心校正を行った場合でも図-4.16 のような粒子がブレた撮影画像となることがある。図-4.16 のような CT が撮影された場合は、再構成処理において撮影された画像の回転中心をずらす処理である回転中心構成を行う。この構成は、均等に相境界がブレた場合に使用できるが、供試体自体が撮影中に移動してしまった場合のブレに対しては無効である。

#### 4.4.2 本研究における CT 撮影条件

表-4.3 に本実験の撮影条件を示す。本研究では、地盤材料として 4.1.1 に挙げた試料と水や KI 水溶液、Paraffin といった液体を撮影対象としている。そのため、水-空気の実験である排水試験での CT 撮影条件と KI 水溶液-Paraffin で試験を行った吸排油試験における CT 撮影条件は各流体の密度の影響により異なる条件を設定した。水-空気における撮影条件では、管電圧を 60kV、管電流を 200 $\mu$ A と設定した。一方で、吸排油試験の場合、KI 水溶液と Paraffin の密度差の関係上、相分離のためのコントラストを付けるために、管電圧は排水試験よりも大きい 120kV と設定して撮影を行った。ビュー数はどちらの試験も 1200 と設定し、積算枚数を 3 と設定している。本研究では、画像解析における相分離が重要なファクターとなるため、積分時間を 499ms と設定した。

本研究で用いた供試体の体積を測定するために、試験ごとに供試体の体積をマイクロ X 線 CT 撮影によって計測した(図-4.17)。供試体の正確な体積を計測するため、ノイズを発生しにくくする必要がある。そのため、供試体全体撮影時には実験撮影とは異なる撮影条件である管電圧 90kV、管電流 300 $\mu$ A を採用した。また、供試体全体撮影は実験開始前の初期状態で行うことが多かったため、供試体の状態が変化することを考慮し、ビュー数を 1500 view、積分時間を 166ms と設定することにより、撮影時間の短縮化を行った。積算枚数は実験時の撮影と同じく 3 と設定した。

FCD 位置の決定において、今回の撮影では、間隙スケールにおける流体现象を観察するため、福島<sup>15)</sup>によって提案された推奨画素寸法の式(4.5)を用いて CT 撮影画素数の検討を行った。福島<sup>15)</sup>は仮想的な真球を緩詰めと密詰め詰めた立方体を使用し、後述する Voxel Percolation 法(VP 法)<sup>16)</sup>を適用することで水分特性曲線の検討を行った。その結

表-4.3 マイクロ X 線 CT 撮影装置の諸元

X線管電圧	20 kV ~ 230 kV
管電流	0 ~ 0.61mA
X線照射厚	2 $\mu$ m ~ 4mm
データ可算数	360°
撮影ピッチ	1 $\mu$ m ~
時間分解能	データ可算数に依存
撮影領域 ( $\phi$ , H)	$\phi$ ~ 400mm、H: ~ 500mm
最大積載重量	25kg

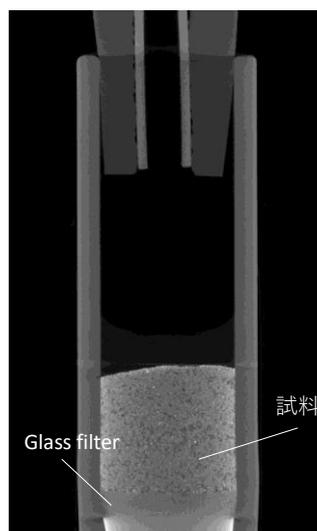


図-4.17 CT による供試体全体撮影

果，間隙径を十分に評価しうる一画素寸法を推奨画素寸法(Expectation size (以下 ES))と定義し，図-4.18 の結果より密詰めの場合，緩詰めの場合における推奨画素寸法を提案した。

$$ES(\text{密詰め}) = \frac{D}{20}, \quad ES(\text{緩詰め}) = \frac{D}{40} \quad (4.5)$$

式(4.5)における分母の数字は，VP 法を用いて水分特性曲線が十分に得られた真球データの粒子直径から導き出されている。密詰めの場合は，間隙率 42%の真球データを用いた VP 法による水分特性曲線が 20voxel であったことから分母が 20 と定義された。一方で，緩詰めの場合は，間隙率 32%の真球データを用いた場合は，粒子半径が 40voxel であったため，分母は 40 と定義している。この式は，平均粒径 D が分かれば，推奨画素寸法を求めることが可能である。本研究で用いた試料は表-4.1 に示した平均粒径を取っているため，推奨画素寸法式(4.5)に適用すると図-4.19 のような結果となる。このことから，豊浦砂の一画素寸法を  $6\mu\text{m} \times 6\mu\text{m} \times 6\mu\text{m}$  とするために，FCD を 14mm と設定して撮影を行った。同じく，珪砂 5 号，CGB の推奨画素寸法では  $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$  を必要とするため，FCD を 24.7mm と設定した。

#### 4.5 4章のまとめ

本章では，本研究で行った排水試験と吸排油試験についての概要を説明した。また，X線 CT における基本的な概念を説明し，実験時における CT 撮影条件に言及した。以下に得られた知見を列挙する。

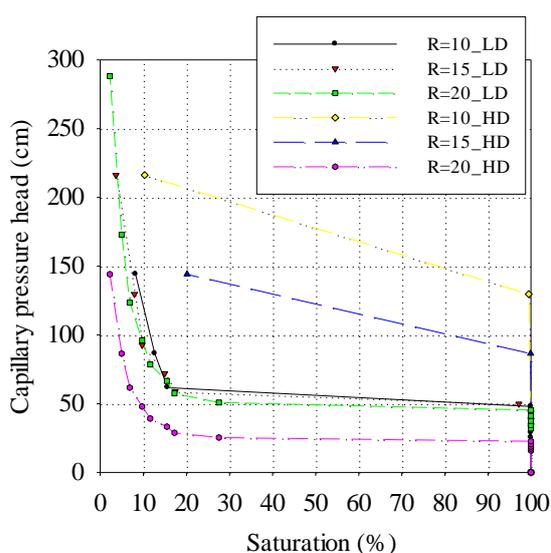


図-4.18 真球データの水分特性曲線<sup>10)</sup>

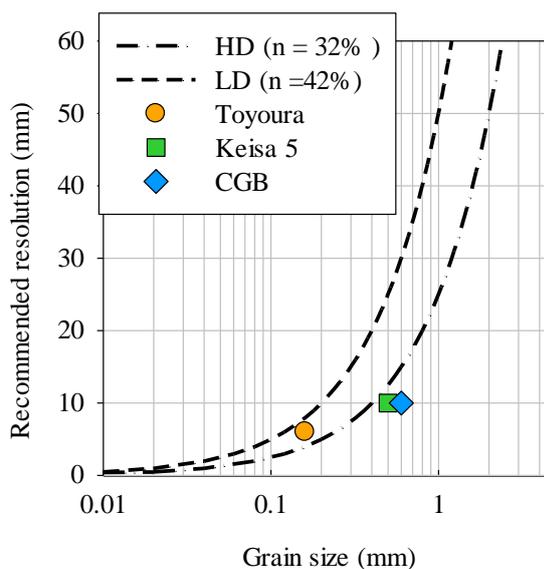


図-4.19 推奨画素寸法検証結果

- 1) 吸排油試験に対する LNAPL の選定は、揮発の影響を考慮し選定を行うことが重要である。
- 2) マイクロ X 線 CT における撮影条件は、撮影を行う実験や対象領域によって適切に条件を設定することが重要である。
- 3) 本研究では、福島が提案した推奨画素寸法の式から実験における CT の解像度を決定した。その結果、豊浦砂では 1 voxel が  $6\mu\text{m}$ 、珪砂 5 号と CGB は 1 voxel が  $10\mu\text{m}$  となるように FCD を決定した。

## 【引用・参考文献】

- 1) 社団法人地盤工学会：地盤材料試験の方法と解説-二分冊の1, pp162-170, 丸善株式会社出版, 2009.
- 2) 肥後陽介： $\mu$ X線CTを用いた不飽和砂の微視的構造評価, 地盤工学会誌, 62-5, (676) pp24-27, 2014.
- 3) 渡邊陽一：X線CTデータを用いたひずみ場の定量化に基づく地盤破壊機構の解明に関する研究, 熊本大学大学院自然科学研究科環境共生工学専攻平成22年度博士論文, pp. 10-11, 2011.
- 4) Curry, T. S., Dowdey, J.E., Murry, R.C.: Christensen's Physics of Diagnostic radiography, Lea and Febiger, London, 1990.
- 5) 日本放射線技術学会:CT撮影技術学, オーム社, 2005.
- 6) 山中祐史, 川崎了, 加藤昌治, 椋木俊文, 金子勝比古: マクロフォーカスX線CTを用いた二相構成材料の内部構造の相分離に関する基礎的検討, 地盤工学ジャーナル, 6(2), pp.273-284, 2011.
- 7) Kak, A. C., Slaney, M., Wang, G.: Principles of Computerized Tomographic Imaging, Medical Physics, 29(1), pp.107, 2002.
- 8) 肥後陽介, 高野大樹, 椋木俊文: X線CTから見る土質力学 2. X線CTの概要と研究動向, 地盤工学会誌, 56(10), pp.41-48, 2017.
- 9) 小西達郎, 浅井義行, 上村正信, 山田浩司, 松本政雄: 被写体物質の違いに起因するX線CT画像コントラストの管電圧依存性の変化, 医療画像情報学会雑誌 Vol.25,4, pp90-95, 2008.
- 10) 市川勝弘, 松村禎久: 標準X線CT画像計測, オーム社, pp81-82, 2009.
- 11) 山中裕史, 川崎了, 加藤昌治, 椋木俊文, 金子勝比古: マイクロフォーカスX線CTを用いた二相構成材料の内部構造の相分離に関する基礎的検討, 地盤工学ジャーナル, Vol.6, 2 pp273-284, 2010.
- 12) 小関道彦, 橋本周平, 佐藤慎平, 木村仁, 伊能敦夫: X線CT画像におけるメタルアーチファクトの低減アルゴリズム, 日本機械学会論文集(A編)72巻, 724, pp 78-84, 2006.
- 13) 中森伸行, 須藤透, 金森仁志, 遠藤真広, 日下部正宏: コーンビーム型三次元CT装置の再構成画像への産卵戦の影響, 医用画像情報学会雑誌, Vol.12, 2, pp91-99, 1995.
- 14) 辻岡勝美: X線CTの基礎知識, 日本放射線技術学会中部部会CT研究会(東海ブロック)X線CTビギナーズセミナーテキスト, 2001.
- 15) 福島大介: 画像解析を用いた砂質粒状材料における幾何学構造の定量化, 熊本大学大学院自然科学研究科社会環境工学専攻平成29年度修士論文, pp1-20, 2017.
- 16) Mukunoki, T., Miyata, Y., Mikami, K., Shiota, E: X-ray CT analysis of pore structure in sand,

*Solid Earth*, 7(3), pp.929-942, 2016.

## 第5章 CT 画像処理・解析手法

デジタル画像を拡大すると、ピクセルと呼ばれる正方形の画像の集合体であることがわかる(図-5.1)。CT 画像で扱うデジタル画像，特にマイクロ X 線 CT 画像は3次元であるため，ボクセルと呼ばれる直方体の集合となる。直方体1つ1つは輝度値(CT 値)と呼ばれる値を持っており，その CT 値を用いて処理することにより，画像解析を行うことが可能となる。本章では，本研究で用いた画像解析における理論と手法を説明する。

### 5.1 画像処理

#### 5.1.1 画像ノイズの低減

CT 画像には撮影時に様々なノイズが発生する。このノイズは，4.4.1 で言及したように撮影時のアーチファクトなどによる影響によって発生し，後述する多値化処理による相分離を行う際に閾値が適切に設定できないなど，画像解析を行う上で問題となること

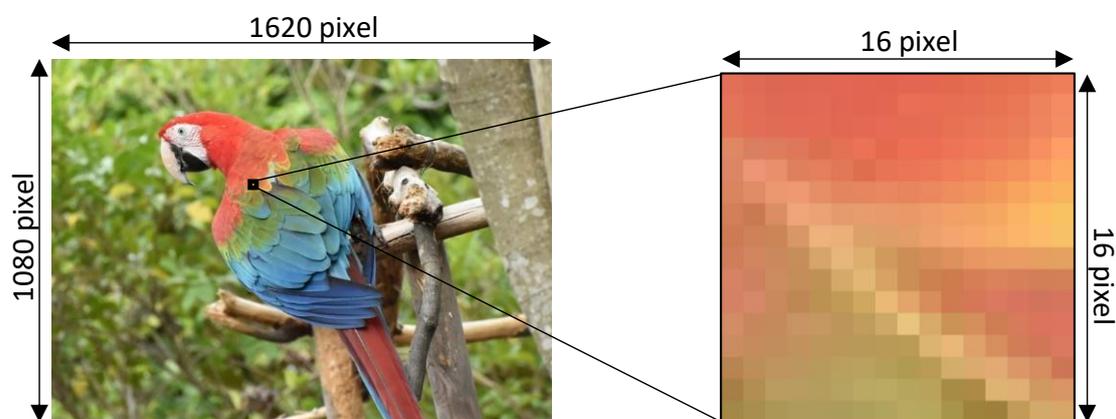
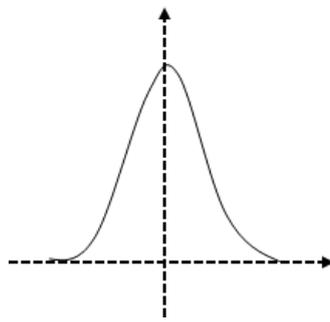


図-5.1 デジタル画像とピクセル



0	1	2	1	0
1	3	5	3	1
2	5	9	5	2
1	3	5	3	1
0	1	2	1	0

図-5.2 Gaussian Filter の平滑化  
フィルタ行列<sup>3)</sup>

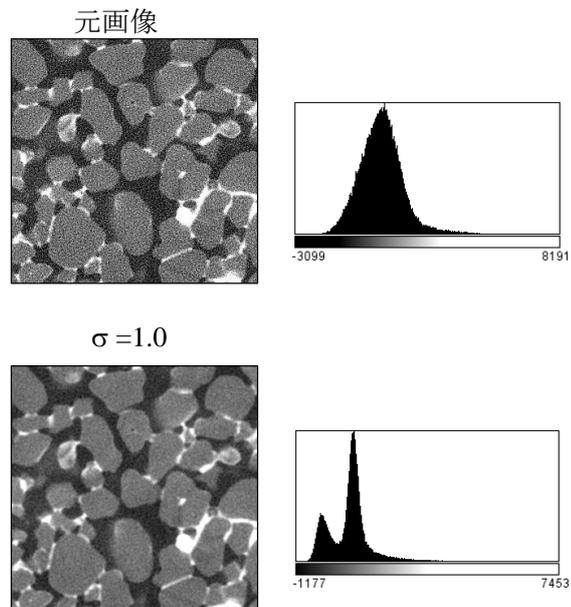


図-5.3 Gaussian Filter の適用例

が多い。そのため本研究では、画像解析を行う前に ImageJ<sup>1)</sup>や Avizo<sup>2)</sup>などの画像解析ソフトを用いて画像ノイズを低減する Filter を適用する。本節では本論文で用いたノイズ処理について説明する。

### 1) Gaussian Filter

Gaussian Filter<sup>3)4)</sup>は、平滑化フィルタの 1 つである。平滑化フィルタ行列(図-5.2)<sup>5)</sup>は、以下に示す離散化された多次元ガウス関数で示される<sup>6)</sup>。

$$G_{3D}(x, y, z; \sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{2\sigma^2}} \quad (5.1)$$

ここで、 $\sigma^2$  は Gaussian Filter の標準偏差を示している。図-5.2 に示しているボクセル値において、中心のボクセル値が最大の重みになるように設定し、残りのボクセル値は中心からの距離が遠くなるにつれて滑らかに減少するように変化させる。図-5.3 は CT 画像に Gaussian filter を適用させている前後の画像とそのヒストグラムを示している。平滑化を行う前の元画像では、ノイズの影響でヒストグラムの山が 1 つであるが、平滑化処理を行うことによって、相のボクセル値がはっきりし、ヒストグラムの山が 2 つに増えていることがわかる。また、Gaussian Filter の平滑化の度合いは、標準偏差の設定を変化させることによって変更することが可能である。本論文では、 $\sigma = 1$  としてフィルタ処理を施している。

## 2) Median Filter

Median Filter<sup>5)</sup>は、ノイズ処理によって失われがちな画像のエッジを保つことができるフィルタ関数である。Median Filter はフィルタをかける領域  $R$  内において、ピクセル値の中央値を取得することによって、ピクセル値を中央値にソートする手法である(図-5.4, 式(3.2)).

$$I'(u, v) \leftarrow \text{median}\{I(u + i, v + j) \mid (i, j) \in R\} \quad (5.2)$$

$2K+1$  のピクセル値の中央値である  $p_k$  は以下で定義される。

$$\text{median}(p_0, p_1, \dots, p_k, \dots, p_{2K}) \triangleq p_k; \quad (5.3)$$

式(3.3)は例えば、行列  $(p_0, \dots, p_k)$  がソートされた場合  $(p_i \leq p_{i+1})$ 、中央値は  $p_k$  となることを示している。図-5.5 は Median filter を適用する前後の CT 画像とヒストグラムを示している。図-5.5 に示したヒストグラムを見ると、図-5.2 に示した Gaussian filter と同じく、ヒストグラムの山が 2 つに増えており、画像自体もノイズが減少し、滑らかな画像が変換できていることが確認できる。

## 3) Nonlocal means filter<sup>7)</sup>

Nonlocal means filter(以下 NLM)は上記に挙げたようなフィルタ関数とは違い、ピクセル値の類似度に基づいた重み付けを行うことによってノイズを除去する。今、不連続なノイズが存在する画像  $v = \{v(i) \mid i \in I\}$  と、NLM フィルタを適用した後の値を  $NL[v](i)$  とすると、ピクセル  $i$  は画像全体のピクセルの重み付け平均で計算される<sup>8)</sup>。

$$NL[v](i) = \sum_{j \in I} w(i, j)v(j) \quad (5.4)$$

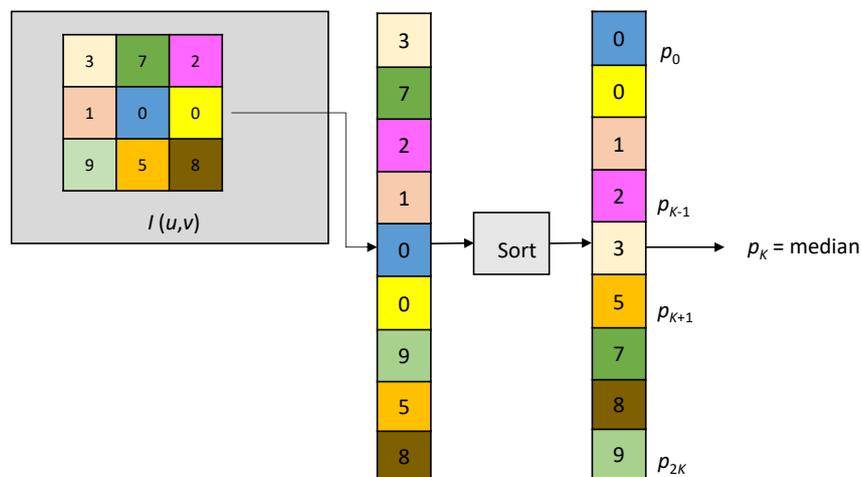


図-5.4 3×3 の領域における Median filter の演算方法<sup>3)</sup>

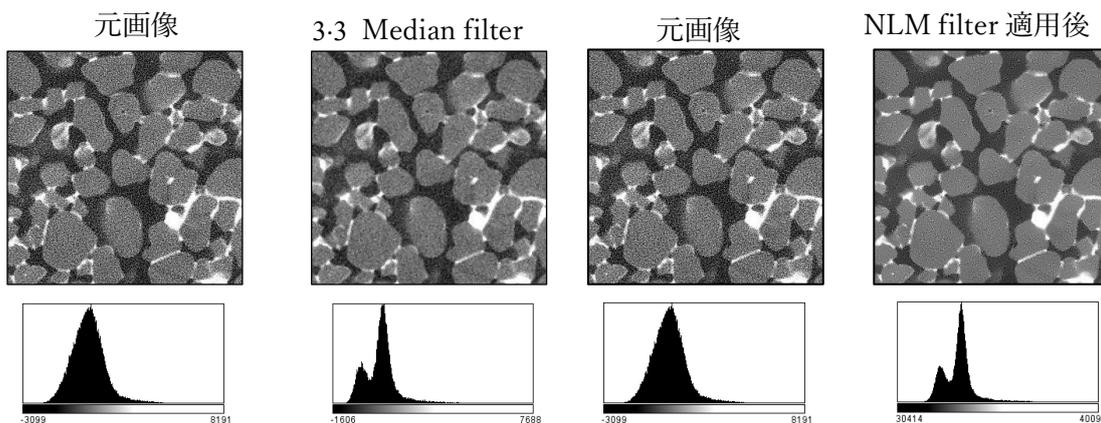


図-5.5 Median Filter の適用例

図-5.7 NLM Filter の適用例

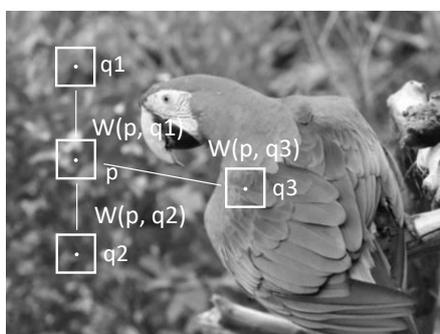


図-5.6 NLM の概念図<sup>6)</sup>

ここで、重みの集合  $\{w(i,j)\}_j$  は、ピクセル  $i$  と  $j$  の間の近似値に依存し、 $0 \leq w(i,j) \leq 1$  と  $\sum_j w(i,j) = 1$  を満たす。類似度に基づく重みづけにおいて、2つのピクセル値  $i$  と  $j$  の間は濃淡強度のベクトル  $v(Ni)$  の相似に依存する。 $v(Ni)$  と近傍している同様のピクセル値は、平均より大きな重みを有すると仮定する(図-5.6)。これらの重みは以下の式で定義される。

$$w(i,j) = \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|v(Ni)-v(Nj)\|_{2,\alpha}^2}{\sigma^2}} \quad (5.5)$$

ここで  $Z(i)$  は重みの総和を示しており、以下で表される。

$$Z(i) = \sum_j e^{-\frac{\|v(Ni)-v(Nj)\|_{2,\alpha}^2}{\sigma^2}} \quad (5.6)$$

類似度は、 $\|v(Ni) - v(Nj)\|$  で示される。指数関数部分は、ガウス関数を示しており、距離 0 が最も重く、0 から遠ざかるにしたがって軽くする重みづけを与えることが可能となっている。図-5.7 には、NLM filter を適用した画像を示している。NLM filter を適用し

た後の画像はエッジが強調され、各相がはっきりと示されていることがわかる。

本研究における画像解析には、これら3つのフィルタを順に適用することによってノイズ処理を行う。図-5.8には、これまでに示した3つのフィルタを順に適用させた画像とヒストグラムを示している。フィルタを適用するごとに、ヒストグラムの山の幅が狭くなり、相分離がしやすいヒストグラムになっていることがわかる。また、NLM filter 適用後の最終的な画像においては、それぞれの相のエッジが立ち、ごま塩ノイズなどの

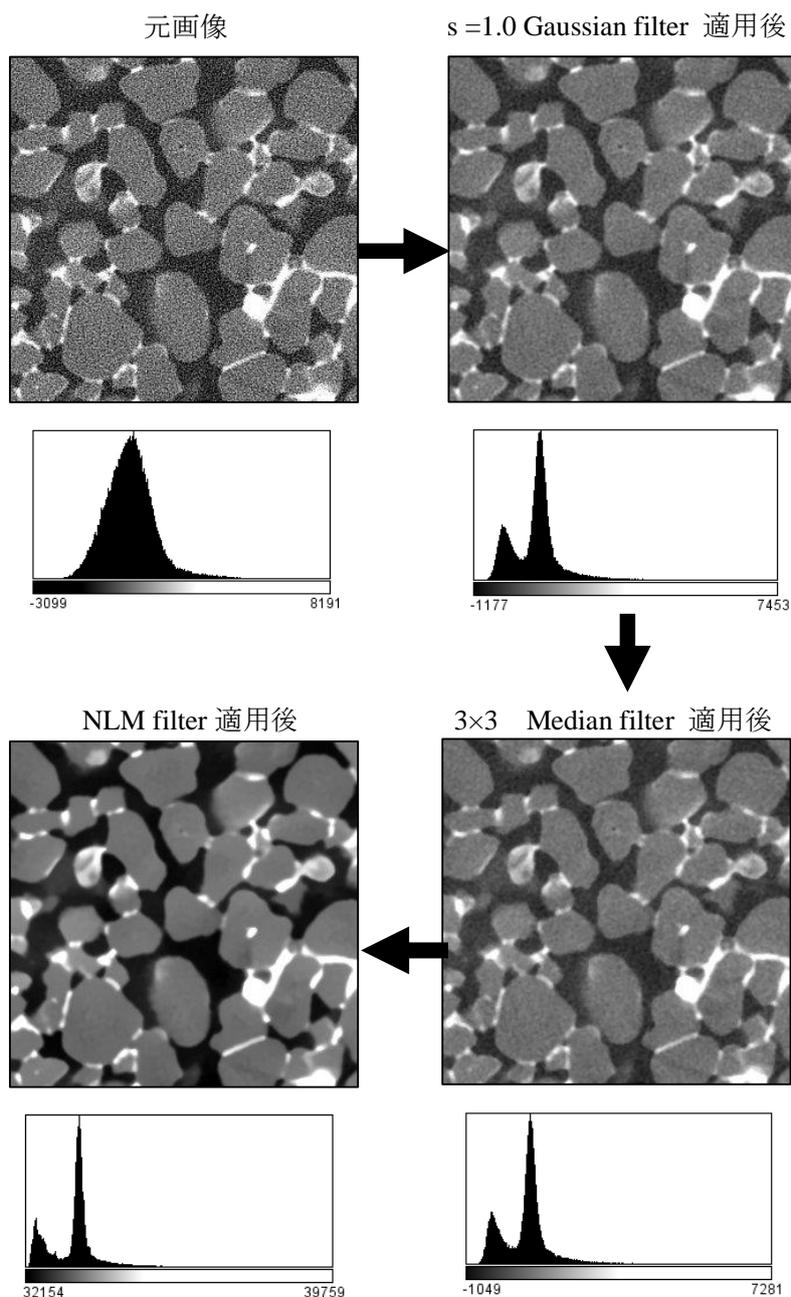


図-5.8 ノイズ除去フィルタ処理過程と各過程におけるフィルタ

影響が少なくなっていることがわかる。

## 5.2 画像領域分割

### 5.2.1 多値化処理

CT 画像から、土粒子の体積や流体の流量などを判断するためには、CT 画像で示されている様々な相を種類分けする必要がある。例えば、せん断帯発生過程において間隙水の変化を CT 撮影し、水と空気と土粒子を分割処理することで、メニスカス水とサクシヨンの相互関係について検討する研究もおこなわれている<sup>9)</sup>。このように、多相系の画像の任意の成分を抽出するための領域分割処理を多値化処理と呼ぶ<sup>10)</sup>。CT 画像を多値化処理することによって、CT 画像単体では得ることのできない、物理量を取得することが可能となる。本節では、本論文で用いられる多値化手法についての説明を行う。

多値化手法は画素値に基づく分割法と画素値の勾配に基づく分割法に大別できる。前者は、CT 値のヒストグラムの谷部を閾値として決定する方法<sup>11)</sup>や、これを統計的に処理して閾値を決定する Otsu 法<sup>12)</sup>、p タイル法<sup>13)</sup>などがある。これらの画像分割法は、2次元の画像に対して有効であり、CT 画像のような3次元画像への適用には限界がある。後者は、Level Set 法と Watershed 法が挙げられる。Level Set 法<sup>8)</sup>は、位相変化が可能な動的輪郭モデルを示しており、領域の分離、結合などを自然な形で表現できるセグメンテーション手法である。現在では、移動体追跡や3次元幾何学形状モデリングなどに応用されている。一方で、Watershed 法<sup>6)</sup>は、画像の輝度勾配を山と谷の地形図に見立てることによってその領域に水を流した際の水を貯める分水嶺を輪郭として判断する手法であり(図-5.9)、物体の領域を分割する手法である<sup>14)</sup>。

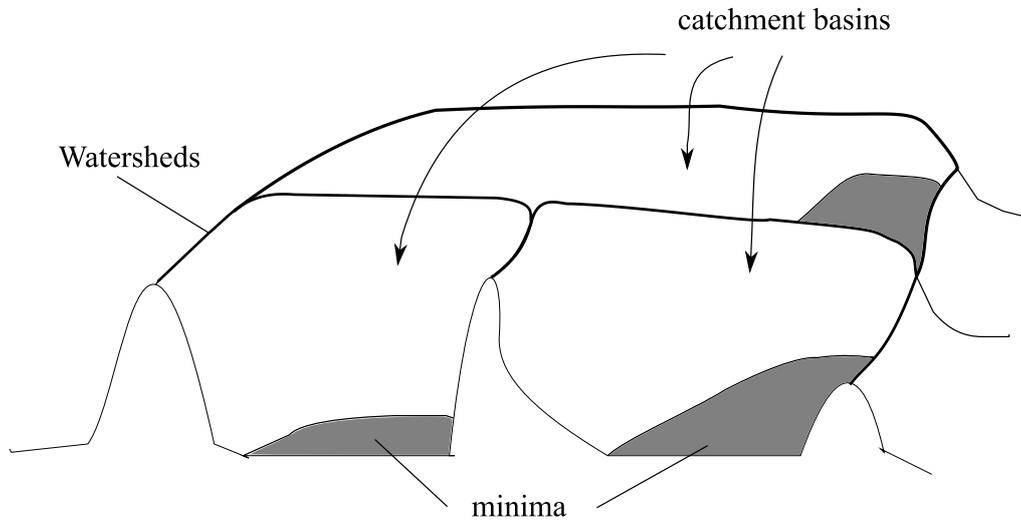
図-5.9(b)では、CT 画像の持つ画素値を集水域と仮定し、図-5.9(b)の領域において与えられる局所領域  $f$  の領域  $D_f$  の最大値  $h_{max}$  と表し、相領域の最小値  $M$  に関する領域を  $CB(M)$  と表す。相  $h$  と同じ高さかそれ以下の領域を  $CB_h(M)$  で表すと

$$CB_h(M) = \{p \in CB(M) | f(p) \leq h\} = CB(M) \cap T_{t \leq h}(f) \quad (5.7)$$

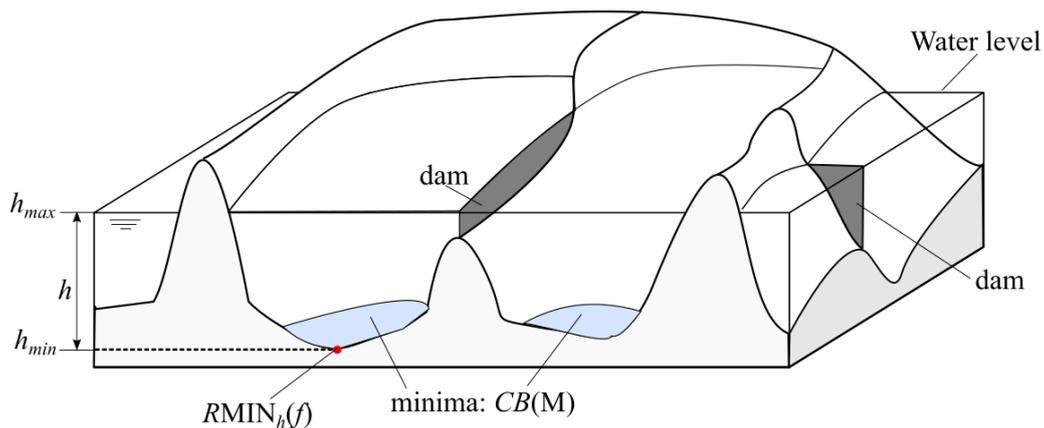
また、 $X_h$  を  $h$  と同じかそれ以下のグレースケールを持つすべての領域の部分集合とすると、

$$X_h = \cup_i CB_h(M_i) \quad (5.8)$$

最後に、極小標高  $h$  に属する点の集合は  $RMIN_h(f)$  で表すことができる。Watershed 法は仮想的に画像に対し水を流すことを想定しているが、水が到達する最初の画像の地点



(a) 画像解析における集水域の概念図



(b) 集水域における各領域の定義

図-5.9 グレースケール画像による Watershed 概念図<sup>13)</sup>

は最小画素値になる。これらの点は、高さ  $h_{min}$  においての画像の局所領域に属している点となる。図-5.10 には、4つの画素値を持つ画像領域  $f$  において Watershed 法を適用した場合の画像の変化を示している。図-5.10(a)に示した画像領域  $f$  のうち局所領域に属している部分において  $X_{h_{min}}$  を用いて式を立てると以下のように表すことができる。

$$X_{h_{min}} = T_{h_{min}}(f) = RMIN_{h_{min}}(f) \quad (5.9)$$

$X_{h_{min}+1}$  の定義は、仮想的に流した水がすでに水が到達している分水嶺の領域を拡大するか、最小値が  $h_{min}+1$  に等しい標高を持つ相の領域にあふれ出すことを模擬している(図-5.10(c), 図-5.11)。これらは、 $T_{t \leq h}(f)$  において接続されている要素  $Y$  と  $Y$  と  $X_{h_{min}}$  間の

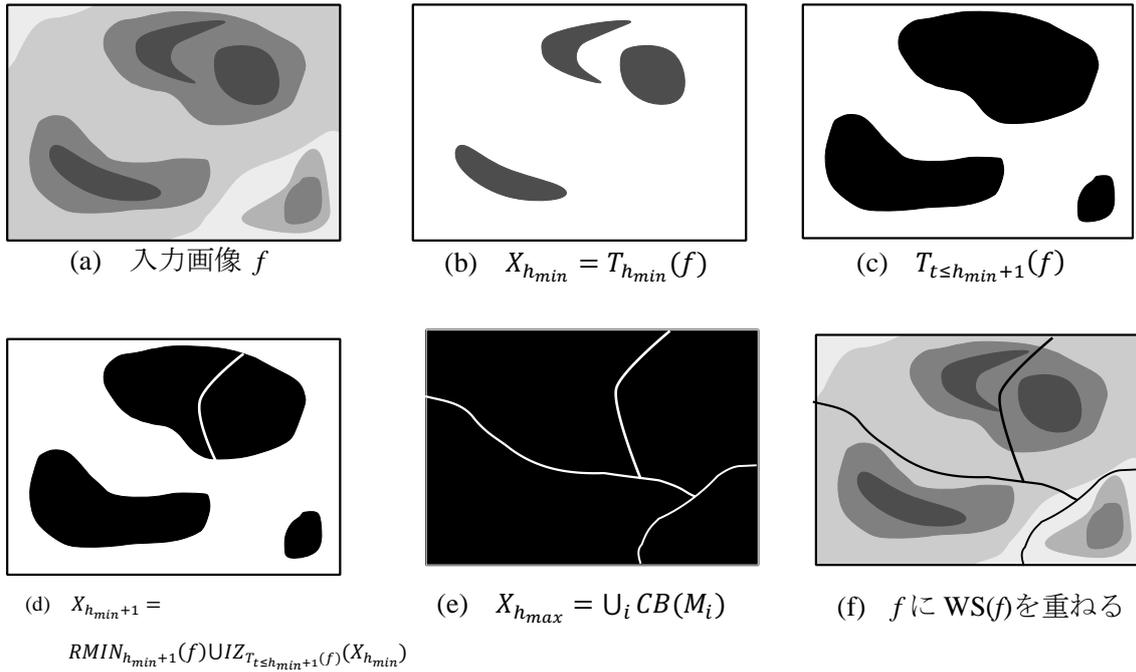


図-5.10 4値における Watershed 適用例<sup>12)</sup>

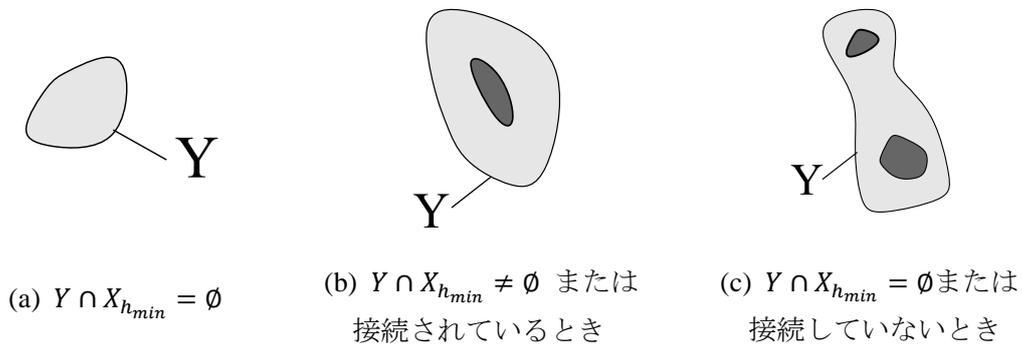


図-5.11 グレースケール画像における各相の関係図<sup>12)</sup>

交点の間で以下の3つの関係が発生する.

(a)  $Y \cap X_{h_{min}} = \emptyset$ (図-5.11(a))

$Y$ は  $h_{min}+1$  の標高における新たな局所領域  $f$ を示していることから,

$$i) \quad \forall p \in Y, \quad \begin{cases} p \notin X_{h_{min}} \Rightarrow f(p) \geq h_{min} + 1 \\ p \in Y \Rightarrow f(p) \leq h_{min} + 1 \end{cases} \quad (5.10)$$

$$ii) \quad \forall p \in \delta^{(1)}(Y) \setminus Y, f(p) > h_{min} + 1$$

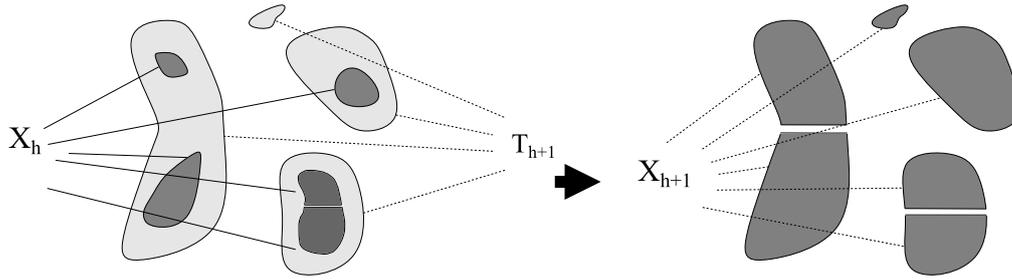


図-5.12  $X_h$  と  $X_{h+1}$  間の反復演算の概要図<sup>12)</sup>

(5.10)の式は  $X_{h_{min+1}}$  を定義するために、標高  $h_{min+1}$  のすべての最小値の集合(例えば  $RMIN_{h_{min+1}}(f)$ )が考慮される式となっている。

**(b)  $Y \cap X_{h_{min}} \neq \emptyset$ , かつ  $X_{h_{min}}$  が独立して存在しているとき(図-5.11(b))**

$Y$  は  $Y \cap X_{h_{min}}$  の最小値の集合と関係している相領域に属したピクセルに一致し、 $h_{min+1}$  の輝度値と同じかそれ以下を持つことから、以下のように表せる。

$$Y = CB_{h_{min+1}}(Y \cap X_{h_{min}}) = IZ_Y(Y \cap X_{h_{min}}) \quad (5.11)$$

**(c)  $Y \cap X_{h_{min}} \neq \emptyset$ , かつ  $Y$  と  $X_{h_{min}}$  接続されていないとき(図-5.11(c))**

$Y$  は標高  $h_{min}$  の最小領域  $f$  の1つ以上に含まれていることになる。 $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$  をそれぞれの最小値と表し、それら全体を  $Z_i$  と示す。この時点で、 $CB_{h_{min+1}}(Z_i)$  の最適な近似は、 $Y$  の内側の  $Z_i$  の相領域の境界線に対応しているので、

$$CB_{h_{min+1}}(Z_i) = IZ_Y(Z_i) \quad (5.12)$$

(b)と(c)における2つの包含関係は、すでに水が到達している領域の拡大に対応している。これらの領域の拡張は、言い換えると特有な相領域の影響を定義しているといえる。例えば、 $T_{t \leq h_{min+1}}(f)$  内に含まれる  $X_{h_{min}}$  が影響する領域を示している。つまり、 $X_{h_{min+1}}$  は新しく定義される領域の最小値と共に、これらの相領域が影響する領域の結合で定義される(図-5.10(d))。

$$X_{h_{min+1}} = RMIN_{h_{min+1}}(f) \cup IZ_{T_{t \leq h_{min+1}}(f)}(X_{h_{min}}) \quad (5.13)$$

この反復式は、 $h$  全体まで包括する式となる(図-5.12)。

輝度値画像  $f$  における相領域の設定は水を流した履歴のあるすべての高さ  $X_{h_{max}}$  の設定と同等であり、下記のような条件となる(図-5.10(d))。

I.  $X_{h_{min}} = T_{h_{min}}(f)$

$$\text{II. } \forall h \in [h_{\min}, h_{\max} - 1], X_{h+1} = \text{RMIN}_{h+1}(f) \cap \text{IZ}_{T_{t \leq h+1}(f)}(X_f)$$

グレースケールの相領域画像 CB は，ラベリング画像に置き換えられ，各ラベル付け画像は入力画像の最小領域の相境界に対応する． $f$  の Watershed WS は，相領域の境界  $f$  を意味している(図-5.10(e)).

### 5.2.2 Marker-Controlled Watershed (MCW)法

一般に，Watershed 法は画像を過分割する傾向にあるが，本論文の CT 画像のように，事前に画像の構成成分が分かっている場合は，式の条件となる局所最小値にマーカー画像を適用することで，過分割を抑えることができる．この手法は，Marker-Controlled Watershed 法<sup>14)</sup>(以下 MCW 法)と呼ばれる．

Marker-Controlled Watershed 法は，Watershed で変換された画像を物体の境界として一致することで入力画像を変換する方法である<sup>14)</sup>．図-5.13 に本研究室で開発された MCW 法のフローチャートを示す．以下，図-5.13 のフローチャートに沿って解析の流れを説明する．

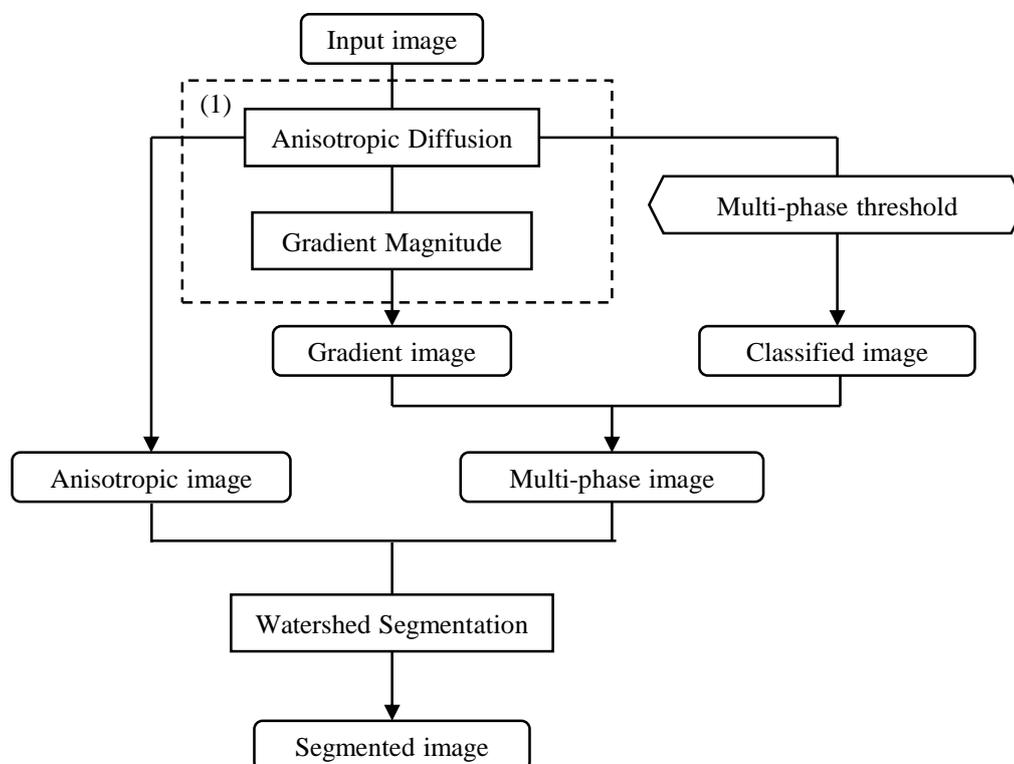


図-5.13 MCW 法のフローチャート

(1) CT 値の勾配抽出

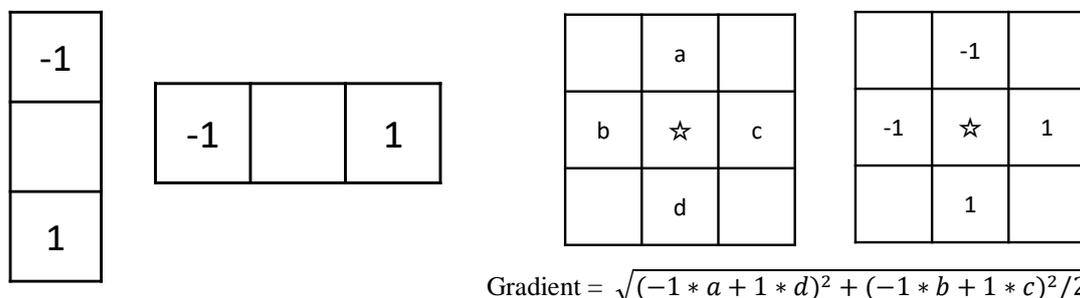
Watershed Segmentation を適用するため、画像の輝度値の勾配を求める<sup>15)</sup>。CT 画像のような三次元画像において、図-5.14(a)に示すようなマスクを使用する。図-5.14(b)に示すような計算対象のピクセルの 16 近傍の CT 値を畳み込み、それらの二乗和を計算し、合計の平方根を出し、2 で割ることによって CT 値の勾配を求める。この勾配の計算手法は、ノイズに非常に敏感であるため、5.1.1 で説明したノイズ除去処理を適用した画像を使用する。

(2) 初期マーカの設定

ノイズ除去を行った画像を用いて、各相のマーカ画像を作成する。図 5-15(a)は、5.1.1 で説明したノイズ除去処理を適用した豊浦砂，LNAPL，KI 水溶液を含んだマイクロ CT 画像と、中央のラインの CT 値分布である。マーカ画像作成手順としては、CT 値のヒストグラムを参考に、それぞれの CT 値が撮影された CT 画像のどの相に当たるのかを理解し、CT 値の範囲を決定する。その決定した CT 値の範囲を元に画像の閾値を決定していく。ここで、相と相の境界部分、もしくは同じ材料であるにもかかわらず、CT 値が平均的な値を示さない CT 値は領域未決定とし、その CT 値を強制的に 0 に設定し、同じ相と判断した領域の CT 値には、領域を区別するためラベル処理を施す(図-5.15(b))。

(3) マーカ画像の決定

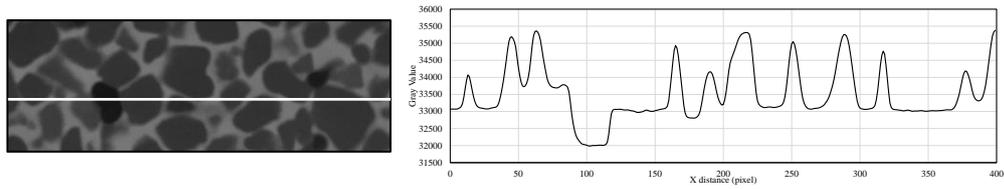
図-5.15(b)で示した初期マーカ画像に関するラベル値を元に画像を多値化した段階では、相境界の画素が含まれており、これらを除去する必要がある。そこで、CT 値の勾配に対し、勾配の大きさを閾値を決定する。図-5.15(c)は図-5.15(a)に対し、勾配計算によって得られた CT 値の勾配画像およびラベル値の勾配分布である。その後、図-5.15(d)のように相境界では、画素値を 0 に設定し、それ以外の場所は 1 に設定した画像を作成



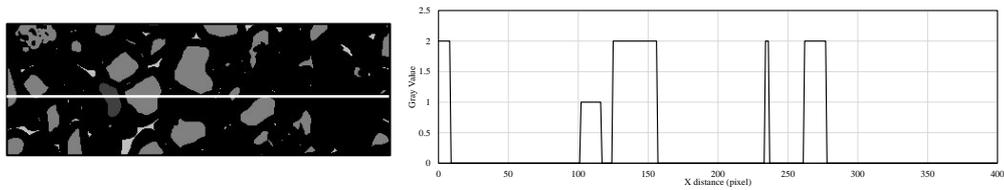
(a) 勾配の計算マスク

(b) 勾配計算の流れ

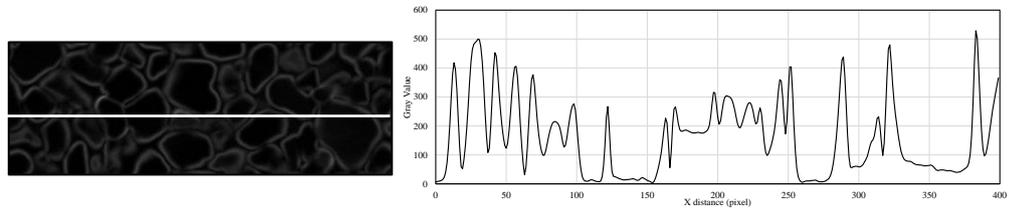
図-5.14 勾配抽出の概念図



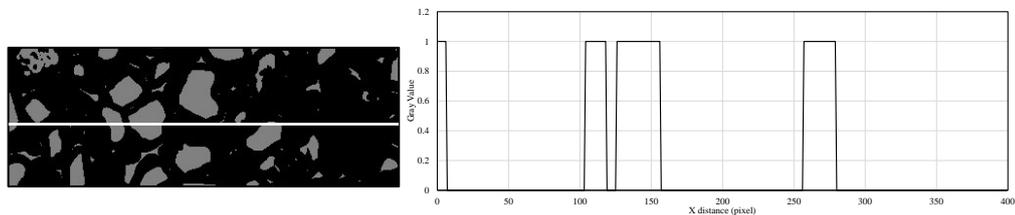
(a) 平滑化後の CT 画像(左)と白線上における CT 値分布図(右)



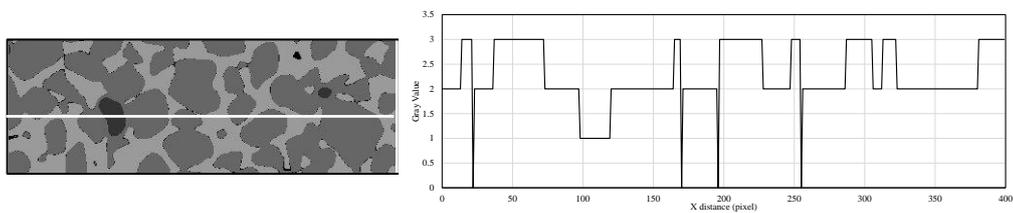
(b) 初期マーカー画像(左)と白線上における CT 値分布図(右)



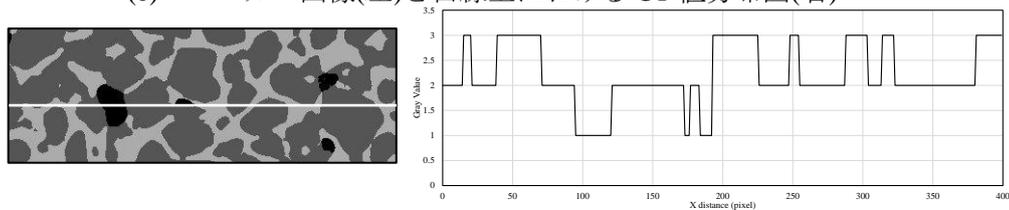
(c) CT 値の勾配画像(左)と白線上における CT 値分布図(右)



(d) 勾配の二値化画像(左)と白線上における CT 値分布図(右)



(e) マーカー画像(左)と白線上における CT 値分布図(右)



(f) MCW 画像(左)と白線上における CT 値分布図(右)

図-5.15 MCW 解析による作成画像と CT 値分布図のまとめ

する。最終的に図-5.15(d)で示した画像と図-5.15(b)で示した初期マーカー画像を積算することで、相境界のミクセル領域を除去したマーカー画像を作成する(図-5.15(e))。

#### (4) Watershed 変換

図-5.15(e)で定義したミクセル領域、すなわち画素値が 0 を示している領域に対し、図-5.15(c)で得られている同じ領域に相当する CT 値勾配を抽出し、図-5.15(e)で得られた多値化画像のミクセル領域の画素値分布を与える。これにより、強制的に 0 を与えた領域が画素値分布を持つこととなる。作成したマーカー画像を入力画像の局所最小値に設定することで Watershed 法を適用する。Watershed 変換後は、その結果として図-5.15(f)のような多値化画像と画素値が得られる。Watershed 変換後の多値化画像における結果の妥当性評価については、第 7 章にて後述する。

### 5.3 画像解析

#### 5.3.1 代表領域の決定

ミクロな視点で多孔質媒体での流れを議論する際には、スケールによる現象の評価手法について検討する必要がある<sup>16)</sup>。特に間隙内部の流動現象を検討する際には、流体を連続体として考察可能であるミクロスケール、マクロスケールでの議論が行われる。多孔質体の内部構造は形状が複雑であるため、一般的にはミクロスケールのパラメータを解析や測定によって測定するのは困難である。しかし、ミクロスケールでの特性を代表的な要素の体積を統計的に分析することで平均化し、マクロスケールでの特性を求めることが可能である。この代表体積要素を **Representative Elementary Volume**(以下: REV)と呼び、微視的領域の特性をマクロスケールに適用するための重要な指標となる。この節では、The University of Joseph Fourier (現 Grenoble University)と共同開発を行った REV 解析手法について概説する。

#### 5.3.2 REV についての既往研究

図-5.16 には、理想化された多孔質媒体の間隙率を示している。この図の領域 I のような小さな領域では間隙スケールでの不均一性による間隙率のランダムな変動が観察される。このようなミクロなスケールにおける間隙率の測定には、測定スケールの誤差を

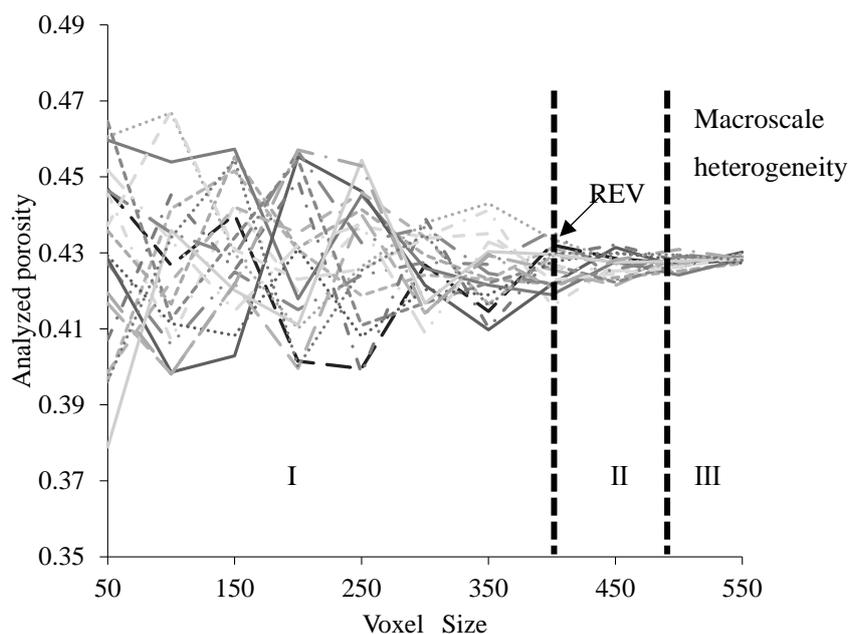


図-5.16 REV の概念図  
(豊浦砂における REV 実施時の間隙率とサンプルサイズのグラフ)

考慮する必要がある。均質な間隙構造では、領域Ⅱにおける左側の境界部分である最小の REV をマクロスケールでも適用可能な領域であると定義できる<sup>17)</sup>。不均一な間隙構造であれば、REV は領域Ⅰの不規則な変動と領域Ⅲの巨視的な不均一性の中で理論的に達成できるが、現実的な不均質な材料における領域Ⅱを信頼することは難しいといわれている<sup>18)</sup>。

REV の大きさはほとんど多孔質材料の平均粒径に関連しているといわれる。しかしながら、REV は多孔質材料の特性や材料特性(例えば、間隙率、保水性などの飽和度、透水性)のどちらでも定義ができる。Vandenbygaart and Protz<sup>19)</sup>は土粒子の間隙構造内部における空隙について2次元画像を用いた REA(Representative Elemental Area)を求めている。Zhang et al.<sup>20)</sup>は、多孔質媒体内の流体特性に起因する間隙率、透水係数、比表面積について正規化したスケールサイズの領域を用いて REV 解析を行い、統計的に評価を行っている。また、Costanza-Robinson et al.<sup>18)</sup>は、不飽和土における間隙率、飽和度、水-空気の比表面積を2種類の粒状材料を用いて評価を行っている。

以上のように、ミクロな多孔質媒体が持つ間隙率などのパラメータをマクロ的な視点により評価する際には REV 解析は必要不可欠な検討である。

### 5.3.2 REV 解析概要

本論文において REV 解析を行う際に検討するパラメータは間隙率と水-空気(または水-油)の比表面積である。間隙率は以下の式で表すことができる。

$$n = \frac{V_{pore}}{V_t} \quad (5.14)$$

ここで、 $V_{pore}$ は間隙の体積( $m^3$ )で  $V_t$ は全体積( $m^3$ )を示す。また、水-空気(または水-油)の比表面積  $S_a(S_o)$ (/m)は以下の式で表す。

$$S_a(or S_o) = \frac{S_{pa}(or S_{po})}{V_t} \quad (5.15)$$

ここで、 $S_{pa}$ (または  $S_{po}$ )は水-空気または水-油の表面積( $m^3$ )であり、比表面積は表面積を体積で除したものを示す。本論文で使用している REV 解析手法は、ランダムに異なるサブサンプルの領域に応じて実測値の物理特性の分散を推定することを提案している<sup>21)</sup>。本論文で用いた REV 導出のアルゴリズムを図-5.17 に示す。まず、対象となるサンプル全領域の持つ基本的な物理特性  $P$  を計算する。ここでの  $P$  とは多値化処理によって求められた間隙率を示す。また、比表面積は実測値との比較が困難であるため、多値化画像から求める。

アルゴリズムの主な手順は、下記のとおりである。

#### 1. サブサンプルの領域指定

サブサンプルの領域を指定する。本論文では、サブサンプルの領域を最大で一辺 550voxel の領域までを指定している。

#### 2. サブサンプルをランダムに配置し物理特性を計算

各サブサンプルは立方体として定義を行っているため、サンプル全領域に対して 3 方向にランダムに選択する。

#### 3. 平均と標準偏差を計算し、誤差が 5%未満になるまで最大 20 個のサブサンプル数を増やす

サブサンプルの持つ物理特性の平均と標準偏差は下記の式を用いて計算を行う。

$$\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i \quad (5.16)$$

$$\sigma(p) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_i - P)^2} \quad (5.17)$$

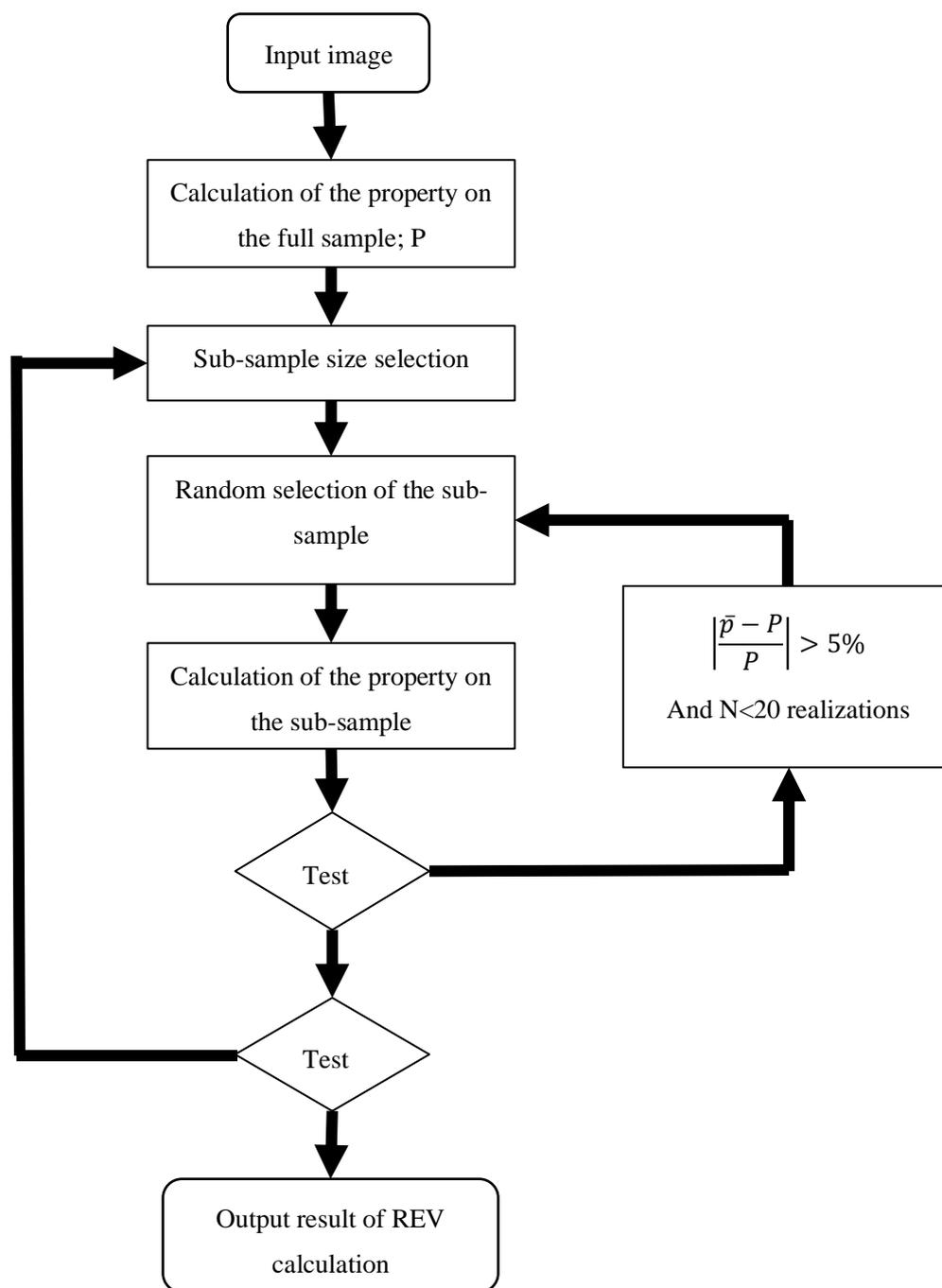


図-5.17 REV 解析のフローチャート

ここで、 $N$  はサブサンプル数を表す。算出した平均と基準値の差が 5%未満になるまで計算を繰り返す。これらの手順が各サブサンプル数で行われ、サブサンプルの大きさの違いによる標準偏差が求められる。この標準偏差から相対標準偏差(Relative Standard Deviation: RSD)を求めることで各サブドメインとサンプル全領域の物理特性の誤差が求められる。RSD は以下のように定義する。

$$\text{RSD} = \frac{\sigma(p)}{P} \times 100 (\%) \quad (5.18)$$

本論文では、5.2.2 で説明した MCW 法を用いて多値化した画像について REV を適用した。サンプル領域は  $600 \times 600 \times 600$  voxel の立方体としている。サブサンプルは 50 voxel ずつ大きさを変化させ、50~550 voxel の 12 種類のサブサンプルを用いて REV の決定を行った。

## 5.4 間隙内球体要素充填法

粒状材料中の間隙は、粒子のように独立して存在しているわけではなく、間隙全体が接続されている一つの大きな木の幹のようなものである。本論文では、間隙に存在している空気の存在や、油のトラップ現象を検討するために、マイクロ CT 画像から間隙の大きさを計測する画像解析手法を適用した。本節では間隙径計測の既往研究と共に、本研究室で開発された画像解析手法についての説明を行う。

### 5.4.1 間隙の計測における既往研究

間隙の定義については、1900 年代以降、現在に至るまで様々な検討がなされている。Carman<sup>22)</sup>は間隙水が直線的に流れるのではなく、不規則な粒子の形状を縫うように流れるといういわゆる毛管モデルを定義している。また、Mualem<sup>23)</sup>は間隙を管路と定義し、不飽和透水係数を求めている。これまで間隙のモデル化を行った既往研究は多いが、いまだ「間隙」というものを定義することは難しいと言える。

粒状材料が持つ間隙を実験的に計測する手法については、代表的な 2 つの手法が提案されている。Washburn<sup>24)</sup>が提案した水銀圧入法は、多孔質媒体中に水銀を圧入させることによって、圧入圧力から間隙径を求め、水銀の侵入量から間隙体積量として間隙径分布を取得する手法である。また、神谷ら<sup>25)</sup>は、飽和土試料に空気を圧入することにより、圧入圧力と空気透過量の関係により間隙径分布を取得する手法を提案している。前者の水銀圧入法は粘土のような細粒土を、後者は砂のような粒径の大きな試料にも適用可能である。一方で、実験的計測では、多孔質媒体の全体的な間隙の分布を取得できるが、多孔質媒体内に存在する空気や油がどの領域に集中的に分布しているかは検討することができない。

近年では、顕微鏡画像や CT 画像を用いて間隙径を取得する方法が確立されようとし

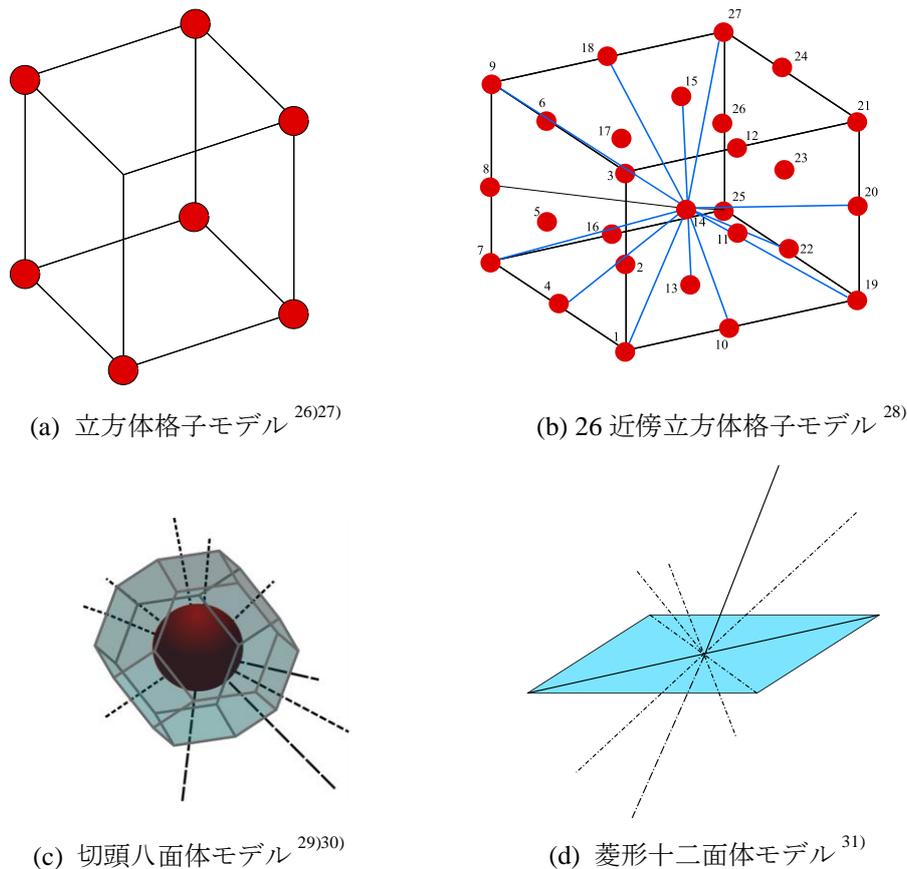


図-5.18 さまざまな pore network モデルの概念図

ている．画像解析による間隙径の計測では，間隙の径を「pore」と「throat」に分けている格子モデルを用いることが多い．この pore network モデルという概念は，Fatt<sup>26)</sup>が多孔質媒体中の流れとランダム抵抗ネットワークとの類似性を利用して 2 次元の間隙ネットワークモデルを構築している．3 次元でのネットワークモデルの構築は，間隙の”立方体格子モデル”<sup>27)28)</sup>(図-5.18(a))を始めとして，“26 近傍を考慮した立方体格子モデル”<sup>29)</sup>(図-5.18(b))，“切頭八面体モデル”<sup>30)31)</sup>(図-5.18(c))，“菱形十二面体モデル”<sup>32)</sup>(図-5.18(d))などが提案されている．このようなモデルは，間隙構造を理解することには有効であるが，格子モデルにおける pore のサイズや throat のサイズの定義は主観的な部分が多い．

#### 5.4.2 3D Granulometric method の概要<sup>33)</sup>

本論文では，本研究室で開発された Granulometric method (以下 3DG 法)を用いて 3 次元の間隙径分布を抽出する．画像から構造を抽出する処理は，画像間の集合演算を扱う

マセマティカルモルフォロジー(Mathematical morphology)の演算が有効である。このモルフォロジー解析は、画像中の図形の持つ構造(ここでは間隙径とその空間分布を示す)を抽出するために図形を操作する演算の体系であり、本研究ではモルフォロジー解析のうち、Morphology opening<sup>13)</sup>を用いた演算を行っている。

構造要素  $B$  による画像  $f$  のオープニング処理  $\gamma_B$  は  $\gamma_B(f)$  で表され、膨張処理(Dilation)された構造要素  $\tilde{B}$  に続く  $B$  による  $f$  の浸食処理(Erosion)と定義される。

$$\gamma_B(f) = \delta_{\tilde{B}}[\varepsilon_B(f)] \quad (5.19)$$

ここでいう構造要素とは、行列にある要素を指定してモルフォロジカル処理を行うための行列にある指定要素のことを示している。二値化画像の場合、構造要素は 0 と 1 を含んでいるため

$$H(i,j) \in \{0,1\} \quad (5.20)$$

と表すことができる<sup>5)</sup>。図-5.19にある hot spot は  $H$  の座標系の原点を示している。この hot spot は必ずしも構造要素の中央に位置していなくても指定できる。

式(5.19)より Opening 処理は、画像領域に対して Erosion と Dilation を行う処理と言い換えることが可能である。したがって、Opening における集合は、その集合に適合するすべての構造要素の和集合で表すことができる。

$$\gamma_B(X) = \bigcup_X \{B_x | B_x \subseteq X\} \quad (5.21)$$

よって、Morphological Opening 処理は、構造要素のフィッティングであると言い換えることが可能である(図-5.20)。この処理の概念を取り入れ、マイクロ CT 画像から間隙径を特定する。解析を行う上で、式(5.21)の解釈を行うと、 $X$  は画像の集合すなわちマイクロ CT 画像の二値化画像全体を示し(図-5.21(a))、 $B$  は間隙を特定するための構造要素

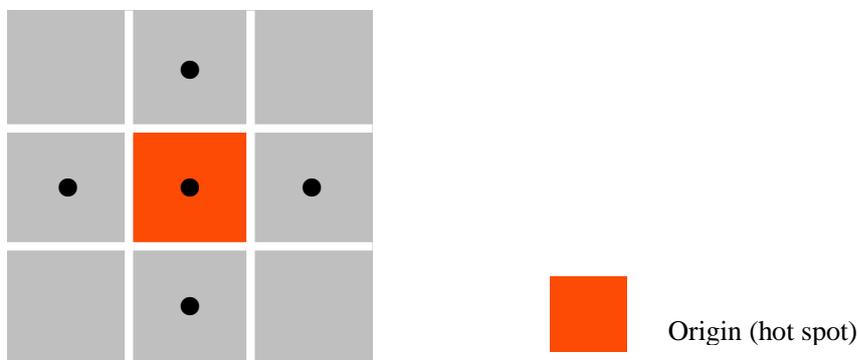


図-5.19 二値化画像における hot spot の例。1 の値を持つ要素を●0 の要素は空白で表している<sup>3)</sup>。

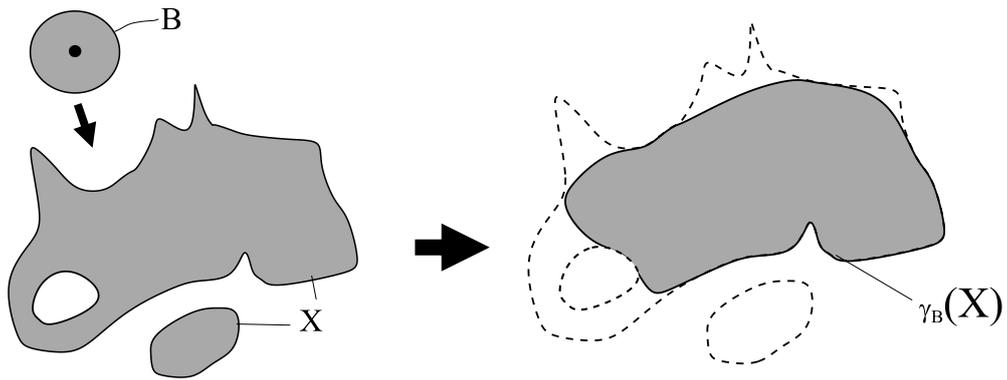
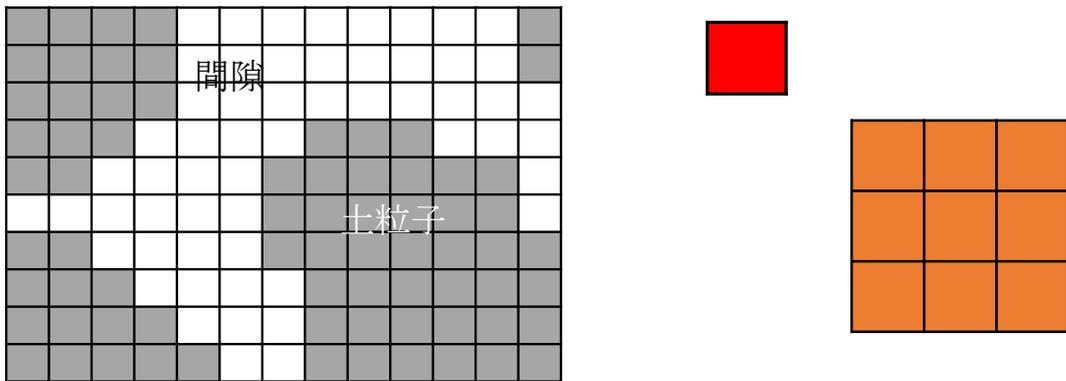
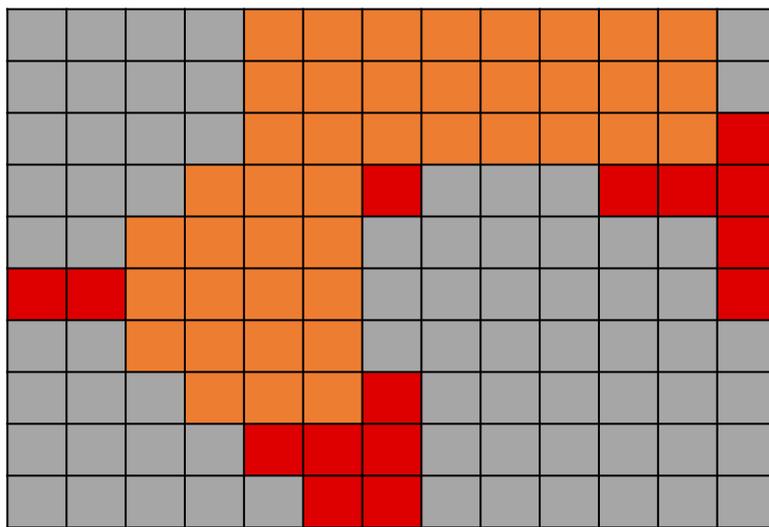


図-5.20 Xにおける領域を構造要素Bによって morphological opening 処理を行った場合の簡略図. 構造要素Bが入る領域を  $g_B(X)$  と表す.



(a) A binary image X

(b) A structuring element B



(c) Opening of X by B

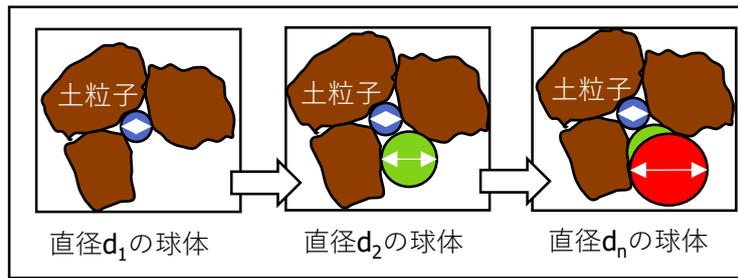
図-5.21 二次元画像における MCW の概念図.(a)のような間隙構造を持つ場合, 構造要素Bのサイズを変化させることにより間隙径を計算する.

であるとする(図-5.21(b)). この球体要素のサイズを適宜変化させることにより, 複雑な構造を持つ間隙構造のサイズをとらえることが可能となる(図-5.21(c)). 特に, 構造要素 B に対しては, hot spot を起点として, 直径  $d$  の 3 次元の球体要素を設定することで, その仮想球体の構造要素 B を間隙に設定することによって, 構造要素 B で間隙径を測定する手法である. 図-5.22 には, Morphological Opening 処理の概念を取り入れた 3DG の概念図を示している. 図-5.22(a)に示すように, 二値化画像に対して, 直径  $d$  と定義した球体の構造要素 B をすべての画像領域に移動させ, 構造要素 B を含むことのできる領域をソートする. 直径  $d$  の球体構造要素がはみ出さずに侵入できない間隙は直径  $d$  よりも小さい間隙を持つと仮定し, 全間隙に対してこの処理を施す. 図-5.22(b)(c)はそれぞれ 2 次元の CT 画像と 3 次元 CT 画像に対して, 3DG 法を適用させた結果である.

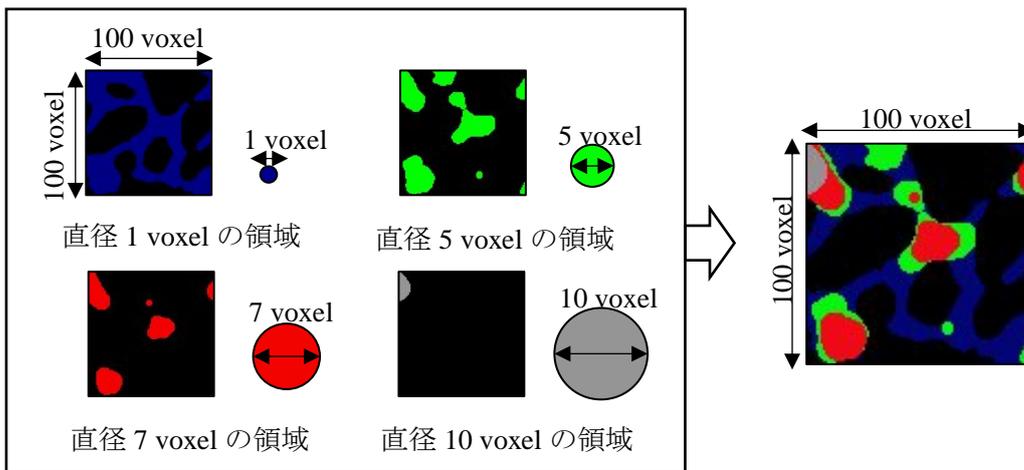
## 5.5 5章のまとめ

本章では, CT 画像に生じるアーチファクトやごま塩ノイズなどのノイズを低減するための画像処理の理論について, 特に本論文で用いた Gaussian Filter, Median Filter, Non-Local Mean Filter についてその理論を概説した. さらに, CT 画像上において LNAPL や水, 土粒子を分割するために, 本研究室で開発された多値化処理手法である MCW 法について Watershed 法の概念を詳説することで MCW 法の基本的な処理手法を説明した.

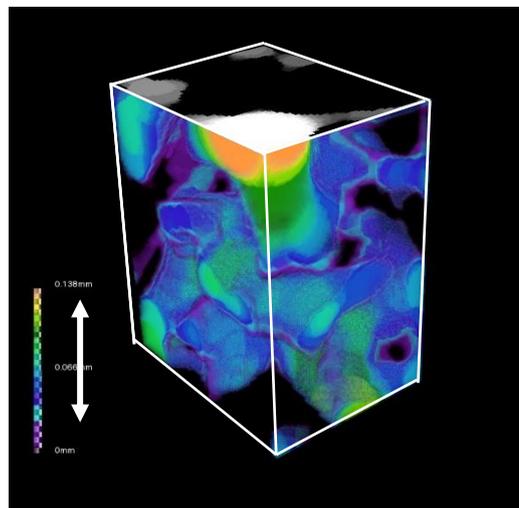
CT 画像解析によって粒状材料中の流体運動を検討する際にはミクروسケールのパラメータとマクروسケールのパラメータの相互関係を検討することが重要となる. そこで本章では, ミクروسケールでの特性を代表的な要素の体積を統計的に分析することで平均化し, マクروسケールパラメータの特性を求めるための REV 解析手法について詳述した. さらに, 粒状材料中のミクロな流体現象を検討する際には, 対象材料が持つ間隙が重要となる. そこで, 本章では, CT 画像から間隙径分布を計測するために用いた 3DGM 手法について, その理論について詳説した.



(a) 3DG 法の概念図



(b) 2次元における 3DG 法適用例



(c) 3次元における 3DG 法適用例

図-5.22 開発された 3DG 法の概要

## 【引用・参考文献】

- 1) Abramoff, M. D., Magelhaes, P. J., Ram, S. J.: Image processing with ImageJ, *Biophotonics International*, 11, pp.36-42, 2004.
- 2) Thermo Fister Scientific: Avizo Software 9 User's Guide, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB), 2018.
- 3) Bergholm, F.: Edge focusing, *IEEE Trans. Patt, Anal, Mach, Intellig.*, vol. PAMI-9, pp726-741, 1987.
- 4) Marr, D., Hildreth, E.: Theory of edge detection, *Proc. of the Royal Society London B*, vol.207, pp187-217, 1980.
- 5) Wilhelm, B., Mark, J. B.: Digital Image Processing An algorithmic introduction using Java First edition, Springer, pp97-98, pp106-108, pp175-176, 2008.
- 6) Deng, G., Cahill, L. W. An adaptive Gaussian filter for noise reduction and edge detection, *Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference*, pp1615–1619, San Francisco, 1993.
- 7) Schlüter, S., Sheppard, A., Brown, K., Wildenschild, D.: Image processing of multiphase images obtained via X-ray microtomography: A review. *Water Resources Research*, pp1–25, 2014.
- 8) Buades, A., Coll, B., Jean-Michel Morel.: A non-local algorithm for image denoising. *Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol.2, pp60–65, San Diego, 2009.
- 9) 木戸隆之祐, 肥後陽介, 高村福志.: 三軸圧縮下の不飽和砂の進行的なせん断帯発達過程における間隙水の微視的特性, *土木学会論文集 C(地圏工学)*, Vol.73, (2) pp233-247, 2017.
- 10) Edward, W. W., Callie H., Clarence, J. W.: International Critical Tables of Numerical Data, Physics, Chemistry and Technology, Vol.5, *National Research Council by McGraw-Hill Inc.*, p17, 1927.
- 11) 田村秀行, コンピュータ画像処理入門, 総合出版, pp75-85, 2002.
- 12) Otsu, N.: A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol.9(1), pp62-66, 1979.
- 13) Soille, P: Morphological Image Analysis: Principles and Applications, *Springer-Vellag Berlin Heidelberg*, pp105-108, 267-273, 277, 2002.
- 14) 宮原ひとみ : X線CTデータを用いた間隙構造解析によるLNAPLの残留機構の解明に関する研究, 熊本大学工学部社会環境工学科平成24年度卒業論文 pp1-15, 2012.
- 15) Luis, I., Will, S., Lydia N., Josh C. and the Insight Software Consortium: The ITK Software Guide Second Edition Updated for ITK version 2.4, pp152-153, 2005.

- 16) 椋木俊文, 三上和昭, 佐藤宇紘 : X 線 CT データによる間隙構造の定量化と地盤内多相流汚染問題への適応性, 第 9 回環境地盤工学シンポジウム, pp47-52, 2011.
- 17) Bear, J. Dynamics of Fluids in Porous Media, *Dover*, New York, 2002.
- 18) Costanza-robinson, M. S., Estabrook, B. D., Fouhey, D. F.: Representative elementary volume estimation for porosity, moisture saturation, and air-water interfacial areas in unsaturated porous media: Data quality implications, 47, pp1–12, 2011.
- 19) Vandenbygaart, A. J., Protz, R.: The representative elementary area (REA) in studies of quantitative soil micromorphology. *Geoderma*, 89(3–4), pp333–346, 1999.
- 20) Zhang, D., Zhang, R., Chen, S., Soll, W.E.: Pore scale study of flow in porous media: Scale dependency, REV, and statistical REV. *Geophysical Research Letters*, 27(8), pp 1195–1198, 2000.
- 21) Fujiki, Y., Nagai, C., Oxarango, L., Mukunoki, T.: Representative Elementary Volume determination using X-ray Computed Tomography. *Proc. of 13<sup>th</sup> Global Joint Seminar on Geo-Environmental Engineer*, pp64-70, 2014.
- 22) Carman, P.C: Fluid flow through granular beds, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol.15, pp150-166, 1937.
- 23) Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resource Res.*, Vol.12, 513-522, 1976.
- 24) Washburn, E. W.: Note on a method of determining the distribution of pore size in a porous material, *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America*, Vol.7, pp115-116, 1921.
- 25) 神谷浩二, 宇野尚雄, 松島健之 : 「空気圧入法」による砂質土の間隙径分布, 土木学会論文集, No.541/III-35, pp198-198, 1996.
- 26) Fatt, I.: The network model of porous media. *Trans. AIME* 207, pp144-159, 1956.
- 27) Ioannidis, M.A., Chatzis, I.: Network modelling of pore structure and transport properties of porous media. *Chem. Eng. Sci.* 48 (5), pp951–972, 1993.
- 28) Reeves, P.C., Celia, M.A.: A functional relationship between capillary pressure, saturation, and interfacial area as revealed by a pore-scale network model. *Water Resour. Res.* 32 (8), 2345–2358, 1996.
- 29) Raoof, A., Hassanizadeh, S. M.: A new method for generating pore network models of porous media. *Transp. Porous Media*, 81(3), pp391-407, 2010.
- 30) Jiang, Z., Dijke, M., Sorbie, K., Couples, G.: Representation of multiscale heterogeneity via multiscale pore networks. *Water Resour. Res.* 49 (9), 5437–5449, 2013.
- 31) Xiong, Q., Jivkov, A.P., Yates, J.R.: Discrete modelling of contaminant diffusion in porous media with sorption. *Microporous Mesoporous Mater.* 185, pp51–60, 2014.
- 32) Vogel, H.-J., Roth, K.: Quantitative morphology and network representation of soil pore structure. *Adv. Water Resour.* 24 (3), pp233–242, 2001.

- 33) Mukunoki, T., Miyata, Y., Mikami, K., Shiota, E.: X-ray CT analysis of pore structure in sand. *Solid Earth*, 7(3), pp.929-942, 2016.

## 第6章 格子ボルツマン法(LBM)概略

### 6.1 Lattice Boltzmann Modeling とは

格子ボルツマン法(Lattice Boltzmann Modeling (以下 LBM))は様々な流動領域での流体のモデル化に使用される。LBM は Lattice Gas(LG)理論から派生したもので、微視的な視点から流体力学を扱っているモデルとなる。ただし、ボルツマン方程式と同様に、LBM は個々の粒子の動きを追跡するのではなく、粒子の集団の変化を表している。したがって LBM は従来の粒子法の柔軟性と有限差分法の数値的特性を兼ね備えているモデルとなっている。LBM の利点として、図-6.1 のように粒子の並進とそれに続く衝突で構成される LBM の物理的解釈により、並列化処理が容易である点や、粒子の解釈により非常に単純な境界条件を設定できるため、複雑な構造でも計算が可能である点が挙げられる。そのため、LBM は多孔質媒体中の流れを再現することに優れた数値解析手法であることが言える。

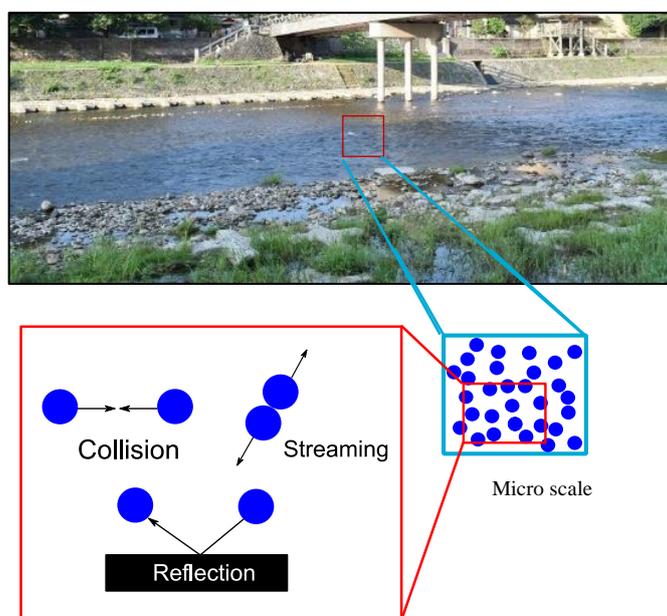


図-6.1 LBM 概要図

## 6.2 LBM の概要

### 6.2.1 LBM の基礎方程式

McNamara and Zanetti<sup>1)</sup>により提案された Lattice Boltzmann equation(LBE)の数値解は、個々の粒子の動きを無視した滑らかな巨視的挙動を表現している。LBA の統計的な誤差を軽減するために、Bool 係数  $n_i$  を実数分布関数の  $f_i$  に直接置き換え、 $f_i$  の衝突則を  $n_i$  の衝突則と同様に計算する。この方法は提案者らの名前の頭文字を取り MZ モデルと呼ばれ、式展開は下記の式(6.1)で表される。

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = \Omega_i(f(\mathbf{x}, t)) \quad (6.1)$$

ここで、右辺は衝突演算子であり、 $\Omega_i(f) = \langle C_i(n) \rangle \approx C_i(\langle n \rangle) = C_i(f)$  で表される。

一方で、MZ モデルは統計的な誤差を取り除くことはできるが、衝突演算子はかなり複雑である。これを受け、MZ モデルは Higuera and Jimenez<sup>2)</sup>によって提案されたモデルである HJ モデルを用いて改良されている。HJ モデルは  $f_i$  が平衡に近いと仮定することにより、MZ モデルの衝突演算子を線形近似できることを示した。

$$f_i = f_i^{(eq)} + f_i^{(neq)} \quad (6.2)$$

ここで、 $f_i^{(eq)}$  は Fermi-Dirac 分布係数の拡張であり、格子気体法の 1 つである FHP モデルのための  $f_i^{(eq)}$  の式展開(付録 C.3 参照)に類似した式となり、 $f_i^{(neq)}$  は平衡状態の粒子分布からの非平衡量(Non-equilibrium distribution)に相当する。 $f_i^{(eq)}$  周りに拡張した  $\Omega_i$  は線形化した衝突演算子を導くことができる。

$$\Omega_i(f) = K_{ij}(f_j - f_j^{(eq)}) \quad (6.3)$$

$K_{ij} = \partial \Omega_i / \partial f_j$  は衝突マトリクスである。ここでは、 $\Omega_i(f_i) = 0$  とする。線形化した衝突演算子の利用は、HJ モデルを単純にしたが、 $K_{ij}$  と  $f_i^{(eq)}$  は Lattice Gas Automation モデル(以下 LGA)に沿った衝突演算子(付録 C 参照)に依存することとなった。

LGA モデルから独立した衝突マトリクスを用いた LBE モデルは Higuera et al.<sup>3)</sup>によって HSB モデルとして式(6.4)が提案されている。

$$f_i^{(eq)} = d_0 \left[ \frac{\rho}{b d_0} + D \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_i^2} + G(d_0) \mathbf{Q}_i : \mathbf{u}\mathbf{u} \right] \quad (6.4)$$

平行分布関数は LGA で用いた平衡分布関数(付録 C 参照)と同じとなる。ここで、 $D$  は空間次元、 $b$  は離散速度の数、 $b d_0 = \rho_0$  は平均密度を表す。また係数  $G$  とテンソル  $\mathbf{Q}_i$  は以

下の式(6.5)で与えられる.

$$G(d_0) = \frac{D^2(1-2d_0)}{2c_i^4(1-d_0)}, \quad Q_i = c_i c_i - \frac{c^2}{D} I \quad (6.5)$$

このように HSB モデルの衝突マトリクス  $K_{ij}$  は LGA モデルから独立して構築できるため, 要素が適切に設定されていれば流体の運動方程式を導くことが可能となる.

1991 年以降, 衝突マトリクスが  $\tau$  を無次元パラメータとして  $K = \tau^{-1} I$  として簡略化された式が数多く提案された<sup>4)5)6)</sup>. よって衝突演算子は, 以下の式(6.6)のように表される.

$$\Omega_i(f) = -\frac{1}{\tau} [f_i - f_i^{(eq)}] \quad (6.6)$$

一般的に, このような衝突演算子を格子 BGK(LBGK)<sup>7)</sup> または単一緩和時間(Single-relaxation-time(SRT))モデルと呼ぶ. LBGK モデルの詳細は後述する. LBGK モデルはこれまでの LBE モデルとは異なり, LBGK モデルの平衡分布関数は LGA モデルとは完全に独立しており, 流体の運動方程式を自由度をもって構築することができるモデルとなっている. したがって, 平行分布関数の選択は LBGK モデルの重要な問題である. 等温流の場合, BGK 衝突演算子は, 質量と運動量を保存することにより, 以下の式を得ることができる.

$$\rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{(eq)}, \quad \rho u = \sum_i c_i f_i = \sum_i c_i f_i^{(eq)} \quad (6.7)$$

BGK 衝突演算の利用によって LBE の計算効率を高め, 他のモデルよりもより簡易的な衝突を模擬することが可能となった.

## 6.2.2 LBGK モデルの衝突項<sup>8)</sup>

LBE は連続のボルツマン法から導出することが可能である. ここでは, 一般性を失うことのない LBGK モデルを例に概説する. まず初めに, BGK 近似におけるボルツマン法は以下の式(6.8)によって表される.

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) = -\frac{1}{\tau} [f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t) - f^{eq}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, t)] \quad (6.8)$$

ここで,  $f^{(eq)}$  は Maxwell 分布関数である. 開始ステップは保存則に影響を与えることなく, 速度空間  $\boldsymbol{\xi}$  を有限の速度集合  $\{c_i\}$  に離散化することである. これにより,  $f^{(eq)}$  は流体速

度のテイラー展開に初めて展開することが可能となる。

$$f^{(eq)} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{D/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2RT}\right) \left[1 + \frac{\xi \cdot \mathbf{u}}{RT} + \frac{(\xi \cdot \mathbf{u})^2}{2RT} - \frac{u^2}{2RT}\right] \quad (6.9)$$

ただし、この展開は低 Mach 数 ( $|\mathbf{u}|/\sqrt{RT} \ll 1$ ) の流れにのみ利用可能である。ここでマッハ数とは音速を流速で割った値のことを示す。低マッハ数の極限内で Navier-Stokes 方程式を求めるために、次に示す局所平衡分布関数の求積が正確に保存されるように離散速度集合を選択する必要がある。

$$\int \xi^k f^{(eq)} d\xi = \sum_i w_i \mathbf{c}_i^k f^{(eq)}(\mathbf{c}_i), \quad 0 \leq k \leq 3 \quad (6.10)$$

ここで、 $w_i$  と  $\mathbf{c}_i$  は数学的な重みとの積分点を示す。式(6.10)で与えられる局所平衡分布関数の定式化に基づき、少なくとも 5 次の Gaussian 求積を選択する。求積法を決定すると、離散分布関数(Discrete distribution function)  $f_i(\mathbf{x}, t) = w_i f(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i, t)$  を定義することができ、以下の式(6.11)を満たすことができる。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \nabla f_i = -\frac{1}{\tau_c} [f_i - f_i^{(eq)}] \quad (6.11)$$

ここで、 $f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, t) = w_i f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, \mathbf{c}_i, t)$  を示す。 $\tau_c$  は離散分布関数における緩和時間を示す。流体密度  $\rho$  と速度  $u$  は離散分布関数より以下の式で表される。

$$\rho = \sum_i f_i, \quad \rho u = \sum_i \mathbf{c}_i f_i \quad (6.12)$$

式(6.11)を  $t$  から  $t + \delta_t$  で積分し、この区間中に衝突項が一定であると仮定すると、LBGK モデルの衝突項は、下記の式(6.13)で表される。

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, t)] \quad (6.13)$$

ここで、 $\tau = \tau_c / \delta_t$  は無次元の緩和時間(Relaxation time)である。

### 6.2.3 粒子の分布

LBM において、空間は規則的な格子によって一様に離散化される。様々な格子の離散化モデルが提案されているが、Qian et al.<sup>6)</sup>によって提案された  $D_n Q_b$  モデルがもっと

も代表的なモデルである。D<sub>n</sub>Q<sub>b</sub>において、局所平行分布関数は以下の式(6.14)によって表される。

$$f_i^{(eq)} = w_i \rho \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (6.14)$$

ここで、 $w_i$ は速度  $c_i$ に関する重みであり、音速  $c_s$ はモデルに依存する。表-6.1には一般的に用いられる D<sub>n</sub>Q<sub>b</sub> モデルのうち、一般的に 2 次元領域の解析で用いられる格子 D2Q9 と本研究で使用した 3 次元領域解析の格子モデルである D3Q19 のパラメータを示した。ただし、ここでは格子速度  $c$ を 1 と仮定している。

D<sub>n</sub>Q<sub>b</sub>モデルの格子速度は異なる指標を持つ特定の格子テンソルによって決定する。 $n$  階の格子テンソルは以下のように定義される。

$$L_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n} = \sum_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} \dots c_{i\alpha_n} \quad (6.15)$$

$n$ 階のテンソルは、任意の直交変換に関して不変である場合、等方であると定義される。

格子テンソルは重みを含むことで一般化することができる。 $n$  番目の階数において、格子テンソルを一般化すると、

$$T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n} = \sum_i w_i c_{i\alpha_1} c_{i\alpha_2} \dots c_{i\alpha_n} \quad (6.16)$$

ここで、 $w_i$ は局所平行分布関数の重みを示している。LBM においては、奇数階の格子テンソルは一般的に 0 を取る。よって、局所平行分布関数の速度モーメントは以下の式(6.17)によって表される。

$$\begin{aligned} \sum_i f_i^{(eq)} &= \rho, & \sum_i \mathbf{c}_i f_i^{(eq)} &= \rho \mathbf{u}, & \sum_i \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i f_i^{(eq)} &= \rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I} \\ \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} c_{i\gamma} f_i^{(eq)} &= c_s^2 \rho [\mathbf{u} \boldsymbol{\delta}]_{\alpha\beta\gamma} \equiv c_s^2 \rho (u_\alpha \delta_{\beta\gamma} + u_\beta \delta_{\alpha\gamma} + u_\gamma \delta_{\alpha\beta}) \end{aligned} \quad (6.17)$$

$\mathbf{I}$ は 2 次の単位テンソルを示す。

表-6.1 D<sub>n</sub>Q<sub>b</sub>モデルにおける各パラメータの値

Model	Lattice vector $\mathbf{c}_i$	Weight $w_i$	$c_s^2$
D2Q9	(0, 0),	4/9,	1/3
	(±1, 0), (0, ±1),	1/9,	
	(±1, ±1)	1/72	
D3Q19	(0,0,0),	1/3,	1/3
	(±1, 0, 0), (0, ±1, 0), (0, 0, ±1),	1/18,	
	(±1, ±1, 0), (±1, 0, ±1), (0, ±1, ±1)	1/36	

## 6.2.4 Multiple relaxation times (MRT)モデル

運動方程式である BGK モデルのように, LBGK モデルは衝突の影響を模擬するために単一緩和時間として緩和プロセスを利用して, 衝突効果を特徴づけることで, すべての粒子が同じ速度で平衡に緩和する. しかしながら, 力学的には, これらの割合は衝突プロセス間では異なっているべきである. この制限を解決するために, 異なる固有値または緩和時間を持つ衝突マトリクスを用いる. この問題の解決方法として, d'Humères<sup>9)</sup> や Lallemand and Luo<sup>10)</sup>によって提案されている.

LBE の MRT 衝突項は下記の式(6.18)または式(6.19)によってあらわされる.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = - \sum_j \Lambda_{ij} [f_i - f_i^{(eq)}], \quad i = 0 \sim b - 1 \quad (6.18)$$

または,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\Lambda(\mathbf{f} - \mathbf{f}^{eq}) \quad (6.19)$$

ここで,  $b$  は離散型速度の数を示しており,  $\Lambda$  は衝突マトリクスを示す. 式(6.18)または(6.19)は速度空間 $\mathbf{V}$ の母集団の発展過程 $\mathbf{f} = (f_0, f_1, \dots, f_{b-1})^T$ を表している. 言い換えると, 発展過程はモーメント空間 $\mathbf{M}$ でも表現することができる. 初めに,  $\mathbf{f}$ を $b$ で定義すると,

$$\mathbf{m} = \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\phi}_k, \quad k = 0 \sim b - 1 \quad (6.20)$$

ここで,  $\boldsymbol{\phi}_k$ は $b$ 要素のベクトルで, 各要素は離散型速度の多項式を示している. これらの $b$ のベクトルは独立しているため, 速度空間の元となる. モーメントと分布関数の間の関係は簡略化して示すと,

$$\mathbf{m} = \mathbf{M}\mathbf{f} = (m_0, m_1, \dots, m_{b-1})^T \quad (6.21)$$

ここで, 可逆変換マトリクス $\mathbf{M}$ はベクトル $\boldsymbol{\phi}_k$ で構成されている. 式(6.18)より, モーメントの発展方程式は以下の式(6.22)で示される.

$$\mathbf{m}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) - \mathbf{m}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{S}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{(eq)}) \quad (6.22)$$

ここで,  $\mathbf{S} = \mathbf{M}\mathbf{A}\mathbf{M}^{-1}$ は対角マトリクス,  $\mathbf{m}^{(eq)} = \mathbf{M}\mathbf{f}^{(eq)}$ はモーメント空間の離散化である.

MRT-LBE は通常速度空間とモーメント空間の発展方程式を合わせたものである. つまり, 衝突ステップは LBGK 法のように速度空間内部で並進ステップが進行している間にモーメント空間で実行される. したがって, MRT-LBE の発展方程式は下記の式で表される.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta t, t + \delta t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(\mathbf{f} - \mathbf{f}^{eq}) \quad (6.23)$$

MRT-LBE モデルにおいて緩和率  $s_i$  または緩和時間  $\tau_i = 1/s_i$  はある程度自由に変更可能である。一方で、速度空間とモーメント空間の間の変換の関係で、計算コストが 20%程度増加することが分かっている<sup>11)</sup>。

変換マトリクス  $\mathbf{M}$  または基底ベクトル  $\phi_k$  は Gram-Schmidt の直交化法による多項式  $c_{ix}^m c_{iy}^n c_{iz}^l (m, n, l \geq 0)$  で構成される<sup>12)</sup>。一般的に、基底は質量とモーメントに相当するベクトルが含まれているので、

$$\phi_0 = \mathbf{1}_b \equiv \underbrace{(1, 1, \dots, 1)}_b^T \quad (6.24)$$

$$\phi_\alpha = (c_{1\alpha}, c_{1\beta}, \dots, c_{b\alpha})^T, \quad \alpha = 1, 2, \dots, D$$

MRT-LBE モデルの他の特徴として、モーメント空間が平衡であるということが言える。また、上述した  $\mathbf{m}^{(eq)}$  はある程度自由に構成することが可能である。最も利用しやすい方法として、変換マトリクス  $\mathbf{M}$  が決定された  $\mathbf{D}_n \mathbf{Q}_b$  モデルの局所平衡分布関数  $f^{(eq)}$  から計算することが挙げられる。ここでは、一般的に 2次元モデルである D2Q9 と 3次元モデルで、本研究の LBM 解析に用いられている D3Q19 モデルにおける MRT-LBE モデルを示すこととする。また、式を簡単にするために、 $c=1.0$  として計算し、基底ベクトルは  $c$  によって正規化した。

#### (1) D2Q9 モデル

格子は LBGK モデルと同じ 2次元の正方格子となる。モーメントに相当する式は、

$$\mathbf{m} = (\rho, e, \varepsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, p_{xx}, p_{xy})^T \quad (6.25)$$

また、モーメント空間内の平衡は

$$\mathbf{m}^{(eq)} = \rho(1, -2 + 3u^2, \alpha + \beta u^2, u_x, -u_x, u_y, -u_y, u_x^2 - u_y^2, u_x u_x)^T \quad (6.26)$$

ここで、 $\alpha, \beta$  は 2つの自由パラメータであり、 $\alpha = 1, \beta = -3$  を与えている。平衡は、D2Q9 LBGK モデルの平衡と一致している。変換マトリクスは下記の式(6.27)となる。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

緩和率はモーメントに相当するため,

$$\mathbf{S} = (0, s_e, s_\varepsilon, 0, s_q, 0, s_q, s_\nu, s_\nu) \quad (6.28)$$

動粘性係数と体積粘性係数は緩和率  $s_e$  と  $s_\nu$  に関係しているため,

$$\nu = c_s^2 \left( \frac{1}{s_\nu} - \frac{1}{2} \right) \delta_t, \quad \zeta = c_s^2 \left( \frac{1}{s_e} - \frac{1}{2} \right) \delta_t \quad (6.29)$$

ここで,  $c_s^2 = 1/3$  となる.

## (2) D3Q19 モデル

D3Q19MRT モデルによって設定された離散化速度は LBGK モデルと等しくなる. モーメントに相当する値として, 以下の値を設定する.

$$\mathbf{m} = (\rho, e, \varepsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, j_z, q_z, 3p_{xx}, 3\pi_{xx}, p_{ww}, \pi_{ww}, p_{xy}, p_{yz}, p_{zx}, t_x, t_y, t_z)^T \quad (6.30)$$

一方で, 平衡モーメントに相当する式として,

$$\begin{aligned} m^{(eq)} = & \rho(1, -11 + 19u^2, \alpha + \beta u^2, u_x, -\frac{2}{3}u_x, u_y, -\frac{2}{3}u_y, u_z, -\frac{2}{3}u_z, 3u_x^2 \\ & - u^2, \frac{\gamma p_{xx}^{(eq)}}{\rho}, u_y^2 - u_z^2, \frac{\gamma p_{ww}^{(eq)}}{\rho}, u_x u_y, u_y u_z, u_z u_x, 0, 0, 0)^T \end{aligned} \quad (6.31)$$

ここで,  $a, b, c$  は自由パラメータであるから,  $\alpha = 3, \beta = -11/2, \gamma = -1/2$  として計算する. 変換マトリクスは, 以下のとおりである.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -30 & -11 & -11 & -11 & -11 & -11 & -11 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 12 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & -2 & -2 & 2 \\ 0 & -4 & -4 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

このモデルの緩和率は,

$$\mathbf{S} = (0, s_e, s_\varepsilon, 0, s_q, 0, s_q, 0, s_q, s_\nu, s_\pi, s_\nu, s_\pi, s_\nu, s_\nu, s_\nu, s_t, s_t, s_t) \quad (6.33)$$

となる。一方で、ひずみと体積粘性係数は以下のとおりである。

$$v = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{s_v} - \frac{1}{2} \right) \delta_t, \quad \zeta = \frac{2}{9} \left( \frac{1}{s_e} - \frac{1}{2} \right) \delta_t \quad (6.34)$$

### 6.3 LBE から Navier-Stokes 式の導出<sup>13)</sup>

巨視的な流体挙動は、前述したように微視的な粒子の集合体の挙動ととらえることができ、その挙動は Navier-Stokes 方程式によって説明することができる。図-6.2<sup>13)</sup>には LBE と Navier-Stokes 方程式の位置づけを示した。図-6.2 から、分子の分布を表すボルツマン方程式を見ることで、Navier-Stokes 方程式を満たすことができると考えることができる。逆に、離散化した格子ボルツマン方程式は巨視的に Navier-Stokes 方程式と一致する必要がある。

LBE から Navier-Stokes 方程式を導出するために、マルチスケール解析を行うための Chapman-Enskog 展開を用いる。ここでは、簡易的に説明するため例として D2Q9 モデルを用いて概説する。初めに、下記の式(6.35)で示されるマルチスケール展開を導入する。

$$f_i = f_i^{(0)} + \varepsilon f_i^{(1)} + \varepsilon^2 f_i^{(2)} + \dots, \quad \partial_t = \varepsilon \partial_{t_0} + \varepsilon^2 \partial_{t_1}, \quad \partial_\alpha = \varepsilon \partial_{0\alpha} \quad (6.35)$$

ここで、 $\varepsilon$  はクヌーセン数に比例する値で、 $\partial_t$  と  $\partial_\alpha$  は  $\partial/\partial t$  と  $\partial/\partial x_\alpha$  を簡略化して示している。この展開において、 $t_0$  は速度の速い対流スケールを意味し、 $t_1$  は速度の遅い拡散スケールを示している。式(6.13)の LBGK 式の 2 次のテイラー展開は下記のようなになる。

$$D_i f_i + \frac{\delta_t}{2} D_i^2 f_i = -\frac{1}{\tau \delta_t} (f_i - f_i^{eq}) + O(\delta_t^2) \quad (6.36)$$

ここで、 $D_i = \partial_t + c_i \cdot \nabla = \partial_t + c_{i\alpha} \partial_\alpha$  を示す。ここで、Einstein の縮約記法を適用する。この Einstein の縮約記法とは、同じ項で添え字が重なる場合は、その添え字について和を

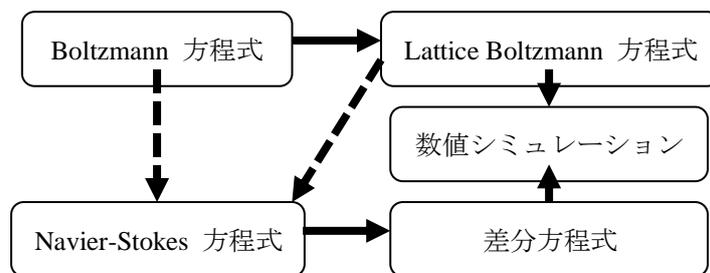


図-6.2 基礎方程式から数値シミュレーションへの導出過程

取るという計算手法である. 式(6.36)から式(6.35)を引き,  $\varepsilon$ の各次数の係数を等しくすると,

$$\varepsilon^0: \quad f_i^{(0)} = f_i^{(eq)} \quad (6.36)$$

$$\varepsilon^1: \quad D_i^{(0)} f_i^{(0)} = -\frac{1}{\tau \delta_t} f_i^{(1)} \quad (6.37)$$

$$\varepsilon^2: \quad \partial_{t_1} f_i^{(0)} + D_i^{(0)} f_i^{(1)} + \frac{\delta_t}{2} [D_o^{(0)}]^2 f_i^{(0)} = -\frac{1}{\tau \delta_t} f_i^{(2)} \quad (6.38)$$

$$\text{または} \quad \partial_{t_1} f_i^{(0)} + \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) D_i^{(0)} f_i^{(1)} = -\frac{1}{\tau \delta_t} f_i^{(2)} \quad (6.39)$$

ここで,  $D_i^{(0)} = \partial_{t_0} + c_i \cdot \nabla_0$ である. 式(6.36)と式(6.38)と(6.17)から, 以下の式(6.40)を得ることができる.

$$\sum_i f_i^{(k)} = 0, \quad \sum_i c_i f_i^{(k)} = \mathbf{0} \quad (k > 0) \quad (6.40)$$

式(6.37)にそれぞれ 1 と  $c_i$ を掛け,  $i$ の合計を取ると,  $\varepsilon$ のオーダーで質量と運動量保存則を得ることができる.

$$\partial_{t_0} \rho + \nabla_0 \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (6.41)$$

$$\partial_{t_0} (\rho \mathbf{u}) + \nabla_0 \cdot \boldsymbol{\pi}^{(0)} = 0 \quad (6.42)$$

ここで,  $\boldsymbol{\pi}_{\alpha\beta}^{(0)} = \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(0)} = \rho u_\alpha u_\beta + p \delta_{\alpha\beta}$ は, 0 次の運動量のフラックステンソルで,  $p = c_s^2 \rho$ である. 一般化した D2Q9 モデルの格子テンソルの成分は以下のとおりである.

$$\begin{aligned} \sum_i w_i c_{i\alpha} &= \sum_i w_i c_{i\alpha} c_{i\beta} c_{i\gamma} = 0, & \sum_i w_i c_{i\alpha} c_{i\beta} &= c_s^2 \delta_{\alpha\beta}, \\ \sum_i w_i c_{i\alpha} c_{i\beta} c_{i\gamma} c_{i\theta} &= c_s^4 \Delta_{\alpha\beta\gamma\theta} \end{aligned} \quad (6.43)$$

ここで,  $\Delta_{\alpha\beta\gamma\theta} = \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\theta} + \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\theta} + \delta_{\alpha\theta} \delta_{\beta\gamma}$ である. また  $\delta_{\alpha\beta}$ はクヌーセン変数である. 式(6.41)と(6.42)はオイラーの式であり, 連続の Boltzmann 運動方程式と同じになる.

同様に, 式(6.39)における 0 次と 1 次の運動量は  $\varepsilon^2$ のオーダーで保存則を導くことができる.

$$\partial_{t_1} \rho = 0 \quad (6.44)$$

$$\partial_{t_1}(\rho \mathbf{u}) + \left[1 - \frac{1}{2\tau}\right] \nabla_0 \cdot \boldsymbol{\pi}^{(1)} = 0 \quad (6.45)$$

ここで,  $\pi_{\alpha\beta}^{(1)} = \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(1)}$ となる.  $\pi_{\alpha\beta}^{(1)}$ を評価するために, 式(6.37)に  $c_{i\alpha} c_{i\beta}$ をかけ,  $i$ について整理すると,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\tau \delta_t} \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(1)} &= \partial_{t_0} \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^{(0)} + \partial_{0\gamma} \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} c_\gamma f_i^{(0)} \\ &= c_s^2 \rho [\partial_{0\alpha} u_\beta + \partial_{0\beta} u_\alpha] + O(M^3) \end{aligned} \quad (6.46)$$

$M$ はマッハ数である. ここで, 時間微分を評価するために,  $\varepsilon$ と式(6.41),(6.42)の1次方程式を用いることで, 以下の式を得ることができる.

$$\partial_{t_0} \rho = -\partial_{0\beta}(\rho u_\beta) \quad (6.47)$$

$$\partial_{t_0}(\rho u_\alpha) = -\partial_{0\beta} \pi_{\alpha\beta}^{(0)} = -\partial_{0\alpha} p - \partial_{0\beta}(\rho u_\alpha u_\beta) \quad (6.48)$$

$$\rho \partial_{t_0} u_\alpha = -\partial_{0\alpha} p - \rho u_\beta \partial_{0\beta} u_\alpha \quad (6.49)$$

式(6.49)は式(6.47)と(6.48)から導くことができる. また, 式(6.46)は,  $O(M^3)$ を無視すると,  $\pi_{\alpha\beta}^{(1)} = -\tau p \delta_t (\partial_{0\alpha} u_\beta + \partial_{0\beta} u_\alpha)$ となる.

よって, 質量と運動保存則を互いの $\varepsilon$ と $\varepsilon^2$ で合わせると, D2Q9モデルでの流動方程式を導くことができる.

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (6.50)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\rho \nu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)] \quad (6.51)$$

ここで,  $\nu$ は動粘性係数であり, 式(6.34)で与えられる.

低マッハ数の極限では, 密度の変化量は無視してよい. したがって, 非圧縮性 Navier-Stokes 方程式は, 次のような式となる.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (6.52)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (6.53)$$

ただし, Maxwellian 分布関数から求められた離散型平衡分布関数と上記の導出の両方で, 低マッハ数であるという仮定を用いることで導出可能である. そのため, LBGKモデルは, 流れの速度が小さい条件でのみ適用可能である. 一方で, 流体の密度の変化量はマッハ数の2乗に比例することが知られている. したがって, LBGK法は実際には非圧縮 Navier-Stokes 方程式を擬似的に圧縮した方程式であるといえる. よって, 時間的離散化や空間的離散化の誤差を除き, 非圧縮性の流れに適用した場合, LBGKモデルは圧縮性に関する誤差の影響を受けない. これまで異なった視点で圧縮性に関わ

る誤差を解決するための様々な非圧縮性 LBGK モデルが提案されている<sup>14)15)16)17)</sup>.

また一般的に、計算される分布関数にはエルミート空間と呼ばれる行列空間を投影できないため、誤差が生じる。そのような誤差は通常小さいが、有限クヌーセン数の影響のために平衡状態から遠ざかり、無視することができなくなる。よって、この問題を非平衡分布関数からこの誤差を取り除き、正規化することによって、問題を解決する方法がとられている<sup>18)19)</sup>。本研究の LBM プログラムでは、Suga et al.<sup>20)</sup>による正規化を用いて衝突演算を行った。ここで、本解析で使用した D3Q19 モデルによって得られる正規化された平衡分布関数は下記の式(6.54)で示される。

$$f_i(\mathbf{x}, t) = \frac{w_i}{2c_s^4} \sum_{\alpha=0}^2 \sum_{\beta=0}^2 \sum_{b=0}^{Q-1} (c_{i\beta}c_{i\alpha} - c_s^2\delta_{\alpha\beta})(c_{b\beta}c_{b\alpha} - c_s^2\delta_{\alpha\beta})(f_b - f_b^{(eq)}) \quad (6.54)$$

ここで、速度に対する重み  $w_i$  は表-6.1 に示した D3Q19 モデルの値を用いることとする。

## 6.4 LBM 境界条件と主要なパラメータ

本節では、LBM 解析を行う際に必要な設定である境界条件と主要なパラメータについて概説する。

### 6.4.1 LBM 境界条件

#### (1) Bounce-back 条件

流体粒子が壁面に衝突する運動を基にして作られた境界条件の 1 つに、Bounce-back 条件がある。Bounce-back 条件では、図-6.3 のように平らな壁面に適用され、粒子が壁と接触した後に速度を反転させる条件となっている。よって、境界ノード  $\mathbf{x}_b$  での衝突後の分布関数は、

$$f'_{\bar{i}}(\mathbf{x}_b, t) = f'_i(\mathbf{x}_f, t) \quad (6.55)$$

ここで、 $c_{\bar{i}} = -c_i$  であり、 $c_i$  は流体の点で、 $x_i$  は壁上に位置している格子点であり、 $\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_b - c_i\delta_t$  は  $\mathbf{x}_b$  における流体格子点の隣の格子点を示している。衝突-並進プロセスを基礎として、bounce-back 条件は、下記のどちらかの式で表される。

$$f'_i(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) = f'_i(\mathbf{x}_f, t), \quad f'_{\bar{i}}(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) = f'_{\bar{i}}(\mathbf{x}_b, t + \delta_t) \quad (6.56)$$

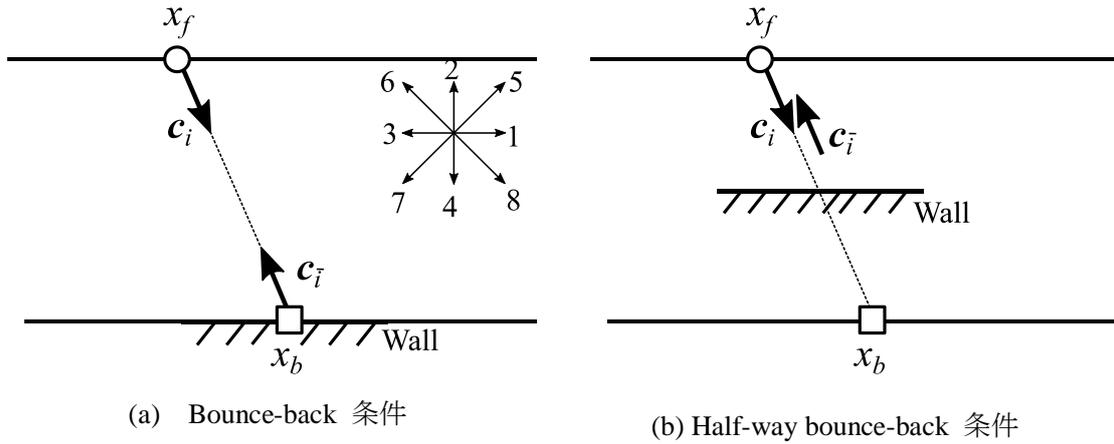


図-6.3 Bounce-back 境界条件の模式図

図-6.3(a)は D2Q9 モデルにおける bounce-back 条件の粒子の移動を示しているが、式(6.56)より、2, 5, 6 方向における未知の分布関数は下記のように表すことができる。

$$\begin{aligned} f_2(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) &= f'_4(\mathbf{x}_f, t), & f_5(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) &= f'_7(\mathbf{x}_f, t), \\ f_6(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) &= f'_8(\mathbf{x}_f, t) \end{aligned} \quad (6.57)$$

基本的な bounce-back 条件では衝突過程は、境界の格子点において実行されるものではないため、境界にも衝突が課される場合、修正 bounce-back 条件によって境界格子点での衝突前の分布関数を定義する。

$$f'_{\bar{i}}(\mathbf{x}_b, t) = f_i(\mathbf{x}_b, t) \quad (6.58)$$

この時、壁面格子点における流体密度と流速は平衡分布関数から計算でき、衝突ステップを実行することが可能となる。D2Q9 モデルにおける修正 bounce-back 条件は下記の通りとなる。

$$f_2(\mathbf{x}_b, t) = f_4(\mathbf{x}_b, t), \quad f_5(\mathbf{x}_b, t) = f_7(\mathbf{x}_b, t), \quad f_6(\mathbf{x}_b, t) = f_8(\mathbf{x}_b, t) \quad (6.59)$$

その他の修正 bounce-back 条件として、half-way bounce-back 条件がある(図-6.3(b))。格子点  $x_f$  にある流速  $c_i$  を持つ後衝突粒子が  $\delta_t/2$  時間経過後に壁面に到着し、反転した流速  $c_{\bar{i}}$  で  $\delta_t/2$  時間後に  $x_f$  で反射し戻ってくると、式(6.56)に示した標準 bounce-back 条件と同じ式となる。すなわち、標準的な bounce-back 条件では表現できない物理現象をより細かく表現した式となっているといえる。実際に、標準 bounce-back 条件では 1 次精度のみであるが、half-way bounce-back 条件では 2 次精度を持つことが言われている<sup>21)</sup>。

Bounce-back 条件では、粒子の運動量は壁面に衝突する前後で反転することは明らかである。つまり、壁面における巨視的な流速は 0 となる。よってこれらの bounce-back 条件は静止した壁面で用いられる。

## (2) ノイマン条件

(1)で示した bounce-back 条件は、直線上における滑りなし(no-slip)や自由滑り(free-slip)境界条件である。一方で、bounce-back スキームには様々な誤差を含んでいることが分かっている<sup>21)</sup>。このような制限を解決するために、提案されている条件がノイマン条件(Neumann boundary condition)である。ノイマン条件は、巨視的な流れと分布関数間の関係を基にした境界条件となっている。等温 LBE モデルにおいて、ノイマン条件を構成する条件は以下のとおりである。

$$\sum_i f_i = \rho_w, \quad \sum_i c_i f_i = \rho_w \mathbf{u}_w \quad (6.60)$$

ここで、 $\rho_w$  は壁面における密度であり、必ずしも既知である必要はない。一般的にこれらの 2 つの構成式は壁面格子点上の未知の分布関数を決定することに対しては十分ではない。図-6.4 は D2Q9 モデルでの壁面への粒子衝突後の粒子の動きを示している。分布関数  $f_0, f_1, f_3, f_4, f_7, f_8$  は既知数で  $f_2, f_5, f_6$  は未知数であることから、 $\rho_w$  は式(6.59)から値を決定することができる。ノイマン条件における未知数の決定法にはいくつかの方法が提案されている<sup>22)23)24)</sup>が、本論文では、Zou and He<sup>25)</sup>によって提案された決定法のみ言及する。

Zou and He<sup>25)</sup>は非平衡分布関数の bounce-back 条件に補足条件を定義することでノイマン条件を定義している。図-6.4 より、下記のように立式することが可能である。

$$f_2(\mathbf{x}_b) - f_2^{(eq)}(\mathbf{x}_b) = f_4(\mathbf{x}_b) - f_4^{(eq)}(\mathbf{x}_b) \quad (6.61)$$

または、

$$f_2(\mathbf{x}_b) - f_4(\mathbf{x}_b) = f_2^{(eq)}(\mathbf{x}_b) - f_4^{(eq)}(\mathbf{x}_b) = \frac{2\rho_w u_y}{3c} \quad (6.62)$$

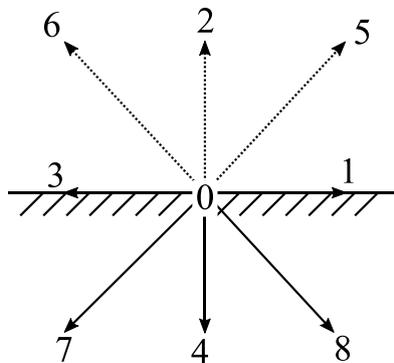


図-6.4 ノイマン条件下の D2Q9 モデルにおける粒子の移動

上記の式と式(6.59)より，壁面の格子点における未知の分布関数は以下のように示すことができる．

$$f_2 = f_4 + \frac{2\rho_w u_y}{3c}, \quad f_5 = f_7 - \frac{f_1 - f_3}{2} + \frac{1\rho_w u_x}{2c} + \frac{1\rho_w u_y}{6c}, \quad (6.63)$$

$$f_5 = f_8 + \frac{f_1 - f_3}{2} - \frac{1\rho_w u_x}{2c} + \frac{1\rho_w u_y}{6c}$$

ここで，壁面における密度は以下のように与えられる．

$$\rho_w = \frac{1}{1 - u_y/c} [f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_4 + f_7 + f_8)] \quad (6.64)$$

ノイマン条件の大きな利点は，流速境界条件を定義することができることである．一方で，この条件は LBE モデルに依存しており，端点の格子点においては特別な処置が必要となる．したがってノイマン条件のほとんどが，単純な壁面が存在する流れに使用される．

### (3) 周期境界条件

長い流路内部の圧力降下による流れなど，圧力勾配が一定に近い問題を解く際には，圧力勾配を物体力(body force)で置換し，周期境界条件(Periodic boundary condition)を流れ方向の境界に適用することが可能である．Body force については 6.5.2 に後述する．図-6.5(a)に周期境界条件の概念図<sup>26)</sup>を示した．例えば，D2Q9 モデルを用いて長さ L の流路に流れる流れに適用すると，流入と流出は以下のように定義される．

$$\text{Inlet :} \quad f_i(\mathbf{x}_0, y, t + \delta_t) = f'_i(\mathbf{x}_L, y - c_{iy}, \delta_t, t) \quad i = 1, 5, 8 \quad (6.65)$$

$$\text{Outlet:} \quad f_i(\mathbf{x}_L, y, t + \delta_t) = f'_i(\mathbf{x}_0, y - c_{iy}, \delta_t, t) \quad i = 3, 6, 7$$

ここで， $x_0$  と  $x_L$  は流入口と流出口の格子点である．

周期境界条件は通常，空間的周期性の流れに適用し，上記の処理は近似値となっている．さらに，式(6.65)で与えられた式より  $x_0$  と  $x_L$  の圧力の値は等しくなる．Zhang and Kwok<sup>27)</sup>は流入口と流出口の圧力が等しくなるという条件を改良し，圧力勾配が一定でなく圧力差が生じる場合における周期境界条件について定義した．

$$\mathbf{u}(x_0, y, t) = \mathbf{u}(x_L, y, t), \quad p(x_0, y, t) = p(x_L, y, t) + \beta L \quad (6.66)$$

修正周期境界条件により流入と流出について，下記の式(6.67)のように定義可能である．

$$\text{Inlet : } f_i(\mathbf{x}_0, y, t + \delta_t) = f'_i(\mathbf{x}_L, y - c_{iy}, \delta_t, t) \frac{\rho_0 + \beta/c_s^2}{\rho_{out}} \quad i = 1, 5, 8 \quad (6.67)$$

$$\text{Outlet: } f_i(\mathbf{x}_L, y, t + \delta_t) = f'_i(\mathbf{x}_0, y - c_{iy}, \delta_t, t) \frac{\rho_0 - \beta/c_s^2}{\rho_{in}} \quad i = 3, 6, 7$$

ここで、 $\rho_0$  は相対密度を示し、 $\rho_{in}$  と  $\rho_{out}$  は流入口と流出口における平均密度を示している。この周期境界条件を用いることで、流入口と流出口に圧力差がある場合でも十分な結果を得ることができたと証明されている<sup>26)</sup>。

#### (4) ディリクレ境界条件

非平衡分布関数の bounce-back 条件から、Zou and He<sup>25)</sup>は圧力境界条件のための境界条件であるディリクレ境界条件(Dirichlet boundary condition)を提案している。D2Q9 モデルにおける衝突を示した図-6.5(b)より、流入口の未知の分布関数  $f_1, f_5, f_8$  は以下の式から求めることができる。

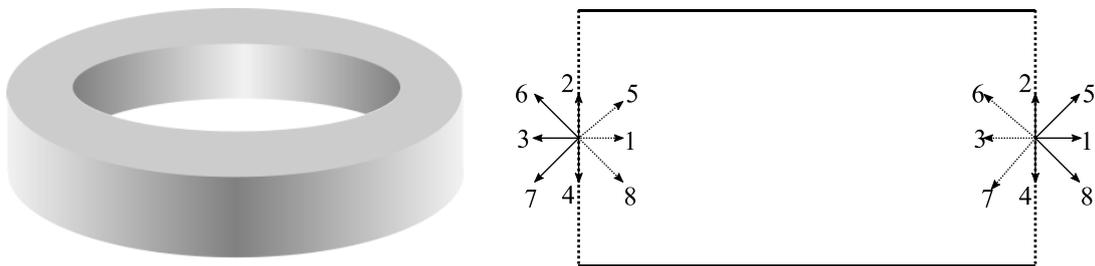
$$f_1 + f_5 + f_8 = \rho_{in} - (f_0 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7) \quad (6.68)$$

$$f_1 + f_5 + f_8 - \rho_{in} u_{in}/c = f_3 + f_6 + f_7 \quad (6.69)$$

$$f_5 - f_8 = -f_2 + f_4 - f_6 + f_7 \quad (6.70)$$

$$f_1 - f_1^{(eq)} = f_3 - f_3^{(eq)} \quad (6.71)$$

ここで、流入口の流速は  $\mathbf{u}_{in} = (u_{in}, 0)$  であり、既知数となる。一方で、流入口の密度  $\rho_{in}$  は面圧から決定される値である。式(6.68)~(6.71)までの式の解から、流入口における未知の分布関数を得ることができ、流出口も同じように決定することができる。



(a) 概念図

図-6.5 周期境界条件の概念図と模式図

## 6.4.2 物体力 (body force)

流体運動は、通常重力や分子間力などの外力である物体力に影響を受ける。連続の Boltzmann 方程式では、物体力を  $F = \rho \mathbf{a}$  として与えており、 $\mathbf{a}$  は加速力を示しており、分布関数  $f$  を用いて外力項である  $\mathbf{a} \cdot \nabla_{\xi}(\mathbf{x}, \xi, t)$  で表すことができる。しかしながら、LBE においては、直接的には外力項を与えることができない。なぜならば、粒子の流速が離散化されているからである。したがって、そのような物体力を LBE に含ませるために、これまで様々なモデルが提案されている。本論文では、本研究に使用している式のみを概説することとする。ただし、ここでの便宜上、流体の密度と流速についての平衡分布関数は下記の式(6.72)で定義するものとする。

$$f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, t) = E_i(\rho, \mathbf{u}) \equiv \omega_i \rho \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (6.72)$$

外力が潜在的に与えられ、密度の幅が小さい場合、Buick and Greated<sup>28)</sup>によって提案されている平衡分布関数によって定義されたLBEに外力を適用することが可能である。

$$f_0^{(eq)} = \rho \left[ 1 - (1 - \omega_0) \frac{p(\phi)}{c_s^2 \rho} - \omega_0 \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (6.73)$$

$$f_i^{(eq)} = \omega_i \rho \left[ \frac{p(\phi)}{c_s^2 \rho} + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right], \quad i \neq 0$$

ここで、 $p = (c_s^2 + \phi)\rho$  で、 $u$  は FPP モデルにおける速度(付録 C 式(C.6)参照)より定義される。

物体力を説明する最も単純な方法として、以下のように式(6.13)の LBE の式に外力項を導入する方法である。

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(eq)}(\mathbf{x}, t)] + \delta_t F_i \quad (6.74)$$

ここで、外力項  $F_i$  は物体力  $\mathbf{F}$  に依存する。これまで  $F_i$  について LGA を基にした式から定義する方法<sup>29)30)31)</sup>、また連続 Boltzmann 式を用いた導入方法<sup>32)</sup>など数多く提案されているが、本論文ではモーメント展開による  $F_i$  の定義について述べる。

Ladd and Verberg が提案している 2 つのモーメント展開(LV-I, LV-II)<sup>33)</sup>による外力項の決定法は下記のように表される。

$$F_i = \omega_i \left[ \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{c}_i}{c_s^2} + \frac{\mathbf{C} : (\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i - c_s^2 \mathbf{I})}{2c_s^4} \right] \quad (6.75)$$

それぞれの係数と平衡分布関数は以下のとおりである.

$$\begin{aligned}
 \text{LV-I} \quad \mathbf{B} &= \mathbf{F}, \quad \mathbf{C} = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right)(\mathbf{u}\mathbf{F} + \mathbf{F}\mathbf{u}), \quad \rho\mathbf{v} = \rho\mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i f_i, \\
 f_i^{(eq)} &= E_i(\rho, \mathbf{u}) \\
 \text{LV-II} \quad \mathbf{B} &= \mathbf{F}, \quad \mathbf{C} = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right)(\mathbf{u}\mathbf{F} + \mathbf{F}\mathbf{u}), \quad \rho\mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i f_i, \\
 \mathbf{v} &= \mathbf{u} + \frac{\delta_t}{2}\mathbf{a}, \quad f_i^{(eq)} = E_i(\rho, \mathbf{u})
 \end{aligned} \tag{6.76}$$

その後, Guo et al.<sup>34)</sup>が式(6.99)を用いて新たなモーメント展開による外力項の定義を行った. この時の係数は以下の式で与えられる.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B} &= \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right)\mathbf{F}, \quad \mathbf{C} = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right)(\mathbf{v}\mathbf{F} + \mathbf{F}\mathbf{v}), \quad \rho\mathbf{v} = \rho\mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i f_i + \frac{\delta_t}{2}\mathbf{F}, \\
 f_i^{(eq)} &= E_i(\rho, \mathbf{v})
 \end{aligned} \tag{6.77}$$

## 6.5 Multi Component Shan-Chen(MCSC)モデル<sup>46)47)</sup>

LBM での多相流体を扱う場合は, 粒子間に反発する相互作用を導入することで複雑な界面挙動を表現することが可能である. 特に2相流LBMは3つのモデルに大別されており, 2色の仮想流体を追跡する Gunstensen and Rothman モデル<sup>35)</sup>, 分子間ポテンシャルの概念を導入している Shan-Chen モデル<sup>36)37)</sup>, 自由エネルギーを用いることで非平衡熱力学的な界面の概念を取り込んだ Swift-Osborne-Enskog モデル<sup>38)</sup>がある. 本節では, 本論文で使用した Shan-Chen モデルに焦点を当て, その基礎式と特徴的なパラメータについて概説する.

### 6.5.1 MCSC の基礎式

相互作用は2つの端点の表面における平均分子間力の違いによって生じる. Shan and Chen<sup>46)</sup>は擬似ポテンシャルを導入することによって, 流体粒子間に働く相互作用をより正確かつ簡単に描写できる LBE モデルを提案している(以下 MCSC モデル).

$$f_i^\sigma(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i^\sigma(\mathbf{x}, t) = -\frac{\delta_t}{\tau^\sigma} [f_i^\sigma - f_i^{\sigma(eq)}] \quad (6.78)$$

ここで、 $f_i^\sigma$  格子点  $\mathbf{x}$  における流速  $\mathbf{c}_i$  を持つ流体粒子の分布関数を示しており、 $s$  は水を代表する **Wetting** 相または油を代表する **Non-wetting** 相を示している。平衡分布関数  $f_i^{\sigma(eq)}$  は以下のように示される。

$$f_i^{\sigma(eq)}(\mathbf{x}, t) = \omega_i \rho^\sigma \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^{\sigma(eq)}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^{\sigma(eq)})^2}{2c_s^4} - \frac{(\mathbf{u}^{\sigma(eq)})^2}{2c_s^2} \right] \quad (6.79)$$

となる。以上より、巨視的な流体の密度と流速と、全流体要素の平均は以下のように与えられる。

$$\rho^\sigma = \sum_i f_i^\sigma \quad (6.80)$$

$$\mathbf{u}^{\sigma(eq)} = \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} + \frac{\tau^\sigma \mathbf{F}^\sigma}{\rho^\sigma} \quad (6.81)$$

$$\mathbf{u} = \frac{\sum_\sigma \frac{1}{\tau^\sigma} \sum_i f_i^\sigma \mathbf{c}_i}{\sum_\sigma \frac{1}{\tau^\sigma} \rho^\sigma} \quad (6.82)$$

MCSC モデルにおいて、1 格子位置は 2 つの流体粒子の分布関数で占められている。2 つを合わせた流速と圧力は以下のように決定される<sup>39)</sup>。

$$\mathbf{V} = \mathbf{u} + \frac{\sum_\sigma \mathbf{F}^\sigma}{2 \sum_\sigma \rho^\sigma} \quad (6.83)$$

$$P(x) = c_s^2 \cdot \sum_\sigma \rho(x) + \frac{G_c}{3} \rho^\sigma(x) \rho^{\bar{\sigma}}(x) \quad (6.84)$$

MCSC モデルにおいて、合成力の効果は速度領域に加速度を追加することにより組み込むことが可能である。合成力には液-液間の結合力  $\mathbf{F}_c^\sigma$  と固-液間の付着力  $\mathbf{F}_{ads}^\sigma$  と外部の物体力  $\mathbf{G}$  が含まれている。式(6.84)において、 $\mathbf{F}^\sigma = \mathbf{F}_c^\sigma + \mathbf{F}_{ads}^\sigma + \mathbf{G}$  である。

$\mathbf{F}_c^\sigma$  は液-液間の相互作用は以下の式(6.85)で定義され、最も近い隣の粒子と次に近い隣の粒子間の相互作用のみを定義する。

$$\mathbf{F}_c^\sigma(\mathbf{x}, t) = -G_c \rho^\sigma(\mathbf{x}, t) \sum_i \omega_i \rho^{\bar{\sigma}}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t) \mathbf{c}_i \quad (6.85)$$

ここで、 $s$  と  $\bar{\sigma}$  は **Wetting** 相と **Non-wetting** 相を示しており、 $G_c$  は液-液間の相互作用強度を制御するパラメータである。流体要素と固体要素間の表面力である  $\mathbf{F}_{ads}^\sigma$  は以下の通り定義される。

$$F_{ads}^{\sigma}(\mathbf{x}, t) = -G_{ads}^{\sigma} \rho^{\sigma}(\mathbf{x}, t) \sum_i \omega_i s(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t) \mathbf{c}_i \quad (6.86)$$

ここで、 $s(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t)$ は特性関数であり、固相領域は  $s = 1$  となり、液相は  $s = 0$  と定められる。また  $G_{ads}^{\sigma}$ は互いの流体と壁面間の相互作用強度を制御するパラメータである。

### 6.5.2 MCSC モデルによる表面張力と界面張力の決定

2 相間の界面張力はラプラスの式 ( $\Delta p = \gamma/R$ ,  $\gamma$ : 界面張力,  $R$ : 界面曲率の中央値,  $\Delta p$ : 液滴の内側と外側の間の圧力差)によって決定される。MCSC モデルにおいて、異なる 2 相間の界面張力と固-液間の接触角は係数  $G_c$  と  $G_{ads}^{\sigma}$  を調整することにより決定される<sup>40)</sup>。Hung et al.<sup>41)</sup>は以下のような単純な式を用いて接触角を決定している。

$$\cos \theta = \frac{G_{ads}^{\sigma} - G_{ads}^{\bar{\sigma}}}{G_c(\rho_1 - \rho_2/2)} \quad (6.87)$$

## 6.6 6章のまとめ

LBM の理論は気体分子運動の方程式である LGM モデルから構築されているため、本章では LGM において代表的な HPP モデルや FHP モデルを詳説することで LBM の基本概念を整理した。また、GM を基に構築された LBM について、その基礎方程式と流体粒子の衝突・分布を示した式を 1 相流、2 相流共に概説した。

LBM は微視的な視点から流体力学を扱っているモデルであるが、微視的な集合体の挙動は巨視的な流体運動と捉えることが可能となる。特に LBM の基礎方程式は Navier-Stokes の流体現象を満たすことができるため、その理論について詳述した。さらに、LBM 解析を行う際の初期条件として与える境界条件と各パラメータについての理論を記述した。特に、LBM において特有な物体力は、主に 2 相流において 2 相間の相分離や界面張力などの物理パラメータに影響を及ぼすパラメータとなっているため、その方程式について詳述し、また本解析で用いている SC モデルにおける物体力の扱いについて記述した。

## 【引用・参考文献】

- 1) Diemer K., Hunt, K., Chen, S., Shimomura, T., Doolen D.G: Density and Velocity Dependence of Reynolds Number for Several Lattice Gas Models, *Lattice Gas Methods for Partial Difference Equations*, Addison-Wesley, Reading, pp. 137, 1989.
- 2) McNamara, G. R., Zanetti, G.: Use of Boltzmann equation to simulate Lattice-Gas Automata, *physical review letters*, 61(20), pp. 2332-2335, 1988.
- 3) Higuera, F., Jimenez, J.: Boltzmann approach to lattice gas simulations, *Europhysics letters*, 9, pp.663-668, 1989.
- 4) Higuera, F.J., Succi, S., Benzi, R. : Lattice Gas Dynamics with enhanced collisions, *Europhysics Letters*, 9(14), pp.345, 1989.
- 5) Koelman, J.M.V.A.: A simple Lattice Boltzmann scheme for Navier-Stokes fluid flow, *Europhysics letters*, 15(6), pp.603-607, 1991.
- 6) Chen, S., Chen, H., Martinez, D., Matthaeus W.: Lattice Boltzmann Model for simulation of magnetohydrodynamics, *Physical review letters*, 67(27), pp.3776-3780, 1991.
- 7) Qian, Y. H., d'Humières, D., Lallemand, P. : Lattice BGK models for Navier-Stokes Equation, *Europhysics letters*, 17(6), pp.479-, 1992.
- 8) Bhatnagar, P.L., Gross, E.P., Krook, M.: A model for collision processes in gases I: Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems, *Physical Review*, 94(3), pp.511-525, 1954.
- 9) 渡辺正: ボルツマン方程式から格子ボルツマン方程式へ(格子ボルツマン法(1)), *the Japan society for industrial and applied mathematics*, 16(1), pp.31-35, 2006.
- 10) Zou, Q., Hou, S., Chen, S., Doolen, G.D: An improved incompressible lattice Boltzmann model for time-independent flows, *Journal of Statistical Physics*, 81(1-2), pp.35-48, 1995.
- 11) He, X., Luo, I.-S.: Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier-Stokes equation, *Journal of Statistical Physics*, 88(3-4), pp.927-944, 1997.
- 12) Chen, Y., Ohashi, H.: Lattice-BGK methods for simulating incompressible fluid flows, *International Journal Modern Physics*, 8(4), pp.793-803, 1997.
- 13) Guo, Z. L., Shi, B. C., Wang, N. C.: Lattice BGK model for incompressible Navier-Stokes equation, *Journal of Computer Physics*, 165, pp.288-306, 2000.
- 14) Latti, J., Chopard, B.: Lattice Boltzmann method with regularized pre-collision distribution functions, *Mathematics and Computers in Simulation*, 72, pp. 165-168, 2006.
- 15) Zhang, Y. H., Gu, X. J., Barber, R. W., Emerson, D. R.: Capturing Knudsen layer phenomena using a lattice Boltzmann model, *Physical review, E*, 74, pp. 046704, 2006.
- 16) Suga, K.: Lattice Boltzmann methods for complex micro-flows: applicability and limitations for practical applications, *Fluid dynamic research*, 45(3), pp.034501, 2013.

- 17) d'Humieres, D.: Generalized lattice Boltzmann equations, *Progress in Astronautics Aeronautics*, 159, pp.450-458, 1992.
- 18) Lallemand, P., Luo, L.-S., Theory of the lattice Boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance and stability, *Physical review E*, 61, pp. 6546-6562, 2000.
- 19) d'Humières, D., Ginzburg, I., Krafczyk, M., Lallemand, P., Luo, L.-S.: Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann models in three dimensions, *Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 360(1792), pp437-451, 2001.
- 20) Bouzidi, M., d'Humières, D., Lallemand, P., Luo, L.-S.: Lattice Boltzmann equation on a two-dimensional rectangular grid, *Journal of Computer Physics*, 172, pp.704-717, 2001.
- 21) He, X., Zou, Q., Luo, L.-S., Dembo, M.: Analytic solutions of simple flow and analysis of non-slip boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Journal of Statistical Physics*, 87, pp. 115-123, 1997.
- 22) Noble, D. R., Chen, S., Georgiadis, J. G., Buckius, R. O.: A consistent hydrodynamic boundary condition for the lattice Boltzmann method, *Physics of Fluids*, 7 pp. 203-209, 1995.
- 23) Noble, D. R., Georgiadis, J. G. Buckius, R. O.: Direct assessment of lattice Boltzmann hydrodynamics and boundary conditions for recirculating flows, *Journal of Statistical Physics*, 84, pp. 17-33, 1995.
- 24) Inamuro, T., Yoshino, M., and Ogino, F.: A non-slip boundary condition for lattice Boltzmann simulations, *Physics of Fluids*, 7, pp. 2928-2930, 1995.
- 25) Zou, Q., He, X.: On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of Fluids*, 9(6), pp. 1591-1597, 1997.
- 26) Sukop, M. C., Thorne, D. T.: Lattice Boltzmann Modeling an introduction for Geoscientists and engineers, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 39-41, 2006.
- 27) Zhang, J. F., Kwok, D. Y.: Pressure boundary condition of the lattice Boltzmann method for fully developed periodic flows, *Physical review E*, 74, pp. 047702-1-4, 2006.
- 28) Brick, J. M., Greated, C. A.: Gravity in a lattice Boltzmann model, *Physical review E*, 61, pp. 5307-5320, 2000.
- 29) Shan, X., Doolen, G.D.: Multicomponent lattice-Boltzmann model with interparticle interaction, *Journal of Statistical Physics*, 81, pp. 379-393, 1995.
- 30) Luo, L. S.: Analytic solutions of linearized lattice Boltzmann equation, *Journal of Statistical Physics*, 88, pp. 913-926, 1997.
- 31) Ginzbourg, I., Adlr, P. M.: Boundary flow condition analysis for the three-dimensional lattice Boltzmann model, *Journal of Physics. II, France*, 4, pp. 191-214, 1994.
- 32) He, X., Shan, X., Doolen, G. D.: Discrete Boltzmann equation model for nonideal gases, *Physical review. E*, 57, pp. 13-16, 1998.
- 33) Ladd, A. J. C., Verberg, R.: Lattice-Boltzmann simulations of particle-fluid suspensions,

- Journal of Statistical Physics*, 104, pp. 1191-1251, 2001.
- 34) Guo, Z. I., Zheng, C. G., Shi, B.C.: Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method, *Physical Review E*, 65, pp. 046308, 2002.
  - 35) Gunstensen, A.K., Rothman D.H., Zaleski, S., Zanetti, G. : Lattice Boltzmann model for immiscible fluids: *Physical review A*, 43(8), pp.4320-4327, 1991.
  - 36) Shan, X., and Chen, H.: Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phase and components, *Physical review E*, 47, pp. 1815-1819, 1993.
  - 37) Shan, X., Chen, H.: Simulation of nonideal gases and gas-liquid phase transitions by the lattice Boltzmann Equation, *Physical review E*, 49(4), pp. 2941-2948, 1994.
  - 38) 稲室隆二 : 格子ボルツマン法-新しい流体シミュレーション法, *物理研究* 77, pp. 197-232, 2001.
  - 39) Dou, Z., Zhou, Z., Sleep, B.E.: Influence of wettability on interfacial area during immiscible liquid invasion into a 3D self-affine rough fracture: Lattice Boltzmann, *Advances in Water Resources*, 61, pp.1-11, 2013.
  - 40) Dou, Z., Zhou, Z-f. Huang, Y., Wu, W. : Numerical study of non-aqueous phase liquid transport in a single filled fracture by lattice boltzmann method. *Journal of Hydrodynamics B*, 24(1), pp. 130-137, 2012.
  - 41) Huang, H., Thorne, D., Schaap, M., Sukop, M.: Proposed approximation for contact angles in Shan-and-Chen-type multicomponent multiphase lattice Boltzmann models, *Physical Review, E*, 76, pp. 066701, 2007.

## 第7章 水-空気相における微小領域の浸透特性評価

本章では，本研究室で開発された水分特性曲線予測シミュレーションである **Voxel Percolation (VP)** 法について，その妥当性検証と有効性について検討した結果を示す．妥当性の検証には，画像解析と数値解析を適用した．画像解析における妥当性検証では，VP法で得られた水-空気における浸透挙動の評価を詳細に行った．一方，数値解析における妥当性検証では VP 法の出力画像を用いた不飽和透水係数を格子ボルツマン法によって算出することにより，VP法における結果の妥当性とその有効性について述べる．

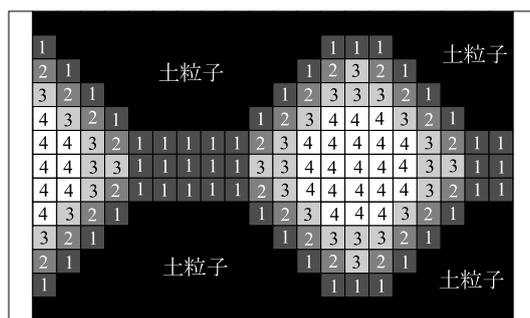
### 7.1 VP 解析手法の妥当性評価の検討 <sup>1)</sup>

#### 7.1.1 排水過程における Voxel percolation (VP)解析の概要 <sup>2)</sup>

Voxel Percolation(VP)解析は，5.2.2 で説明した 3DG 法で求めた 3次元間隙径分布を用いて，間隙構造から擬似的に水-空気または水-油の二相流動をシミュレーションする画像解析手法である．水分特性曲線を求めるためには，毛管圧力水頭と体積含水率が必要となってくる．そこで VP 解析においては，縦軸の毛管圧力水頭を **Young-Laplace** の式(7.1)を用いている．式(7.1)の間隙径  $d$  は 3次元間隙径分布で得られた間隙径を用いて計算を行っている．

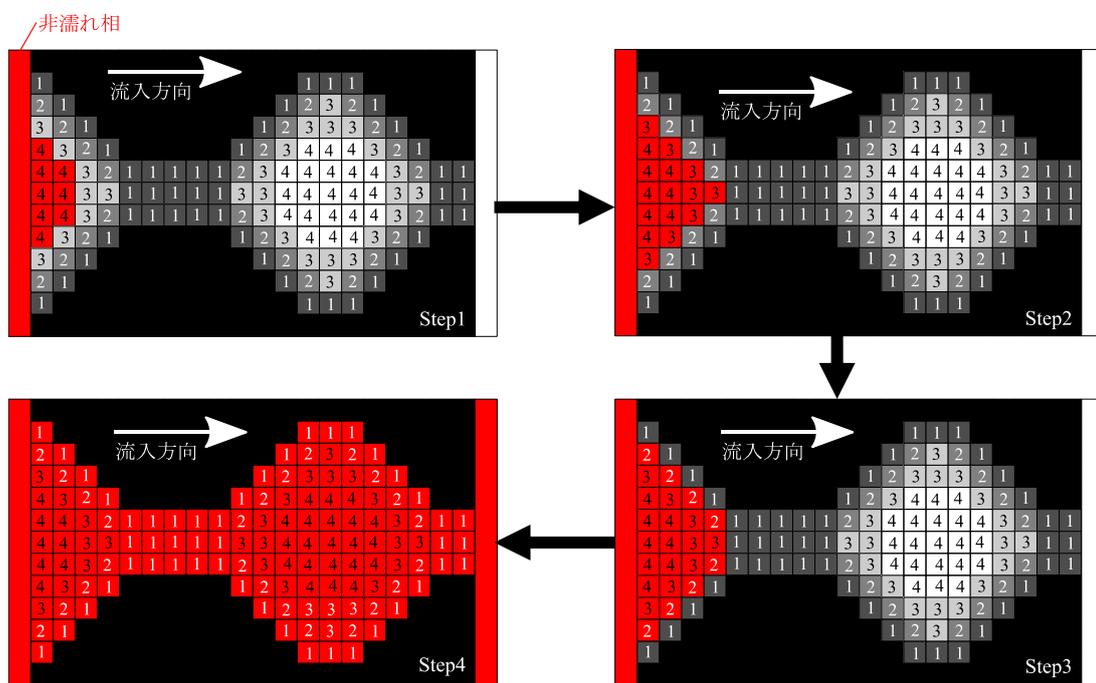
$$h_c = \frac{4\sigma_s \cos\theta}{d\gamma_w} \quad (7.1)$$

水分特性曲線の横軸となる体積含水率についての検討は，画像解析によって擬似的に **Wetting** 相・**Non-wetting** 相間の置換挙動を模擬することによって求めることができる．図 7.1(a)に示すような 3次元間隙径画像に対して VP 法を適用する．境界条件として，流入面を **Wetting** 相とし，流出面を **Non-wetting** 相と仮定する．図-7.1(b)は水に対し空気が侵入するという排水過程を示している．図-7.1(b)では，上部の **Non-Wetting**



0 1 2 3 4  
間隙径

(a) 間隙構造図



(b) 排水過程

図-7.1 VP 解析概要図

相から最大間隙径を持つ水から空気に置換していることで排水過程を模擬している. 図-7.2 には排水過程における解析のフローチャートを示した.

ここで, VP 解析の吸水過程においては, 水分特性曲線のヒステリシスを再現するために, 間隙内部に Non-wetting 相のブロップを擬似的に作成するプロセスがある. 一方で, 宮原<sup>3)</sup>は, VP 法の吸水過程の擬似流動においては, 間隙内部に発生するブロップの過大評価を行っている」と指摘した. そこで本研究では, 吸水過程の CT 画像を間隙構造解析することでブロップの発生要因を特定し, 吸水過程における VP 解析の改良を 8 章で行っている. 以下, 排水過程における VP 解析を D-VP (Drain-VP) と呼称する.

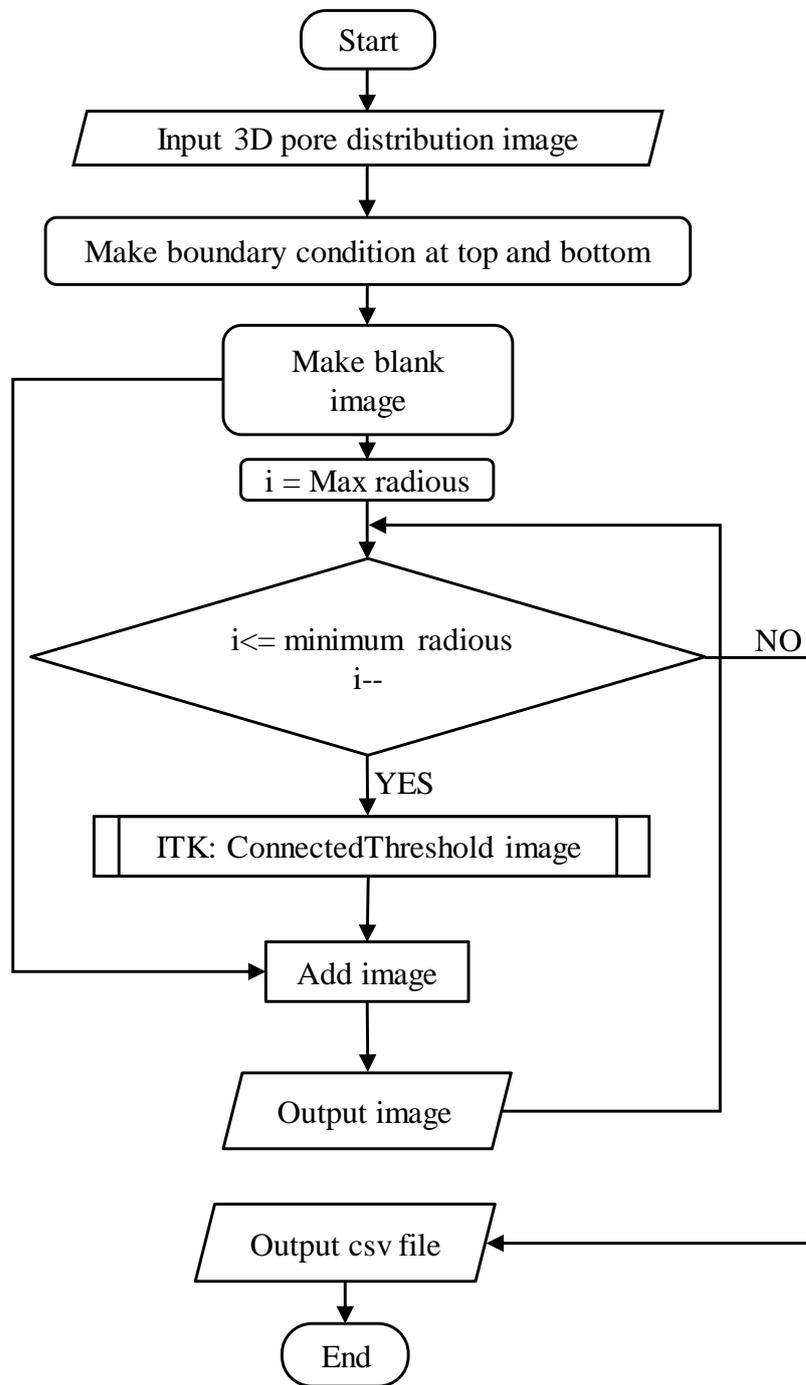


図-7.2 D-VP 解析のフローチャート

### 7.1.2 水分特性曲線における巨視的スケールの評価

図-7.3 には、3つの供試体(豊浦砂, 珪砂5号, CGB)について保水性試験の実験結果(Experiment)とCT撮影で得られた画像を3値化することで求められた水分特性曲線(Image)とD-VP解析結果の水分特性曲線(VP)を示す。3値化画像から得られる水分特性曲線の縦軸は、実験で得られた体積含水率を用いている。また、Imageの結果は、毛管圧力を再計算したものではなく、実験で用いた毛管圧力水頭を使用しているため、Imageと実験値の体積含水率の比較は4点における各排水ステップで比較している。また、D-VP解析実施時に与えたパラメータを表-7.1に示す。このとき、測定した接触角に幅があったため、D-VP結果は標準偏差のエラーバーを表示している。図-7.4には、CT撮影を行なった結果のCT画像を示している。図-7.4を確認すると、撮影ステップが進むごとに間隙内部に占める空気の割合が増加していくことが視覚的にわかる。図-7.3で得られた3種類の水分特性曲線は、どの試料も平均粒径が大きくなるにつれて空気侵入値が低くなっていることがわかる。

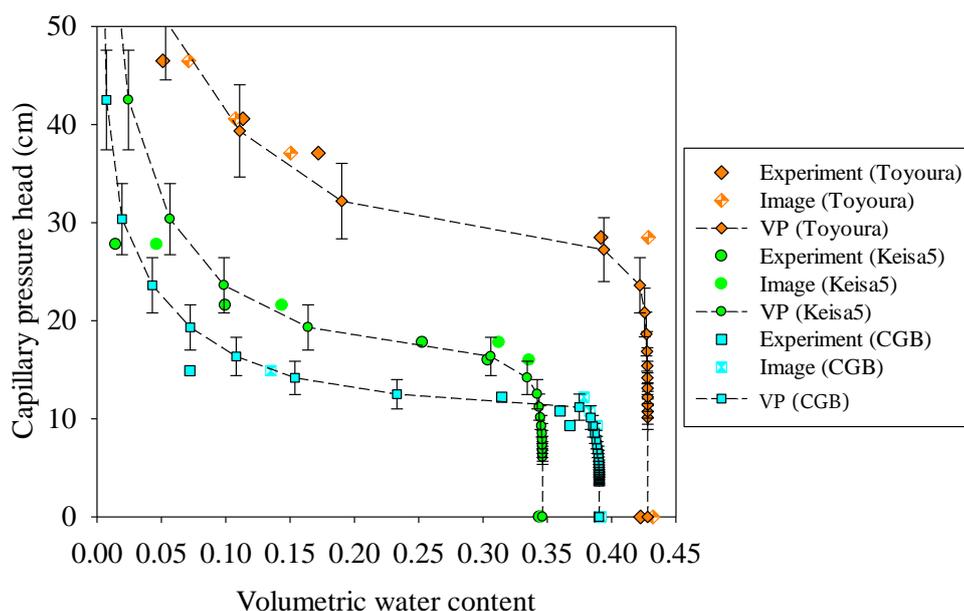


図-7.3 実験値・CT画像解析結果・D-VP結果の比較

表-7.1 D-VPで使用したパラメーター一覧

surface tension $\sigma$ ( $10^{-5}$ N/cm)	72.75
contact angle $\theta$ (degree)	39~49
unit weight $\gamma_w$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.0

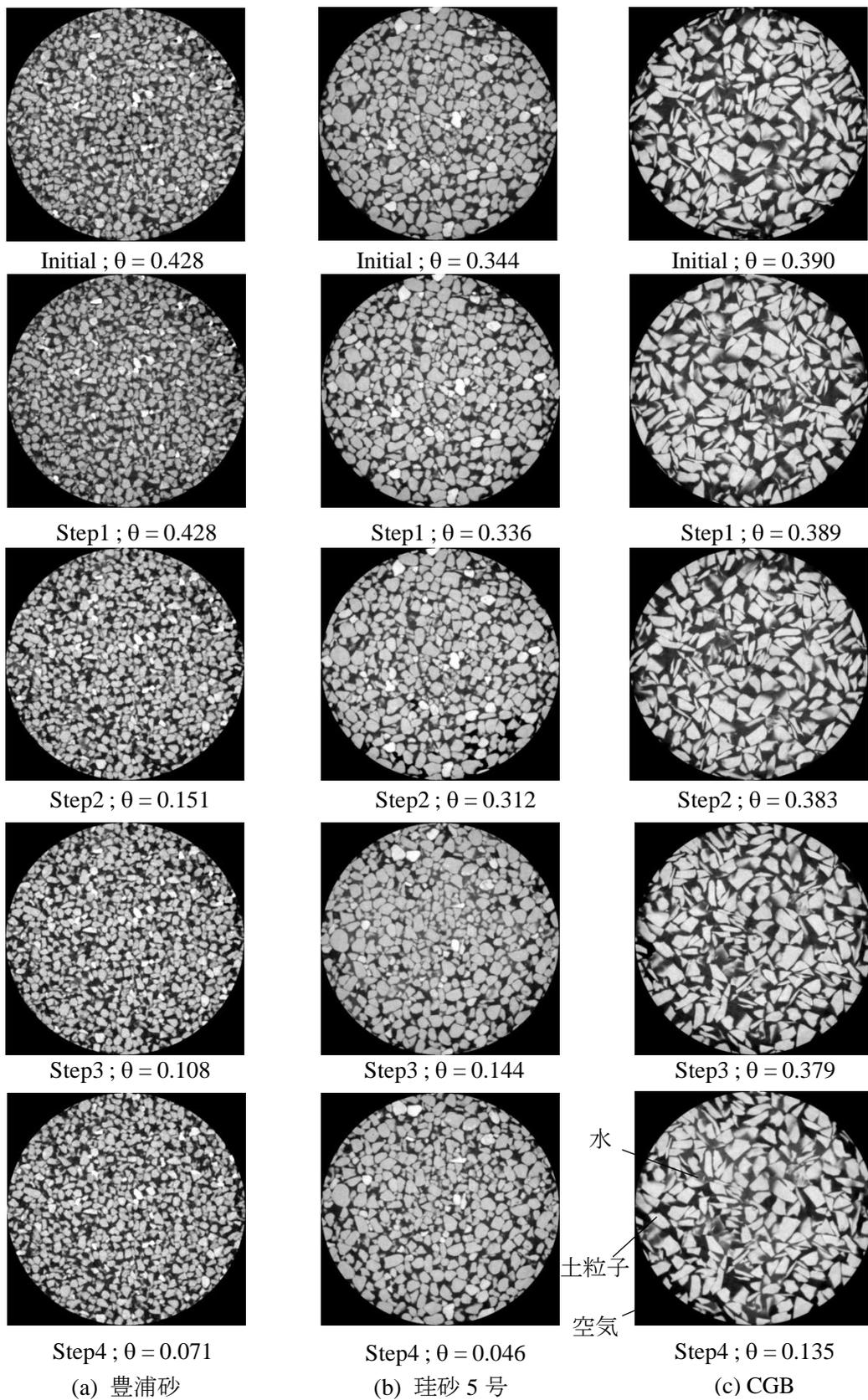


図-7.4 3 試料の保水性試験におけるそれぞれの CT 画像撮影結果. 画像サイズはすべて 1024 voxel×1024 voxel となっている

Experiment と Image の水分特性曲線を比較すると、Image の体積含水率が Experiment と非常に近い値を取っていることが確認できた。また空気侵入圧以降の Experiment と Image 値は D-VP 解析から求められた標準偏差の範囲内に入っていることがわかる。各試料における Image と Experiment の体積含水率を比較すると、豊浦砂の Image で得られた体積含水率が Experiment の値とよく一致しているが、珪砂 5 号と CGB はあまり一致していないことがわかる。特に Experiment と Image が一致していない領域(珪砂 5 号)では Spte2 から Step4 の領域、CGB では Step3 と Step4)では、体積含水率にして 0.05 ほどの差が発生していることが確認できた。この現象は、使用した供試体サイズが小さいために、試料に接しているガラス壁面の影響を受け、水が流れやすくなったことが原因であると考えられる。

一方、Experiment と VP を比較すると、VP は Experiment より低い体積含水率を取りながら Experiment の結果に沿うような曲線の傾向を示していることがわかる。一方で、このような条件下では、空気がより小さな間隙に侵入するにつれ、D-VP 解析結果が画像の解像度の影響を受けるため計算誤差が大きくなる可能性が挙げられる。この検討に関しては、後述する 7.1.5 に詳述する。

### 7.1.3 RSD を用いた REV の定量評価

REV を評価する RSD の値に関しては定義がないため、本研究では RSD が 5%以下であれば REV を満たすという定義を設けて解析を実施している。図-7.5、図-7.6 には各粒状材料における CT 画像に対し REV 解析を行った結果を示す。REV 解析は解析対象領域(ROI size)を一辺 650voxel までの範囲で行っているが、REV の変化量が大きかった解析対象領域の 350 voxel までの結果を示している。また、表-7.2 は、求められた REV の体積含水率と比表面積の合計値と最大解析領域で計算された REV および RSD をまとめて示しており、初期状態(Initial)における REV の体積を $\varepsilon$ 、Step1 から Step4 までの REV 体積を $\theta$ 、初期状態(Initial)における REV 比表面積を  $S_s$ 、Step1 から Step4 における REV 比表面積を  $S_{wa}$  と示している。

表-7.2 の【解析全体値】を見ると、豊浦砂の Step1 において飽和度が 100%の影響で計算できない値(0)を除くと、豊浦砂は Step2 から 4 にかけて  $2300\text{m}^{-1}$  以下の  $S_{wa}$  の値を保っており、一方で $\theta$ は継続的に減少している。これは、間隙内にある少量の大きなクラスター水が、排水過程が進むにつれて小さなクラスター水となって間隙に分布するようになったことを反映していると考えられる。珪砂 5 号の場合、Step3 における体積含水率(14.4%)で最大値の  $S_{wa}$  の値を取るような、豊浦砂の  $S_{wa}$  と同様の影響が現れている。最も低い体積含水率(4.6%)を取得した Step4 においては、クラスター水の数

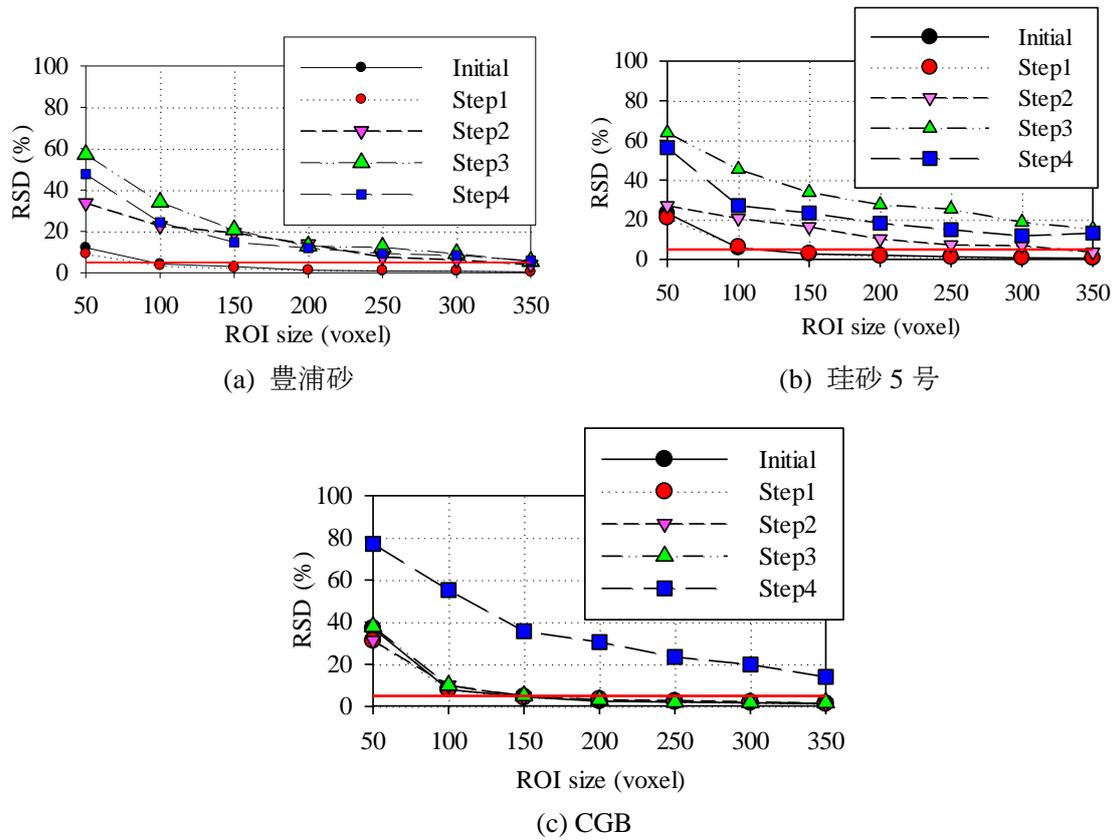


図-7.5 体積含水率( $\theta$ )における RSD 解析結果

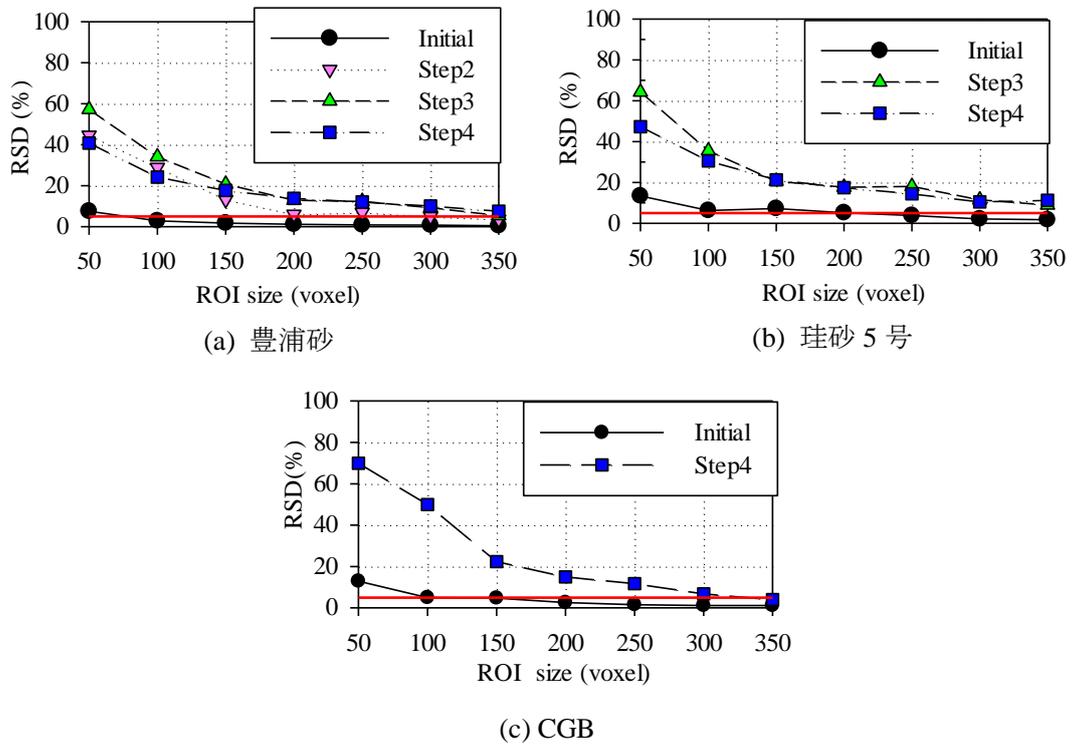


図-7.6 比表面積における RSD 解析結果

表-7.2 REV 解析結果( $\theta$ ,  $S_s(m^{-1})$ ,  $S_{wa}(m^{-1})$ )における各ステップの結果

解析全体値										
試料	Initial		Step1		Step2		Step3		Step4	
	$\theta$	$S_s(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$
豊浦砂	0.432	16817	0.429	0	0.151	2333	0.107	2336	0.071	2241
珪砂5号	0.345	8019	0.344	1.8	0.312	170	0.144	927	0.046	735
CGB	0.391	6661	0.389	67	0.383	73	0.379	65	0.135	731

RSD=5%到達点でのREVの値										
試料	Initial		Step1		Step2		Step3		Step4	
	$\theta$	$S_s(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$
豊浦砂	97	74	97	-	330	333	NA	NA	NA	NA
珪砂5号	115	169	123	-	282	NA	NA	NA	NA	NA
CGB	187	114	142	NA	161	NA	183	NA	NA	346

解析領域が一辺350voxelでのRSDの値										
試料	Initial		Step1		Step2		Step3		Step4	
	$\theta$	$S_s(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$	$\theta$	$S_{wa}(m^{-1})$
豊浦砂	0.5%	0.7%	0.9%	-	4.0%	4.1%	5.4%	5.7%	9.4%	8.8%
珪砂5号	0.7%	2.4%	0.7%	-	4.0%	135.0%	16.0%	9.2%	15.0%	8.4%
CGB	1.6%	1.1%	1.3%	113.0%	1.8%	185.0%	1.3%	131.0%	10.7%	4.8%

が減少したことによって、 $S_{wa}$  が減少した挙動を説明することができる。最後に、CGB において Step1 から Step3 にかけて非常に低い  $S_{wa}$  が示されているが、これは Step1 から Step3 の CGB 供試体の体積含水率が高い値を取っていることと一致する。Step4 において、 $S_{wa}$  は  $731m^{-1}$  に達しているが、これは、珪砂5号とCGBのどちらも平均粒径が近い値を取っていることから、珪砂5号に見られる結果と矛盾しない結果となっていると言える。

体積含水率(図-7.5)と比表面積(図-7.6)の解析対象領域における RSD の変化は、試料が飽和に近い Step を除いて、全試料とも非常に近い挙動の傾向がみられた。飽和に近い豊浦砂の Step1 においては、間隙に侵入した空気の量が少ないため  $S_{wa}$  は  $0m^{-1}$  となり、珪砂5号の Step1 は  $1.8m^{-1}$  となった。これは高い飽和度領域では、空気相の割合が少ないことから、解析領域内で計算される空気相は小さくなったため、 $S_{wa}$  の RSD は 100% を超えるほどの非常に大きな値となってしまったと考えることができる。

飽和状態(Initial)や高い飽和度の場合、すべての試料において体積含水率と比表面積の REV 値は、表-7.2【解析全体値】で示した平均 REV 値の 4 分の 1 程度になっていることがわかる。また、表-7.2 の【RSD=5%到達点での REV の値】を見ると、CGB の比表面積における REV 値を除いて、Step が進行し、排水過程が進行するにつれて体積含水率と比表面積の REV 値が増加している。CGB の REV 値の変動原因として、CGB の

Step4 における体積含水率は 13.5%となっており、珪砂 5 号の Step4 における体積含水率 4.5%と豊浦砂の Step4 での体積含水率 7.1%よりも大きくなっていることが挙げられる。REV の大きさは、対象領域にある水クラスターの相関距離を求めるように解析を行っている。間隙中の水クラスターは体積含水率 $\theta$ が減少する際に分離しながら増加するため、間隙内部のクラスター長は増加し、したがって REV も増加することが言える。しかしながら、高い飽和度の場合、解析領域の切り取る場所に影響されるといわれ、相関長の推定値に偏りが生じる場合があることに注意しなければならない<sup>4)</sup>。

珪砂 5 号において、解析対象領域が 1 辺 350 voxel における RSD の値は、表-7.2 では 15%となっていたが、図-7.5、図-7.6 で確認すると、RSD の解析対象領域が大きくなるにつれて、減少していることが確認できた。このことから、 $600 \times 600 \times 600$  voxel や  $700 \times 700 \times 700$  voxel の解析領域であれば、3 つの試料における物性値を満たすことのできる代表体積になりうるということが言える。この解析領域の決定は Costanza-robinson et al.<sup>5)</sup>によって多孔質媒体を検討する十分な領域であると考えられてきた間隙の REV サイズより 3~7 倍ほど大きくなった。この解析では、体積含水率の REV から計算された RSD の値は、計算された物性値より 30%以上大きくなっていたため、実験結果及び数値解析の結果の信頼性を評価するには不十分であると考えられる。しかしながら、多相流特性の REV の定義を決定することは、サンプルサイズが大きくなるにつれて、接続される相のサイズが大きくなることから、本来難しいといえる<sup>4)</sup>ため、REV の定義を検討するためのこのような解析を行う意義は大きいと考える。

#### 7.1.4 Step ごとの間隙径分布の変化における空気-水相の定量評価

3 つの供試体の多値化画像を用いて計算された Step ごとの間隙径分布と VP 解析によって得られた間隙径分布の比較を図-7.7 に示す。

初期条件下では、水が含まれている間隙をカウントした間隙径分布(Water)と全間隙径分布(Initial)は、飽和度が 100%に近いため一致した曲線となっている。また、VP 解析による間隙径分布では、初期画像を用いてシミュレーションを適用していたため、多値化画像から求められた間隙径分布と VP 解析から得られた間隙径分布はほとんど一致している結果となっている。全試料はそれぞれ、豊浦砂で 5~150 $\mu\text{m}$  領域に分布している間隙径のうち最頻値は 66 $\mu\text{m}$ 、珪砂 5 号では 5~250 $\mu\text{m}$  の領域に分布している間隙のうち最頻値は 110 $\mu\text{m}$ 、CGB で 5~250 $\mu\text{m}$  の間隙径のうち最頻値は 170 $\mu\text{m}$  となっており、それぞれの最頻値周辺の分散が増加するような単峰型の分布を示している。

豊浦砂において、Water の間隙径分布は多値化画像により計算されたもの(図-7.7(a))と VP 解析結果(図-7.7(b))と比較すると、Step ごとの連続したサクシジョンの低下によって、

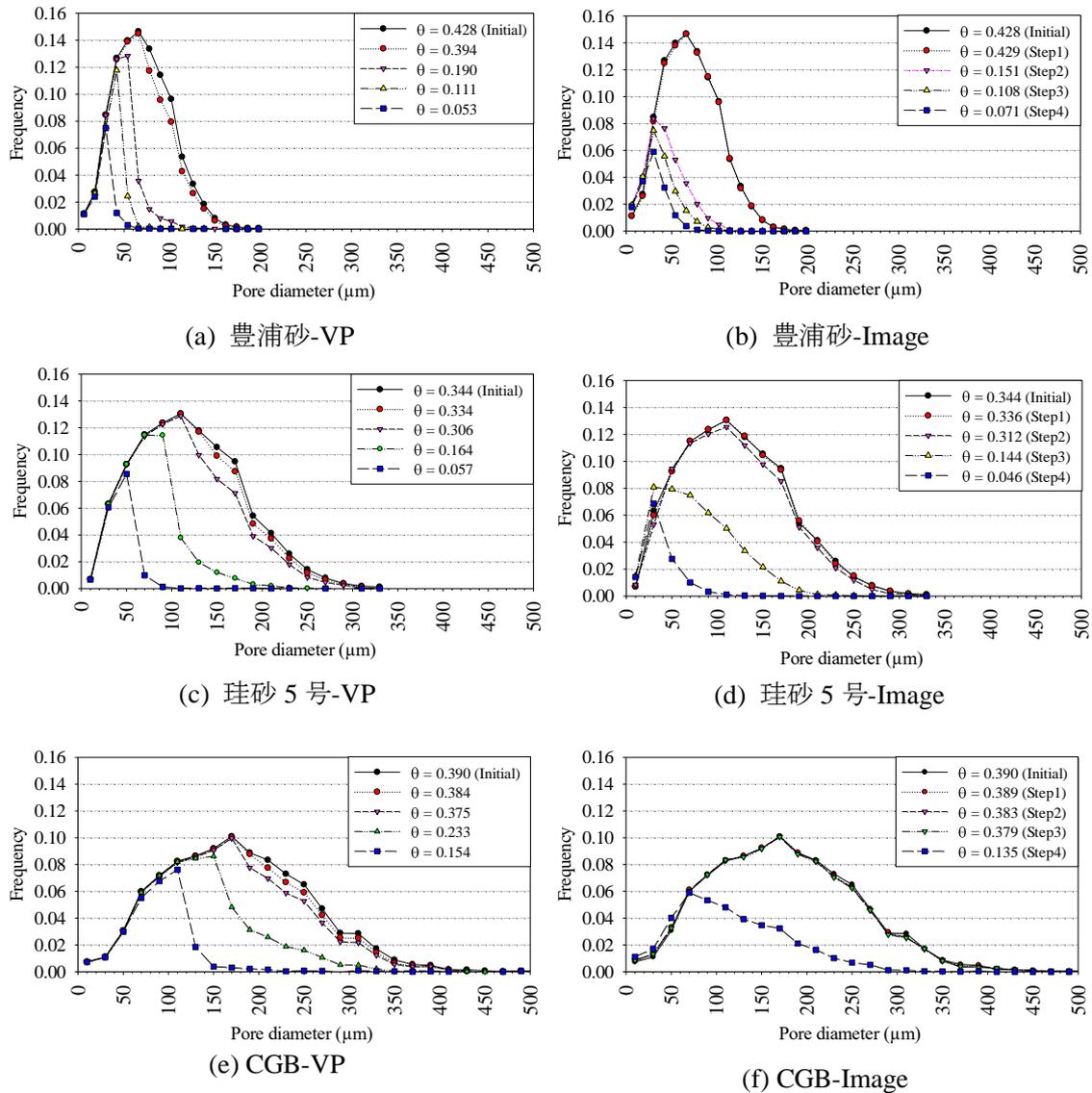


図-7.7 Step ごとによる水が存在する間隙径の分布. (a),(c),(e)は VP 解析の出力画像から計算された結果(VP)で(b),(d),(f)は多値化画像を用いて解析を行った結果(Image)を示す.

大きな間隙から空気が充填されていく挙動から Water の間隙径分布は右側に推移しており、互いに非常に類似した挙動を取っていることがわかる. 一方で、VP 解析から得られた Water の間隙径分布(図-7.7(b))は、Step2 から Step4 について、間隙径の最大値は  $30\mu\text{m}$  となっている. これは Step2 以降において、空気侵入値を超えた領域での排水挙動となっているため、最大値を起点としてとがった分布になったと考えられる.

珪砂 5 号(図-7.7(c),(d))と CGB(図-7.7(e),(f))においては、多値化画像から計算された Water の間隙径分布で、間隙内部の空気侵入が増加するにつれて尾引効果が現れている

ことがわかる。また珪砂 5 号の Step3 以降では、より小さな間隙が排水され始めているにもかかわらず、水で満たされた大きな間隙径が残っているため、排水に伴う Water の間隙径分布の変化が豊浦砂よりも緩やかであるといえる。多値化画像から計算された CGB の Step4 も珪砂 5 号の Step3 と類似した挙動を取っている(図-7.7(d))。この影響は、珪砂 5 号と CGB の間隙の不均質性によって発生すると考えられる。サクシヨンの低下に伴い、小さな間隙は管のような役割を果たすことで、大きな間隙は空気の流れから分離してしまうことから、大きな間隙の周辺に存在している小さな間隙に空気が十分に満たされる毛管圧力水頭を与えることによって、大きな間隙にも空気が充填できるようになると考えることができる。しかしながら、VP 解析では、間隙の大きな領域が空気による置換ができない結果となってしまったため、CGB の Step4 の体積含水率 $\theta=0.233$  の値を観察することはできなかった。

すべての間隙径分布において、体積含水率は VP 解析の結果と多値化画像の両方で等しくなることはなかったが、VP 解析では間隙内の水の浸透挙動を十分に表現できているといえる。しかしながら、VP 解析では、与える毛管圧力水頭を計算するために Young-Laplace 式の直径  $d$  を間隙径分布から直接使用していることから、間隙径分布の値が VP 解析に深く依存していることが問題として挙げられる。したがって VP 結果の水分特性曲線(図-7.7(a),(c),(e))は、多値化画像から計算された間隙径分布の曲線(図-7.5(b),(d),(f))よりも急な傾きとなっていた。広い間隙径分布を持つ材料の場合、VP 解析は間隙の接続が複雑になり、大きな間隙による水のトラッピング挙動を表現できるが、by-passing によるトラップ挙動などの巨視的な流動挙動は、VP 解析の能力を超えた挙動であるため、VP 解析の水分特性曲線と多値化画像から求めた体積含水率とは一致することがなかったのではないかと考えることができる<sup>7)</sup>。

### 7.1.5 多値化画像と VP 解析結果画像の比較

排水ステップの進行における VP 解析の限界を評価するために、保水性試験から得られた CT 画像を多値化処理した画像(I)と VP 解析によって得られた画像(VP)の 3 相(水、空気、土粒子)の画像を足し合わせることによって比較した。VP 解析の出力画像については、実験値の体積含水率に近いポイントを選択することで比較を行った。比較個所は、豊浦砂は Step3 と Step4、珪砂 5 号では Step2 から Step4、CGB は Step4 となっている。

図-7.8 は、画像全体の体積に対し合成画像において各相のマッチングの割合を示した図となっている。3D 画像を用いた多値化画像(I)と VP 出力画像(VP)の合成画像の結果は、9つの相に分けて表示させている。まず、土粒子相に着目すると(図-7.8□)、3つの試料とも多値化画像(I)と VP 出力画像(VP)の土粒子相が 50%以上の一致を示しているこ

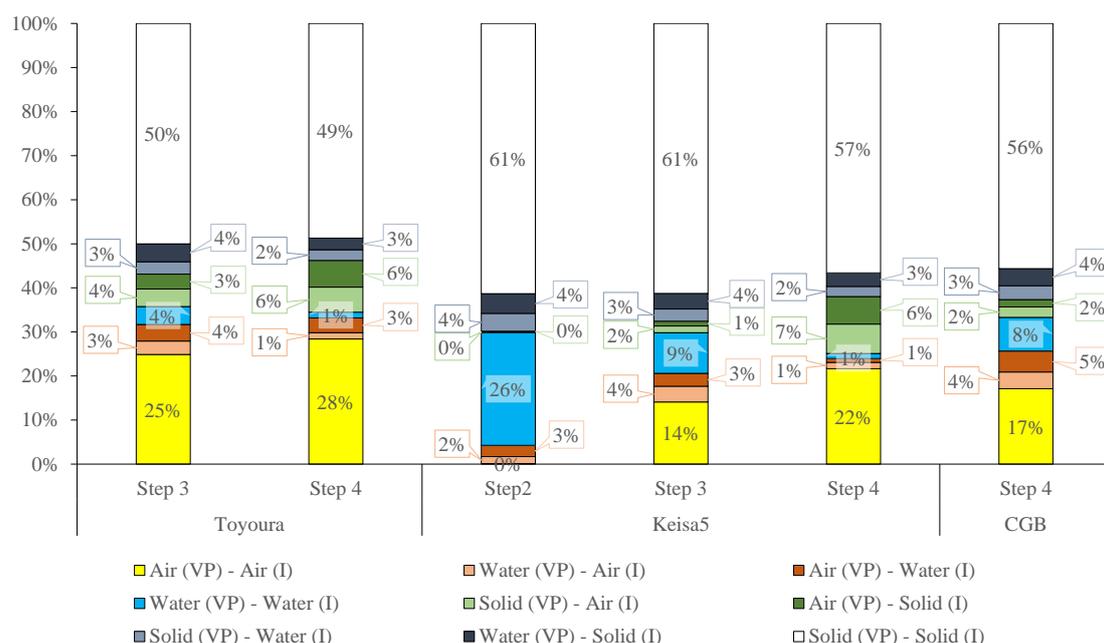


図-7.8 全解析領域における VP 解析出力画像と多値化画像の各相のマッチング比較

とがわかる。一方で、図-7.8の■、■、■、■を見ると、珪砂5号のStep2, Step3では、4.5%、Step4では8.5%ほど相の不一致がみられた。この誤差は、CT撮影時の中心軸ずれによって発生したものであると考える。マイクロCT撮影前には、中心軸を決定する必要がある。その際に、できる限りステップごとに中心軸がずれないように回転中心校正を行ったが、微調X軸、Y軸の値は微妙にずれていることがあったため、その誤差が土粒子相の微量な誤差を生んだと考えられる。またCT撮影時には毎回、微量にCT値が変化することがあり、そのために多値化処理で設定する各相の閾値を変化させる必要があった。この微量なヒストグラムの変化により多値化画像も変化したため、土粒子相の位置のミスマッチが生じたとも考えられる。

次に水、空気相の一致について検討する。図-7.9は、図-7.8をより詳しく説明するために、画像の一致率と飽和度についてのグラフを示している。ただし図-7.9は、試料を区別せず飽和度のみで比較したグラフとなっている。図-7.9より飽和度が高くなるにつれ、特に50%以上の飽和度を持つ領域では、一致率が80%に達するほど増加している傾向がみられる。残った20%は、限界解像度の問題<sup>8)</sup>や多値化処理の誤差<sup>9)</sup>によって生じたものであると考えられる。図-7.8で確認すると、20%の誤差はほとんどが空隙と土粒子などの画像位置のミスマッチが原因であると考えられるが、空気相と水相が一致していない領域があることもわかる。このような一致していない領域は、土粒子相と空隙相間では4%から9%の割合で全試料に発生しており、また空気相と水相における一致していない領域は、特にCGBのStep4で多値化画像(I)とVP解析の出力画像(VP)間で最も大きな差異が発生していた。

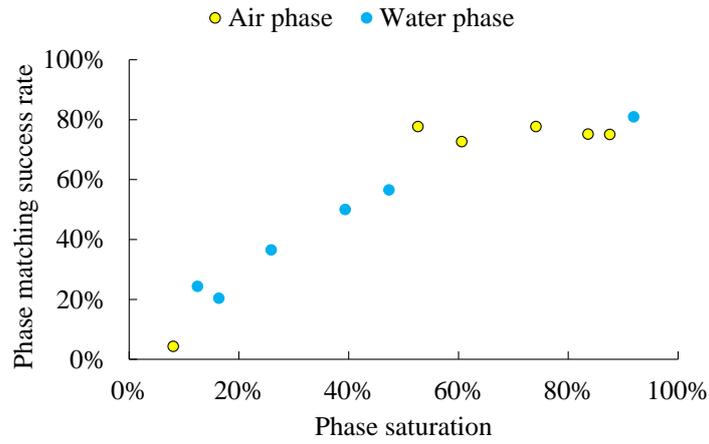


図-7.9 水相, 空気相における画像の一致率と飽和度

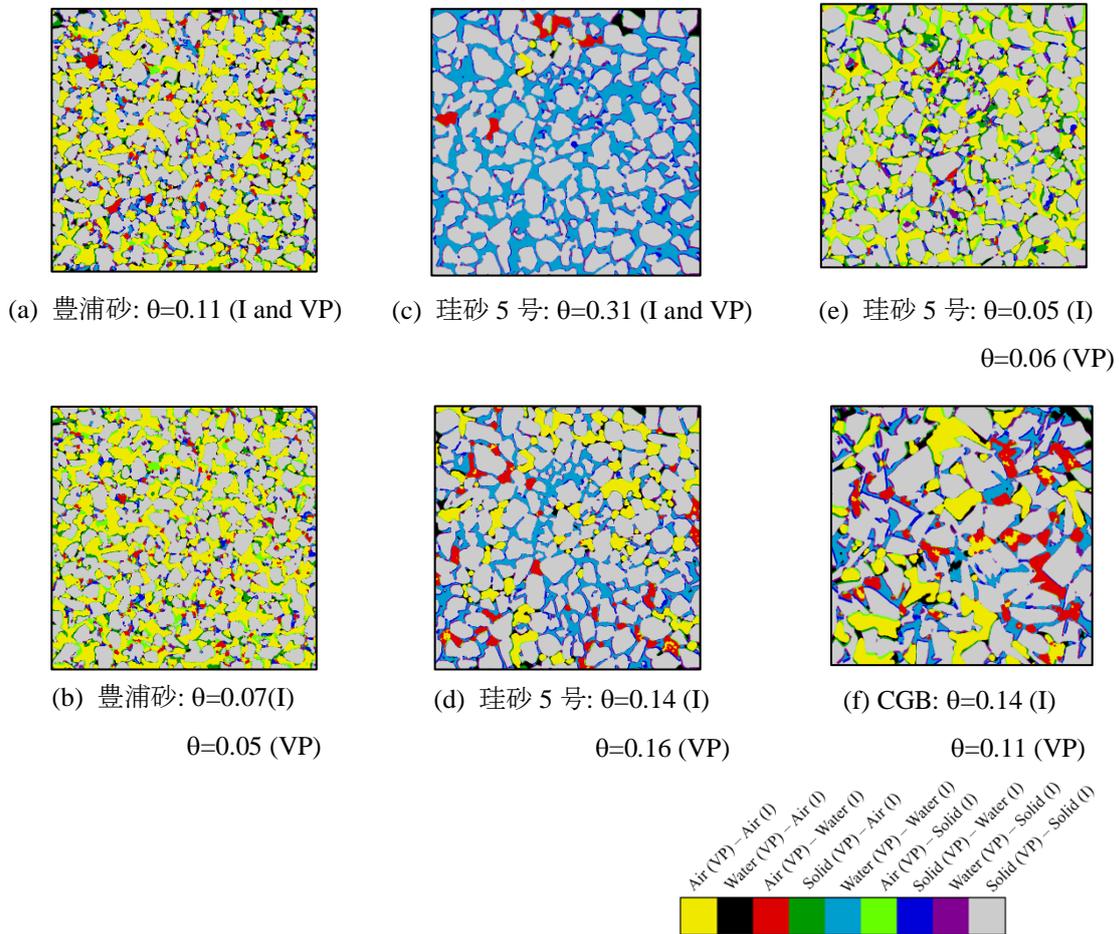


図-7.10 多値化画像(I)と D-VP 解析出力画像(VP)の 2D における重ね合わせ画像

2次元画像における多値化画像(I)と VP 出力画像(VP)間の合成画像の比較を図-7.10に示す. 画像サイズは  $600 \times 600$  voxel となっている. また空気相に着目して3次元画像

で比較した結果を図-7.11 に示す. 豊浦砂の Step3 と Step4 と珪砂 5 号の Step3 と Step4(図-7.10)の多値化画像は, それぞれ体積含水率が 0.11, 0.07, 0.05 となっていた. 図-7.9 で示唆したように, 空気相も水相も画像の一致率が良好であることがわかる. 図-7.10 では画像における各相の誤差は, 領域全体で生じていることが確認できる. これらの相の誤差は間隙と土粒子間で発生する誤差と同じく, 中心軸のずれによって発生したものであることが考えられる. また VP 解析結果は, 固体表面に沿うような水膜や 2 つ以上の土粒子で構成される間隙内部で発生する液架橋を模擬しているように見える. 多値化画像と VP 解析結果を比較すると, 大きな間隙領域では両画像とも空気で充填されている

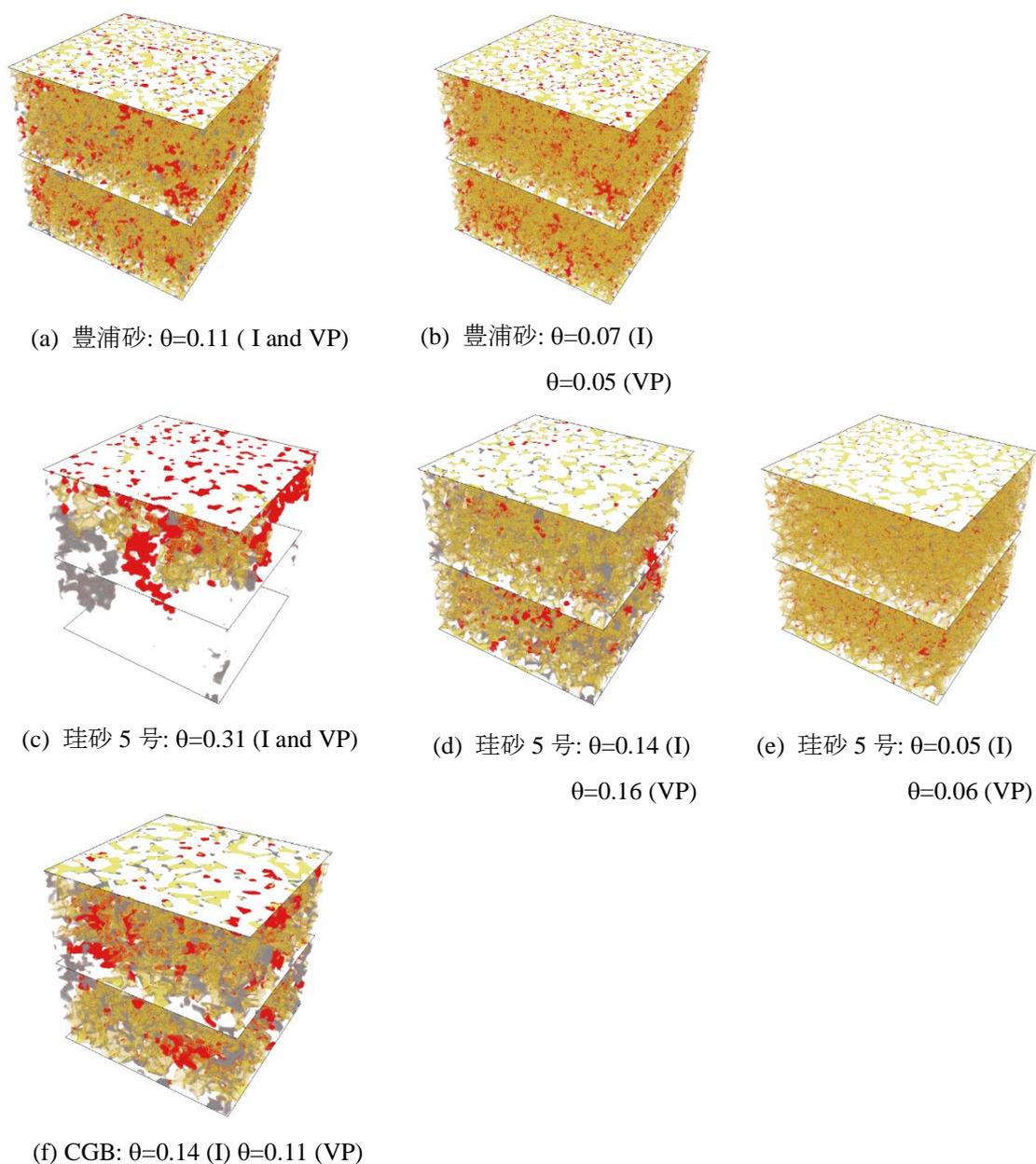


図-7.11 多値化画像(I)と VP 解析出力画像の 3D における重ね合わせ画像の比較

が、小さなサイズの間隙領域では、多値化画像結果では空気で満たされているが VP 解析結果では水が残留していた。これは、VP 解析結果では空気が充填された間隙が間隙径分布解析で適用している仮想球体の形状を模していることから、球体ではない土粒子表面や土粒子が重なっている部分の領域は、空気が侵入できないと考えられる。この局所的な結果は、VP が Young-Laplace の理論を適用したことによって、毛細管直径よりも小さな間隙径には空気が侵入しないような解析になっており、Water の間隙径分布の結果を担保する内容となっている。図-7.11 は、サンプルの毛管圧力水頭に沿って均一的に空気相の一致率を示すことができているといえる。

珪砂 5 号の Step3 と CGB の Step4 において、水相も空気相も中心領域ではかなり不均一に存在していることがわかり、実験で発生したキャピラリー流れを模擬した流れを VP 解析が再現できたといえる。一方、VP 解析の空気相の過大評価は、ほとんど実験で発生した Snap-off や bypassing によるものであり、それによって水相の位置が VP 解析とずれたことによって発生していることが分かった。

最後に、飽和状態に近い珪砂 5 号の Step2 の 3D 画像では、VP 解析結果(VP)と誤差が生じていることが確認できる(図-7.10(c), 図-7.11(c) 赤い領域)。多値化画像(I)の領域内における空気相(■)は、どの間隙とも接続していないことがわかる。これは、大きな空気相の侵入が見られない領域で比較を行ったため生じた誤差であると考えられる。また珪砂 5 号の Step2 では、実験の体積含水率よりも高く、排水が進行していない状態であったため、撮影した供試体中心部の空気相の侵入がほとんどなかったといえる。このような多値化画像と VP 解析結果(VP)の空気相の矛盾は、供試体の壁面の影響が関わっていると考えることができる。VP 解析では、空気は侵入した領域全体に不均一に生じている(図-7.9)が、実験では、低いサクション(17.8cm)で撮影したこともあり、空気の挙動は選択した解析領域を囲んだ外側に侵入していることが確認されている(図-7.4(b))。VP 解析での毛管力による空気侵入の挙動は今後検討する必要があると考える。

## 7.2 LBM による不飽和透水係数の算出

前節では、保水性試験と画像解析による保水性の検討を行い、VP 解析の妥当性と解析限界について述べた。本節では、特に実験と VP 解析結果の一致率がいい珪砂 5 号に焦点を当て、LBM における一相流解析を行い、不飽和透水係数の算出を行った結果を示す。

## 7.2.1 一相流解析におけるパラメータの確認

LBM による一相流解析を実施するためのパラメータの選定を行った結果を示す。一相流解析におけるパラメータの選定は、管路流れにおけるハーゲンポアズイユ流れにおける厳密解の式と比較を行う。ハーゲンポアズイユ流れの流速分布は次式で表される<sup>10)</sup>。

$$u(r) = \frac{\rho g}{2\mu}(a^2 - r^2) \tag{7.2}$$

$$u_{av} = \frac{2\rho g}{32\mu}a^2$$

ここで、 $g$  は重力加速度、 $a$  は半径、 $\mu$  は粘性係数を示す。

図-7.12 には、ハーゲンポアズイユ解析を行うために作成した管路を、表-7.3 には解析で用いたパラメータを示す。解析領域は長さ  $L = 150 \text{ voxel}$ 、管径  $D = 26 \text{ voxel}$ 、幅  $W = 3 \text{ voxel}$  の管路を作成した。また、青色の領域は管の壁面を表しており、上下に  $3 \text{ voxel}$  の厚みを設定した。管壁面の境界は **Halfway Bounce-back** 条件、管路の流入と流出口は周期境界条件としている。緩和時間は  $\tau = 1.0$  としたため、動粘性係数は  $\nu = \tau/3 = 0.1667$  となる。緩和時間は無次元パラメータであるため、LBM における動粘性係数も無次元数となる。初期条件として流入口に格子速度  $u_{in} = 0.0062$  を与えた。また、ハーゲンポアズイユの法則による単純管路の代表流速  $U$  は以下の式で表される。

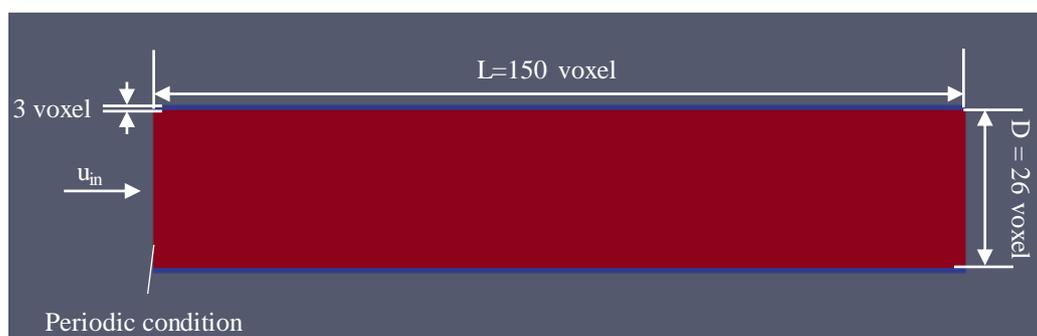


図-7.12 管路流れ再現解析に使用した管路の構造

表-7.3 一相流 LBM 解析における条件

流入流速 $u_{in}$	0.0064
密度 $\rho$	1.0
緩和時間 $\tau$	1.0
動粘性係数 $\nu$	0.1667
解像度 (mm)	0.001
壁面境界条件	Halfway Bounce-back

$$U = -\frac{D^2}{32\mu} \frac{dp}{dx} \quad (7.3)$$

Dは管路直径を表している。

図-7.13 は一相流 LBM 解析結果の画像を示している。また、図-7.14 は図-7.13 に示した白線位置( $x = 75 \text{ voxel}$ )における一相流解析の管路内の断面流速結果と式(7.2)で得られる厳密解を比較した結果を示している。図-7.14 において、LBM 解析解がハーゲンポアズイユの厳密解に近い値を取得していることから、以降の一相流の解析は流速  $u_{in} = 0.0062$  を用いて解析を行う。

LBM 解析において、流速は各 voxel 内の粒子が持つ移動距離をステップで除した物理量を示すため、実現象の流速に置き換えるために各格子点の密度を乗じた後、全体の平均密度で除したものを LBM 流速ととらえることとする。表-7.4 は解析で得られた平

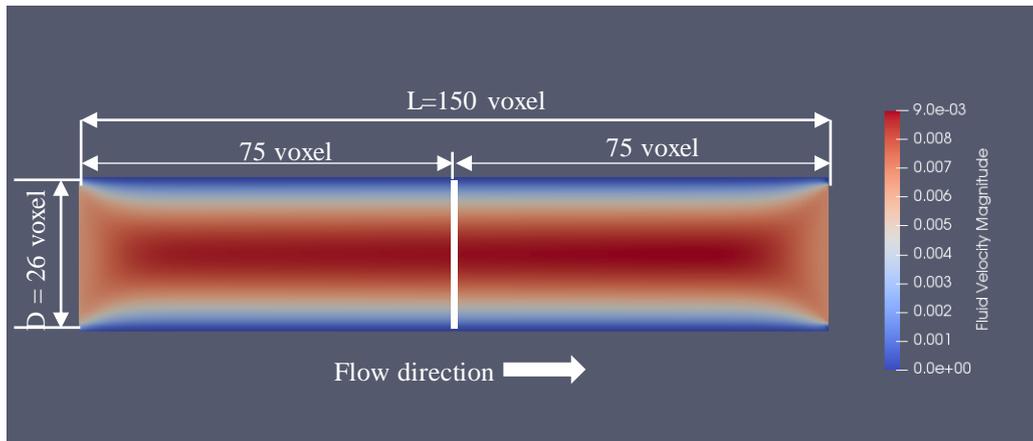


図-7.13 ハーゲンポアズイユ流れを再現した LBM 解析結果 (流速分布)

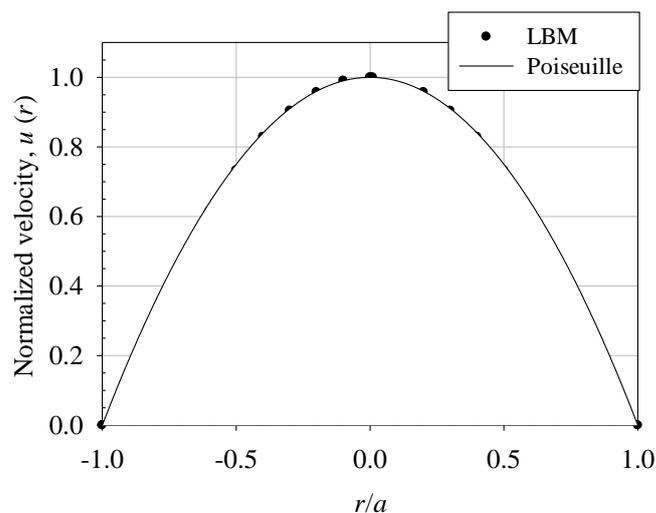


図-7.14 LBM で得られた流速とハーゲンポアズイユの厳密解との比較

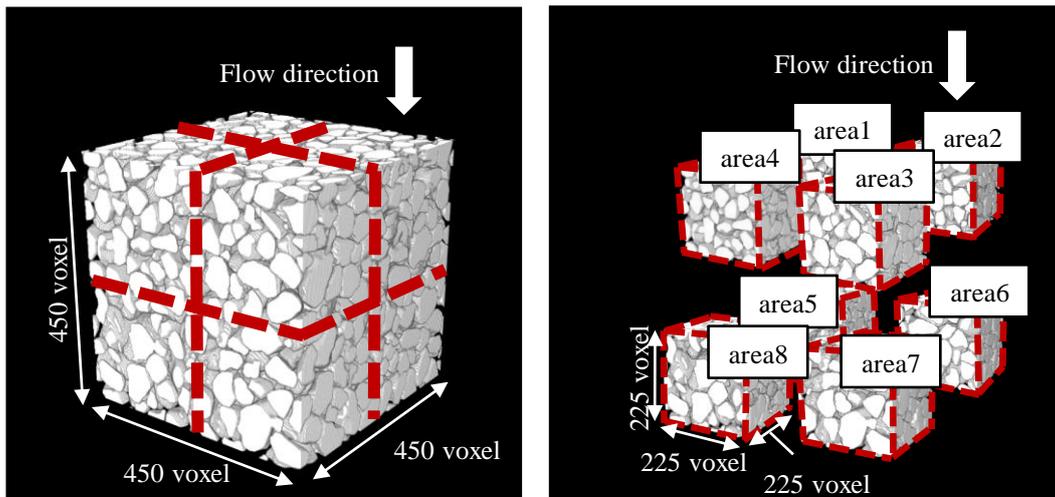
表-7.4 LBM と実パラメータとの比較

	LBM	Real
D	26(voxel)	0.026(mm)
L	150(voxel)	1.5(mm)
U	0.0056(voxel/step)	0.0034(m/s)
$\Delta P$	0.0135(mass/(voxel $\cdot$ step))	2.3957(Pa)
Re	0.8668	

均流速や圧力から求めた LBM でのパラメータと実パラメータの比較を示している。LBM から得られた平均流速から求めたレイノルズ数は 0.8668 となり、層流現象を示す流れとなっていることが確認できた。レイノルズ数は無次元数であるため、LBM から得られたレイノルズ数を基に実パラメータの変換係数を求めることが可能である。実現象の流速は  $3.4 \times 10^{-3}(\text{m/s})$  となった。この値を用いて式(7.3)を用いて圧力損失を計算すると、2.3957 Pa を得ることができる。この値から実パラメータへの変換係数を求めると、圧力においては、実パラメータで約 177 : 1 となり、流速では約 0.6004 : 1 という値が計算された。この比率を用いることで、後述する不飽和透水係数を求めることができる。

## 7.2.2 不飽和透水係数取得のための領域設定と境界条件

解析用パソコンのメモリの都合上、珪砂 5 号の REV 領域を満たす  $300 \times 300 \times 300$  voxel 以上を LBM によって解析することは困難であったため、珪砂 5 号の不飽和透水係数を求める際には領域を 8 分割することによって REV 領域を満たす領域の LBM 解析を行った。図-7.15 には解析に使用した intial の画像と、その領域を 8 分割した領域を示す。LBM 一相流解析に用いた画像は、図-7.2 に示した intial から Step4 までの画像を用いて解析を行った。解析領域は、画像の中心部分の領域である  $450 \text{ voxel} \times 450 \text{ voxel} \times 450 \text{ voxel}$  を抽出し、それを一辺  $225 \times 225 \times 225 \text{ voxel}$  の立方体で 8 分割した(図-7.15(b))。図-7.16 は分割した領域に与えた境界条件を示している。赤い領域は水が流入する間隙部分を示しており、青色は粒子と壁面を示している。流入条件は、7.2.1 で使用した条件を与え、上下に合わせて 10 voxel の壁を与えている。に本研究では流動方向に重力を考慮した値を与えているため、z 方向には壁面を設けず、周期境界条件を設定している。そのため、壁面を設けていない z 軸方向の流動の影響を考慮するために、図-7.17 のように  $z = 1$  と  $z = 225$  における間隙率の比較を行った。図-7.17 では、 $z = 1$  と  $z = 225$  における 8 領域の画像から計算された平均間隙率とその標準偏差を示している。図-7.17 をみると、CT 画像領域も D-VP 出力画像のどちらにおいても、 $z = 1$  と  $z = 225$  の間隙率の



(a) 珪砂 5 号(initial)画像における LBM 解析領域全体

(b) (a)に対する 8 領域の分割

図-7.15 LBM 解析領域の作成

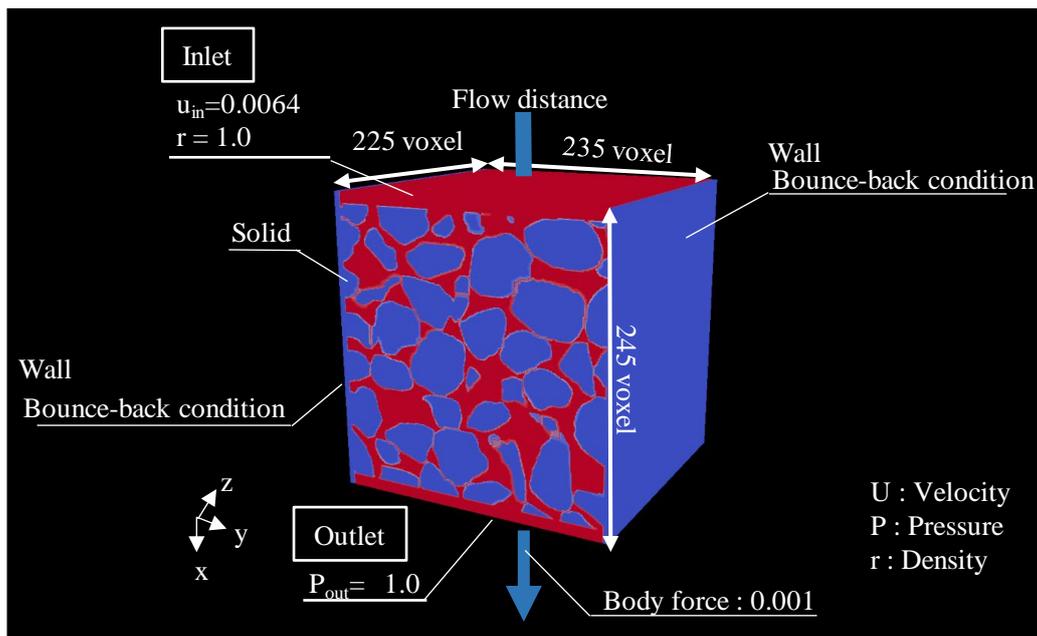


図-7.16 LBM 一相流解析における境界条件

標準偏差が 0.1 に収まっていることが分かる。この結果から、, どちらの値も間隙率が大きく変わるほどの変化がないため、本研究では z 軸方向の間隙率の変化による透水係数の変化は考慮しないものとする。

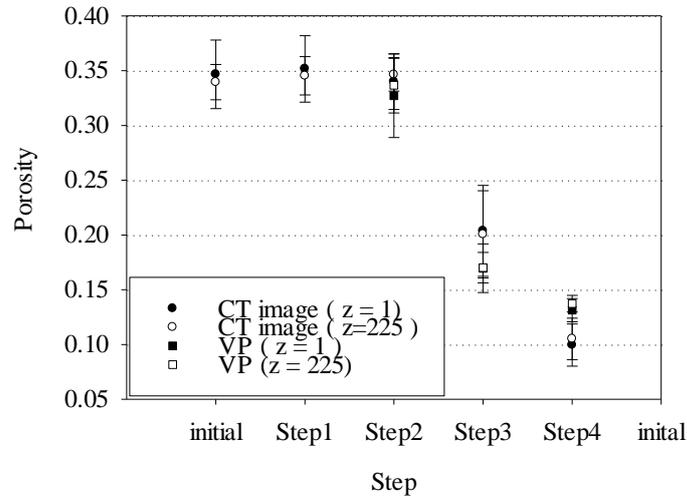
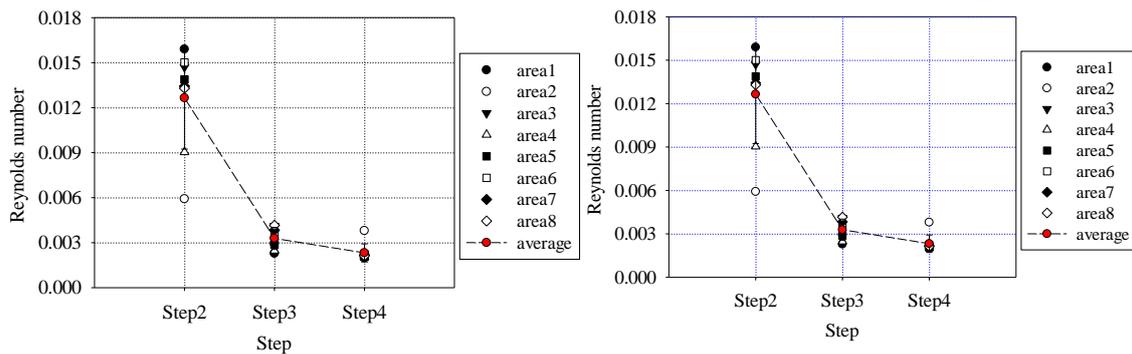


図-7.17 各解析領域における  $z=1$  と  $z=225$  領域の平均間隙径と標準偏差



(a) CT 画像の場合

(b) VP 画像の場合

図-7.18 LBM 一相流解析により得られたレイノルズ数のステップごとの推移

### 7.2.3 レイノルズ数の確認

得られた結果が層流状態の結果であることを確認するため、レイノルズ数の確認を行った。図-7.18 には、CT 画像と VP 解析の結果で得られた画像から LBM 一相流解析によって得られた流速を計算することで求められたレイノルズ数を示している。area は 8 分割した領域の不飽和透水係数を示しており、8 分割した領域の平均値を黒線で示している。8 分割した領域は図-7.18 のように 1~8 までの番号を振っている。図-7.18 の結果から、レイノルズ数は 1 を超えた領域がないことから、LBM 一相流解析は層流状態で得られていることが確認できた。

## 7.2.4 不飽和透水係数の検討

まず、LBM 解析から得られた不飽和透水係数と実現象の不飽和透水係数との比較を行った。そのためには、実験における不飽和透水係数を求めることが必要であるが、本研究では、実験に用いた間隙構造のまま透水試験を行うことは困難であったため、Timur の式<sup>11)</sup>と森田らが提案した推定式<sup>12)</sup>と、Creager の式<sup>13)</sup>から算出した透水係数を用いて比較を行う。

Timur の式<sup>11)</sup>は、不動水飽和度と間隙率を用いて透水係数を推定する経験式であり、以下のように表される。

$$k = 0.136 \frac{\phi^{4.4}}{S_{wi}^2} \quad (7.4)$$

ここで、 $\phi$ は間隙率(%)を表し、 $S_{wi}$ は不動水飽和度(%),  $k$ は浸透率( $mD = 10^{-6} \text{ cm/s}$ )を表す。不動水飽和度は珪砂 5 号の保水性試験の Step4 時の値( $S_{wi} = 4.163 \%$ )を用いることとする。森田ら<sup>12)</sup>は、土の透水係数とその土の間隙率と均等係数から重回帰分析を用いて最も関連性の高い透水係数推定式(7.5)を提案した。

$$k = 0.052 \times (D_{30})^{1.5} \times (U_c)^{-0.8} \times n^{4.4} \quad (7.5)$$

ただし、透水係数  $k$  (m/s) とし、 $D_{30}$  は 30% 粒径 (mm) ,  $U_c$  は均等係数, 間隙率  $n$  (%) としている。本研究に使用した珪砂 5 号の  $D_{30}$  は 0.44mm であり、均等係数  $U_c$  は 1.7 である。Creager の式<sup>13)</sup> は、粒径が  $0.005\text{mm} \leq D_{20} \leq 2\text{mm}$  の範囲において、 $D_{20}$  に相当する透水係数を一覧表として提案しているものであるが、式(7.6)で代用することも可能である<sup>14)</sup>。

$$k = 0.0034 D_{20}^{2.2954} \quad (0.005 \leq D_{20} \leq 2) \quad (7.6)$$

本研究では一覧表ではなく、式(7.6)を使用して算出した透水係数を使用した。ここで、珪砂 5 号の  $D_{20}$  はおよそ 0.38mm である。以上の 3 つの推定式で推定した透水係数を用いて Mualem の不飽和透水係数の推定式を用いて不飽和透水係数を求めた。

van-Genuchten の水分特性曲線の推定式(7.7)を用いた珪砂 5 号の実験値における近似曲線は、図-7.19 のようになった。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \{1 + (\alpha h)^n\}^{-m} \quad (7.7)$$

この時に用いたフィッティングパラメータ  $\alpha$ ,  $n$ ,  $m$  は表-7.5 に示している。図-7.20 には CT 画像を用いて LBM 一相流解析により算出した不飽和透水係数と図-7.19 で示した

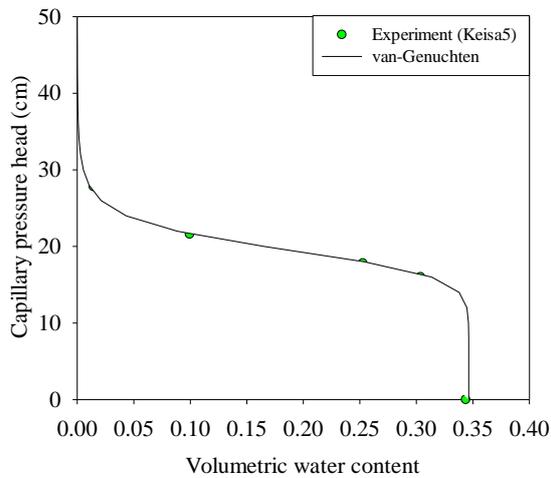


図-7.19 珪砂 5 号実験値と van-Genuchten の近似式との比較

表-7.5 van-Genuchten のフィッティングパラメータ

パラメータ		
$\alpha$	$n$	$m$
10.713	0.907	0.051

表-7.6 各推定式における飽和透水係数算出結果

	Permeability $k$ (m/s)
Timur	$4.7 \times 10^{-4}$
Morita et al.	$9.3 \times 10^{-5}$
Creager et al.	$3.7 \times 10^{-4}$

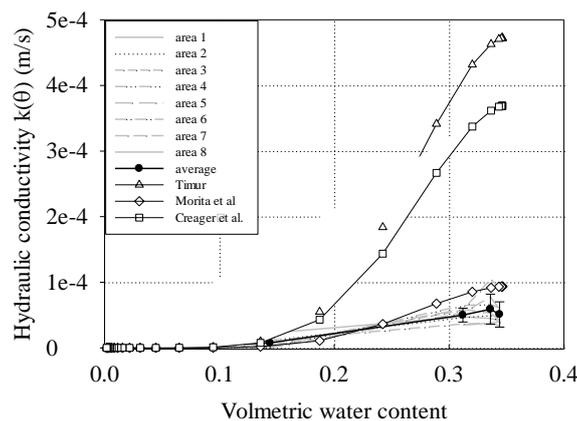


図-7.20 CT 画像より求めた不飽和透水係数と Mualem の不飽和透水係数推定式との比較

保水性試験の結果から van-Genuchten-Mualem の式を使用して不飽和透水係数の推定を行った結果を比較したものである。また、表-7.6 には 3 つの推定式から推定した透水係数の値を示している。図-7.20 と表-7.6 を見ると、Timur の透水係数と Creager の式における透水係数は、森田らの推定透水係数より 1 オーダーほど大きい値を取っているが、森田らの推定透水係数も  $10^{-4} \text{m/s}$  に近い値を取っていることが確認できる。よって、珪砂 5 号の推定透水係数は  $10^{-4} \text{m/s}$  の領域で得られることが確認できた。

Timur の式(7.4)と Creager の式(7.6)で求められた透水係数を用いて Mualem の不飽和透水係数の推定式を用いると、LBM で得られた不飽和透水係数よりも傾きが大きな曲線を描いていることがわかる。一方で、森田らの式(7.3)から算出された不飽和透水係数と LBM によって求められた不飽和透水係数が近い値を示している。図-7.21 は式(7.5)を用いた Mualem の不飽和透水係数と LBM 解析で求められた不飽和透水係数の結果を

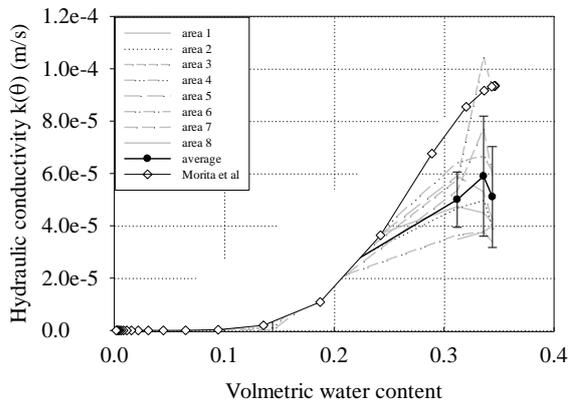


図-7.21 CT 画像における不飽和透水係数と式(6.3)の透水係数から求めた Mualem の不飽和透水係数の推定式との比較

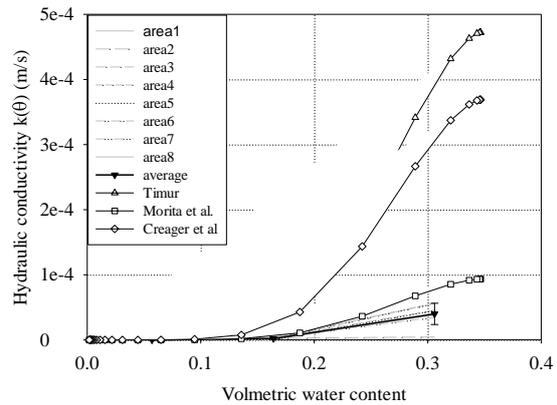


図-7.22 VP 解析結果画像より求めた不飽和透水係数と Mualem の不飽和透水係数推定式との比較

比較したものである。図-7.21 の LBM による不飽和透水係数に着目すると、Initial と Step1 は標準偏差が大きくなっていることが分かる。これは、空気が浸透していない領域であるため、間隙構造が最も複雑な領域になっているため、各領域の間隙構造によって透水量の違いが影響したためであると考えられる。一方で、Step2 以降の標準偏差は小さくなっている。これは、Initial や Step1 の画像とは逆に、空気が浸透し、経路がふさがれることによって水が流れる間隙が少なくなったため、透水係数が小さくなっていると考えられる。式(7.5)を用いた Mualem の推定式の解と LBM 解析値の average を比較すると、LBM で得られた不飽和透水係数の方が推定式よりも上側で推移しているものの、Initial から Step4 までのすべてのプロットの標準偏差の中に推定不飽和透水係数が入っているため、LBM 解析値は妥当な結果が得られているといえる。

図-7.22 には、VP 解析で得られた画像を用いて LBM 一相流解析から不飽和透水係数を求めた結果と、3つの推定透水係数を用いて計算された Mualem の推定式の解を比較した結果を示している。この時、VP 解析の結果で用いた画像は、7.1.4において多値化画像と VP 解析の比較の際に使用した Step2, Step3, Step4 の画像を用いて解析を行った。図-7.22を見ると、先ほどの図-7.20のCT画像から求めた不飽和透水係数と同じく、式(7.5)で求めた透水係数を使用した Mualem の不飽和透水係数と近い領域で推移していることがわかる。図-7.23には式(7.5)で求めた透水係数を使用した Mualem の不飽和透水係数推定解と VP 解析画像における LBM 解析の解を示している。図-7.23に着目すると、Step2の標準偏差誤差のエラーバーが大きくなっていることが分かる。特に Step2の area2の透水係数は  $9.3 \times 10^{-6}$  m/s となり、平均透水係数  $7.9 \times 10^{-5}$  m/s より1オーダー低い値となっている。図-7.24は image と VP における area2の状態と LBM の流速分

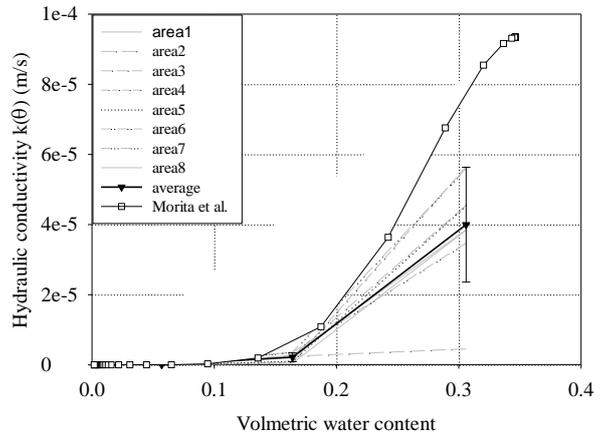
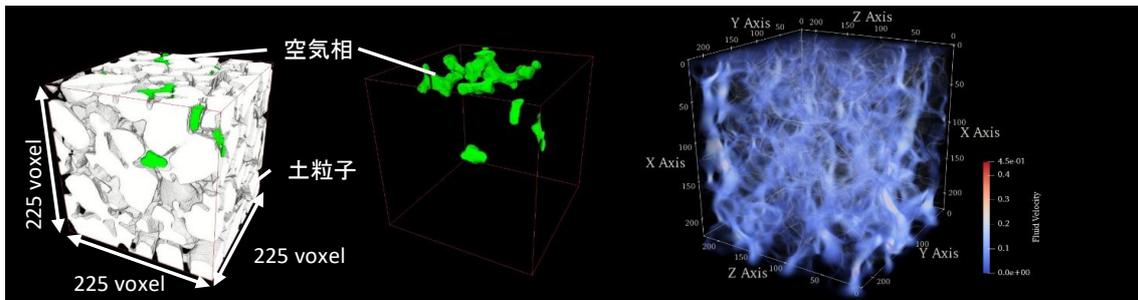
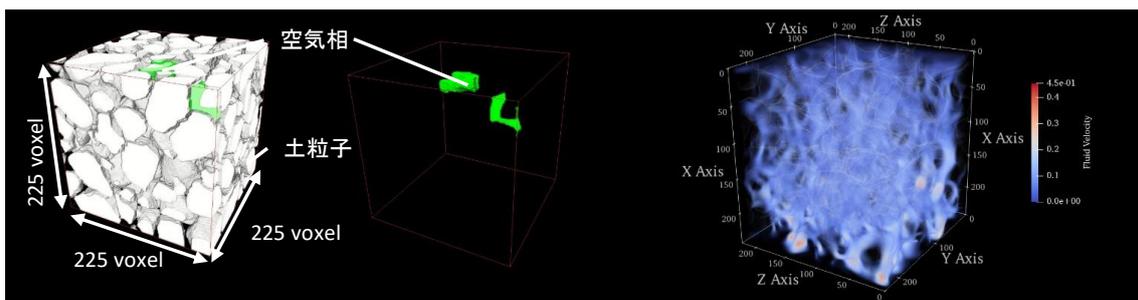


図-7.23 VP 画像における不飽和透水係数と式(6.3)の透水係数から求めた Mualem の不飽和透水係数の推定式との比較



(a) VP 解析結果画像 (Step2 area2)における空気相の領域 (b) VP 解析画像境界(Step2 area2)における流速分布



(c) CT 画像( Step2 area2)における空気相の領域 (d) CT 画像境界(Step2 area2)における流速分布

図-7.24 VP 画像境界における LBM 解析領域と CT 画像境界における空気相の分布と流速分布

布を示している。VP 画像における area2 の領域は、空気が侵入している領域であることがわかる。本研究における空気領域は不動領域とみなしているため、固相と同じ扱いとなる。そのため図-7.24(b)の流速分布をみると、図-7.24(a)の領域と比較して流入方向

はかなり細く小さい流速分布となったため、1 オーダー低い値が得られたものと考えられる。この結果は、VP における空気相の過大評価によって引き起こされたものであると結論付けることができる。Step3 から Step4 にかけては標準偏差の値も小さくなっている。これは、Step3 から Step4 にかけて空気が間隙全体に侵入したため、透水係数が全体的に小さくなったためであるといえる。

図-7.25 は CT 画像を用いた LBM 解析の結果と、VP 解析から求めた解析の結果を比較している。また、不飽和透水係数の参考値として特に森田らの式(7.5)から導出された透水係数を用いて計算された Mualem の式から推定された不飽和透水係数を示している。図-7.25 より、LBM の全体的な傾向として、Initial や Step1 においては標準偏差が大きくなっていることがわかる。Initial や Step1 は図-7.19 の水分特性曲線において空気侵入値より低い位置にあるため、空気の侵入が少ないことがわかる。そのため、間隙構造の状態によって水の流速が大きく影響されるため、標準偏差が大きくなると考えられる、逆に Step3 や Step4 においては空気相が間隙内部をほとんど占めるようになるため、間隙内部の水の経路が限定されるため、透水性が低くなる挙動が確認できる。

図-7.25 より、VP から得られた画像で計算された透水係数は、森田らの透水係数を用いた不飽和透水係数と近い値を示している。この結果は VP 解析が間隙内部の排水現象を的確に再現できていることを裏付けることができる結果である。一方で、解析領域は REV を満たす代表領域ではないことから、今後はさらなる大領域に対する LBM 解析を実施し、代表要素の範囲内での議論を行う必要がある。また、森田らの透水係数は、他の2つの透水係数推定値に比べ1 オーダー程小さい結果が得られているため、今後は珪砂5号の透水試験を行い実験値を取得し、再度検討する必要がある。

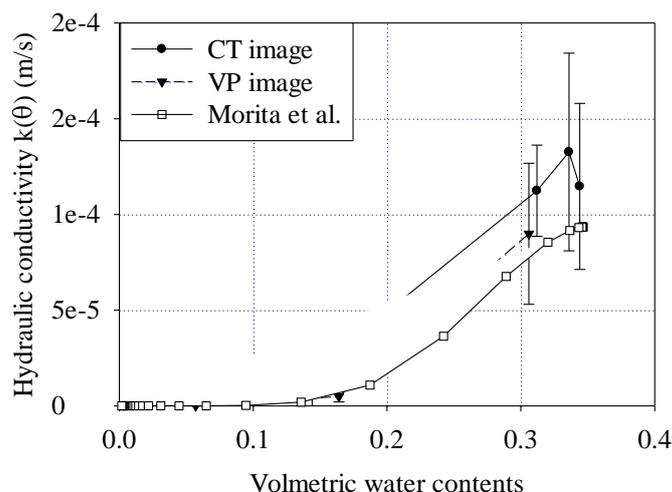


図-7.25 CT 画像と VP 画像から求めた不飽和透水係数と式(6.3)の透水係数から求めた Mualem の不飽和透水係数の推定式との比較

### 7.3 7章のまとめ

7.1 では本研究室で開発された VP 法について、解析手法の妥当性を評価するために排水過程における水-空気相の挙動を保水性試験において検討し、また実験中に CT 画像を撮影することで 3 つの試料に対する代表要素体積の検討と間隙径分布形状の評価を行った。特に代表要素体積の検討から、本解析領域におけるマクロ領域へのパラメータの互換性を保つ領域を一辺 600 voxel 以上の領域と定め、実験結果と VP 解析結果を比較し、画像解析手法の妥当性について評価した。

ま

7.2 では、7.1 で使用した珪砂 5 号の CT 画像と画像解析によって得られた珪砂 5 号の VP 解析における出力画像を境界として LBM 一相流解析を使用して不飽和透水係数を求めた。得られた不飽和透水係数と Mualem の不飽和透水係数との比較評価を行うことで、VP 解析手法の有効性について検討を行った..

まず、7.1 に関する結論を以下に結論を示す。

- 1) 体積含水率と比表面積の解析領域における RSD の変化は、試料が飽和に近い Step を除いて全試料とも  $S_{wa}$  の値が  $2300\text{m}^{-1}$  以下の値を保ちながら、体積含水率 $\theta$ が継続的に減少する非常に近い挙動の傾向がみられた。
- 2) すべての間隙径分布において、体積含水率は VP 解析の結果と多値化画像の両方で等しくなることはなかったが、VP 解析では間隙内の水の浸透挙動を十分に表現できているといえる。
- 3) 広い間隙径分布を持つ材料の場合、VP 解析は間隙の接続が複雑になり、大きな間隙による水のトラッピング挙動を表現できるが、bypassing によるトラップ挙動などの巨視的な流動挙動は、VP 解析の能力を超えた挙動であるため、VP 解析の水分特性曲線と多値化画像から求めた体積含水率とは一致しにくい。
- 4) 50%以上の飽和度を持つ領域では、飽和度が増加するにつれ Image と VP 画像の一致率が 80%に達するほど増加している傾向がみられる。また VP 解析結果は固体表面に沿うような水膜や 2 つかそれ以上の土粒子間に発生する液架橋を模擬しているような結果が得られていることが確認できた。
- 5) VP 解析の空気相の過大評価は、ほとんど実験で発生した snap-off や bypassing によるものであり、それによって水相の位置が VP 解析とずれたことによって発生して

いることが分かった.

次に, 7.2 に関する結論を以下に述べる.

- 1) LBM 一相流解析によるハーゲンポアズイユ流れを再現することによって, 実パラメータ変換に必要なレイノルズ数を求めた. LBM から得られた平均流速から求めたレイノルズ数は 0.8668 となり, 実現象の流速は  $3.4 \times 10^{-3}(\text{m/s})$  となった. この値を用い実パラメータへの変換係数を求めると, 圧力においては, 実パラメータで約 177 : 1 となり, 流速では約 0.6004 : 1 という値を得ることができた.
- 2) Mualem の推定式の解と LBM 解析値の average を比較すると, LBM で得られた不飽和透水係数の方が推定式よりも上側で推移しているものの, Initial から Step4 までのすべてのプロットの標準偏差の中に推定不飽和透水係数が入っていることが確認できた.
- 3) LBM の全体的な傾向として, Initial や Step1 は空気侵入値より低い位置にあるため, 空気の侵入が少ないことから, 間隙構造の状態によって水の流速が大きく影響されるため, 標準偏差が大きくなると考えられる, 逆に Step3 や Step4 においては空気相が間隙内部をほとんど占めるようになるため, 間隙内部の水の経路が限定されるため, 透水性が低くなる挙動が確認できた.
- 4) VP から得られた画像で計算された透水係数は, 不飽和透水係数と近い値を示すことから VP 解析が間隙内部の排水現象を的確に再現できていることを裏付けることができる結果である.

## 【引用・参考文献】

- 1) Shiota E, Mukunoki T, Oxarango L, Tinetti AJ, Golfier F. :Micro- and macro-scale water retention properties of granular soils: Contribution of the X-Ray CT-based voxel percolation method. *Soil Research*, 57(6), pp.575-588-,2019.
- 2) 永井千彩希：間隙構造の画像解析及びCFD解析による水-LNAPLの輸送機構の解明，熊本大学大学院自然科学研究科社会環境工学専攻平成25年修士論文，pp.1-20, 2013.
- 3) 宮原ひとみ：X線CTデータを用いた間隙構造解析によるLNAPLの残留機構の解明に関する研究，熊本大学工学部社会環境工学科，平成24年度卒業論文，2012
- 4) Georgiadis A, Berg S, Makurat A, Maitland G, Ott H. :Pore-scale micro-computed-tomography imaging: Nonwetting-phase cluster-size distribution during drainage and imbibition. *Physical Review E*, 88(3), pp1-9, 2013.
- 5) Costanza-robinson MS, Estabrook BD, Fouhey DF. :Representative elementary volume estimation for porosity, moisture saturation, and air-water interfacial areas in unsaturated porous media : Data quality implications. *Water Resource Research*, 47, pp.1-12, 2011.
- 6) Yuan C, Chareyre B, Darve F. :Pore-scale simulations of drainage in granular materials: Finite size effects and the representative elementary volume. *Advanced Water Resources*, 95, pp109-124, 2016.
- 7) Berg S, Rücker M, Ott H, et al. :Connected pathway relative permeability from pore-scale imaging of imbibition. *Advanced Water Resources*, 90, pp24-35, 2016.
- 8) Saxena N, Hofmann R, Alpak FO, Dietderich J, Hunter S, Day-Stirrat RJ. :Effect of image segmentation & voxel size on micro-CT computed effective transport & elastic properties. *Marine Petroleum Geology*, 86, pp972-990, 2017.
- 9) Leu L, Berg S, Enzmann F, Armstrong RT, Kersten M. :Fast X-ray Micro-Tomography of Multiphase Flow in Berea Sandstone: A Sensitivity Study on Image Processing, *Transport Porous Media*, 105(2), pp451-469, 2014.
- 10) Zou, Q., He, X.: On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of Fluids*, 96(6), pp. 1591-1598, 1997.
- 11) Timur, A.: An investigation of permeability, porosity, & residual water saturation relationship for sandstone reservoirs, *Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts*, pp.8-17, 1968.
- 12) 森田悠紀雄，坪田邦治，西垣誠，小松満：粒度分布と間隙率を考慮した土の透水係数の推定方法，土と基礎，53(7)，pp.5-7, 2005.
- 13) Creager, W. P., Justin, J. D., Hinds, J.: Engineering for Dams, Vol. III, Earth-Rock-fill,

- Steel, and Timber dams, John Wiley & Sons, Inc., pp. 645-649, 1945.
- 14) 乾一幸, 石川明, 三宅紀治, 石崎長俊, 清水孝昭, 古茶直己: 建築分野での透水係数評価1-砂礫層における簡便法(単孔式透水係数とCreager法)の精度-, 第32回日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.551-552, 2005

## 第 8 章 吸排油試験における改良型 VP 法を用いたトラップ挙動の評価

本章では LNAPL のトラップ現象に着目し、その挙動を確認するために吸排油試験を行った結果を示す。また、吸排油試験の最中にマイクロ X 線 CT 撮影を行い供試体内部の可視化を行った。また、CT 画像解析を適用することにより、間隙内のトラップ挙動の傾向と定量評価を行った結果を示す。

### 8.1 吸排油試験結果と間隙径分布によるトラッピング評価

#### 8.1.1 吸排油試験結果と CT 撮影結果

図-8.1 には吸排油試験初期の供試体の様子の写真を示している。図-8.2 には豊浦砂、珪砂 5 号、CGB の 3 種類について吸排油試験を行った結果を示す。表-8.1 は Paraffin 侵入点における毛管圧力水頭を検討するために参考値として、7.1.2 で示した排水過程における水分特性曲線のうち、空気侵入点における毛管圧力水頭を示している。図-8.2 において、7.1.2(図-7.1)の排水曲線で得られた結果と同じく、平均粒径が大きくなるにつれて空気侵入値が低くなっている挙動を描いている。また、3 試料の曲線ともヒステリシス挙動が表れていることが分かった。表-8.1 を確認すると、KI 水溶液-Paraffin における吸排水試験における Paraffin 侵入値は、水-空気における空気侵入値より、6cm 以上小さくなっていることが確認された。特に、豊浦砂の挙動は、水-空気における排水挙動よりも 10.5cm ほど低い毛管圧力水頭で Paraffin の侵入が開始されていることが確認できた。これは、Paraffin と KI 水溶液の接触角と界面張力が影響することによって生じていると考えられる。珪砂 5 号と CGB も同様の傾向を示しており、特に、CGB は毛管圧力水頭が 10cm に満たない領域で吸排水挙動が発生している。CGB の初期の間隙率は 0.503 となり、他の試料より緩い状態で試験を行ったため、毛管力が働きにくかったことが原因であると考えられる。

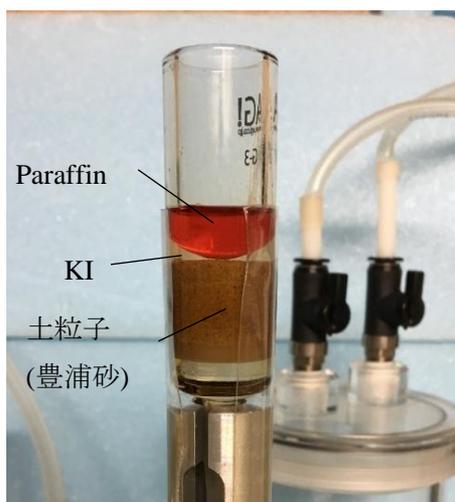


図-8.1 吸排油試験初期の様子

表-8.1 保水性試験結果と吸排油試験における空気侵入値の比較

	material	Capillary pressure head (cm)
Water vs Air	Toyoura	28.5
	Keisa 5	16
	CGB	10.8
KI vs Paraffin	Toyoura	18
	Keisa 5	10
	CGB	3

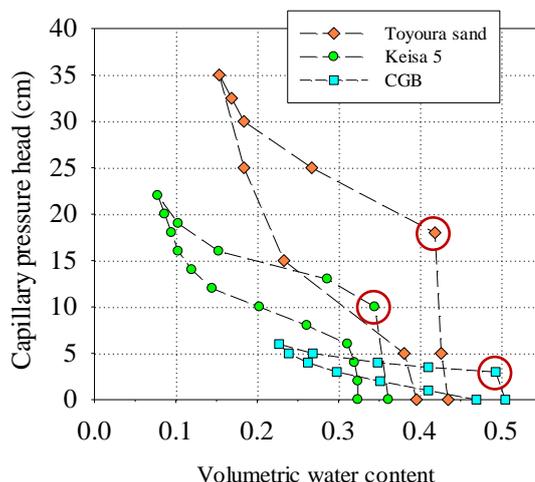


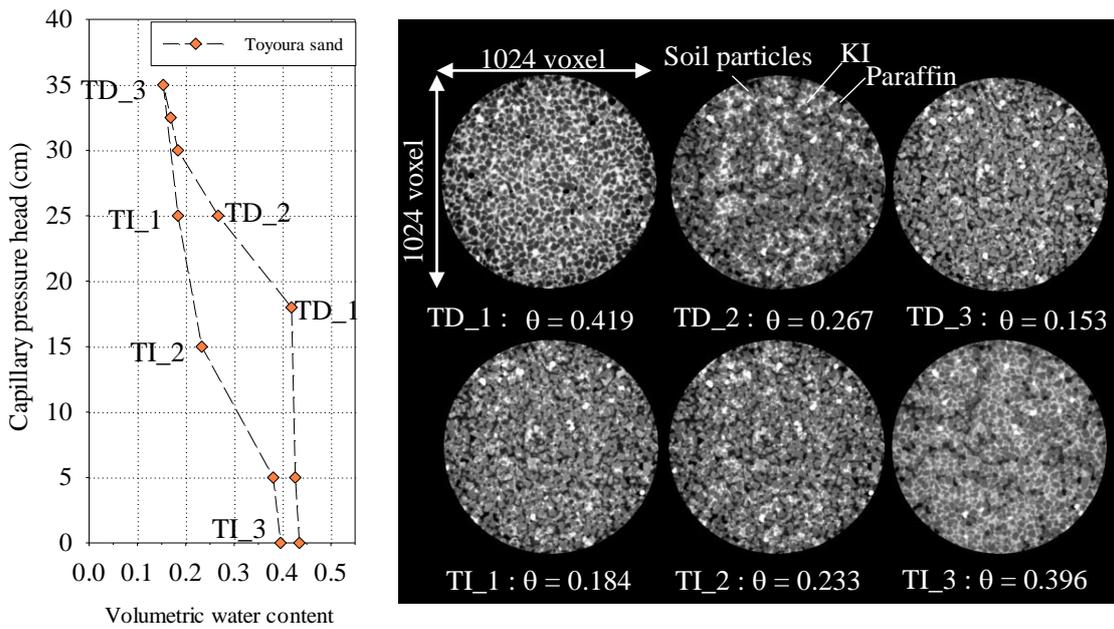
図-8.2 各試料における吸排油試験結果. ○印の領域は排水過程における空気侵入値を示している

表-8.2 には、試験開始点と試験終了点における体積含水率とその差を示している。この差は、Paraffin が間隙内部にトラップされている量を意味している。表-8.2 を見ると、3 つの試料とも試験開始点と終了点の体積含水率の差は 0.04 に近い値となっていることがわかる。このことから、平均粒径が異なる場合でも、Paraffin の残留量に違いがみられないことが言える。また、試験開始点を基準とし、Paraffin の残留量を計算すると、珪砂 5 号では最も多くなり、10.38%の Paraffin が間隙内部に残留していることが分かった。同時に、豊浦砂と CGB における場合についても 7~8%の値となっており、10%付近の値となっている。

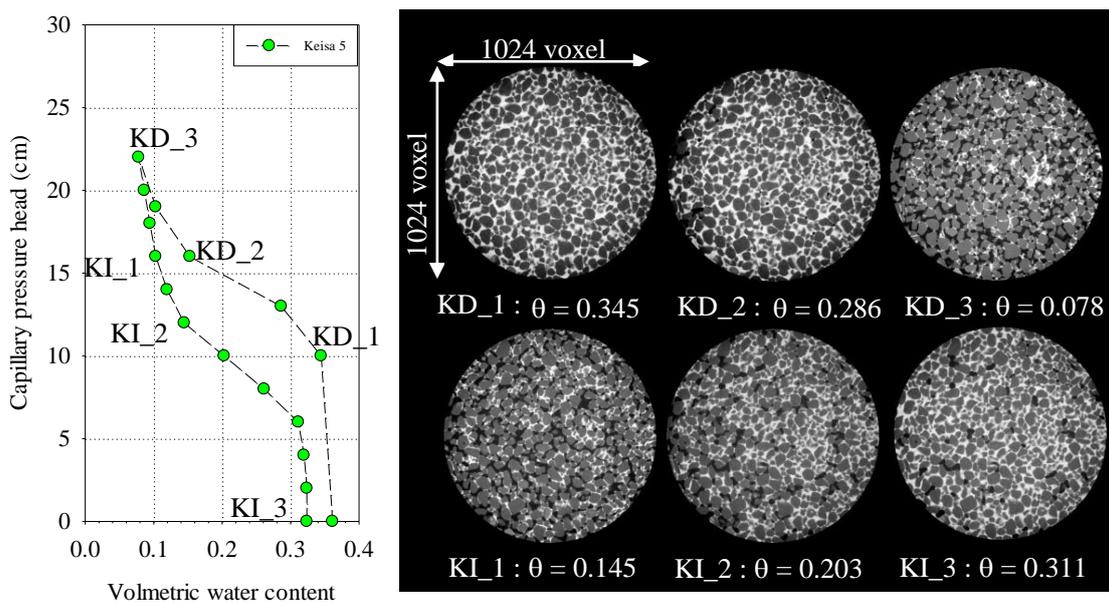
図-8.3 には、撮影された供試体中心部における CT 画像を、それぞれの吸排油試験結果と共に示している。吸排油試験結果に表示しているそれぞれの記号は、吸排油試験中

表-8.2 吸排油試験開始点と終了点における体積含水率の比較

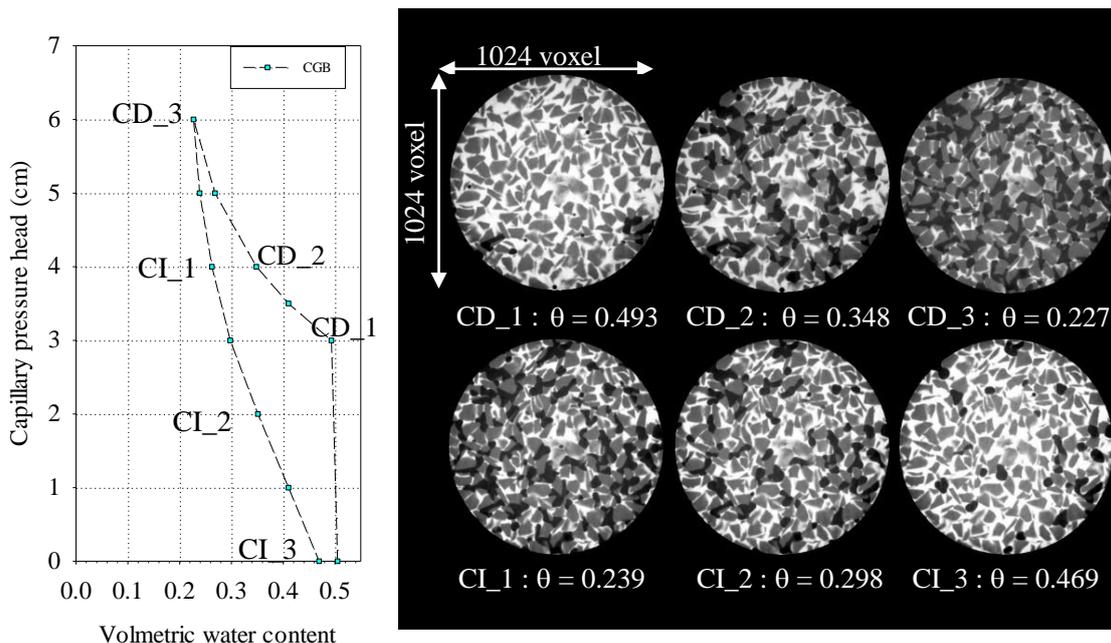
Material	Volumetric water content		Different	Remain rate
	Start	End		
Toyoura	0.435	0.396	0.039	8.95%
Keisa 5	0.361	0.324	0.038	10.38%
CGB	0.505	0.469	0.036	7.03%



(a) 豊浦砂における吸排油試験結果と CT 画像中央部の画像



(b) 矽砂 5 号における吸排油試験結果と CT 画像中央部の画像



(c) CGB における吸排油試験結果と CT 画像中央部の画像

図-8.3 各試料における吸排水試験結果と CT 撮影結果

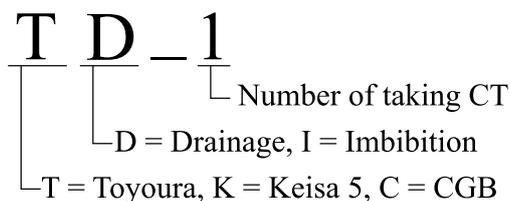
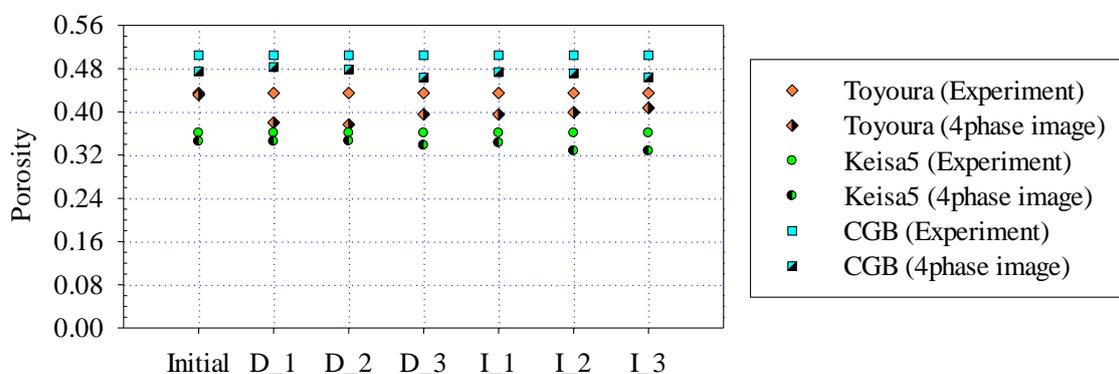


図-8.4 撮影点を表す記号の説明

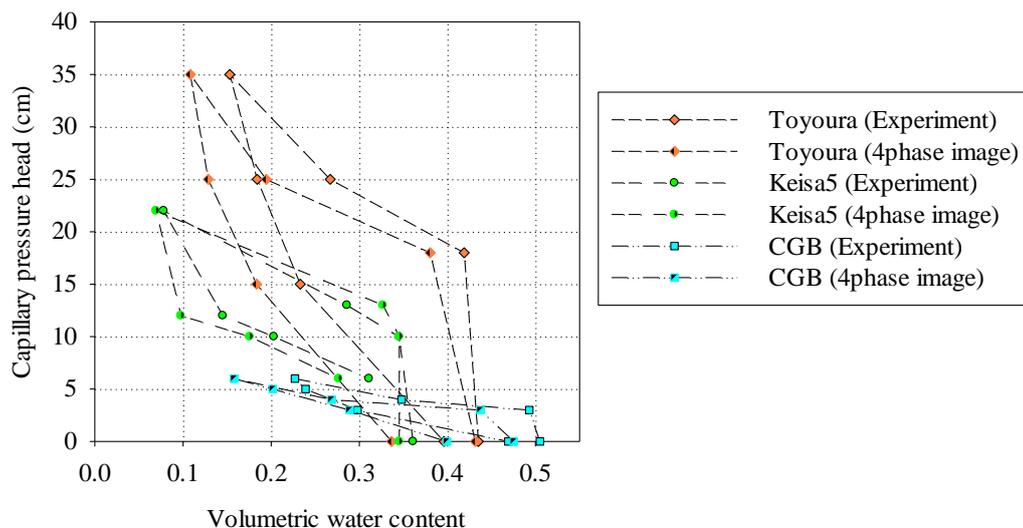
に行った CT 撮影の位置を示している。1文字目の‘T’、‘K’、‘C’はそれぞれ試料の名称の頭文字を表し、2文字目の‘D’、‘I’は排水と吸水挙動を表している(図-8.4 参照)。撮影番号は排水・吸水挙動ごとに‘1’、‘2’、‘3’と示した。黒い領域は Paraffin を示している。排水過程においては、図-8.3 において、Paraffin の領域が間隙内部に拡大していく様子が観察できる。一方で、吸水過程においては KI 水溶液の領域が広がっていき、最終撮影点である I\_3 の領域では Paraffin が間隙内部に独立して存在していることが確認できた。一方、珪砂 5 号に関して、KD\_1 と KD\_2 を比較すると(図-8.3(b))、Paraffin が画像左方向に集中していることがわかる。これは、Paraffin の流入が供試体壁面を伝って流れている可能性が考えられる。また、粒径が大きくなるほど、間隙にトラップされた Paraffin の大きさが大きくなっているが、逆に Paraffin のブロッブ数は減少しているように見える。

### 8.1.2 多値化画像の精度と Paraffin の残留分布

トラップされた Paraffin の体積やトラップ挙動の傾向について定量的に評価を行うため、CT 画像すべてを  $700 \times 700 \times 700$  voxel の立方体領域として切り出し、多値化処理を施した。図-8.5には多値化処理後の CT 画像における体積含水率と間隙率を実験値と比較した結果を示している。表の撮影点の名称は試料の頭文字を省略して示している。図-8.5(a)をみると、3つの粒状材料とも多値化画像の間隙率は、実験値で得られた間隙率よりも低い値を示している。同様に、図-8.5(b)における体積含水率の結果に着目すると、豊浦砂では最大で7%、珪砂5号では約5%、CGBは約8%の誤差が発生していた。一方



(a) 間隙率



(b) 体積含水率

図-8.5 実験値と作成された多値化画像との比較

で KD\_2 においては、実験値の体積含水率よりも 4%ほど大きな体積含水率となっている。これは、本研究では水と Paraffin の密度差を考慮し、撮影時には水を KI 水溶液に代用して試験を行っていたが、その結果、アーチファクトのような現象が発生し、土粒子のエッジがぼけることによって多値化処理が困難になったことが原因であるといえる。また、CT 画像撮影領域による影響も考えられる。多値化処理を施した CT 画像領域は、豊浦砂で一辺 4.2mm、珪砂 5 号と CGB で 1 辺 7.0mm の立方体領域であり、実際の供試体領域における撮影範囲の割合は、豊浦砂では約 28%、珪砂 5 号では約 14%、CGB では約 10%となる。このように、供試体内部の局所領域を取得し、なおかつ不均質材料のため、供試体全体の実験値との差異が生じたことも要因に挙げられる。

図-8.6 は多値化処理後の Paraffin の間隙内部における分布を示している。白い領域が土粒子、オレンジ色の領域が Paraffin を示している。図-8.6(a)をみると、豊浦砂は TD\_2 から供試体全体に Paraffin が分布していることがわかる。また、吸水挙動である TI\_1 と TI\_2 においても供試体全体に Paraffin が存在している状態となっていることが分かった。最終ステップである TI\_3 においては、他の 3 つの試料に比べて領域全体に Paraffin がトラップされていることが分かった。珪砂 5 号については、豊浦砂と同じく、KD\_2 から Paraffin の流入がみられ、KI\_3 まで画像領域内部に Paraffin が全体的に分布している(図-8.6(b))。KD\_2 の Paraffin のブロップの形状に着目すると、供試体全体に球形の領域が存在する。これは供試体作成時に混入した空気であり、Paraffin と空気は密度差が近いいため、相分離が困難である。そのため、後述する Paraffin の残留量は、Paraffin が侵入していない Initial 画像から計算された空気のボクセル数を Paraffin のボクセル数から差分することで計算を行った。また、KD\_2 の左側に着目すると、Paraffin のブロップが集中していることが確認できる。これは、供試体容器壁面を伝って Paraffin が流入しているためであると考えられる。KI\_1 に注目すると、領域下方の両端に Paraffin が存在しているのが確認できるが、他の撮影領域では土粒子が存在している領域となっている。これは多値化処理の際に CT 画像においてカップリングの影響がみられたため、領域の縁が Paraffin と近い CT 値を取ったため、Paraffin の領域で変換されたことが原因であると考えられる。最後に CGB を確認すると(図-8.6(c))、CD\_1 においては、KD\_1 と同様に球形の空気ブロップが確認できた。また、他の D\_1 の領域と比較すると、CD\_1 のみ Paraffin の流入が確認された。これは、図-8.2 でも確認できる通り CGB は毛管力が働きにくいいため、Paraffin が流入しやすかったと考えることができる。また他の 2 つの試料に比べて吸排水挙動によって、Paraffin の増減が確認できた。

図-8.7 は I\_3 において Paraffin がトラップされた領域の 3 次元画像を示している。図-8.7 を確認すると、粒径が大きくなるにつれてブロップが大きくなり、より独立して存在している状態が確認できる。特に CGB(図-8.7(c))では大きなブロップが供試体内部に存在していることが分かる。

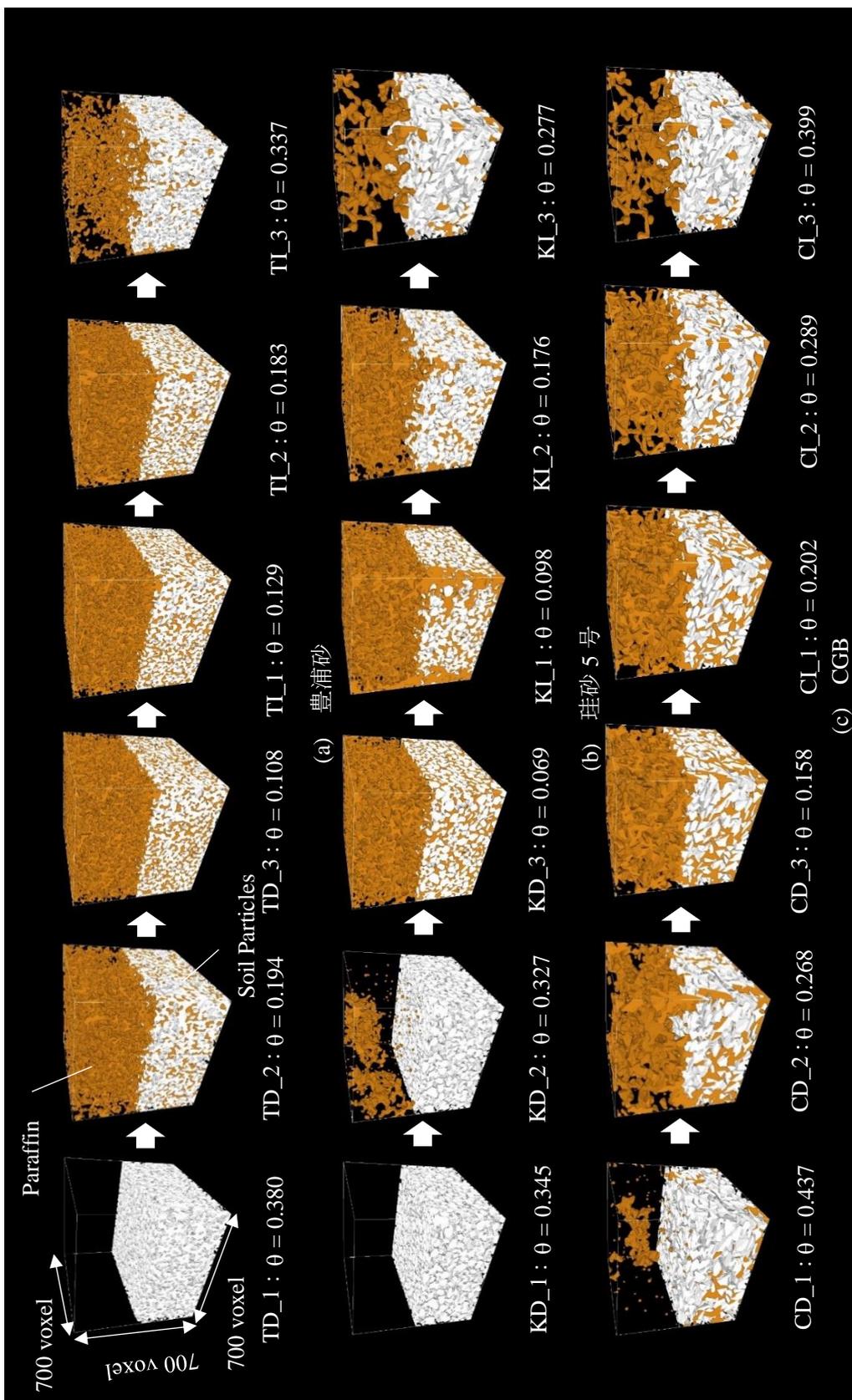


図-8.6 各粒状材料の吸排油過程における Paraffin の間隙内部分布

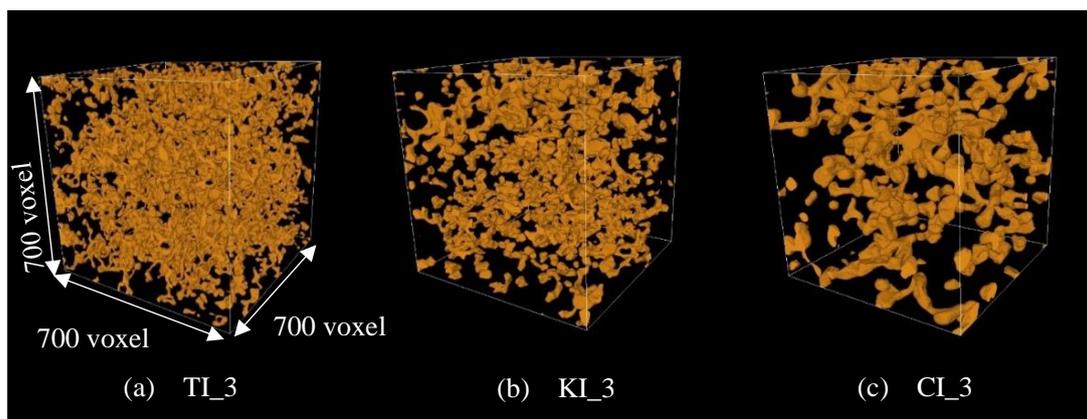


図-8.7 吸排油試験最終ステップにおける各粒状材料内部の Paraffin の残留

以上の結果から画像解析領域は、CT 画像のカッピングの影響を避け、REV を満たせる領域である  $600 \times 600 \times 600$  voxel で解析を行った。

図-8.7の画像から Paraffin の残留率を計算すると、豊浦砂は 15.41%、珪砂 5 号は 15.53%、CGB では 13.81% となり、CGB が最も残留率が低くなった。一方で、3 試料とも間隙の 14~15% ほどが残留しているため、粒径の違いによる Paraffin のトラップ量の変化はなく、他の要因が Paraffin のトラップ挙動に影響を及ぼしている可能性が考えられる。

### 8.1.3 吸水領域における Paraffin のトラップ量の変化と間隙径分布評価<sup>1)</sup>

#### 吸水領域における Paraffin のトラップ量

Paraffin のトラップ挙動を評価するため、まずは Paraffin のトラップ量について検討した。表-8.3 には、画像領域における Paraffin のトラップ量を計算した結果を示している。本実験では、Paraffin を 1.5ml 浸透させているため、吸水領域における解析領域の Paraffin トラップ量 (Volume of trapped Paraffin) と、Paraffin 全体の量 1.5ml における解析領域において Paraffin がトラップされた割合 (Rate of trapped Paraffin) を示している。また撮影点の表記は、図-8.4 の記号のうち試料の頭文字を省略して示している。表-8.3 より、間隙内部のトラップ量とその割合は粒径が大きくなるほどトラップ量も増加していることがわかる。トラップ量の最大値は CGB の 0.932ml となり、約 62% の Paraffin が間隙内部に浸透していることがわかる。また、CGB は吸水終了後の Paraffin トラップ量も最大となり、Paraffin 全体量の 14% ほどがトラップされた結果となった。珪砂 5 号は Paraffin 全体のおよそ 7% がトラップされ、トラップ量が最小値であったのは、豊浦砂の 0.026ml であった。この理由として豊浦砂は、CT 画像の解像度が他の 2 つの試料よりも小さく、また解析領域も小さくなっているため、トラップされた量も減少したと考えら

表-8.3 CT 画像解析領域における Paraffin の残留量

Material	Step	Volume of remained Paraffin (ml)	Rate of remained Paraffin (%)
Toyoura sand	I_1	0.122	8.15
	I_2	0.098	6.50
	I_3	0.026	1.74
Keisa 5	I_1	0.491	32.71
	I_2	0.313	20.89
	I_3	0.113	7.54
CGB	I_1	0.932	62.13
	I_2	0.625	41.67
	I_3	0.221	14.75

れる。また、D\_3 の排水終了点の Paraffin 浸透量に対する I\_3 における Paraffin がトラップされた量の割合を計算すると、豊浦砂では 12.26%、珪砂 5 号では 19.59%、CGB で 33.56% となり、排水終了点から最大で 3 割ほどの Paraffin がトラップされたことが分かった。

### 不動 Paraffin 領域の特定

トラップされた Paraffin の領域について、全毛管圧力水頭においてトラップされ続けた Paraffin の特定を行った。3 つの CT 撮影点における多値化画像を用いて I\_1 と I\_2、I\_2 と I\_3、I\_1 と I\_3 を比較することで、毛管圧力水頭の変化に関係なく Paraffin がトラップされた領域を不動 Paraffin (Immobility Paraffin) と呼び図-8.8 に示した。ここで、図-8.8(a)のみ領域を 550×550×600 voxel としているが、これは、豊浦砂における各画像の撮影位置がずれていたことで不動 Paraffin 領域の決定が困難となったため、豊浦砂の画像では x-y 方向のみ 550 voxel と設定した。図-8.8 を見ると、I\_1 と I\_2 を比較した領域では、どの粒状材料においても画像領域全体に不動 Paraffin が存在していることがわかる。一方で、吸水過程が進行した領域である I\_2 と I\_3 を比較した結果では、不動 Paraffin の割合が減少しているように見える。また、I\_1 と I\_3 を比較した画像では、I\_2 と I\_3 と類似した画像が得られていることがわかる。そこで、不動 Paraffin 領域の割合を検討するために、各画像領域における全 Paraffin 領域に対する不動 Paraffin 領域の割合と毛管圧力水頭差を表-8.4 に示す。表-8.4 の結果から、吸水過程が進行していくにつれて不動 Paraffin の割合が減少していることがわかる。これは I\_1 と I\_2 間で不動となった Paraffin 領域が、吸水過程が進行するにつれ土粒子内部にかかる毛管圧力水頭差が増加することで、I\_2 と I\_3 間では流動したと言える。また、I\_1 から I\_3 間において不

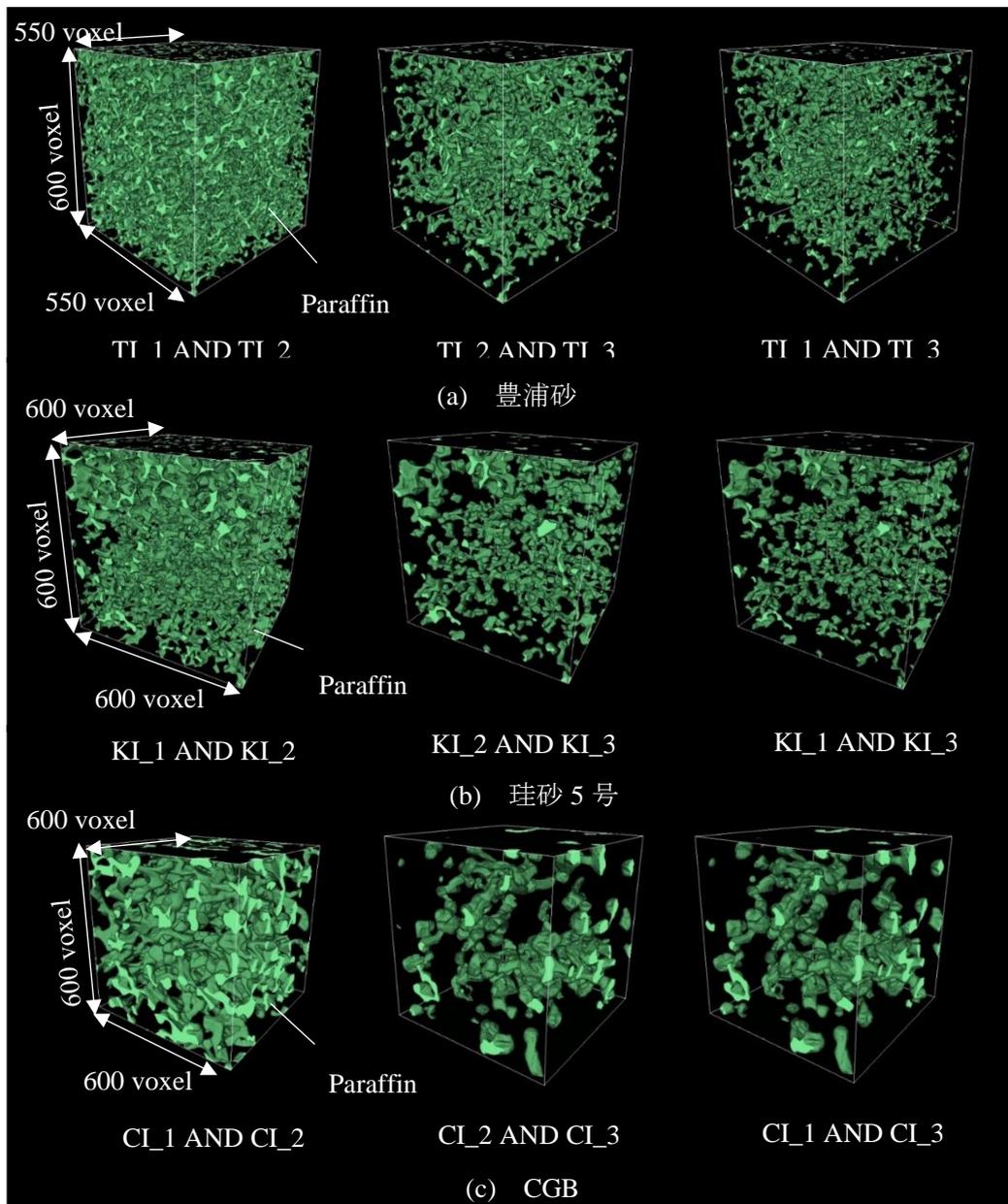


図-8.8 不動 Paraffin の 3次元画像

表-8.4 全 Paraffin 領域に対する不動 Paraffin 領域の割合と毛管圧力水頭差

Compare image	TI_1 & TI_2	TI_2 & TI_3	TI_1 & TI_3
Water head difference (cm)	10	15	35
Immobility Paraffin rate	52.08%	22.43%	14.05%
Compare image	KI_1 & KI_2	KI_2 & KI_3	KI_1 & KI_3
Water head difference (cm)	2	4	6
Immobility Paraffin rate	49.08%	26.70%	13.80%
Compare image	CI_1 & CI_2	CI_2 & CI_3	CI_1 & CI_3
Water head difference (cm)	2	3	5
Immobility Paraffin rate	50.44%	27.13%	21.38%

動 Paraffin となった割合は、豊浦砂、珪砂 5 号、CGB でそれぞれ全 Paraffin 領域の約 25%、14%、21%となった。不動 Paraffin の割合が最も多くなったのは、豊浦砂であったが、これは 3 つの粒状材料のうち、最も毛管力が発揮されやすい材料であることから、最も不動 Paraffin の割合が高くなったといえる。

### 各ステップにおける間隙径分布評価

次に 3DG 法を用いて間隙径分布評価を行い、Paraffin のトラップ挙動の傾向を評価した。図-8.9 から図-8.11 は吸排油試験の多値化画像を用いて 3 次元間隙径分布解析を行った結果を示しており、それぞれのデータは解析領域内に KI 水溶液と Paraffin の両方が存在している領域(豊浦砂：TD\_2 から TI\_3, 珪砂 5 号：KD\_2 から KI\_3, CGB：CD\_1 から CI\_3)までを示している。棒グラフの水色は KI 水溶液、オレンジ色は Paraffin、白色は KI 水溶液と Paraffin の両領域を合わせたすべての間隙領域の間隙径分布をそれぞれ示している。また、折れ線グラフは Paraffin における各間隙径の占有率を示している。まず図-8.9 の豊浦砂の結果を見ると、図-8.9(a)~(f)のどの間隙径分布も間隙径  $6\mu\text{m}$  ~  $18\mu\text{m}$  の領域が少ないことがわかる。また間隙径の最頻値は  $42\mu\text{m}$  を取得していた。また、KI 水溶液の間隙径分布は、排水が進むにつれてグラフの左側に遷移し、図-8.9(a)では KI 水溶液の頻度は最大で 0.15 を取得していたが、図-8.9(b)では頻度が最大で 0.08 程度となっている。一方で、Paraffin のヒストグラムを見ると、排水挙動が進行しても最頻値は変わらず、間隙径  $54\mu\text{m}$  の状態のままであった。一方、Paraffin 占有率曲線に着目すると、最頻値を取得している間隙径  $54\mu\text{m}$  では 54%の占有率であったが、図-8.8(b)では 91%まで増加していた。また、曲線の形状も図-8.9(b)右側は、ヒストグラムの形状に沿うような曲線になっていることがわかる。これは、排水挙動によって浸透した Paraffin が豊浦砂の全体間隙径の最頻値付近まで浸透していることがわかる。一方、吸水挙動においては図-8.9(b)と図-8.9(c)の間隙径分布と Paraffin 占有率の曲線の形状が類似しているが、最頻値付近の間隙径に着目すると、KI 水溶液の頻度が高くなっていることが分かり、吸水挙動が進行した様子が確認できる。図-8.9(d)においては、吸水挙動が大きく進行したため、Paraffin の占有率の曲線が右側に移動していることがわかる。これは、Non-wetting 相がより大きな間隙に移動しやすい特性によるものであるといえる。図-8.9(c)の最終撮影点においては、Paraffin の間隙占有率は最大で 40%となっている。また、40%の占有率となった間隙径は  $102\mu\text{m}$  の大きさであった。この領域は、間隙径の最頻値( $42\mu\text{m}$ )より  $60\mu\text{m}$  大きな領域であった。

図-8.10 における珪砂 5 号の結果において、All pore に着目し最頻値を確認すると、図-8.10(a)と(b)に関しては最頻値の間隙径が  $110\mu\text{m}$  となり、図-8.10(c)と図-8.10(e)は  $50\mu\text{m}$ 、図-8.10(d)では  $90\mu\text{m}$  の値となっていた。各撮影点における最頻値のずれは、KI 水溶液によるアーチファクトなどの影響で、本来の物質の CT 値が得られず、その結果、多値化処理時のエラーが発生したものと考えられる。一方、Paraffin における間隙径分布に

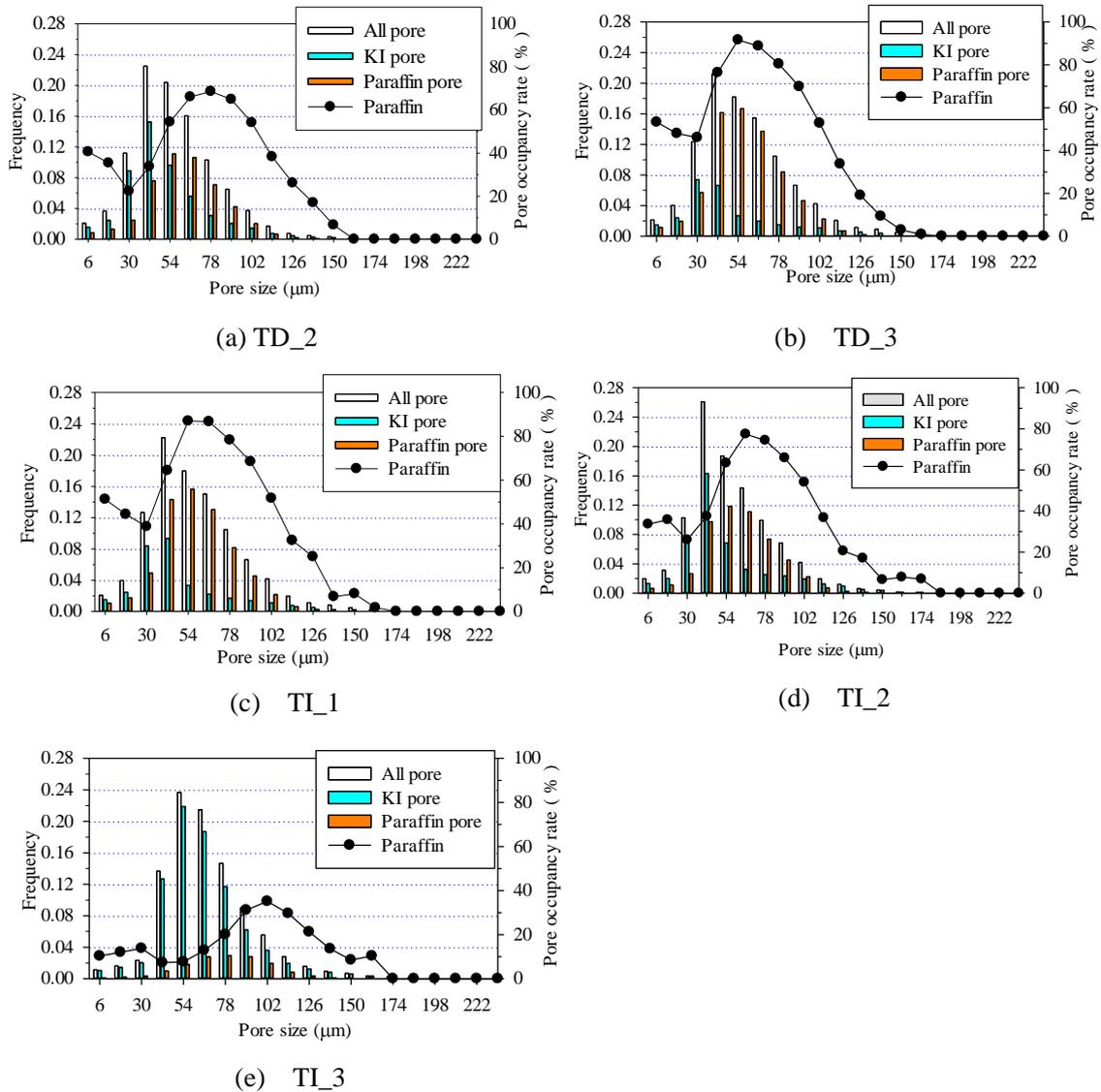


図-8.9 豊浦砂における各相の間隙径分布と間隙内部の Paraffin 占有率

着目すると、排水終了点である図-8.10(b)では、間隙径の大きさが大きくなるにつれて All pore における間隙径分布と Paraffin における間隙径分布が、類似した形状になっていることがわかる。Paraffin 占有率曲線を見ると、間隙径 50 $\mu\text{m}$  から 250 $\mu\text{m}$  における 200 $\mu\text{m}$  の範囲では間隙中の Paraffin 占有率が 50%を超えていることが分かる。排水終了点時の豊浦砂(図-8.9(b))における間隙中の Paraffin 占有率は、50%を超えた領域が 42 $\mu\text{m}$  から 102 $\mu\text{m}$  となっており、その幅は 60 $\mu\text{m}$  であった。珪砂 5 号は豊浦砂と異なり、間隙径分布の幅も広いので、広域に Paraffin が浸透したことが言える。一方、図-8.10(b)における間隙中の Paraffin 占有率が 30%以下となった 10 $\mu\text{m}$  から 50 $\mu\text{m}$  の間隙径は、排水終了点の間隙径分布であることから、KI 水溶液で構成された吸着領域であるといえる。

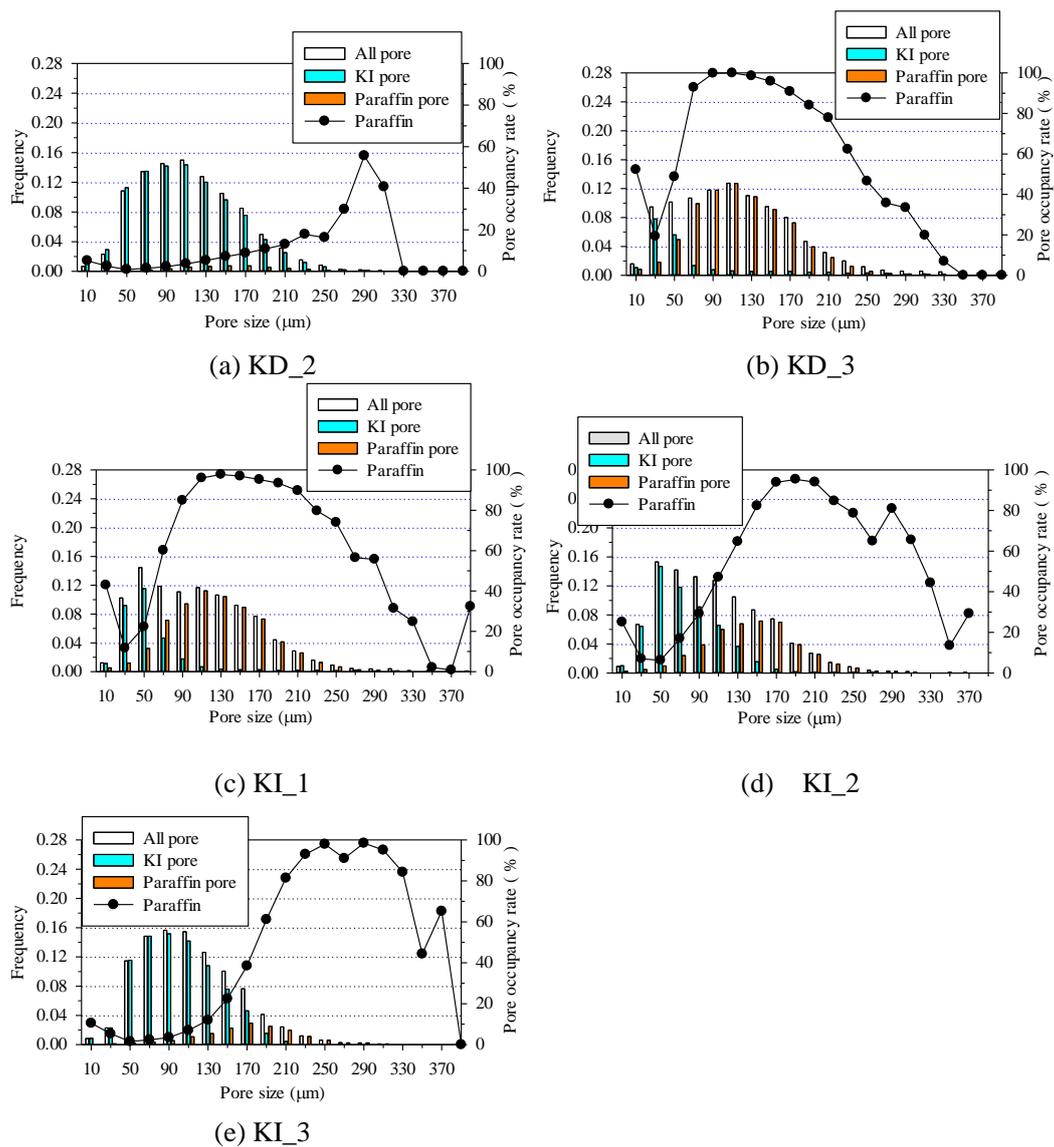


図-8.10 珪砂 5 号における各相の間隙径分布と間隙内部の Paraffin 占有率

吸水領域に着目すると、吸水開始点である図-8.10(c)では、 $50\mu\text{m}$  の間隙径領域の KI 水溶液の頻度が図-8.10(b)では 0.05 であったのが 0.12 となり、高くなっていることが分かる。Wetting 相は小さな間隙を優先して侵入していくため、図-8.10(c)の領域では  $50\mu\text{m}$  に KI 水溶液の流入が集中したものと考えられる。その後、吸水が進行すると、図-8.10(d)では KI 水溶液が All pore における間隙径分布形状と類似した形状を取っていることが確認できる。一方 Paraffin に着目すると、図-8.10(c)においては Paraffin 占有率が  $110\mu\text{m}$  以降は 50%を超えているが、豊浦砂と同じく、吸水挙動が進むにつれて間隙径分布が右側に遷移していくことがわかる。また図-8.10(e)における Paraffin 占有率は豊浦砂では 50%を超えることがなかったが、珪砂 5 号においては、 $190\mu\text{m}$  の領域以降で 50%以上の

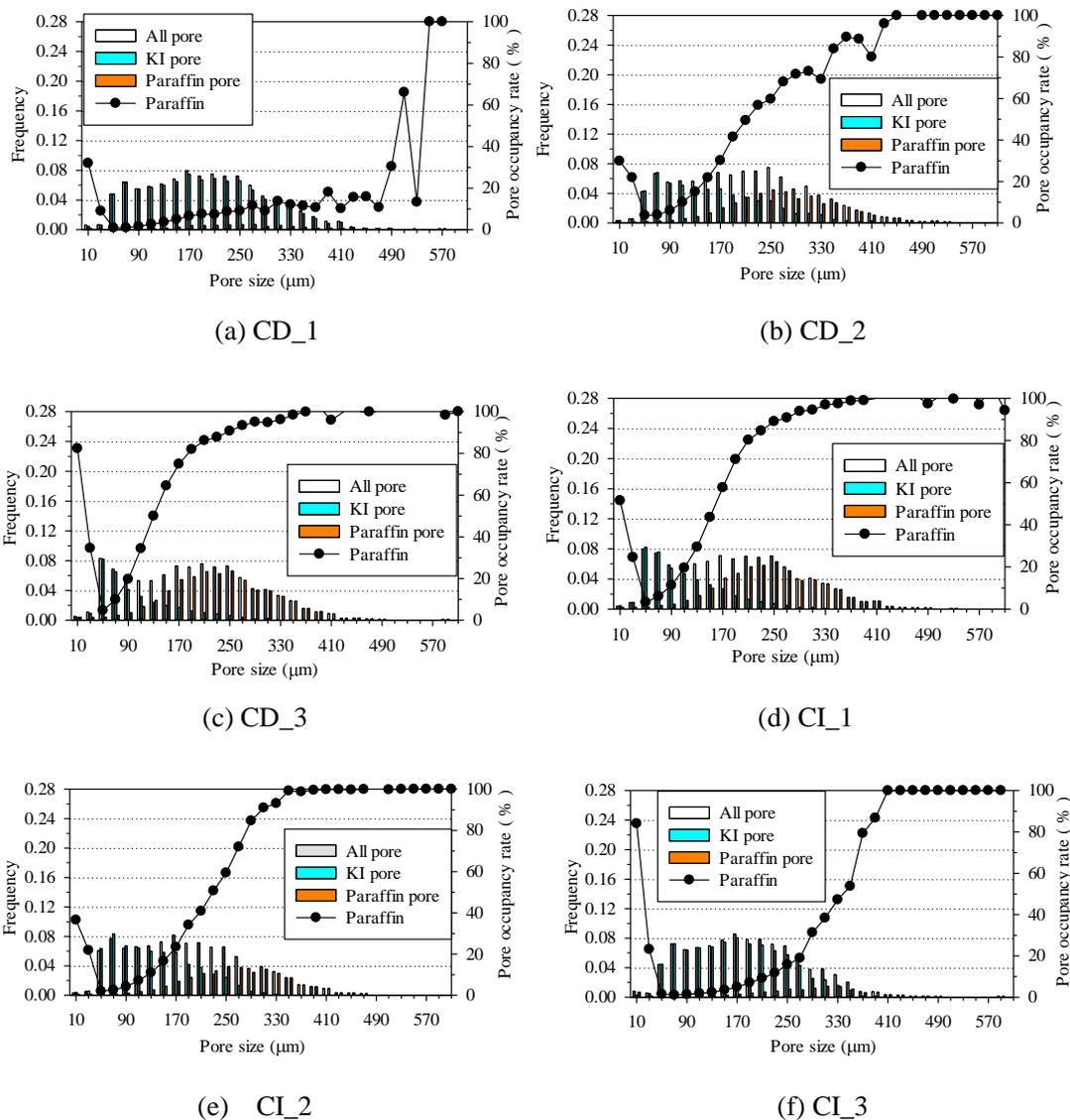


図-8.11 CGBにおける各相の間隙径分布と間隙内部のParaffin占有率

値を取っていることが分かった。間隙中におけるParaffin占有率が80%を超えている領域は230 $\mu\text{m}$ から330 $\mu\text{m}$ の領域であった。また、Paraffin占有率が50%を超えた最小間隙径は190 $\mu\text{m}$ であり、最頻値90 $\mu\text{m}$ より100 $\mu\text{m}$ ほど大きい間隙径となっていた。

最後に、図-8.11のCGBにおける吸排水挙動に伴う間隙径分布の変化について、まずAll poreに着目すると、珪砂5号と同じく間隙径の最頻値がCT撮影点ごとに多少異なっていることがわかる。図-8.11(c)(d)のみ間隙径の最頻値が50 $\mu\text{m}$ となっており、その他の領域では図-8.11(a)(e)(f)では170 $\mu\text{m}$ となり、図-8.11(d)では250 $\mu\text{m}$ の領域となっている。この最頻値の揺れは、珪砂5号と同じくKI水溶液によるアーチファクトの影響による多値化処理のエラーであると考えられる。CGBの間隙分布の形状に着目すると、

豊浦砂や珪砂 5 号とは異なり単峰型ではあるものの、最頻値がとがっているような分布ではない。これは、CGB の粒子形状が豊浦砂や珪砂 5 号のそれとは違い、尖状であることから間隙構造が平坦な形状になったため間隙径サイズのバリエーションが減ったことが原因であると考えられる。排水挙動における間隙径分布の動きに着目すると、図-8.11(a)には Paraffin の流入が確認されているが、間隙に占める KI 水溶液の割合が多く、KI 水溶液の間隙径分布は All pore とほとんど同じ形状を取っている。排水が進行すると、KI 水溶液の間隙径分布が左に移動していることがわかる。同時に Paraffin における間隙分布は排水挙動に伴い Paraffin の頻度が増加していることが確認できる。Paraffin 占有率に着目すると、図-8.11(b)において 50%を超えた領域(間隙径 230 $\mu\text{m}$  以降)が存在し、図-8.11(c)では 130 $\mu\text{m}$  以上の間隙径は 50%以上の Paraffin 占有率となった。これは、毛管力が働きにくい材料のために排水挙動が他の 2 つの試料に比べて早く進行し、また間隙構造が単純なために珪砂 5 号よりも Paraffin の浸透が広域になったと考えられる。一方吸水挙動については、図-8.11(d)は図-8.11(c)と変化があまり見受けられなかった。一方、図-8.11(e)では、Paraffin における間隙径分布が左側に遷移し、Paraffin 占有率が 50%を超えた領域も 230 $\mu\text{m}$  となっていることがわかる。図-8.11(f)の吸水最終点では、All pore における間隙径分布と KI 水溶液における間隙径分布が類似した結果になっている一方、Paraffin における間隙径分布はグラフ中央に存在していることがわかる。また、Paraffin 占有率も 370 $\mu\text{m}$  以降の間隙では 50%以上の割合となっていることがわかる。この領域は図-8.11(f)における間隙径の最頻値 170 $\mu\text{m}$  より 100 $\mu\text{m}$  ほど大きい間隙径となっており、珪砂 5 号と同じような領域に Paraffin が残留したことが言える。したがって、Paraffin における間隙径のトラップ挙動は、全間隙径における最頻値の間隙径から 60 $\mu\text{m}$ ～100 $\mu\text{m}$  大きい間隙領域から増加することが言える。

### 不動 Paraffin 領域の間隙径評価

不動 Paraffin 領域が存在する間隙径を検討するために、図-8.12 には初期画像の間隙径分布を用いて不動 Paraffin 領域の間隙径分布を求めた結果を示す。ここで、図-8.12 において“TI\_1 U TI\_2”の表記は、TI\_1 の Paraffin 画像と TI\_2 の Paraffin 画像の和集合を計算したことを意味している。まず図-8.12(a)の豊浦砂では、各比較領域における最頻値は、TI\_1 と TI\_2 間のみ 78 $\mu\text{m}$  となり、その他の比較領域では 90 $\mu\text{m}$  となり、不動 Paraffin が存在する領域が間隙径の大きな領域の方へと移動している。これは、間隙の小さな領域にある不動 Paraffin が毛管圧力水頭によって流動したことが言える。TI\_1 と TI\_2 の不動 Paraffin の頻度と、TI\_2 と TI\_3 における不動 Paraffin の頻度では、特に 102 $\mu\text{m}$  の領域で 0.1 の頻度の増加がみられた。この 102 $\mu\text{m}$  は上述したトラップされた Paraffin の最頻値にあたる間隙径の大きさとなっている。図-8.12(b)より、珪砂 5 号における 3 つの不動 Paraffin が位置している間隙径分布はともに単峰型の分布形状となり、また各間隙径分布の最頻値はすべて 170 $\mu\text{m}$  となった。この 170 $\mu\text{m}$  は、上記で考察した Paraffin

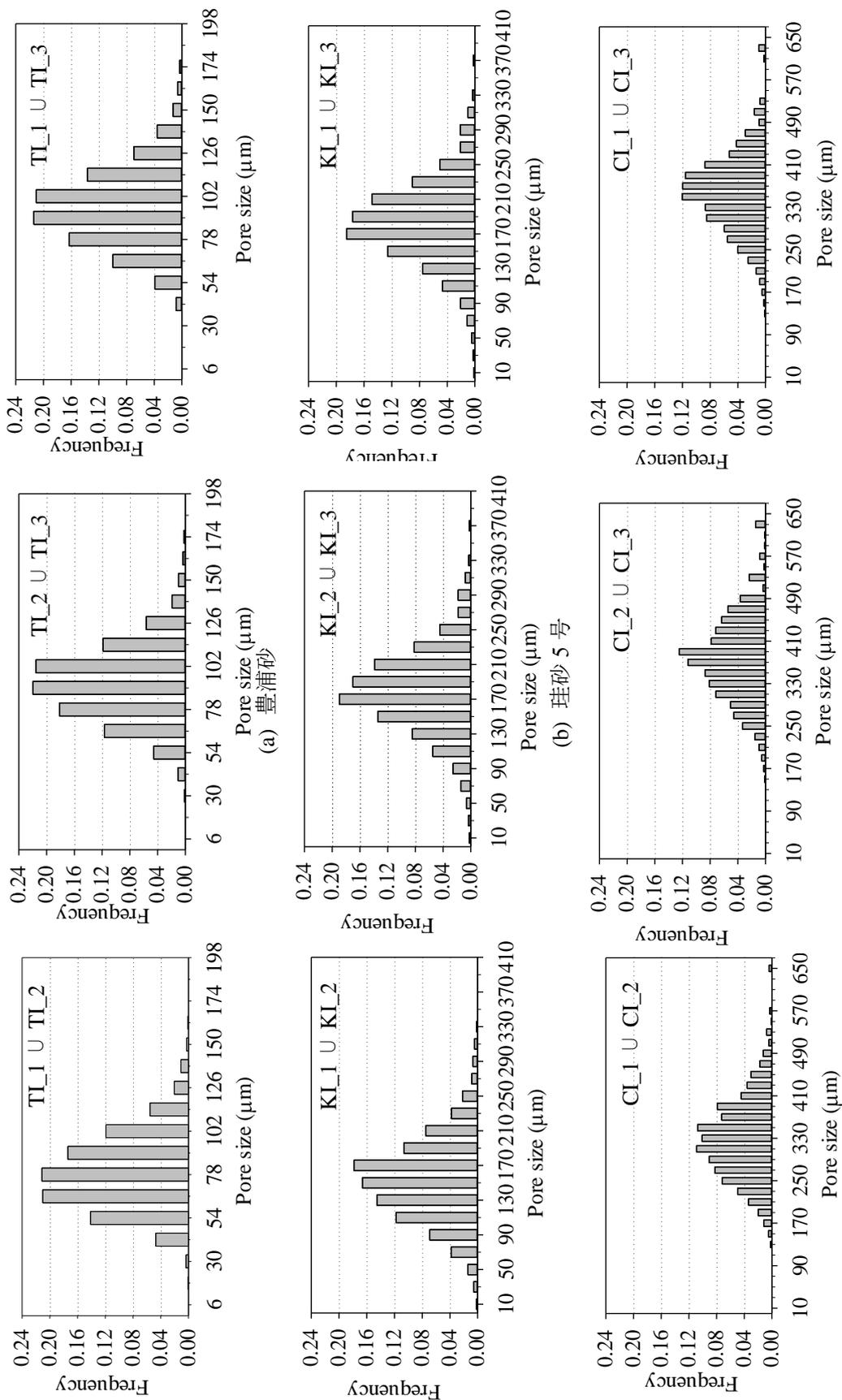


図-8.12 不動 Paraffin 領域における間隙径分布

表-8.5 不動 Paraffin 領域の間隙径分布における歪度・尖度

Compare image	TI_1 & TI_2	TI_2 & TI_3	TI_1 & TI_3
Sk	0.896	1.009	1.146
K	-0.862	-0.529	-0.113
Compare image	KI_1 & KI_2	KI_2 & KI_3	KI_1 & KI_3
Sk	1.066	1.272	1.281
K	-0.257	0.335	0.324
Compare image	CI_1 & CI_2	CI_2 & CI_3	CI_1 & CI_3
Sk	1.010	1.023	1.197
K	-0.457	-0.056	0.154

のトラップ現象が発生する境界の間隙径となった大きさと一致する。また KI\_1 と KI\_2 の不動 Paraffin の間隙径分布と KI\_2 と KI\_3 の不動 Paraffin の間隙径分布を比較すると、間隙径 30 $\mu$ m から 150 $\mu$ m の頻度は最大で 0.06 減少し、一方で、170 $\mu$ m から 410 $\mu$ m の間隙径では全体的に頻度が高くなり、最大で 0.06 増加していることがわかる。この結果から、KI\_2 から KI\_3 の吸水挙動によって間隙径 30 $\mu$ m から 150 $\mu$ m の領域の Paraffin が押し流され、間隙径 170 $\mu$ m から 410 $\mu$ m の領域に移動し不動化したのではないかと考えられる。図-8.12(c)の CGB では、間隙径の最頻値は CI\_1 と CI\_2 間で 310 $\mu$ m、CI\_2 と CI\_3 間で 390 $\mu$ m、CI\_1 と CI\_3 間で 350 $\mu$ m となっている。このことから、図-8.12(a)(b)と同じ傾向を示し、トラップされた Paraffin の最頻値(310 $\mu$ m)となる値に近い値を得ていることがわかる。全試料における I\_1 と I\_3 の不動 Paraffin の間隙径分布をみると、I\_2 と I\_3 における不動 Paraffin の間隙径分布形状と類似した分布が得られていることがわかる。そこで、間隙径の形状を評価するために歪度 $S_k$ ・尖度Kの計算を行った。歪度とは、データにおける分布の歪みを示す指標を表し、尖度は分布の偏り具合を示し、歪度、尖度ともに 0 に近づくほど正規分布の形状に近づくといった特徴を持つパラメータである<sup>23)</sup>。歪度・尖度の式は以下に示すとおりである。

$$S_k = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3} \quad (8.1)$$

$$K = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4} - 3 \quad (8.2)$$

表-8.5 には図-8.12 の間隙径分布から計算された歪度・尖度をそれぞれ示している。表-8.5 をみると、歪度については全試料とも正の値を取得しており、図-8.12 の間隙径分布はどの分布も左に偏った分布となっていることが確認できる。一方で、尖度の値については I\_1 から I\_2 間では、負の値を取っていることがわかる。尖度が負の値を取ることは、局所的な間隙径はなく、どの間隙径においても頻度の差がないことを意味している。豊浦砂の不動 Paraffin の分布における尖度はすべて負の値を取っていたが、珪砂 5 号と CGB については I\_1 と I\_3 間以外の分布のみ正の値を取得している。これは、その領域

に対して局所的に目立つ頻度分布があることを示しており，ここではトラップされた Paraffin の最頻値である間隙径  $170\mu\text{m}$  と  $310\mu\text{m}$  に不動 Paraffin の領域が集中していることを意味する。

以上のことから，不動 Paraffin 領域を形成する間隙径はトラップされた Paraffin 全体の最頻値かその付近の間隙径に集中することがわかった。

#### 8.1.4 Paraffin トラップ領域の界面における間隙径の評価<sup>4)</sup>

##### KI 水溶液-Paraffin 界面領域の取得方法

8.1.3 から得られた  $I_0$  における Paraffin 占有率のうち(図-8.9 から図-8.11)，Paraffin が間隙内に占める割合が 50%以上の間隙径を対象として，KI 水溶液と Paraffin の界面を取得し，その面積を計算した．この計算によって，Paraffin がトラップされやすい間隙構造を検討する。

図-8.13 には Non-wetting 相として空気，Wetting 相として水における界面取得方法を示している．本解析では，8.1.3 で得られた 3 次元間隙径分布画像のうち，KI 水溶液の間隙径分布画像と Paraffin の間隙径分布画像を用いて解析を行う．まず，各間隙径分布

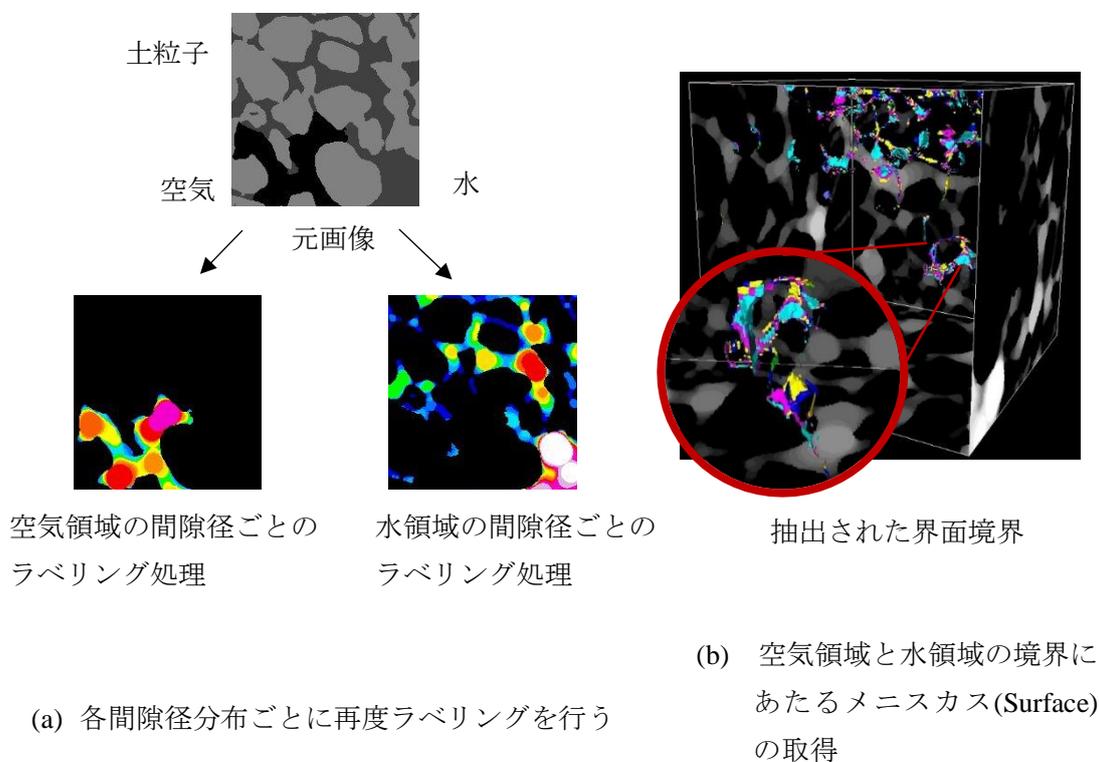


図-8.13 非濡れ相-濡れ相界面の取得方法

画像を間隙径ごとにラベリングを行う(図-8.13(a)). その後、両画像を足し合わせることでより界面領域を取得(図-8.13(b))し、その領域の面積を計算する解析には画像解析ソフトの Avizo9.7<sup>5)</sup>を使用した。

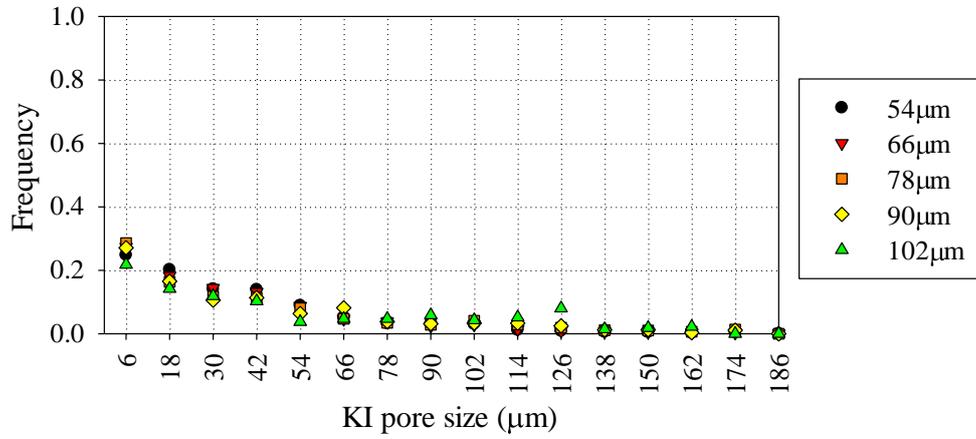
### KI 水溶液-Paraffin 界面における間隙径の評価

図-8.14 には、各試料におけるメニスカスを形成した KI 水溶液の間隙径における Paraffin との接触面積の頻度について Paraffin の間隙径ごとに関係を示している。プロットは Paraffin の間隙径を示しており、横軸の間隙径は KI 水溶液の間隙径を、縦軸の頻度は、各間隙径に対する KI 水溶液-Paraffin の接触面積を各間隙径の Paraffin 全体で割った値を示している(例えば、KI 水溶液-Paraffin が  $10\mu\text{m}$  と  $170\mu\text{m}$  で接触している領域が  $0.33\text{mm}^2$  であった場合、 $170\mu\text{m}$  の間隙径を持つ Paraffin の領域が約  $2.0\text{mm}^2$  であるので、その値を用いて除すると、 $0.168$  の値が得られる。)。まず、豊浦砂(図-8.14(a))では、 $I_0$  において Paraffin の占有率が 50%に到達する領域が存在しなかったため、図-8.14 の結果の中で最も頻度が小さくなった。そのため、Paraffin の占有率が増加し始めた  $54\mu\text{m}$  から占有率が最大値となった  $102\mu\text{m}$  の領域を対象として計算を実施した。図-8.14(a)における豊浦砂の結果では、KI 水溶液の最小間隙径である  $6\mu\text{m}$  は最大頻度を示している。これは、KI 水溶液と Paraffin が互いに接触した間隙径の差が大きいため、インクビン効果が働くことで、Paraffin がトラップされたのであるといえる。そのため、右下がりのグラフの傾向は豊浦砂が顕著に表れており、この傾向からも平均粒径が最小値となった豊浦砂は、毛管力が働きやすい材料であることがいえる。Paraffin の占有率が最も高かった  $102\mu\text{m}$  では、KI 水溶液が存在する  $6\mu\text{m}$  の間隙径と接触している頻度は約  $0.25$  となった。

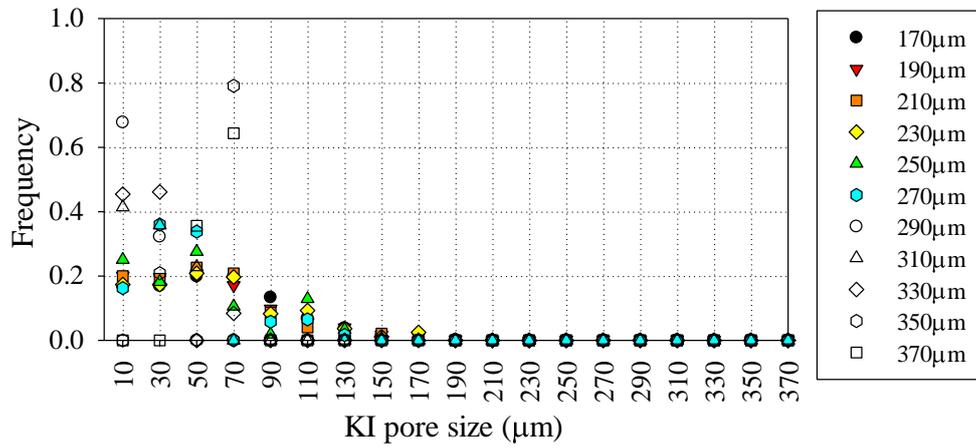
図-8.14(b)における珪砂 5 号では、図-8.14(a)に比べて、グラフ左側の値がばらついてはいるが、同じように右下がりのグラフの傾向を取っている。Paraffin 占有率が初めて 50%を超えた間隙径である  $170\mu\text{m}$  では、接触した KI 水溶液の間隙径は  $50\mu\text{m}$  が最多となり約  $0.20$  となっている。また接触している Paraffin の間隙径が大きくなるにつれ、KI 水溶液の接触間隙径も大きくなっていることがわかる。特に  $350\mu\text{m}$  の領域を持つ Paraffin が接触した KI 水溶液の間隙径は  $70\mu\text{m}$  となり、その頻度は  $0.79$  となった。

最後に図-8.14(c)の CGB の結果を確認すると、図-8.14(a)(b)に比べ、右下がりのグラフの傾向ではなく、KI 水溶液の接触間隙径が  $10\mu\text{m}$  から  $170\mu\text{m}$  に広く値が分布していることがわかる。これは、豊浦砂や珪砂 5 号に比べ、CGB は毛管力が働きにくい材料であることから、インクビン効果が発揮されなかったため、このように値がばらついたと考えられる。また Paraffin の間隙占有率が 50%を初めて超えた  $350\mu\text{m}$  では、接触した KI 水溶液の間隙径は  $10\mu\text{m}$  から  $170\mu\text{m}$  となり、その頻度は最大で約  $0.2$  となっている。

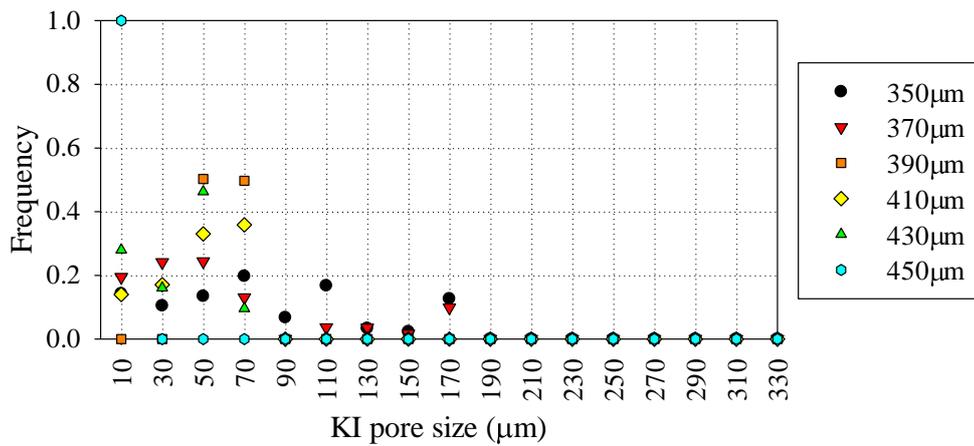
以上の結果から、毛管力が働きやすい粒状材料では、Paraffin のトラップが形成される境界として、Paraffin の存在する間隙がその試料における最小間隙径と接触している



(a) 豊浦砂



(b) 珪砂 5号



(c) CGB

図-8.14 I<sub>0</sub> 点の Paraffin 間隙占有率が 50%以上の間隙径における KI-Paraffin メニスカスの頻度分布

領域で発生する傾向が強いと考えられる。

## 8.2 吸排油試験における VP 法の適用

### 8.2.1 KI 水溶液-Paraffin 間の接触角の検討

7.1.1 で概説した VP 法解析手法を用いて吸排油試験の実験結果との評価を行う。7 章では Non-wetting 相を空気として計算を行ったが、吸排油試験では、KI 水溶液と Paraffin を対象とした解析を行うため、接触角と界面張力の検討を行う必要がある。本研究では、図-8.15 に示した界面張力測定装置と図-8.16 に示した接触角測定装置を用いて KI 水溶液と Paraffin 間に働く界面張力と接触角を求めた。界面張力の測定方法は Wilhelmy 法<sup>6)</sup>を用いて行った。測定については、熊本大学工学部技術部 鬼東優香氏に依頼し、測定回数は界面張力、接触角ともに 8 回行った。表-8.6 に KI 水溶液-Paraffin 間の界面張力と接触角を示し、参考値として 7.1 で使用した水-空気における表面張力と接触角を示している。なお界面張力の値は、8 回の測定の平均値を接触角については、8 回の測定で得られた接触角の最小値から最大値を示している。表-8.7 を見ると、KI 水溶液-Paraffin 間の接触角は、水-空気の場合の接触角と異なり  $90^\circ$  を超えた値となっている。これはぬれの分類上、付着ぬれの状態になっているものと考えられる。よって、VP 法に用いられる Young-Laplace の式を以下のように付着ぬれを考慮した式に変換した。

$$h_c = \frac{4\sigma_s(1 + \cos\theta)}{d(\rho_{KI} - \rho_{Paraffin})g} \quad (8.1)$$

式(8.1)の右辺における  $(1 + \cos\theta)$  が付着ぬれの接触角を示す。そのほか、 $\sigma_s$  は界面張力、

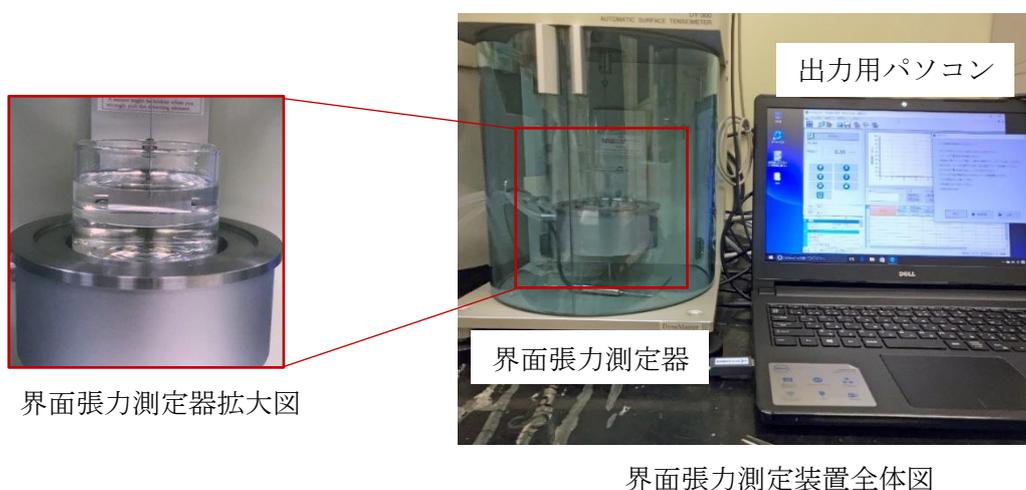


図-8.15 界面張力測定装置の写真

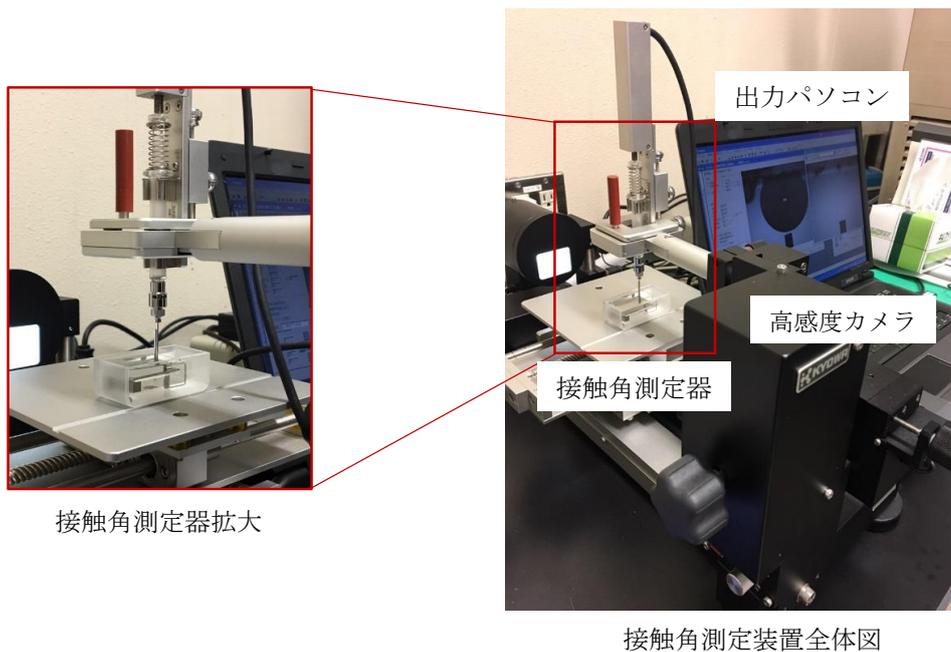


図-8.16 接触角測定装置の写真

表-8.6 測定された界面張力の平均値と接触角

Material	KI- Paraffin	Water - Air
Interfacial tension (mN/m)	45.85	72.75
Contact angle (degree)	134.3~148.7	39 ~ 49

$d$  は間隙径,  $\rho_{KI}$  は KI 水溶液の密度,  $\rho_{Paraffin}$  は Paraffin の密度,  $g$  は重力加速度を示す.

図-8.17 には表-8.6 の値を用いて排水過程における VP 法を適用した結果を示している. エラーバーは接触角の標準偏差を用いて示している. 図-8.17 に示すように, 接触角における実験値を用いて VP 解析を実施すると, 豊浦砂や珪砂 5 号においては, 毛管圧力水頭が実験値よりも低い結果が得られている. Øren et al.<sup>7)</sup>は, 毛管力による CO<sub>2</sub> のトラップ挙動が発生する接触角を求めており, その結果, 接触角が  $\theta = 20^\circ \sim 40^\circ$  の範囲であるときにはトラップ挙動が確認されている. 文献値の値と, 本論文で得られた接触角の測定値を余弦の値で比較すると, Øren et al.の値は約 0.77~0.94 となり, 測定値では 0.21 となった. ここで, 測定値の余弦の計算は付着ぬれの式で計算を行なった. この結果から, 毛管力によるトラッピング挙動が再現できない接触角の値となっているため, 実際の間隙内部では測定値で計測された接触角が発揮されておらず,  $141.7^\circ$  よりも小さな値によって間隙内部に接触角が存在していると考えられる. 一方で, CGB の結果では, VP の結果は実験値と近い値を得ていることがわかる. これは, CGB の間隙率が 50%であり, かなり緩い状態で充填されていたことや, 接触しているガラスビー

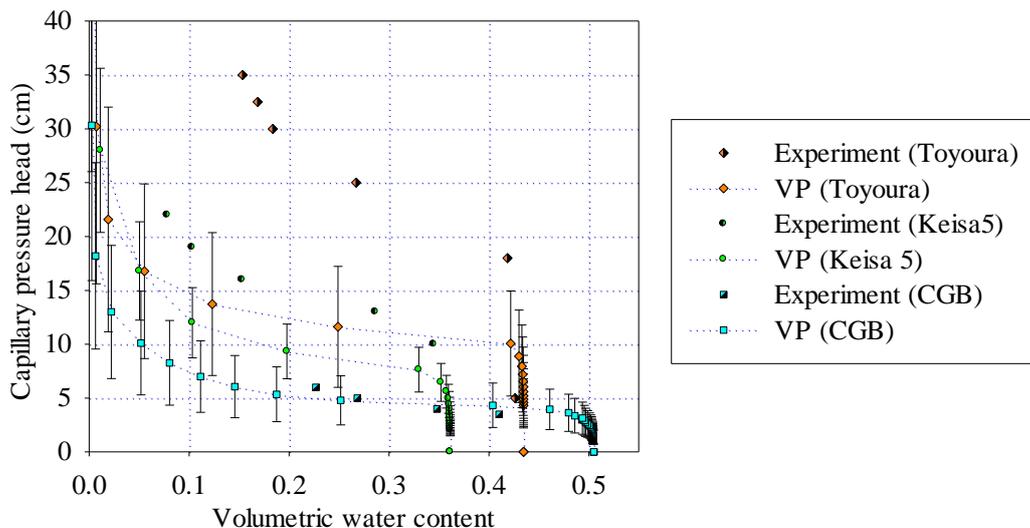


図-8.17 接触角試験の値を用いた D-VP 解析結果と実験値の水分特性予測結果

表-8.7 接触角測定試験で得られた測定値一覧

測定値(°)							
134.3	140.3	140.9	145.3	146.0	146.3	148.6	148.7

ズの表面が土粒子とは異なり滑らかな表面を持っているため、実験値における接触角の値が反映されたのではないかと考えられる。

土粒子内部の接触角の影響を検討するために、D-VP を用いて接触角の値を変化させることにより水分特性曲線を検討した。接触角の検討では、8回の測定で得られた接触角の値をもとにしてD-VPを求めた。表-8.7に接触角の測定値を昇順で示している。図-8.18には豊浦砂、図-8.19には珪砂5号における接触角の検討を行った結果を示す。まず、図-8.18の豊浦砂の結果では、測定値である接触角の最小値を用いたD-VP結果は、実験値の毛管圧力水頭よりも10cm以上低い値を取得した。よって、実験値で得られた接触角とは異なる値によって豊浦砂の水分特性曲線が影響されていると判断した。そのため、接触角の値を実験値より小さくすることでフィッティングを行った。その結果、 $\theta = 120^\circ$  の領域で実験値と近い値を取得した。一方、図-8.19の珪砂5号では、測定値の最小値である $\theta = 134.3^\circ$  が最もフィッティングがよいことが分かった。また表-8.8には3種類の粒状材料における接触角の一覧を示している。この結果から、粒状材料中を浸透するParaffinの接触角は、測定値よりも小さくなることが分かり、また平均粒径が大きくなるほど接触角は測定値の値に近づくことが言える。一方で、この結果はVP解析を用いたフィッティング解析であるため、実際の間隙内部に存在するKI水溶液-Paraffin間の接触角は測定できていないため、今後はCT画像解析などを用いた間隙内部で発生しやすい接触角の検討を行う必要があると考える。

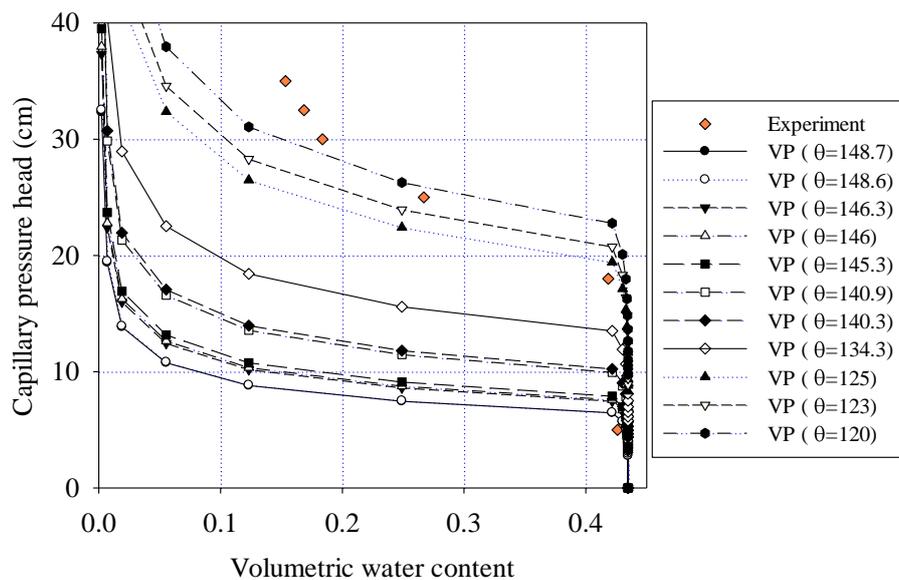


図-8.18 豊浦砂における D-VP の接触角の検討

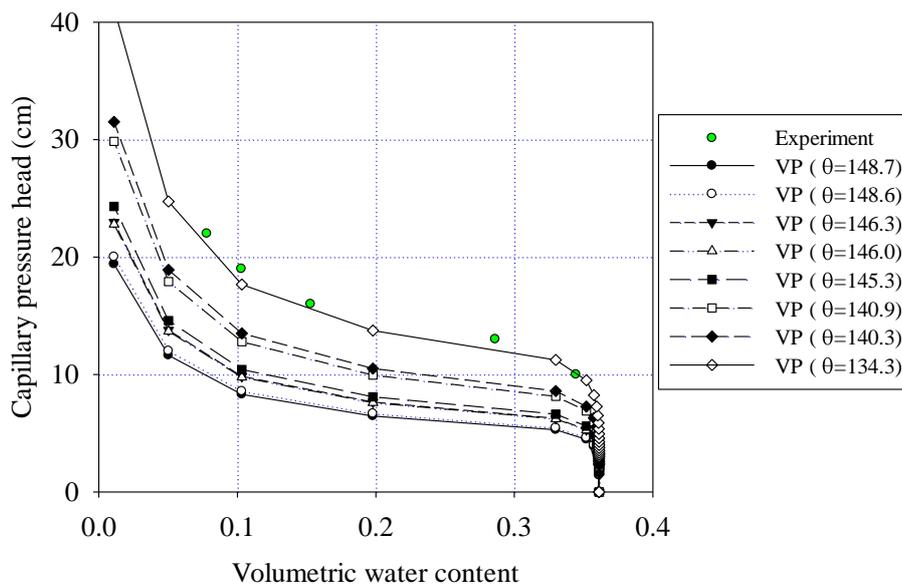


図-8.19 矽砂 5 号における D-VP の接触角の検討

表-8.8 各粒状材料における接触角推定値

Material	Contact angle (°)
Toyoura sand	123
Keisa 5	134.3
CGB	141.8

## 8.2.2 吸水過程における VP 法の概説

吸水過程における VP 法(Imbibition-VP 以下 I-VP)の水分特性曲線では, Non-wetting 相のブロップ形成を過大評価する<sup>8)</sup>という結論が得られている(図-8.20). 参考文献<sup>8)</sup>で示唆されるように, 曲線が急激に傾いていることがわかる. 本節では, I-VP 手法を 7.1 で得られた結果を用いて改良し, 実験との比較・検証を行い, I-VP の解析解の検証を行った. 本研究では, 実験値と D-VP における曲線がよく一致している珪砂 5 号について I-VP の検討を行った.

図-8.21 には, I-VP のフローチャートを示す. 解析手法として, D-VP と同じく C++のオープンソース医療用画像解析ライブラリ Insight Tool Kit<sup>9)</sup>を利用した. Neighborhood Connected Threshold Iterator(以下 NCIterator)は, 設定されたヒストグラムの範囲の値において 26 近傍の接続されている領域を検索し, 指定された領域とそれ以外の領域に二値化を行う ITK のライブラリである(図-8.21(※)). 一方で NCIterator は, 接続されている領域を対象としているため, 接続のない間隙領域が存在する領域は 2 値化の対象とならない. そのため本解析手法では, NCIterator の閾値領域を大きく取得し, その後 NCIterator で取得した領域と間隙径分布画像において, トラップされる領域と定めた領域と比較することによって, NCIterator で過剰に取得した間隙領域を削除している(図-8.21(※※)). またこの処理を行うことによって, トラップ領域が間隙内部に独立した状態で存在することができるようになる. 図-8.22 は NCIterator によって作成された 26 近傍の間隙径を取得した画像(図-8.22(a))と, Output 画像(図-8.22(c))を示している. また, 各画像に対し, 3 次元間隙径分布画像を重ね合わせた画像(図-8.22(b), (d))を示している. 図-8.22(a)(c)を比較すると, 白い領域である Paraffin 領域が減少していることがわかる. また図-8.22(b)(d)を比較すると, 特定の間隙径を持つ Paraffin 領域が消去されていることがわかる. この特定の間隙径の減少は図-8.21(※※)の処理によって行われたものである. この処理によって NCIterator で接続している Paraffin 領域(図-8.22(a))が図-8.22(c)のように独

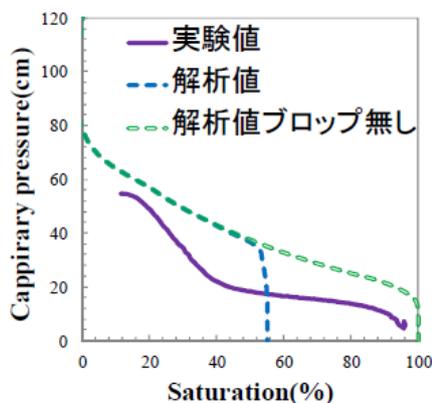


図-8.20 吸水過程の水分特性曲線の比較<sup>5)</sup>

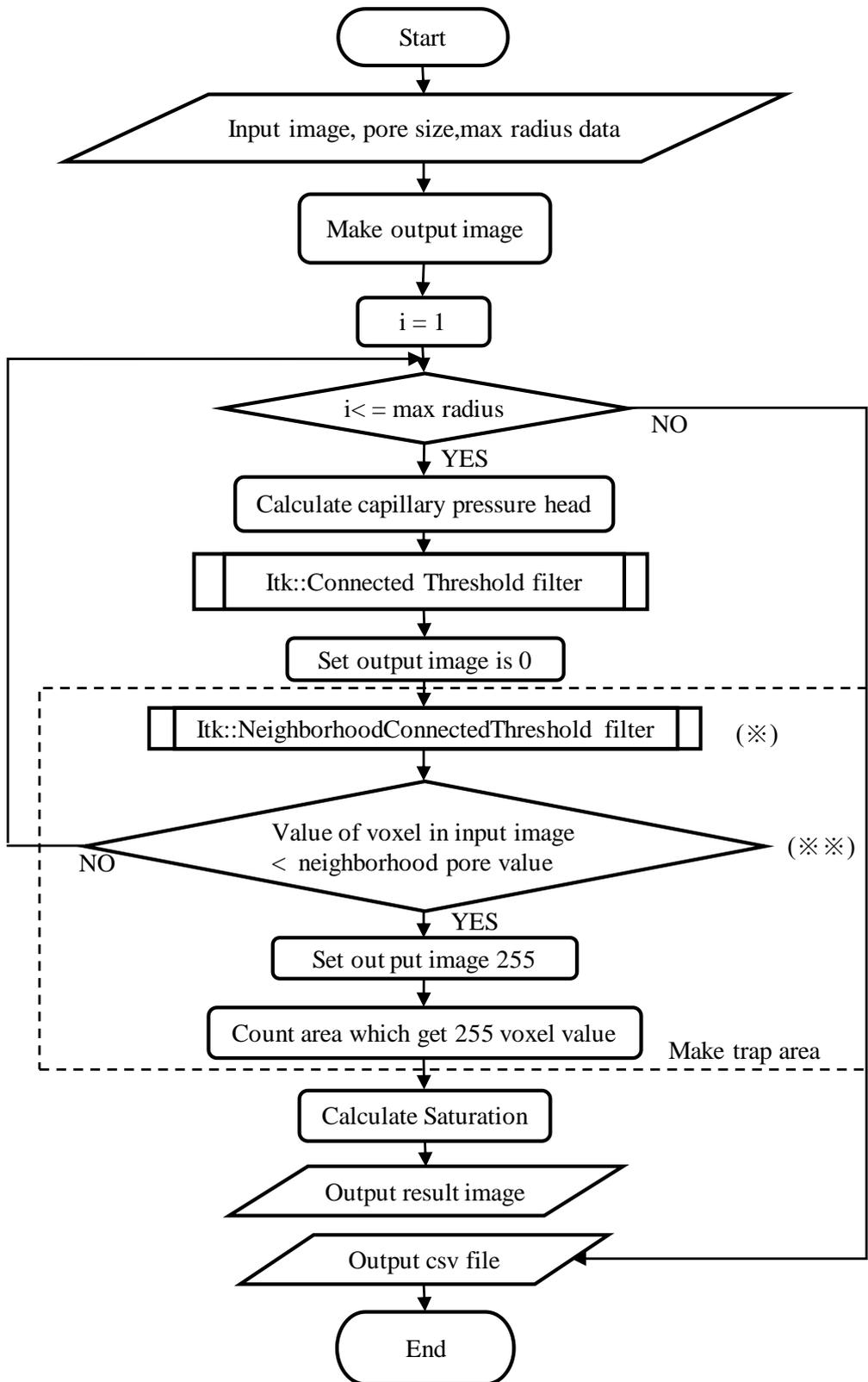


図-8.21 吸水過程における VP 法のフローチャート

立して存在する Paraffin のトラップ領域を作成することが可能となる。本解析において、NCIterator の閾値は  $90\mu\text{m}\sim 390\mu\text{m}$  と設定し、近傍を計算する半径を 1voxel と設定した。また、トラップ領域は、8.1.3 より Paraffin の割合が 50%以上となり、かつ不動 Paraffin 領域の最頻値であった  $170\mu\text{m}$  を閾値として、それ以上の間隙領域がトラップ領域となるように設定した。

### 8.2.3 吸排油試験における VP 法の精度検証

#### I-VP 曲線と実験値との比較

図-8.23 には実験で得られた吸水曲線と I-VP から得られた吸水予測曲線を示している。図-8.23 において I-VP の曲線は、毛管圧力水頭が  $15\text{cm}$  以上の付近まで体積含水率が 0 付近で存在しているが、毛管圧力水頭が  $15\text{cm}$  を下回った領域で急速に吸水挙動が進展している。この時の間隙径を式(8.1)から計算すると、およそ  $90\mu\text{m}$  の領域であった。

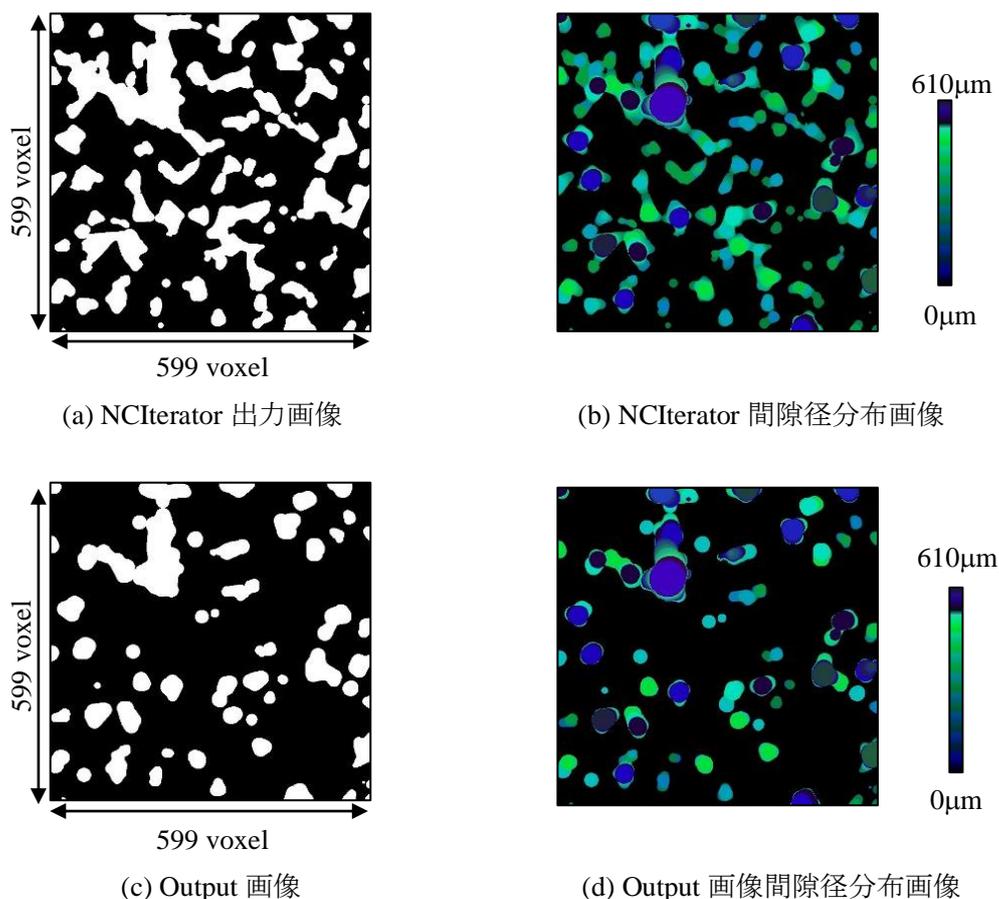


図-8.22 NCIterator 出力画像と Output 画像の比較

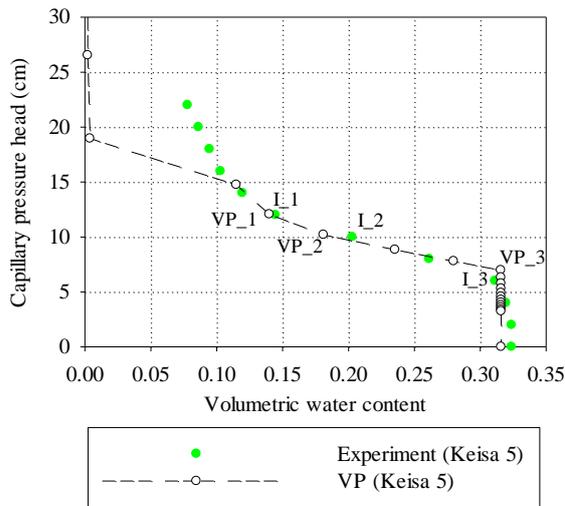


図-8.23 I-VP で得られた吸水過程における水分特性曲線と実験値の比較

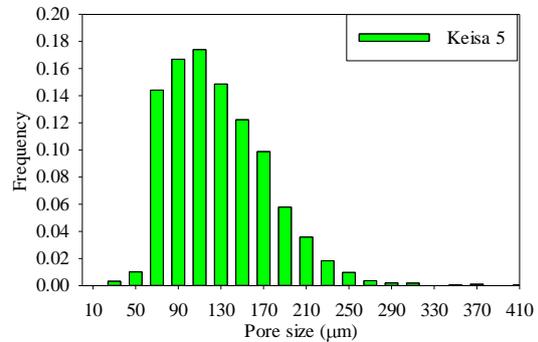


図-8.24 初期画像における珪砂 5 号の間隙径分布

表-8.9 I-VP 解析結果と実験値の比較

Experiment			
	KI_1	KI_2	KI_3
Capillary pressure head (cm)	12.0	10.0	6.0
Volmetric water content	0.145	0.203	0.311
I-VP			
	I-VP_1	I-VP_2	I-VP_3
Capillary pressure head (cm)	12.1	10.2	7.0
Volmetric water content	0.141	0.182	0.316

図-8.24 には I-VP で使用した D-VP の終了点である間隙径分布を求めた結果を示している。図-8.22 で示されたフローチャートにおいて I-VP は間隙の小さい領域から Wetting 相が侵入するようなプログラムとなっている。そのため図-8.24 で示された間隙径分布において間隙径の頻度が増加した 90 $\mu\text{m}$  の領域で Wetting 相の侵入が増加したことで吸水挙動が大幅に進行したことが考えられる。また図-8.24 の結果から、90 $\mu\text{m}$  の領域は最頻値に近い値を示している領域であることから、90 $\mu\text{m}$  領域を境界として、吸水過程における KI 水溶液のブレイクスルーが発生したと考えられる。一方で、間隙径 10 $\mu\text{m}$  や 30 $\mu\text{m}$  の領域は全間隙径に占める割合が 2%ほどしかないことから、図-8.23 において 0 に近い体積含水率となっていることがわかる。毛管圧力水頭が 15cm 以下の領域では、I-VP の曲線は実験値と近い値を取得できていることがわかる。この結果から、I-VP は間隙径分布形状に大きく影響を受ける解析であることがいえる。

また、実験値と最も近い値を取得した I-VP の点をそれぞれ VP\_1、VP\_2、VP\_3 とし て図-8.23 に示している。表-8.9 には選択した I-VP の点から計算された毛管圧力水頭と

体積含水率を実験値と比較したものである。表-8.9を見ると、実験における体積含水率と I-VP で得られた体積含水率が 3 点とも近い値を取得していることが確認できた。誤差が最大値となったのは、KI\_2 と I-VP\_2 の点における 0.021 であった。

### I-VP 画像と実験時に撮影した CT 画像との相一致率の比較

図-8.25 は I-VP 画像で得られた画像(VP\_1, VP\_2, VP\_3)と CT 画像(I\_1, I\_2, I\_3)を重ね合わせることによって I-VP 画像と CT 画像の結果を比較し、各画像の 3 相(Paraffin, KI 水溶液, 土粒子)の一致率と誤差を示している。ここで、□, ■, ■は、CT 画像と I-VP の相が一致した土粒子の領域, KI 水溶液の領域, Paraffin の領域を示しており、その一致率も値として図-8.25 に示している。図-8.25 において、吸水過程が進行すると、■の一致率の割合が増加している傾向がみられる。これは実験における吸水挙動を I-VP によって再現できているものと捉えることができる。また各結果を確認すると、CT 画像と I-VP 画像の各相の一致率は合計で I\_1 vs VP\_1 で 64%, I\_2 vs VP\_2 で 82%, I\_3 vs VP\_3 で 82%となり、特に I\_2 vs VP\_2 と I\_3 vs VP\_3 では土粒子, KI 水溶液, Paraffin の 3 相の良好な一致が見られた。一方で、I\_1 vs VP\_1 と I\_2 vs VP\_2 における■の値は変化がないものの、I\_2 の Paraffin(VP)-KI 水溶液(I)の領域(■)に着目すると、その割合が約 5%となっており、3 つの比較画像のうち最も大きい値を取得している。これは I\_2 と比較する I\_VP の画像領域を選定する際に、他の 2 点とは異なり、実験値に近い

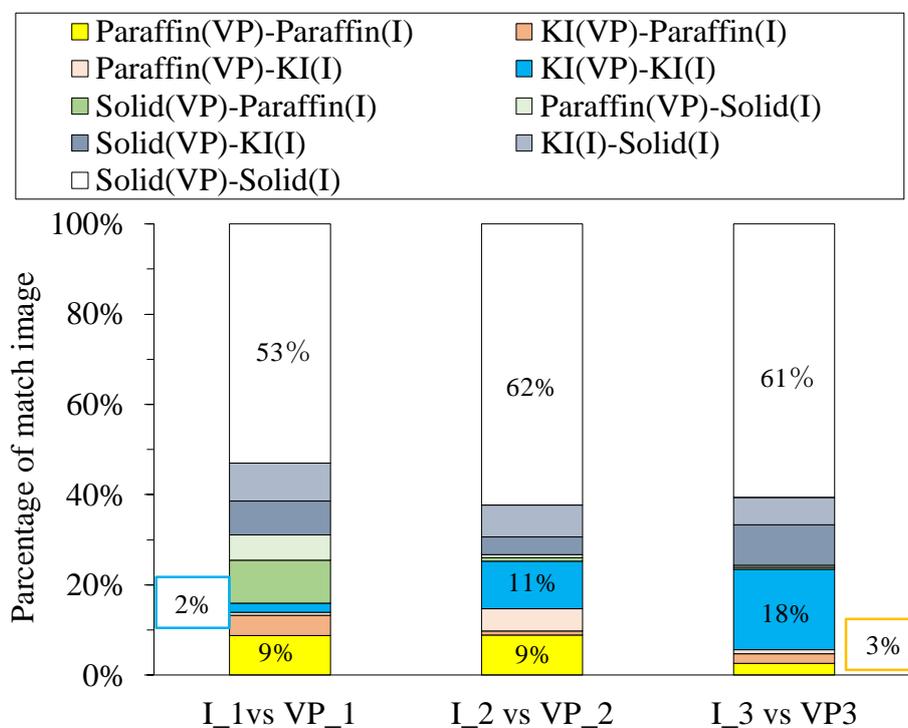


図-8.25 珪砂 5 号の CT 画像を用いた Image 画像と I-VP 画像の一致率

値を選択できなかったため、VP\_2 の領域を実験値より体積含水率が低い領域を選択したことが原因であると考えられる。I-VP 画像における Paraffin の領域が減少していなかったため、Paraffin(VP)-KI 水溶液(I)の誤差が他の 2 点より増加したと言える。撮影最終点となった I\_3 と VP\_3 の比較では、KI 水溶液(VP)-Paraffin(I)の領域(■)における割合が 2%となっている。図-8.23 で確認すると、VP\_3 の画像領域における体積含水率は 0.316 となり、実験値は体積含水率 0.311 となっていることから、I-VP による Paraffin のトラップ領域の過小評価が原因で発生したものと考えられる。

### I-VP 画像におけるトラッピング領域の検討

図-8.26 には、I-VP で得られた画像と CT 撮影画像から抽出した Paraffin の領域を重ね合わせることによって Paraffin 領域における一致率を 3 次元で示している。このとき、I-VP 解析画像では境界領域を設定して解析を行っていることや、I-VP の解析では初期状態における CT 画像を用いていることから、各 CT 画像との抽出領域のズレが生じているため、解析領域のサイズを  $590 \times 590 \times 597$  voxel として比較を行なった。■領域は I-VP で得られた過剰 Paraffin 領域を示している。また■領域は I-VP と CT 画像が一致した領域を示している。吸水挙動が進むにつれて、■領域が減少し、図-8.26(c)では、■領域で表される CT 画像と I-VP が一致した Paraffin 領域が画像領域全体に分布していることがわかる。表-8.10 には図-8.26 の結果をもとに Paraffin の一致率と一致しなかった領域の割合を示している。表-8.10 より、CT 画像と I-VP 画像の Paraffin における一致率は 40~50%の値を獲得していることがわかる。一方で I-VP が取得できなかった Paraffin の領域(Paraffin(I)-KI 水溶液(VP))は全体で 40%前後の値となった。また、過剰 Paraffin 領域は 14%~19%の割合で推移しており、過剰 Paraffin 領域が最も増加したのは I\_3 vs

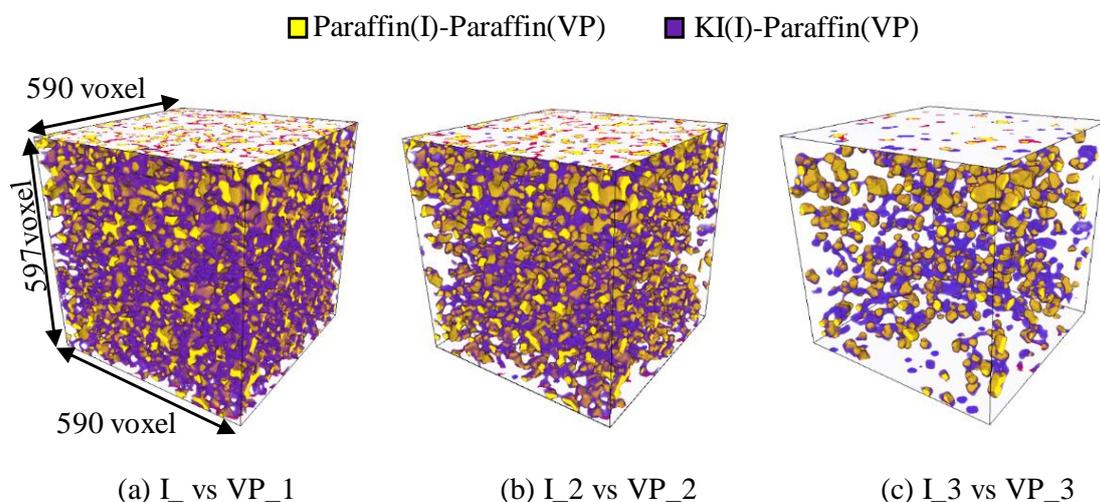


図-8.26 Paraffin 領域に着目した CT 画像と I-VP 解析画像の比較

表-8.10 各相における一致率と不一致率の割合

Compare image area	I_1 vs VP_1	I_2 vs VP_2	I_3 vs VP_3
KI(I) - Paraffin(VP)	14.16%	13.65%	19.04%
Paraffin(I)-KI(VP)	42.88%	36.97%	39.28%
Paraffin(I)-Paraffin(VP)	42.96%	49.37%	41.68%

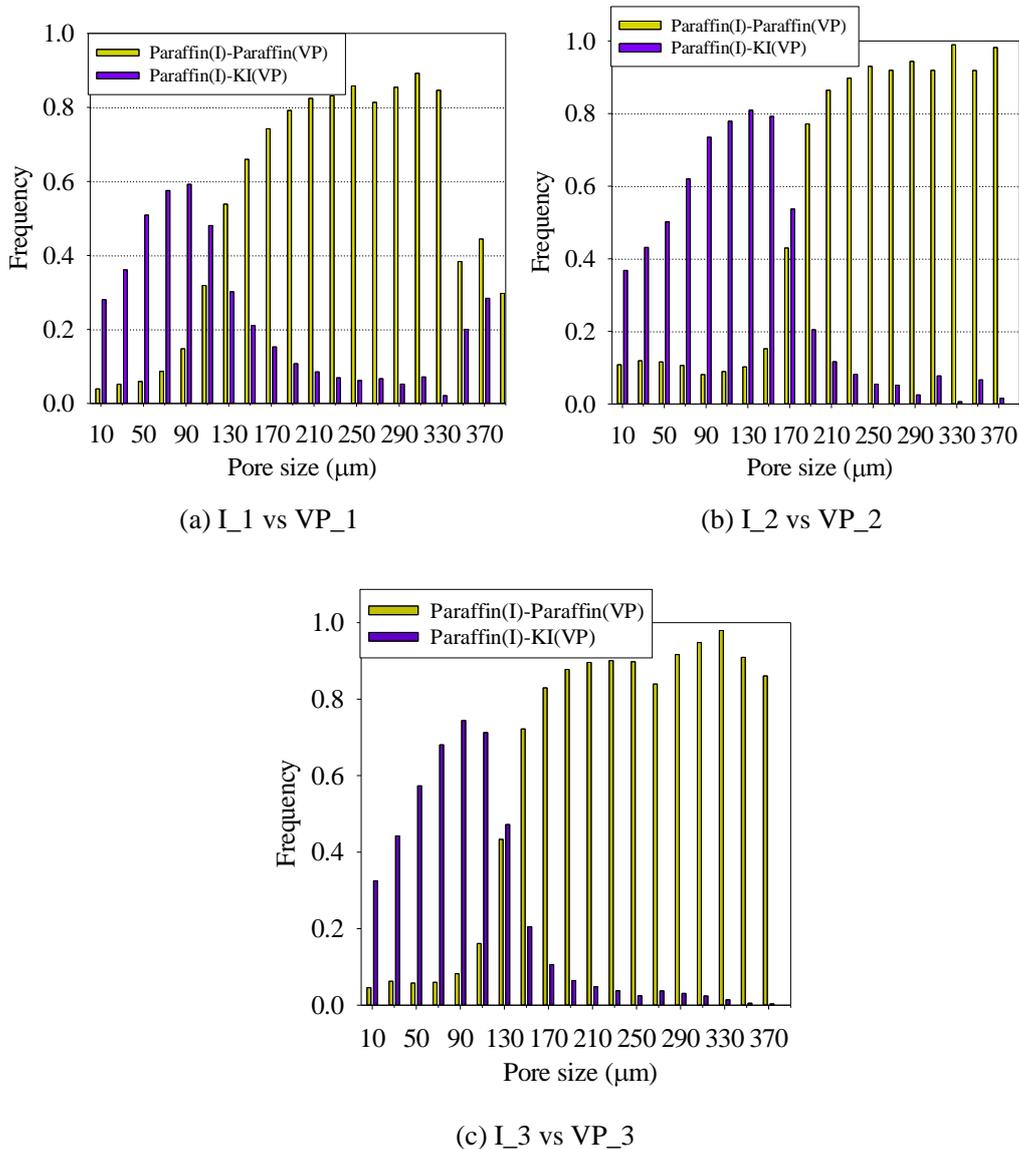


図-8.27 CT画像とI-VP画像の各間隙径における一致率の比較

VP\_3であった。このことから、I-VP解析結果ではParaffinのトラップ領域を過小評価していることがいえる。

図-8.27にはCT画像とI-VPの結果が一致した領域の間隙径分布領域(■)と、I-VPが不一致となったParaffinの間隙径分布(■)を示している。頻度の計算には分母の値として図-8.9で得られた各撮影領域におけるParaffinの各間隙径のボクセル数を用いた。図

-8.27より, I-VPとCT画像が不一致であったParaffinの間隙径の大きさは $10\mu\text{m}$ ~ $130\mu\text{m}$ に集中していることがわかり, その割合は40%~80%で推移していることがわかる. この領域は吸水過程が進行するに伴い, 不一致の割合も増加している傾向にある. これはI-VPのプログラム上, トラップが発生する領域を $170\mu\text{m}$ 以上の領域と設定したため,  $170\mu\text{m}$ 以上の間隙では0.5を超えてCT画像とI-VP画像が一致し, それ以下の領域ではParaffinの残留領域がCT画像と一致しない領域の割合が増加するような解析になったことが言える. 特に図-8.26(c)は吸水終了点に近く, その傾向が顕著に表れている. 一方で, 図-8.26(a)(b)においてはトラップ領域と仮定した $170\mu\text{m}$ 以下の間隙径(特に $130\mu\text{m}$ )でもCT画像とI-VPの一致率が5割を超えている. この時のVP\_1, VP\_2の毛管圧力水頭は12.1cm, 10.2cmとなっており, この毛管圧力水頭から間隙径を式(8.1)から計算すると, およそ $110\mu\text{m}$ ,  $130\mu\text{m}$ となった. よって, VP\_1とVP\_2の領域では, I-VPのプログラム上, Paraffinのトラップ作成領域の閾値外であるため, 図-8.26(a)(b)のように $130\mu\text{m}$ 以下の間隙領域にもParaffinが存在するような挙動になったのではないかと考えられる. 図-8.27(b)では $130\mu\text{m}$ の領域において一致したParaffinの領域と不一致のParaffinの領域がともに5割程度を取得しParaffinの割合とKI水溶液の割合が逆転している領域が存在している. このことから, 閾値として設定した $170\mu\text{m}$ に近づくとつれて, CT画像とI-VP画像の一致率の境界領域が $170\mu\text{m}$ に近づいていく挙動となることが考えられる.

以上より本研究で改良したI-VPは, Paraffinのトラップ現象を平均間隙径より大きな領域においては良好な一致率を得ることができるが, 平均間隙径より小さな領域に関してはParaffinのトラップ現象をとらえることが難しいことがいえる. 一方で, I-VP画像では過剰Paraffinが発生しやすいものの, 実験におけるCT画像との一致率は常に40~50%を保つことができることから, Paraffinのトラップ領域を事前に検討できる非常に有効なツールであるといえる.

### 8.3 8章のまとめ

本章では, 8.1においてParaffinによる地盤汚染によるトラッピング挙動の把握を行うために, 吸排水試験を実施し, CT撮影を行うことによってParaffinのトラップ現象の定量評価を行った. また, 8.2ではこれまで, 非濡れ相の残留量の過大評価が問題となっていた吸水過程におけるVP法(I-VP)を8.1で得られた結果を用いて改良を行った. また, 改良したI-VP法における実験値との精度検証を行った.

まず, 8.1に関する結論を以下に示す.

- 1) 吸排油試験結果より，KI 水溶液-Paraffin における吸排水挙動は，KI 水溶液-Paraffin 間に働く接触角と界面張力の影響を受け，各粒状材料全体で水-空気における排水挙動よりも 10.5cm ほど低い毛管圧力水頭で挙動が進行している傾向が得られた。
- 2) D\_3 の排水終了点における Paraffin 浸透量に対する I\_3 の Paraffin の残留量の割合では豊浦砂では 12.26%，珪砂 5 号では 19.59%，CGB で 33.56% となり，排水終了点から最大で 3 割ほどの Paraffin が残留していることから，間隙内部の残留量とその割合は粒径に比例して残留量が増加することが言える。
- 3) 吸水挙動下においても Paraffin が動かずトラップされたままの領域(不動 Paraffin 領域)を検討するために吸水過程における画像を用いて不動 Paraffin 領域の推定を行った。その結果，吸水初期から吸水終了間において不動 Paraffin 領域は各粒状材料における全残留領域の約 25%，14%，21% となったことが分かった。
- 4) Paraffin における間隙径のトラップ挙動は，全間隙径における最頻値の間隙径から 60 $\mu$ m～100 $\mu$ m 大きい間隙領域から増加することが分かった。
- 5) 不動 Paraffin 領域において不動化した間隙径を調査すると，不動 Paraffin 領域を形成する間隙径は全残留間隙径の最頻値かその付近に集中して発生したことが分かった。
- 6) 毛管力が働きやすい粒状材料では，Paraffin のトラップが形成される境界として，Paraffin の存在する間隙がその試料における最小間隙径に近い間隙径と接触している領域で発生する傾向が強いと考えられる。

次に 8.2 に関する結論を以下に述べる。

- 1) KI 水溶液と Paraffin を対象とした解析を行うため，接触角と界面張力の検討を行うため KI 水溶液と Paraffin 間に働く界面張力と接触角を求めた。その結果，界面張力は平均 45.85mN/m となり，また接触角は 134.3～148.7° の領域を取得した。
- 2) D-VP において豊浦砂と珪砂 5 号では実験値とは異なる毛管圧力水頭を取得していた。そのため，接触角の検討を行ったところ，粒状材料中を浸透する Paraffin の接触角は，測定値よりも小さくなることが分かった。また平均粒径が大きくなるほど接触角は測定値の値に近づくことが分かった。

- 3) CT 画像と I-VP 画像の各相の一致率は 60%~80%の値を得られ, 吸水挙動が進行するにつれ, 一致率が増加する傾向が得られた.
- 4) CT 画像と I-VP 画像を比較すると, I-VP 画像ではトラップする領域を 170 $\mu\text{m}$  以上の間隙と設定して解析を行ったため, 170 $\mu\text{m}$  以下の領域ではトラッピング挙動を過小評価する解析結果が得られた.
- 5) I-VP 画像では過剰 Paraffin が発生しやすいものの, 実験における CT 画像との一致率は常に 40~50%を保つことができることから, Paraffin のトラップ領域を事前に検討できる非常に有効なツールであるといえる.

## 【引用・参考文献】

- 1) 塩田絵里加, 椋木俊文, 吉永徹, 上田誠: 3次元CT画像解析におけるVOCトラッピングシミュレーション法の提案, 第54回地盤工学研究発表会, 埼玉, 2019.
- 2) 東京大学教養学部統計学教室編: 統計学入門, 東京大学出版, pp.99-104.
- 3) 塩田絵里加: CT画像を用いた三次元間隙構造解析による粒状材料の水分特性の定量評価, 平成28年度熊本大学大学院自然科学研究科社会環境工学専攻修士論文, pp.1-20, 2017.
- 4) 塩田絵里加, 竹中亮, 椋木俊文:  $\mu$ -X線CTスキャナを用いた排水に伴う粒状体のメニスカス形成の定量評価, 平成30年度土木学会全国大会第73回年次学術講演会, III-099, 北海道, 2018.
- 5) Thermo Fister Scientific: Avizo Software 9 User's Guide, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB), 2018.
- 6) 石原清貴, 星埜由典: 表面張力測定法, *Journal of Japan Society of Colour Material*, 79(9), pp.404-409, 2006.
- 7) Øren, P. E., Ruspini, L. C., Saadatfar, M., Herring A., Sok, R. M., Knackstedt, M.: In-situ pore-scale imaging and image-based modelling of capillary trapping for geological storage of CO<sub>2</sub>, 14<sup>th</sup> International Conference on Greenhouse Gas Control Technologies, pp. 1- 5, Melbourne, October, 2018.
- 8) 宮原ひとみ: X線CTデータを用いた間隙構造解析によるLNAPLの残留機構の解明に関する研究, 熊本大学工学部社会環境工学科, 平成24年度, 卒業論文, 2012.
- 9) Luis, I., Will, S., Lysia, N., Josh, C.: The ITK Software Guide Second Edition Updated for ITK version 2.4. ITK, 2005.

## 第9章 2相流 LBM を用いた不動 Paraffin 領域の再流動化シミュレーション

本章では、8章の結果における不動 Paraffin 領域に着目し、LBM による数値計算を行うことによって不動 Paraffin 領域の再流動化に関する検討をまとめた。なお、本解析では間隙内部のトラップ挙動の評価が容易な珪砂5号における CT 画像を対象とした解析を行った。

### 9.1 2相流 LBM のためのパラメータの選定 <sup>1)2)3)</sup>

#### 9.1.1 2相流 LBM の基礎式と物体力

本章では、2相流 LBM を行うためのモデルとして特に、2相流体の分子間に働くポテンシャルの概念を導入している Shan and Chen モデル <sup>4)</sup>(以下 MCSC モデル)を適用し解析を実施した(6.5.1 参照)。LBM 解析モデルは衝突項に BGK モデルを用いた以下の式(9.1)で表される3次元19方向格子ボルツマン方程式を用いた。

$$f_i^\sigma(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i^\sigma(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau^\sigma} [f_i^\sigma(\mathbf{x}, t) - f_i^{\sigma(eq)}(\mathbf{x}, t)] \quad (i = 0, 1, \dots, 19) \quad (9.1)$$

ここで、 $f_i^\sigma(\mathbf{x}, t)$ は速度分布関数を示し、時刻  $t$  における格子点  $\mathbf{x}$  上で  $i$  方向の格子速度  $\mathbf{c}_i$  を有する粒子の数に対する分布関数を示す。 $\sigma$  は各相(Wetting 相または Non-wetting 相)を示している。 $\tau^\sigma = \tau_c / \delta_t$  は  $\sigma$  成分における無次元の緩和時間(relaxation time)を示す。 $f_i^{\sigma(eq)}$  は局所平行分布関数を示し、粒子分布の平衡状態を示す。局所平行分布関数は以下の式(9.2)で表される。

$$f_i^{\sigma(eq)}(\mathbf{x}, t) = \omega_i \rho^\sigma \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^{\sigma(eq)}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^{\sigma(eq)})^2}{2c_s^4} - \frac{(\mathbf{u}^{\sigma(eq)})^2}{2c_s^2} \right] \quad (9.2)$$

ここで、 $w_i$  と  $c_i$  は数学的な重みと積分点を、 $c_s$  は音速を示しており、本解析手法では表

表-9.1 局所平衡分布関数で用いた各パラメータの値(6.2.3 参照)

Model	Lattice vector $\mathbf{c}_i$	Weight $w_i$	$c_s^2$
D3Q19	(0,0,0), (±1, 0, 0), (0, ±1, 0), (0, 0, ±1), (±1, ±1, 0), (±1, 0, ±1), (0, ±1, ±1)	1/3, 1/18, 1/36	1/3

-9.1 に示した値を使用した。  $\mathbf{u}^{\sigma(eq)}$  は巨視的な変数としての速度を示している。よって、巨視的な流体の密度と流速は以下のように与えられる。

$$\rho^\sigma = \sum_i f_i^\sigma \quad (9.3)$$

$$\mathbf{u}^{\sigma(eq)} = \mathbf{u} + \Delta\mathbf{u} = \mathbf{u} + \frac{\tau^\sigma \mathbf{F}^\sigma}{\rho^\sigma} \quad (9.4)$$

2 相流モデルでは、1 格子位置に 2 つの流体が存在することとなるので、2 相流体を合わせた流速と圧力は以下のように決定される。

$$\mathbf{u} = \frac{\sum_\sigma \frac{1}{\tau^\sigma} \sum_i f_i^\sigma \mathbf{c}_i}{\sum_\sigma \frac{1}{\tau^\sigma} \rho^\sigma} \quad (9.5)$$

$$P(\mathbf{x}) = c_s^2 \cdot \sum_\sigma \rho^\sigma(\mathbf{x}) + \frac{G_c}{3} \rho^\sigma(\mathbf{x}) \rho^{\bar{\sigma}}(\mathbf{x}) \quad (9.6)$$

$G_c$  は流体間の相互作用強度を制御するパラメータを示している。ここで、式(9.4)における  $\mathbf{F}^\sigma$  は MCSC モデルで導入された流体間の相互作用力  $\mathbf{g}_f$  と液体-固体間の相互作用力  $\mathbf{g}_s$  を含む流体成分に対する合計の作用力を示している。それぞれの相互作用力の式は以下の通り示される。

$$\mathbf{g}_f : \quad \mathbf{F}_c^\sigma(\mathbf{x}, t) = -G_c \rho^\sigma(\mathbf{x}, t) \sum_i \omega_i \rho^{\bar{\sigma}}(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t) \mathbf{c}_i \quad (9.7)$$

$$\mathbf{g}_s : \quad \mathbf{F}_{ads}^\sigma(\mathbf{x}, t) = -G_{ads}^\sigma \rho^\sigma(\mathbf{x}, t) \sum_i \omega_i s(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t) \mathbf{c}_i \quad (9.8)$$

$s(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t)$  は特性関数であり、固相領域は  $s = 1$ 、液相領域は  $s = 0$  と定められる。本節では以上の式を使用するためのパラメータの決定を 9.1.3 で行った。

LBM による 2 相流解析では、流体の動粘性係数から緩和時間  $\tau$  への変換は以下の式(9.9)で表される。

$$v^\sigma = \frac{2\tau^\sigma - 1}{6} \quad (9.9)$$

### 9.1.2 2相流 LBM による液滴試験と接触角測定試験の再現解析の境界条件

流体間の相互作用性  $g_r$  と  $g_s$  を決定する場合、2流体における液滴実験と液相-固相間での接触角の測定が必要となる。そのため、液滴試験と接触角測定試験を LBM によって再現し、相互作用力を求める。

図-9.1 は液滴試験を模擬した 2相流 LBM の解析条件を示している。液滴解析では KI 水溶液中に Paraffin が残留している状態を加味し、KI 水溶液中に Paraffin の液滴を設定している。解析領域は  $100 \times 100 \times 3$  voxel とし、z 方向のみ周期境界条件と設定しその他の境界条件は速度 0 のノイマン条件で解析を行った。初期条件として解析領域を中心とする半径  $R$  の液滴を作成した(図-9.1)。この初期条件を使用し、解が収束するまで解析を行う。解の収束判定には以下の式(9.10)を利用した<sup>6)</sup>。

$$\frac{\sqrt{\sum_x |u(x,t) - u(x,t-100)|^2}}{\sqrt{\sum_x u(x,t)^2}} < 5.0 \times 10^{-5} \quad (9.10)$$

また図-9.2 では、 $g_s$  の値を決定するために、接触角測定を模擬した 2相流 LBM 解析の境界条件を示している。解析領域は  $200 \times 100 \times 3$  voxel の領域を設定し、全方向を周期境界条件と設定し解析を行った。

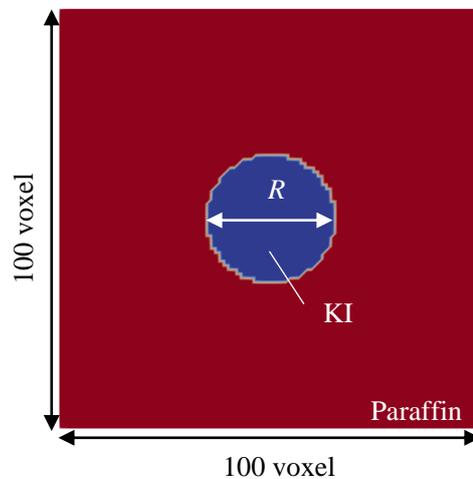


図-9.1 液滴試験を模擬した LBM の初期条件モデル

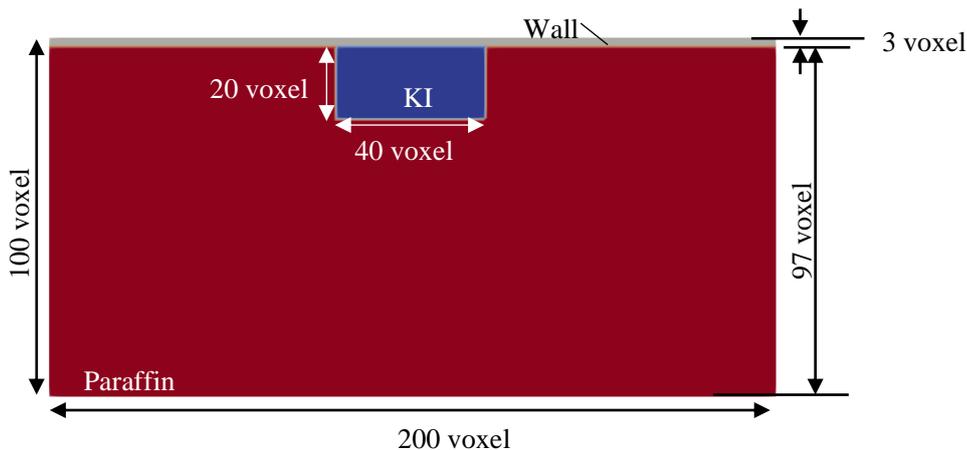


図-9.2 接触角測定のための2相流LBM初期条件

表-9.2 各流体における静粘度および動粘性とそれに対応する緩和時間

	KI	Paraffin	Paraffin-G
Viscosity (mPa·s)	0.929	5.837	1.290
Kinematic viscosity (mm <sup>2</sup> /s)	0.727	7.078	1.722
Relaxation time $\tau$	1	4.669	1.533

### 9.1.3 2相流LBM解析におけるパラメータ選定結果

#### 緩和時間 $\tau$ について

2相流LBM解析を行うため、まず各流体の緩和時間 $\tau$ の決定を行った。表-9.2には各流体の計測した静粘度とその値と各流体の密度から算出した動粘性と式(9.9)で示した式を用いて算出したLBMにおける緩和時間を示している。なお、流体の計測では熊本大学工学部機械システム工学科川原研究室の協力を得、エー・アンド・デイ音叉型振動式粘度計<SV-1A>を用いて22°Cにおける静粘度の測定を行った。また、参考値としてイソパラフィン系有機溶剤(アクア化学株式会社、アクアソルベントG)(以下Paraffin-G)における値を示している。表-9.2より、実験で用いたParaffinはParaffin-Gより粘性が高く、緩和時間の値が2倍以上大きくなっている。2相流解析に用いたSCモデルにおいて、緩和時間が $\tau > 4$ の場合であると解析が不安定になるといった報告もある<sup>5)</sup>ため、本解析では2相流LBM解析はParaffinとParaffin-Gにおける2ケースを検討する。

#### 液-液間の相互作用力 $g_f$ について

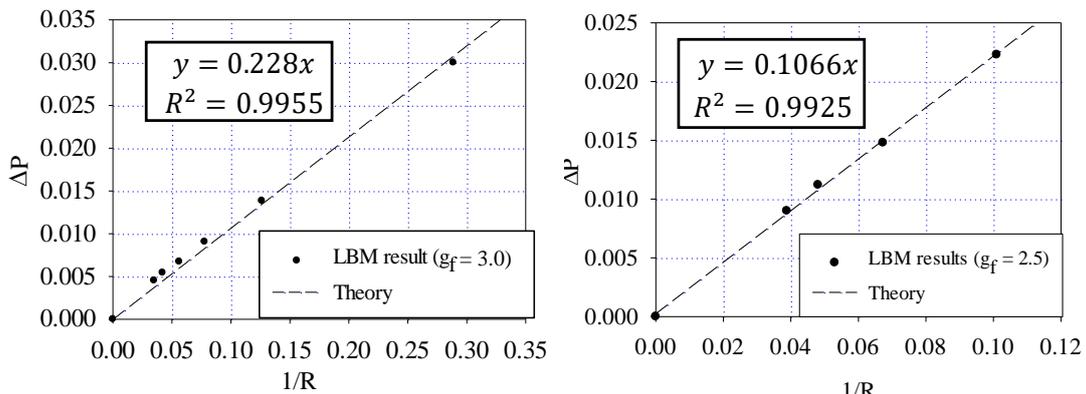
液滴内部と外部の差圧は毛管圧力水頭 $P_c$ となるため、式(9.11)のラプラスの法則<sup>7)</sup>に

より計算することが可能である.

$$P_c = P_{KI} - P_{Paraffin(or G)} = \frac{c\gamma}{R} \quad (c = 1 \text{ for } 2D, c = 2 \text{ for } 3D) \quad (9.11)$$

ここで,  $P_{KI}$  は KI 水溶液の圧力,  $P_{Paraffin}$  は Paraffin の圧力,  $P_G$  は Paraffin-G の圧力,  $R$  は液滴半径,  $\gamma$  は界面張力を表している. 本解析では図-9.1 で示した領域のように  $z$  方向の画像サイズを  $x, y$  方向の画像サイズよりかなり小さく設定しているため, その領域を 2 次元と仮定し,  $c = 1$  と設定することで相互作用力  $g_f$  についての解析を行った. 式 (9.8) より  $P_c$  と  $1/R$  は線形な関数で表されることがわかる. このため,  $g_f$  は  $P_c$  と  $1/R$  で形成された線形関数の傾きとして得ることができる.

図-9.3 は, 2 相流 LBM によって実施した数値液滴実験の結果を示している. この時の  $g_f$  は Paraffin の場合 3.0, Paraffin-G の場合 2.5 を設定し,  $g_s$  を 0.0 とし計算を行った. 横軸には変化させた液滴半径  $1/R$  を取り, 縦軸に式(9.8)で計算した毛管圧力水頭  $P_c$  を表示している. また図-9.3 には Paraffin と Paraffin-G で計算された回帰曲線の式と相関係数  $R^2$  を示している. 図-9.3 を見ると, どちらの解析結果もプロットはすべて線上に位置しており,  $P_c$  と  $1/R$  は線形の関係を示している. この結果は式(9.8)を満たしていることが言える. 一方で, 図-9.3(a)における Paraffin の場合, 液滴半径  $2R = 20$  以下に設定した際には, 安定した解析結果が得られなかった. また  $g_f$  が 3.0 より小さい値を設定し解析を行うと, 各相の体積の保存性が悪く, 液滴が途中で消滅するなど解析が不安定となった. これは, 緩和時間の比が影響しているものと考えられる. 一方, 図-9.3(b)で示している Paraffin-G の場合, 比較的安定して液滴試験の解が得られた. 以上のことから, 本解析では Paraffin の場合, 最も安定した  $g_f = 3.0$  を, Paraffin-G では  $g_f = 2.5$  を採用し解析を行うことを決定した.



(a) Paraffin を用いた場合

( $g_f = 3.0, \tau_{KI} : \tau_{Paraffin} = 1 : 4.669$ )

(b) Paraffin-G を用いた場合

( $g_f = 2.5, \tau_{KI} : \tau_G = 1 : 1.533$ )

図-9.2 液滴試験解析結果

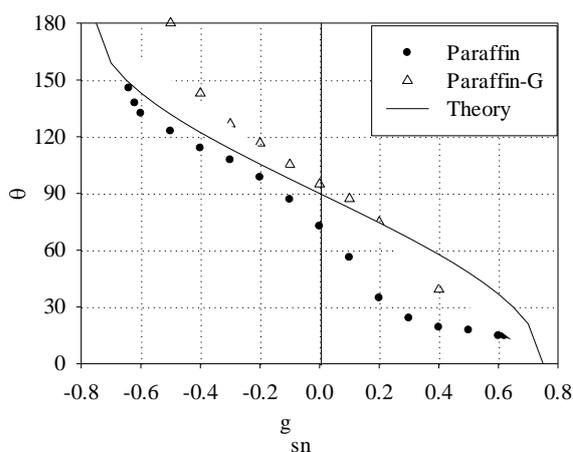
## 液-固間の相互作用力 $g_s$ について

$g_s$  を決定する場合は、実験によって求められる接触角と解析で得られた接触角との比較が有効とされる。本解析では、8.2.1においてVP法による接触角の選定を行った際に決定した接触角の値( $\theta = 134.3^\circ$ )を、付着濡れ現象を考慮した接触角として用いることとした。この時、 $1+\cos\theta$ の値は約0.30となり、これは、 $\theta = 72.4^\circ$ の時の $\cos\theta$ の値と等しくなるため、本解析では、接触角を $72.4^\circ$ と仮定して接触角の検討を行った。図-9.4には二相流LBM解析によって得られた接触角の関係を表している。縦軸は接触角、横軸には $g_{sn}$ を示している。添え字のnはNon-wetting相を示す。接触角の理論値は、Hung et al.<sup>8)</sup>が提案した式を用いて接触角の理論解を求めた(6.5.2参照)。

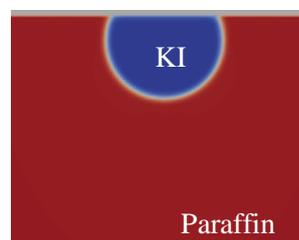
$$\cos \theta = -\frac{4g_s}{\rho_i g_f} \quad (9.12)$$

ここで、 $\rho_i$ は各接触角における流体の平均密度を示す。図-9.4に示す結果を見ると、Paraffin-Gの結果については $g_{sn}$ の値と接触角 $\theta$ が比例しているような理論値と似たプロットを描けているが、Paraffinの結果では、 $g_{sn}$ が0.2以上の領域で理論値とは異なった曲線になっていることがわかる。 $g_s$ が0.2以上の領域で見られるこの現象は、本解析で設定した緩和時間で解析を行った際にも確認された、解析が不安定になる現象によって生じたものであると考えられる。以上の結果より本研究では、実験で用いたParaffinの物性値を用いたLBM解析を行うことは難しいと判断し、Paraffin-Gにおけるパラメータを用いて解析を実施することを決定した。

図-9.4におけるParaffin-Gの結果をみると、 $0^\circ$ と $180^\circ$ に近くなるほど理論値とは外れたプロットを取得している。一方で、Kang et al.<sup>9)</sup>の報告によると、2次元SCモデルを用いた接触角の解析において同様の結果を報告している。そこで本解析では、 $0^\circ$ と



(a) LBMによる接触角の検討と理論値の比較



(b)  $g_{sn} = 0.2$ の時のParaffin-Gの解析結果

図-9.4 液滴試験再現解析の結果

180° に近づいた際にプロットが外れることに関して、解析上影響はないものと考え、8章で得られた接触角の値をもとに  $g_{sn}$  の値を決定すると、 $g_s = 0.20$  が最も近い値を示した。ここで、KI 水溶液の流体-固体の相互作用性  $g_{sw}$  ( $w = \text{wetting}$  相) は  $g_{sn} = -g_{sw}$  の関係を持つためそれぞれ 0.0, 0.20 と決定した。

## 9.2 Paraffin トラップ領域の再流動化シミュレーション

### 9.2.1 トラップ領域の再流動化に係る関係式<sup>10)11)12)</sup>

トラップされた Non-wetting 相の再流動化を検討する際には、流速と圧力の検討が重要となる。本節では、Snap-off 現象における Non-wetting 相の再流動化に関する理論を概説する。

図-9.5 は、Wetting 相に浸潤された間隙内に Non-wetting 相がトラップされているいわゆる Snap-off 現象の模式図を示している。Non-wetting 相は間隙の中央に位置しており、間隙の直径を  $2R$ 、細い間隙領域の直径を  $2r$  とする。また、Non-wetting 相において流入側においては半径  $R'_{in}$ 、流出側では  $R'_{out}$  の径を持つとする。矢印は流体が流れる向きを示している。Laplace の式から、Non-wetting 相における流入口と流出口の圧力差は式(9.10)で表される。

$$P_{n(in)} - P_{n(out)} = 2\sigma \left( \frac{1}{R'_{in}} - \frac{1}{R'_{out}} \right) + \Delta P_w \quad (9.10)$$

ここで、 $\Delta P_w = P_{w(in)} - P_{w(out)}$  を示す。このとき、 $P_{n(in)} > P_{n(out)}$  の条件であれば Non-

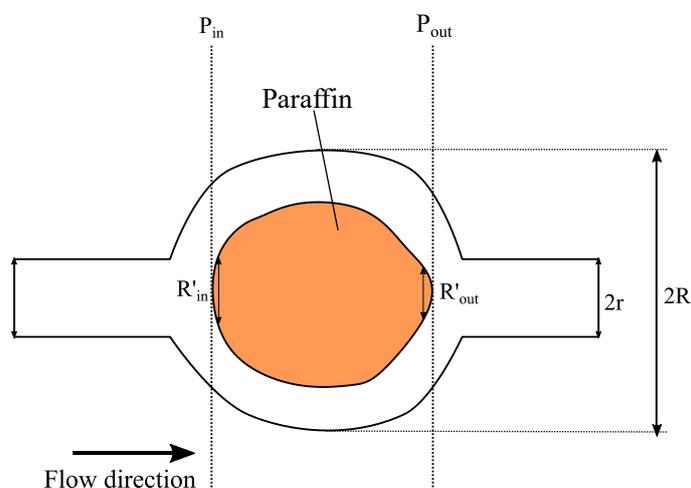


図-9.5 Snap off 現象の模式図

wetting 相の再流動化が発生する。

また、ハーゲンポアズイユ流れからも再流動化条件を提示することが可能である。図-9.6のような Wetting 相と Non-wetting 相が存在する管路を考える。この時の各流体におけるダルシー流速 $\bar{v}$ は次式で表される。

$$u_w = \frac{R^2}{8} \frac{1}{\mu_w} \frac{(P_{in} - P_w)}{\Delta x} \quad (9.11)$$

$$u_{nw} = \frac{R^2}{8} \frac{1}{\mu_{nw}} \frac{(P_{nw} - P_{out})}{\Delta x} \quad (9.12)$$

ここで、 $R$  は管路の直径、 $\mu_w, \mu_{nw}$  は Wetting 相と Non-wetting 相の粘性を示す。ここで、流速と粘性が Wetting 相と Non-wetting 相で等しくなると仮定すると以下の式を得ることができる。

$$u = \frac{R^2}{8} \frac{1}{\mu} \frac{(P_{in} - P_{out} + P_c)}{L} = \frac{R^2}{8} \frac{1}{\mu} \frac{(\Delta P + P_c)}{L} \quad (9.13)$$

ここで、 $P_c$  は Wetting 相と Non-wetting 相が接触している領域で働く圧力である毛管圧力水頭に等しくなる。この式から以下のような条件が言える。

1.  $\Delta P > 0$  のとき  
管路内の流体に圧力が加えられている状態を表し、Wetting 相によって Non-wetting 相が圧力差を利用して再流動化が発生する条件
2.  $\Delta P = 0$  のとき  
外力 0 であり、Wetting 相のみが浸透する条件 (Snap-off 現象)
3.  $\Delta P + P_c = 0$  のとき  
流体の流動方向とは逆方向に圧力をかけている状態となり、自発的な湿潤過程を阻害している条件

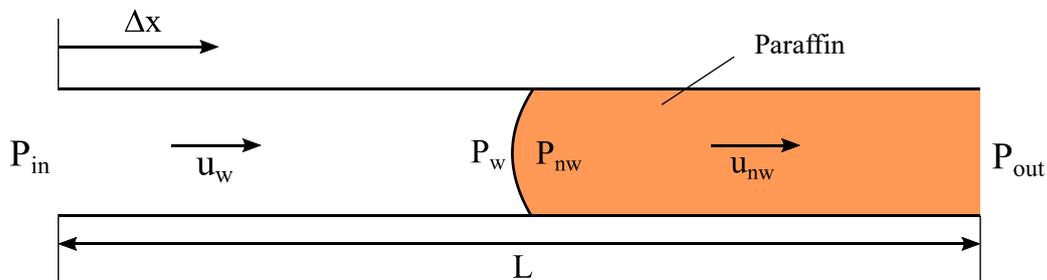


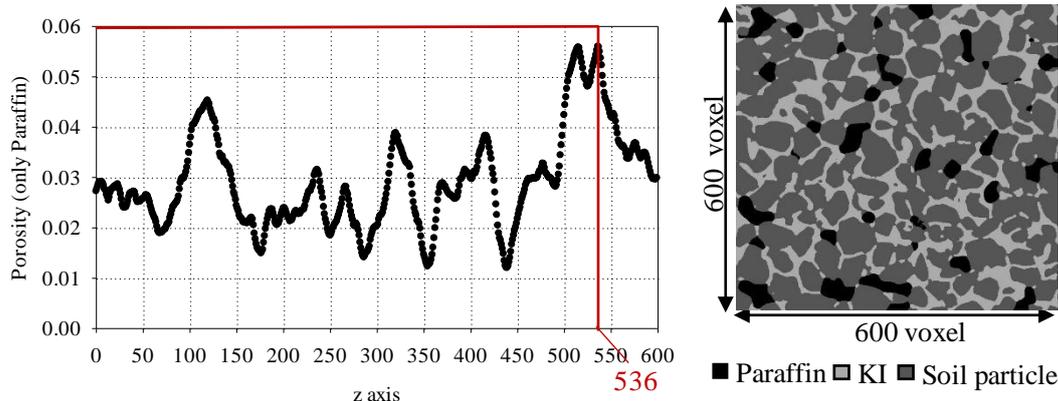
図-9.6 2相流体が存在する管路内の模式図

以上のことから、本解析では、間隙内 Paraffin のトラップ領域に対し、LBM 解析において圧力条件を検討することにより、間隙内にトラップされた Paraffin の再流動化現象の模擬を行う。

## 9.2.2 解析領域の決定と解析画像の準備

図-9.7 には 8.1.3 で明らかとなった不動 Paraffin 領域における各断面の間隙率と本解析で使用した KI\_3 における CT 画像のうち  $z = 536$  の領域を切り取った多値化画像(図-9.7(b))を示している。図 9.7(b)の領域は、図-9.7(a)において最大間隙率を有している領域であったため、後述する LBM 二相流解析で適用した画像と決定した。

LBM 解析のプログラム上、Non-wetting 相が流れることができる間隙径は 8voxel 以上、珪砂 5 号の解像度で言えば間隙径  $80\mu\text{m}$  以上存在する領域となっている。一方で、通常の CT 画像では粒子同士の接触などによって間隙の大きさが 8voxel 以下の領域も存在する。このため、図-9.7(b)をそのまま LBM 解析に適用すると、トラップされた Paraffin の再流動化に関する流動挙動の検討を行うことが難しい。そのため、本解析では、図-9.7(b)に対し、図-9.8 に示した手順で 2 相流 LBM のための境界画像を作成した。まず初めに CT 画像上で接触している粒子同士を分離する Separate object 処理<sup>13)</sup>、Dilate 処理<sup>14)</sup>を施した。Separate object 処理は、Watershed 処理や距離変換処理(Distance map)を用いて行われる手法となっており、Marker extent を決定することで粒子を分割する領域を決定することができる。図-9.9 では Separate object 処理の際に得られる粒子の分割領域を示した画像(a)と Separate object 処理後に得られる画像(b)を示している。本解析で



(a) z 方向における不動 Paraffin の間隙率

(b)  $z = 536$  における KI\_3 の多値化画像

図-9.7 LBM 解析領域の選定

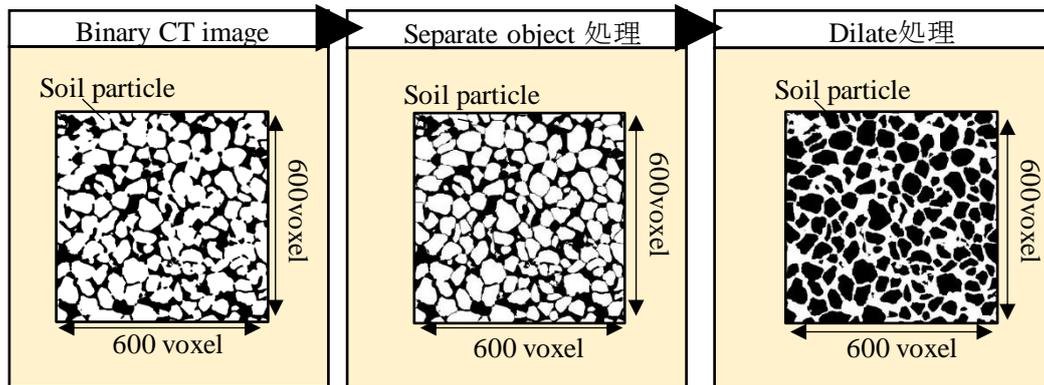


図-9.8 2相流 LBM 境界領域作成手順

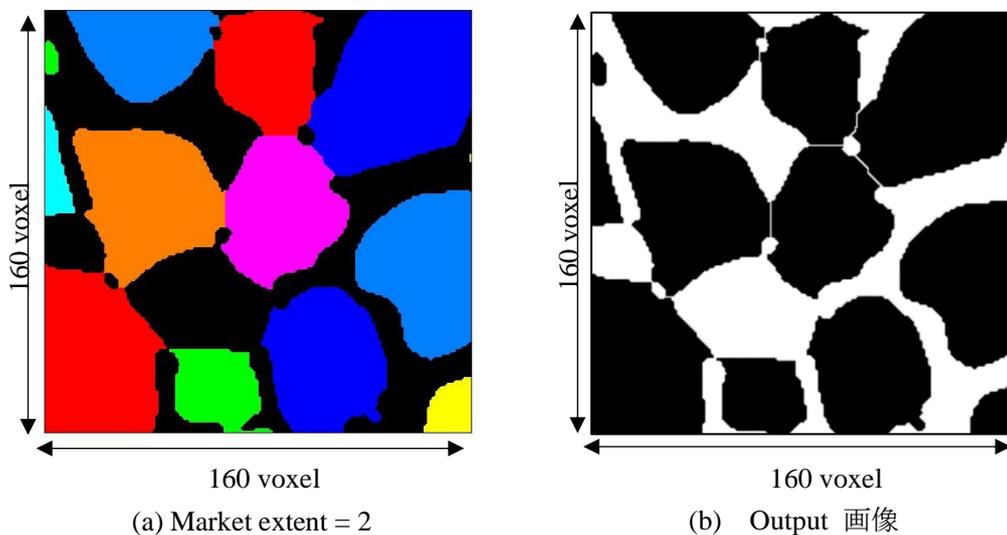


図-9.9 Separate object 処理の概要

は、Marker extent = 2 とし、Separate object 処理を行った。また Dilate 処理は 2 値化画像において 255 の値を持つ領域を、指定したボクセル領域だけ広げる処理である<sup>14)</sup>。本解析においては、膨張領域を 1pixel と指定し Dilation 処理を行った。図-9.10 には Dilate 処理前の Separate object 処理を行った画像(a)と Dilate 処理を行った後の画像(b)を示した。図-9.10 を見ると粒子の分割のための線が太くなり、粒子同士がより独立した状態となっていることが確認できる。各解析のアルゴリズムについてはそれぞれ参考文献<sup>13)14)</sup>に譲る。この処理を行うことによって画像における間隙率が 0.32 から 0.42 に増加している。一方で図-9.9(a)の画像と図-9.10(b)の画像を比較すると、粒子の形状に大きな変化は見受けられないことが分かる。よってこの間隙率の変化は、粒子同士の接触領域の減少によるものであると言え、間隙構造自体には大きな変化はないため、本解析では間隙率の変化は Paraffin の再流動化の挙動に対し影響がないものとして扱うこととする。

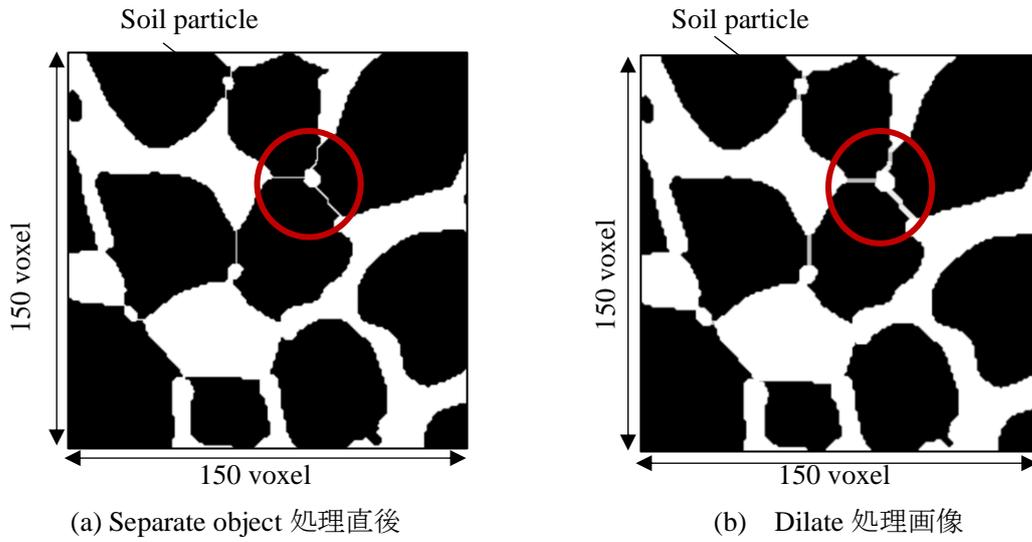


図-9.10 Dilate 処理前後における画像の変化

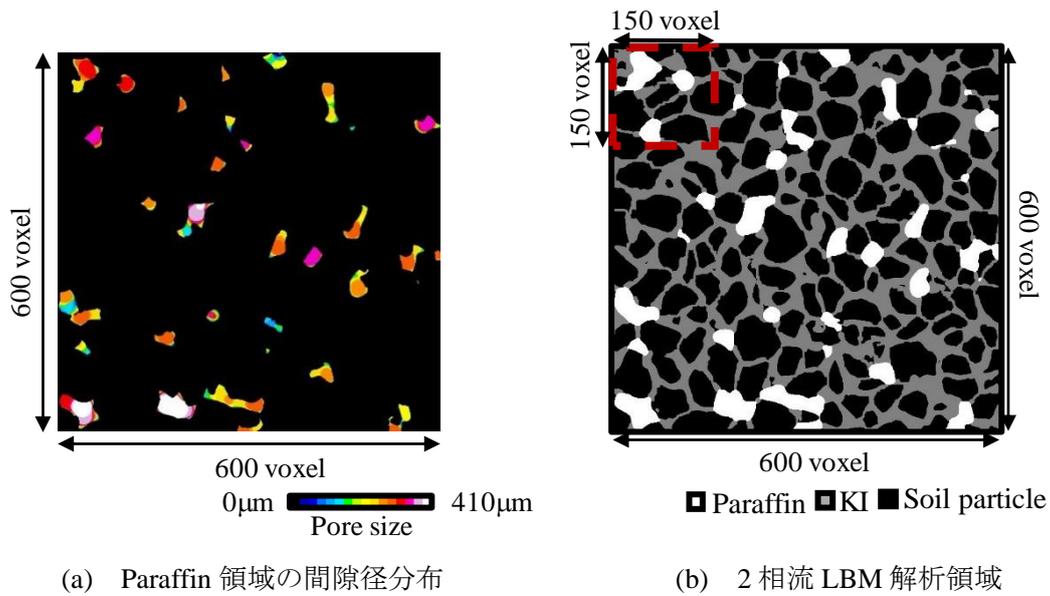


図-9.11 間隙径分布画像からの2相流 LBM 解析領域の検討

図-9.11(a)には図-9.7(b)で得られた不動 Paraffin 領域とその領域における間隙径分布画像を重ね合わせた画像を、図-9.11(b)では図-9.8 の処理を行った  $z = 536$  の多値化画像を示している。図-9.11 より本解析で領域を  $150 \times 150$  voxel にカットし図-9.11(a)で示される  $170\mu\text{m}$  以上の間隙径を持つ不動 Paraffin 領域が存在している領域を解析領域と決定した。そのため、解析ケースは4ケースとした(図-9.12)。画像処理後の間隙径はそれぞれ領域 a で 0.411, 領域 b で 0.408, 領域 c で 0.438, 領域 d で 0.367 となった。

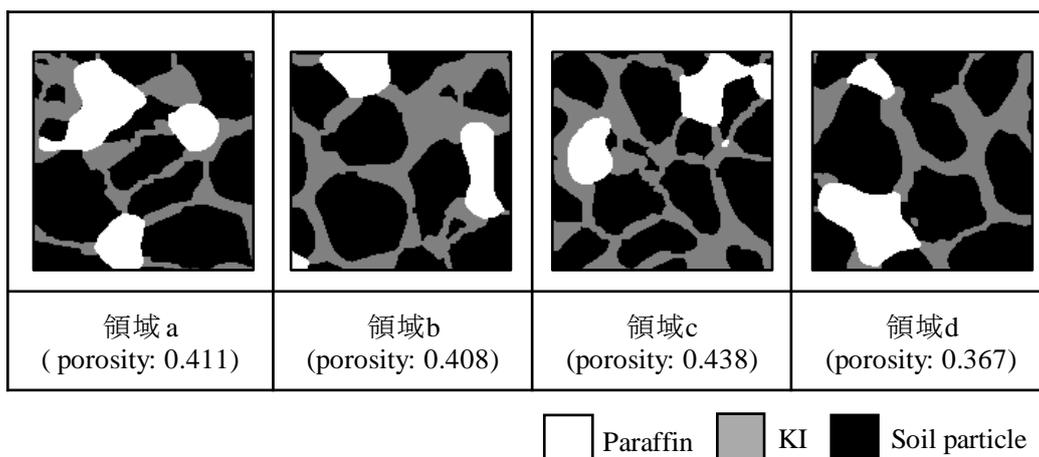


図-9.12 2相流 LBM 解析ケース (各ケースの画像領域はそれぞれ 150×150 voxel)

### 9.2.3 境界条件と初期条件

#### 初期条件における圧力条件の検討

9.2.1 で示した通り、Paraffin の再流動化には圧力条件が必須となる．そこで初期条件に与える圧力を決定するため、本解析では 8 章で示した水分特性曲線から Paraffin が再流動する条件を検討する．KI\_1 から KI\_3 の毛管圧力水頭差で不動 Paraffin となった領域を再流動化するためには、KI\_1～KI\_3 間でかかった毛管圧力以上の圧力をかけることが要因となることが考えられる．そこで、KI\_1 から KI\_3 間の毛管圧力水頭差は 6cm であったため(8.1 参照)、この毛管圧力水頭差を圧力差として換算する．毛管圧力水頭は、下記の式からサクシオン  $S_u$  の値に変換することが可能である<sup>15)</sup>．

$$S_u = p_a - u_w = \rho g h_c \quad (9.14)$$

ここで、 $p_a$  は大気圧、 $u_w$  は毛細管下側に存在する液中の絶対圧力を示している．また、 $\rho$  は液体の密度(ここでは KI 水溶液の密度を示す)、 $g$  は重力加速度、 $h_c$  は毛管圧力水頭を示している．式の詳細は参考文献<sup>15)</sup>に譲る．式(9.14)を使用すると、KI\_1 から KI\_3 間のサクシオンは 0.751Pa となる．このサクシオンを基準として、不動化 Paraffin が再流動化する圧力条件  $\Delta P$  は  $\Delta P > 0.751$  といえる．この条件を用いて 2 相流 LBM 解析における単位に換算することで初期条件における圧力差  $\Delta P$  を検討する．このとき、無次元数であるレイノルズ数  $Re$  を用いることで実パラメータから LBM でのパラメータの変換を行った．管路の幅は 6.2.1 において 1 相流解析を行った管路を使用した．式(9.14)と式(9.15)には管路におけるハーゲンポアズイユ流れとレイノルズ数(2.1.2 参照)を示した．

$$\Delta P = \frac{32\mu l U}{D^2} \quad (9.14)$$

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (9.15)$$

ここで、 $\mu$ は KI 水溶液の粘性、 $l$  と  $D$  はそれぞれ管路の長さで管路の直径を示している。表-9.3 に LBM でのパラメータ変換を行うためのそれぞれのパラメータと算出した圧力水頭をそれぞれ示している。表-9.3 から実パラメータにおける圧力差は 0.751kPa と計算された。よって、KI\_1 から KI\_3 間での圧力差においても不動となった Paraffin が流動するための条件として、実パラメータでは  $\Delta P > 0.751 \text{ kPa}$  であることが成立する。また、得られたレイノルズ数と実パラメータから LBM におけるパラメータに変換すると、2 相流 LBM で与える圧力は  $\Delta P > 0.031$  という条件が成立する。よって、今後の 2 相流 LBM 解析では  $\Delta P > 0.031$  を満たす圧力差を与えることで不動 Paraffin の再流動化挙動解析を実施する。

### 不動 Paraffin 再流動化挙動解析における初期条件と境界条件

図-9.16 と表-9.4 には不動 Paraffin の再流動化挙動解析における初期条件と境界条件を示した。本解析では、Paraffin の再流動化の挙動検証を行うために、本解析は準 2 次元で解析を実施した。解析領域は  $x$  方向以外には壁面を追加し、 $160 \times 160 \times 8 \text{ voxel}$  とした。壁面における境界条件は Bounce-back 条件とし、流入方向と流出方向には圧力境界条件であるディリクレ境界条件を設定し、 $P_{in}$  に 1.0、 $P_{out} = 0.818$  とした。この時の  $\Delta P$  は 0.06 となり、レイノルズ数は 1.86 となった。設定したレイノルズ数が 1 より大きな値となっているが、透水現象が層流から乱流へ遷移する条件として Fanher et al.<sup>16)</sup> の報告から、 $1 < Re < 10$  で層流から乱流へ遷移すると定義されている。そのため、この解析条件では層流現象を再現できているといえる。また、 $\Delta P = 0.06$  は、実パラメータでは、1.48Pa を想定した解析となっており、毛管圧力水頭に換算すると、約 12cm の毛管圧力水頭差を与えた状態と等しくなる。解析ステップは最大 200,000step とし、5,000step ごとに出力させた。また、本解析には GPGPU(General-purpose computing on graphics

表-9.3 二相流 LBM 解析におけるパラメータと実パラメータ変換

	Real ( $h_c = 0.06\text{m}$ )	LBM
viscosity	$9.289 \times 10^{-5} \text{ (g/m}\cdot\text{s)}$	0.167 (voxel/step)
kinematic viscosity	$7.271 \times 10^{-7} \text{ (m}^2\text{/s)}$	0.167 (mass/ voxel ·step)
density (KI)	$1.277 \text{ (g/m}^3\text{)}$	1 (mass/ voxel <sup>3</sup> )
$\Delta P$	0.751 (kPa)	0.031 (kPa)
U	0.004 (m/s)	$9.89 \times 10^{-3}$ (voxel/ step)
l	$1.50 \times 10^{-3} \text{ (m)}$	150 (voxel)
D	$2.60 \times 10^{-4} \text{ (m)}$	26 (voxel)
Re	8.12	

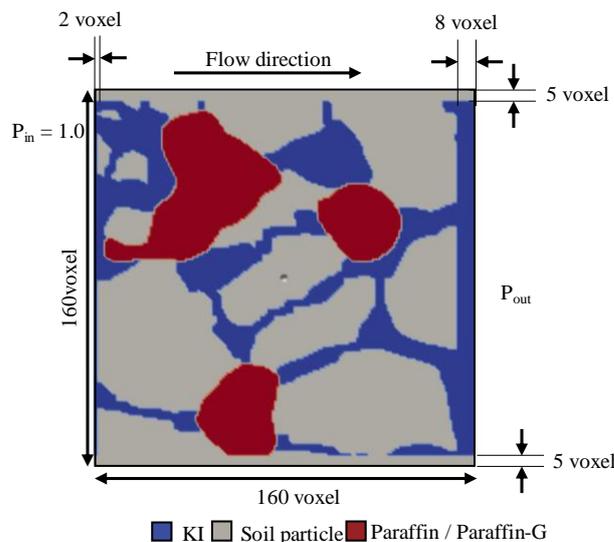


図-9.16 二相流 LBM のための境界条件

表-9.4 二相流 LBM 解析で用いた初期条件

Domain size	160 × 160 × 8
$P_{in}$	1.0
$P_{out}$	0.818
$\tau_{KI}$	1
$\tau_{Paraffin-G}$	1.533
gf	2.5
gs	0.2

processing unit)を用いたマルチ GPU 化による並列計算を行い、計算の高速化を図った。マルチ GPU 化の概念は参考文献<sup>17)</sup>に譲る。コードの並列化には NVIDIA 社が配布する並列計算用プラットフォーム CUDA<sup>18)</sup>を用いた。コードの並列化により、画像領域による違いはあるものの GPU を用いた LBM 解析は CPU を用いたものより約 21 倍～24 倍ほどの解析処理の高速化が確認された。

## 9.2.4 2 相流 LBM 解析結果による Paraffin 再流動化シミュレーション

図-9.17 から図-9.21 には 2 相流 LBM を用いた Paraffin-G におけるトラップ領域の再流動化シミュレーションを行った結果をそれぞれの領域ごとに示している。図-9.17 から図-9.21 で示した LBM における流動方向は各画像左から右とし、各領域において特徴的な Paraffin-G の挙動をタイムステップごとに示した。また、図-9.16 で示している壁面と流入、流出のために設定した領域は除き、一辺 150 × 150 voxel の画像領域で示している。

図-9.17 では、7.2.4 で得られた 1 相流 LBM 解析結果より、LBM 解析によって得られたレイノルズ数が  $Re = 0.013$  であったことから、 $\Delta P = 9.9 \times 10^{-5}$  と設定し解析を行った結果を示した。この結果によって 9.2.3 で得られた条件  $\Delta P > 0.031$  を満たさない場合についての Paraffin の流動についての検討を行った。各領域の結果は  $t = 55,000$  step における結果を示している。図-9.17 では、すべての領域において  $t = 55,000$  step における Paraffin の流動は見られず、 $t = 0$  step の Paraffin の形状とほとんど同じ状態を示してい

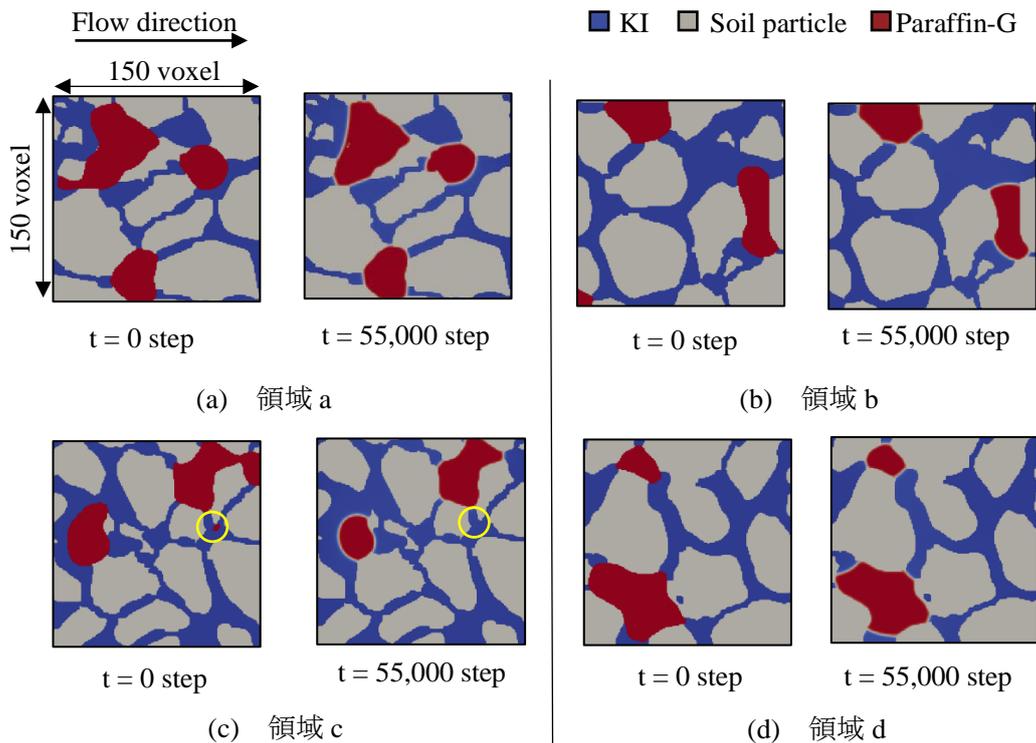


図-9.17  $\Delta P = 9.9 \times 10^{-5}$  条件における Paraffin の流動挙動シミュレーション

ることが見受けられる．一方，図-9.17(a)(b)(c)では Paraffin は流動していないが，微小な Paraffin ブロックが消滅している(図-9.17(b)(c)黒い領域で囲まれた部分)．これは，解析不安定性による体積保存の低下の影響が表れていると考えられる．一方で，消滅した Paraffin 領域よりも大きな Paraffin のブロック領域における体積の減少は見られなかったため， $\Delta P < 0.031$ の条件を満たさない場合では，Paraffin の再流動化は発生せず，トラップし続けることが言える．

図-9.18 から図-9.21 では，各領域において  $\Delta P = 0.06$  として解析を行った．まず，図-9.18 における領域 a の解析結果を見ると， $t = 200,000$  step で Paraffin の再流動化によってトラップされていた Paraffin がすべて流れ出す結果となった．特に領域 a においては，再流動化した Paraffin が小さい間隙を進行している挙動が確認された．特に  $t = 75,000$  step から  $t = 125,000$  step においては小さな間隙に Paraffin が進行する挙動が顕著に表れている．図-9.19 における領域 b においては， $t = 100,000$  step までは Paraffin の再流動化がみられたが， $t = 100,000$  step において画像中央に存在する Paraffin が再トラップされている．Paraffin の再トラップについては後述する 9.3.2 で述べる．図-9.20 における領域 c では図-9.18 の領域 a と同じく  $t = 200,000$  step でトラップされていた Paraffin すべてが再流動化し流出した．また，領域 a における挙動と同じく  $t = 50,000$  step から  $t = 135,000$  step の領域では，Paraffin が狭い間隙領域を進行する挙動を確認することができる．さらに， $t = 60,000$  step から  $t = 75,000$  の間では，1つの塊であった Paraffin が分離

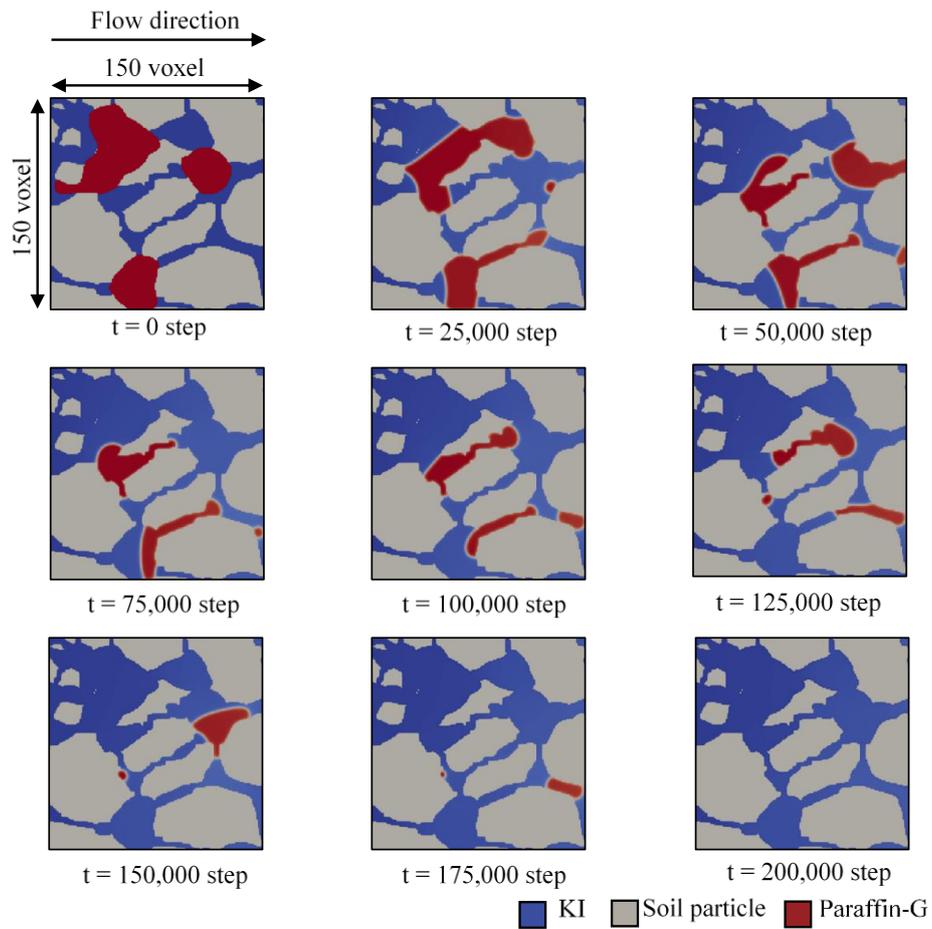


図-9.18  $\Delta P = 0.06$  条件における領域 a の二相流解析結果

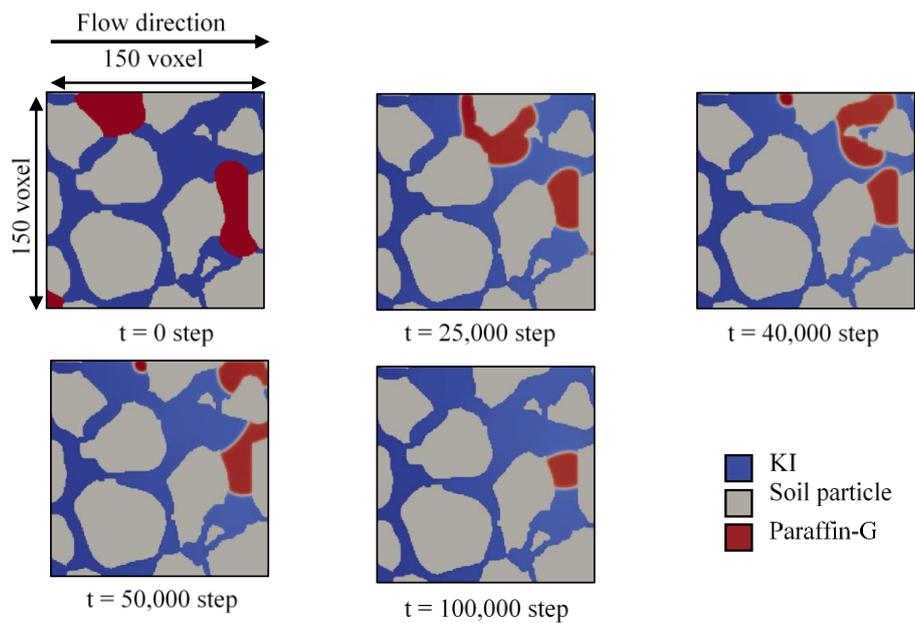


図-9.19  $\Delta P = 0.06$  条件における領域 b の二相流解析結果

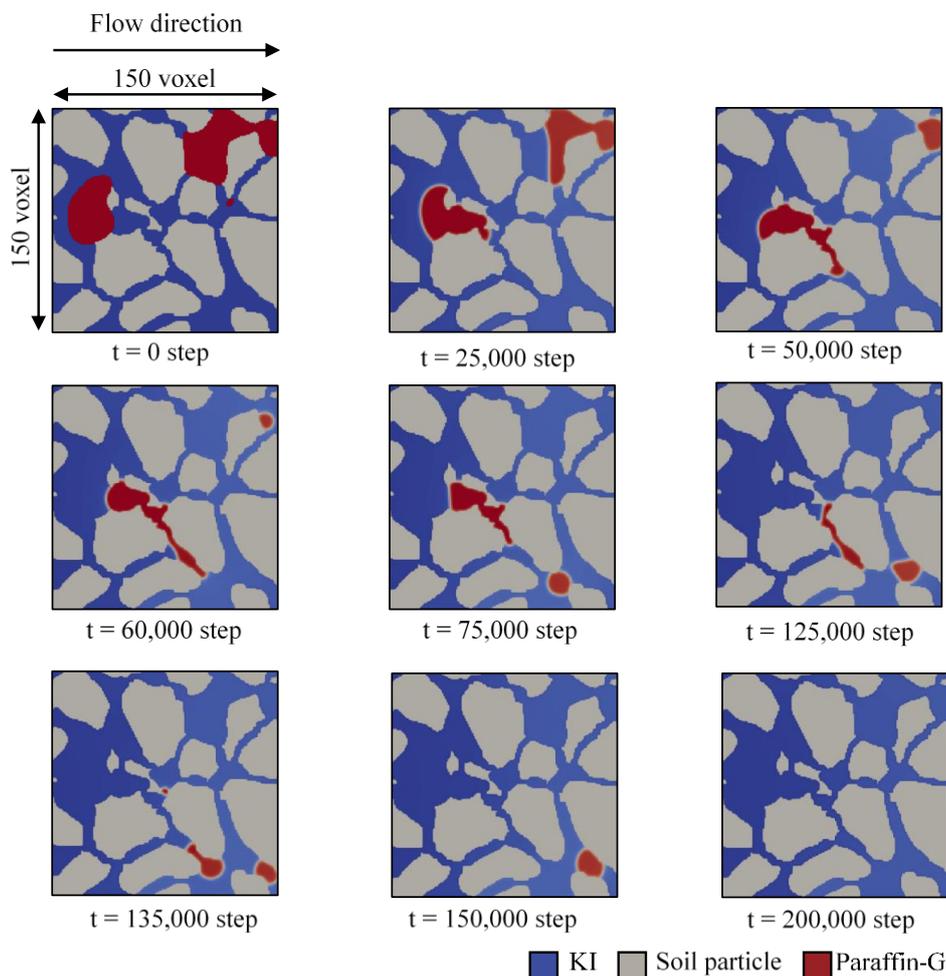


図-9.20  $\Delta P = 0.06$  条件における領域 c の二相流解析結果

して流動している様子も確認することができる。図-9.21 における領域 d では  $t = 180,000$  step ですべての Paraffin が流出する結果となった。また、 $t = 50,000$  step から  $t = 175,000$  step の領域で領域 a や c と同じく狭い間隙を進行する様子が確認できる。また、 $t = 25,000$  step から  $t = 50,000$  では、 $t = 0$  step で左上に存在した Paraffin と左下の Paraffin が結合し流動する挙動が得られている。

以上のことから、図-9.18 から図-9.21 における Paraffin が再流動化した際に小さな間隙へと進行する挙動は、snap off の状態となっている Paraffin が  $\Delta P > 0.031$  の圧力条件によって再流動化していることを理論づける挙動となっている。

### 再流動化 Paraffin の流動方向における考察

図-9.22 では、領域 a から領域 d について 1 相流 LBM 解析を実施し、Paraffin の再流動化に際して流動方向の検討を行った結果を示す。1 相流 LBM 解析を行う上で、領域 a から d

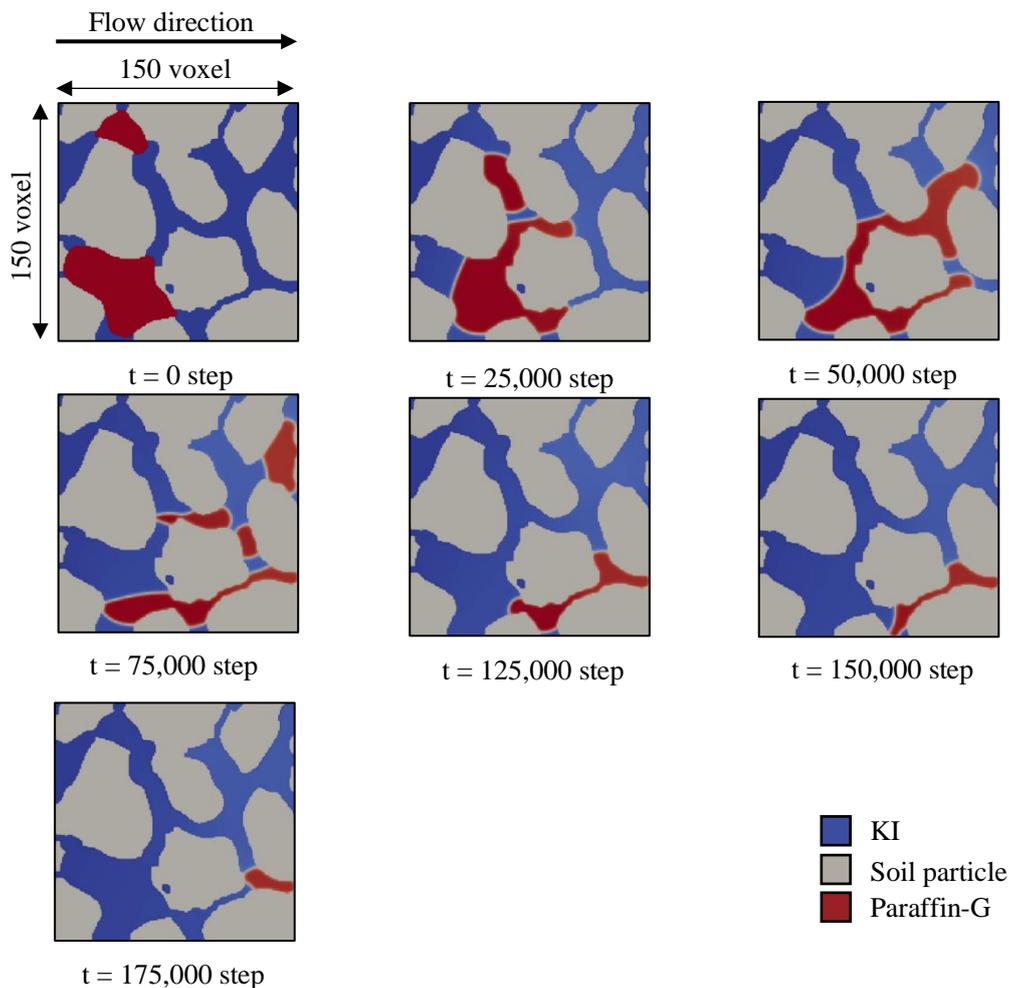


図-9.21  $\Delta P = 0.06$  における領域 d の二相流解析結果

に存在するトラップされた **Paraffin** 領域は流体の流動領域であるため、一相流解析では間隙とみなし、**Paraffin** が存在しない条件での解析を実施した。その他の境界条件は図-9.16 に示す条件を用いた。また、圧力条件は $\Delta P = 0.06$  として解析を行った。図-9.22 において、赤色となっている部分は流速の大きな値を示している。ここで、図-9.22 で示している流速は LBM で得られた流速であり、実パラメータではない。LBM で求められた流速を  $U_{LBM}$  とすると、 $U_{LBM}$  が最大となったのは領域 a で  $2.5 \times 10^{-2}$  となった。図-9.22 を見ると、再流動化した **Paraffin** の移動方向は流速が大きい領域へと移動している傾向が確認できる。特に間隙領域が狭くなっている箇所は流速が大きい値を取っていることがわかる。図-9.22(c)(d)は顕著にその傾向が表れており、画像中央に存在する **Paraffin** が、狭い間隙領域に流れていくことが確認できる。これは、**Wetting** 相が間隙の小さな領域を優先的に進行するという傾向のもと、狭い間隙領域の流速が大きくなったことで、**Paraffin** が領域の小さな間隙に流動したものと断定できる。以上の結果から、圧力条件で **Paraffin** の再流動化を図った場合、流速分布が大きい領域に **Paraffin** が引っ張られる形で再流動

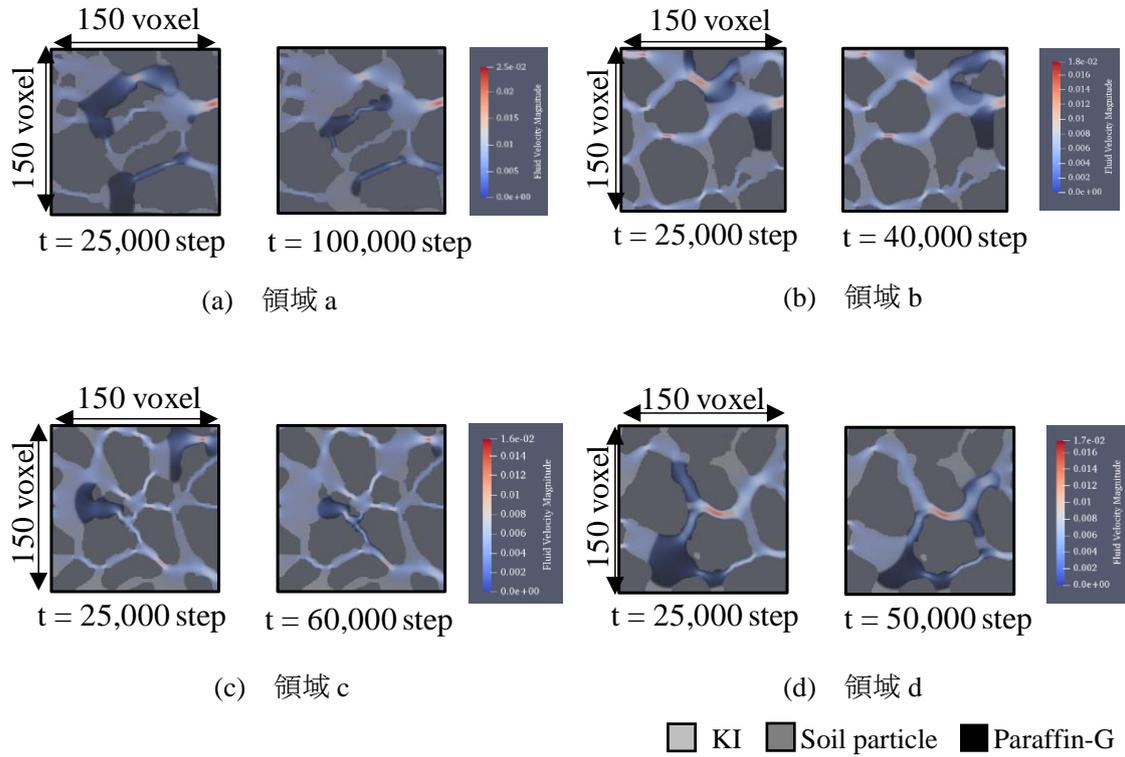


図-9.22 各解析領域における流速分布と Paraffin の再流動化の関係

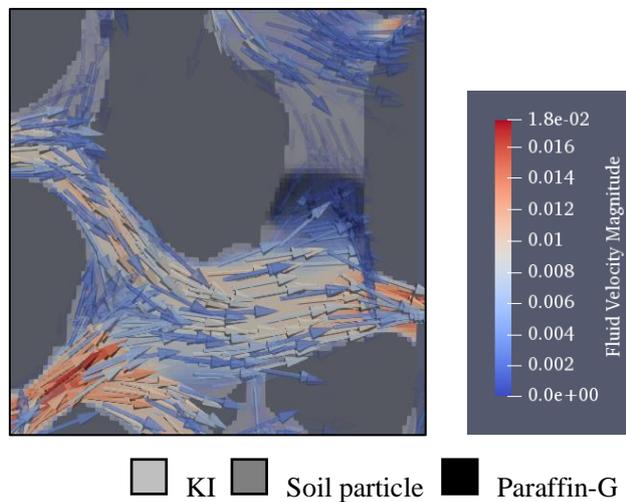


図-9.23 領域 b における Paraffin の再トラップにおける流速分布

化する傾向があり、流速分布に大きく依存する挙動となることが言える。

解析領域の中で唯一 Paraffin が再トラップした領域 b(図-9.22(b))においては、画像上部と下部で KI 水溶液の流動がみられるが、図-9.22(b)においてトラップされた Paraffin 領域には KI 水溶液の流速分布が小さいことがわかる。図-9.23 には、Paraffin がトラッ

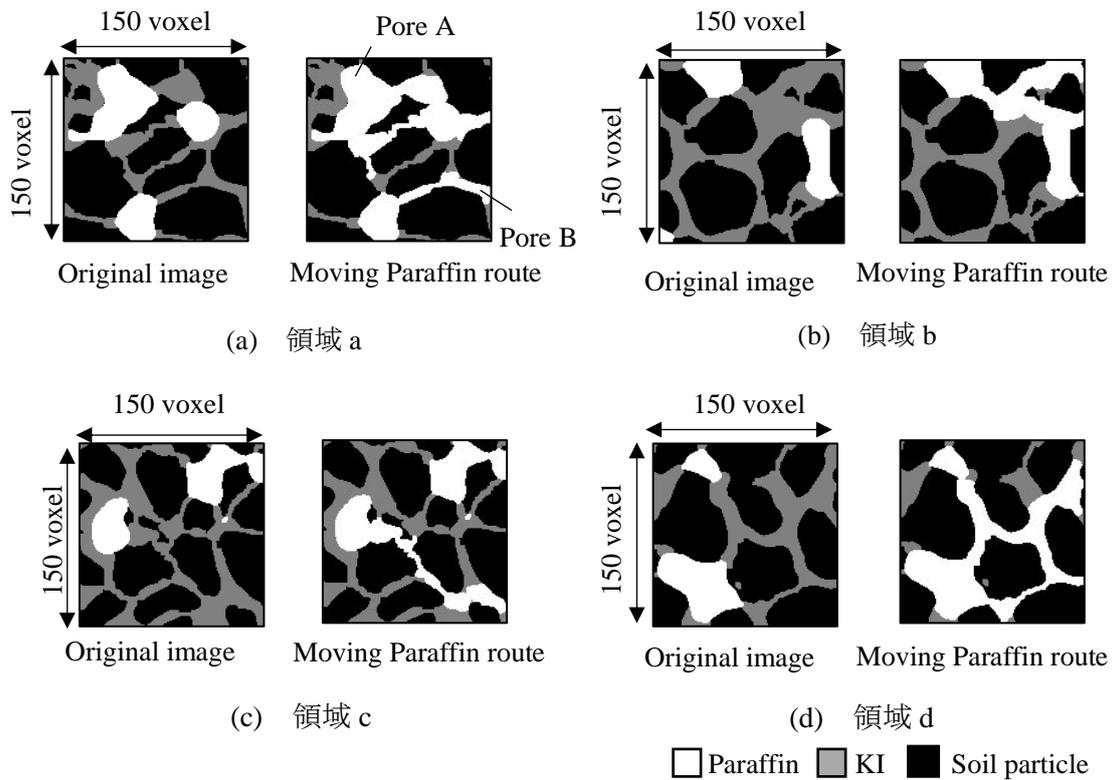


図-9.24 各領域における Paraffin の選択経路

プした領域を拡大し、流速分布をベクトル表示した画像を示している。図-9.23 より、再トラップされた領域では流速分布が 0 に近く、トラップした間隙領域では KI 水溶液が滞留していることが確認できる。このため、領域 b における Paraffin の再トラップに関しては、圧力条件が問題ではなく、KI 水溶液の流動方向の影響によりバイパス化現象が発生したものであると考えられる。

### 再流動化 Paraffin の移動領域についての考察

図-9.24 には図-9.18 から図-9.21 で得られた解析画像を用いることで再流動化した Paraffin が通過した経路(Moving Paraffin route)を示した。図-9.24 左側には初期状態における画像(Original)を示している。図-9.24 において、どの領域にもトラップした Paraffin の領域は 2 つ以上存在するが、領域(c)(図-9.24(c))以外離れて存在している Paraffin が結合して流動化していることがわかる。これは、上述したように流速分布が大きい領域に Paraffin が引っ張られる形で再流動化するためであると考えられる。よって、Paraffin が流動した間隙径と流速分布が大きくなる間隙径についての関係を考察するため、図-9.24 に示した画像を用いて再流動化した Paraffin が通過した間隙径を検討する。

図-9.25 には図-9.24 の画像に対し、3DG 法を適用し、Paraffin が選択した経路の間隙径の大きさについてヒストグラムを用いて示している。図-9.25(a)における Pore A と Pore

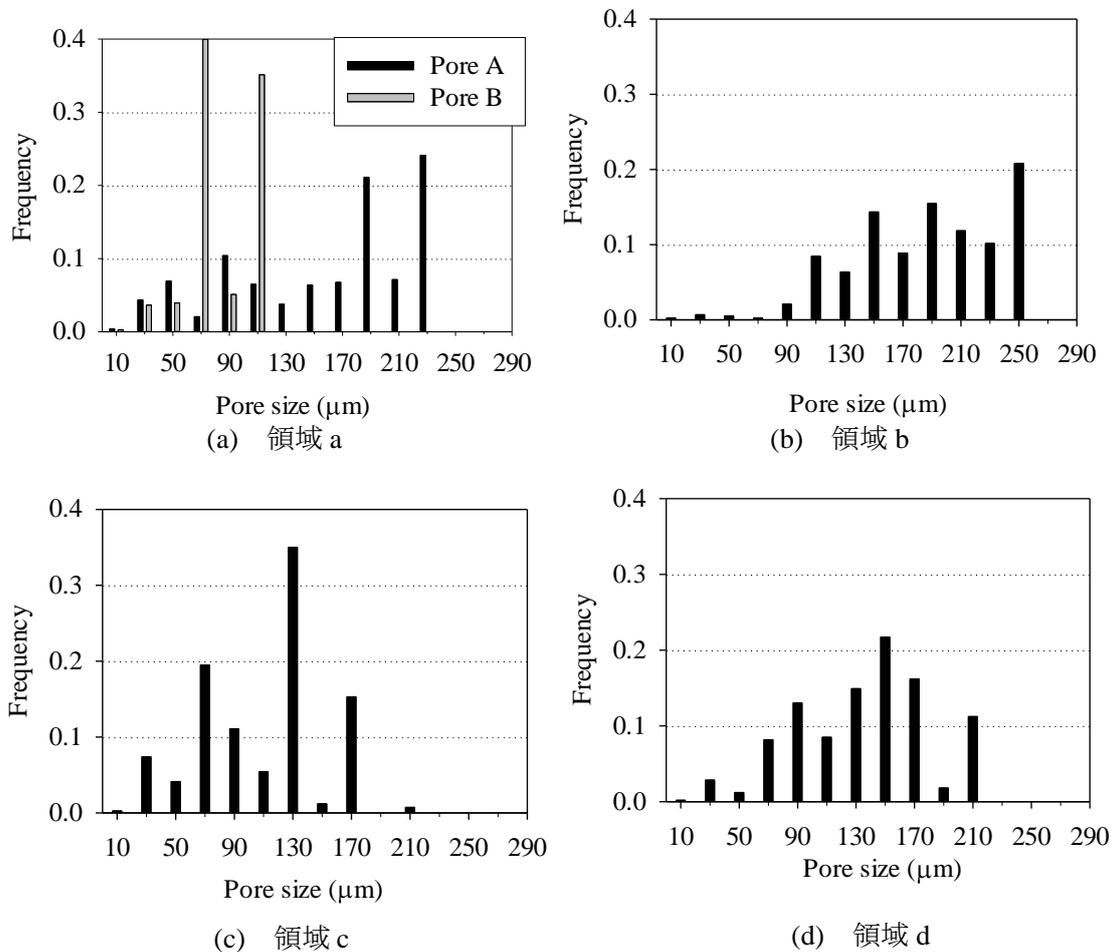


図-9.25 各領域における Paraffin の選択経路の間隙径分布

B は、解析領域に 2 つの異なる Paraffin の選択経路が存在したため、解析領域を 2 つに分けて解析を行った。一方、図-9.24(c)においてはトラップした Paraffin が 2 つ存在しているが、右上に存在している Paraffin においては移動経路が元の Paraffin の位置と同じであったため、本解析では除外する。Pore A と Pore B の位置については図-9.24 に示している。図-9.25(a)においてそれぞれの間隙径の最頻値は、Pore A で 230 $\mu\text{m}$ 、Pore B で 110 $\mu\text{m}$  と 4 つの領域の中で間隙径の大きさが最低値の最頻値を取った。図-9.25(b)では、250 $\mu\text{m}$  と 4 つの領域の中で最高値である最頻値を取り、図-9.25(c)では 130 $\mu\text{m}$  となった。また、図-9.25(d)では間隙径の最頻値は 150 $\mu\text{m}$  となった。図-9.25 の分布形状を検討するために、歪度、尖度を算出した結果を表-9.5 に示す。表-9.5 から領域 b と領域 d においては、同様の傾向を示し、歪度が 1 以下の値を取り、尖度が負の値を取っている。歪度が 1 以下の値を取得しているということは、正規分布の形状に近づいているという傾向を示す。一方、尖度が負の値を取得しているということは分布が一様に分布する挙動に

表-9.5 図-9.25 の間隙径分布から求めた歪度・尖度

Area	a		b	c	d
	Pore A	Pore B			
Sk	1.770	2.939	1.220	2.186	1.013
K	2.866	8.065	0.385	5.005	-0.216

近くなっていることを示している。図-9.25(b)(d)を見ると、間隙径が 70 $\mu\text{m}$  から 90 $\mu\text{m}$  付近にかけて急激に間隙径の占める割合が増加している傾向が確認できる。また、図-9.24 から領域 b と d で進行した間隙は、領域 a, c に比べて間隙の幅が広い間隙径を優先して流動している様子がわかる。一方、領域 a の Pore B と 領域 c においては、尖度の値が 2 に近い値やそれ以上を取得していることから、左に偏りがある分布であることが分かり、間隙径の小さな領域、すなわち 130 $\mu\text{m}$  以下の領域に間隙径が集中していることがわかる。また、尖度が 1 より大きな値となっており、これは、ある間隙径に集中して頻度が高い傾向があることが言え、図-9.25(a)(c)で確認すると、領域 a の Pore A では 110 $\mu\text{m}$  と 70 $\mu\text{m}$  が合わせて 6 割を超える頻度となっており、領域 c では 130 $\mu\text{m}$  の頻度が吐出している。一般的に、Non-wetting 相は間隙の大きな領域を優先に進行する傾向があるが、図-9.25(a)(c)はその傾向から外れた挙動を取っていることが言える。これは、領域内の流れが Capillary Fingering の流れではなく、低粘性流体が高粘性流体を押し流す挙動である Viscos Fingering<sup>19)</sup>の状態になっていることが考えられる。流体の流れの種類を特定するため、キャピラリー数 (Capillary number)の確認を行った(3.3.3 参照)。キャピラリー数の検討を行うために用いた式は以下のとおりである<sup>20)</sup>。

$$C_a = \frac{uv}{\gamma} \quad (9.16)$$

ここで、 $u$  はダルシー流速を示し、 $v$  は動粘性係数、 $\gamma$  は界面張力を示している。本解析におけるキャピラリー数を確認するため、2 相流 LBM 解析で使用した圧力差から求めた代表流速  $U (= 0.051)$  と 9.1.2 で行った液滴試験から算出した界面張力 ( $= 0.107$ ) を用いてキャピラリー数の算出を行った。すると、 $Ca = 8.0 \times 10^{-2}$  となった。一般的に  $Ca < 10^{-6}$  であれば、毛管力が支配的な流れとなることが知られている<sup>21)</sup>が、本解析ではキャピラリー数がかなり大きな値となっていることがわかる。この場合、粘性力によるフィンガリング (Viscos Fingering) 現象が発生することが知られている<sup>21)</sup>。

以上のことから、Paraffin の再流動化において、Paraffin の再流動化現象に伴う移動領域は、Viscos Fingering 現象によって、Capillary Fingering で浸透できなかった間隙の小さな領域にも進行した挙動となったことが言える。

図-9.26 と図-9.27 には、Viscos Fingering 現象を確認するために、領域 a, c, d における Paraffin が分岐しながら進行した領域について拡大した領域(図-9.26)とその抽出した領域における全間隙領域の間隙径分布(図-9.27)を示している。なお、領域 b については分

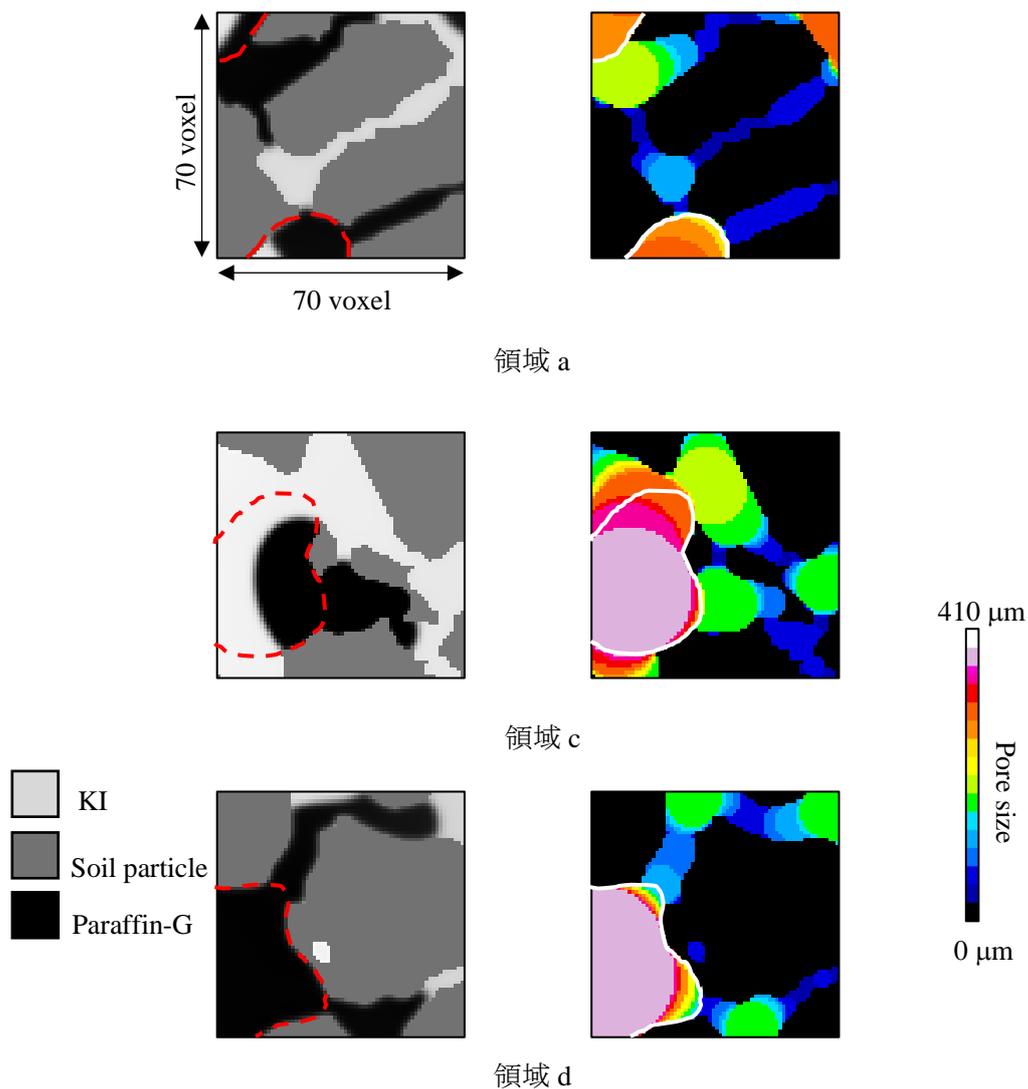


図-9.26 分岐領域における経路選択. 左図は LBM 出力画像, 右は 3DG 法による間隙径分布画像を示す

岐した領域が見当たらなかったため除外している. また, 図に示している点線の領域は, 不動 Paraffin が存在した元の位置を示している. 図-9.26 と図-9.27 の a 領域において Paraffin が進行した領域とその間隙径分布をみると, その間隙径の大きさは  $70\mu\text{m}$  である一方, 進行が止まってしまった経路では  $50\mu\text{m}$  であったため, この領域の分岐では, Capillary Fingering 現象のように, Non-wetting 相が間隙の大きな領域に進行した挙動となっていることが言える. 一方領域 c においては, Paraffin が進行した経路の間隙径分布は  $170\mu\text{m}$  であったが, もう一方の分岐領域では  $190\mu\text{m}$  となっていた. この挙動では Capillary Fingering 現象の影響は見られず, Viscos Fingering によって Paraffin が進行したと考えられる. 最後に d 領域では, どちらの分岐領域にも Paraffin が進行しているが,

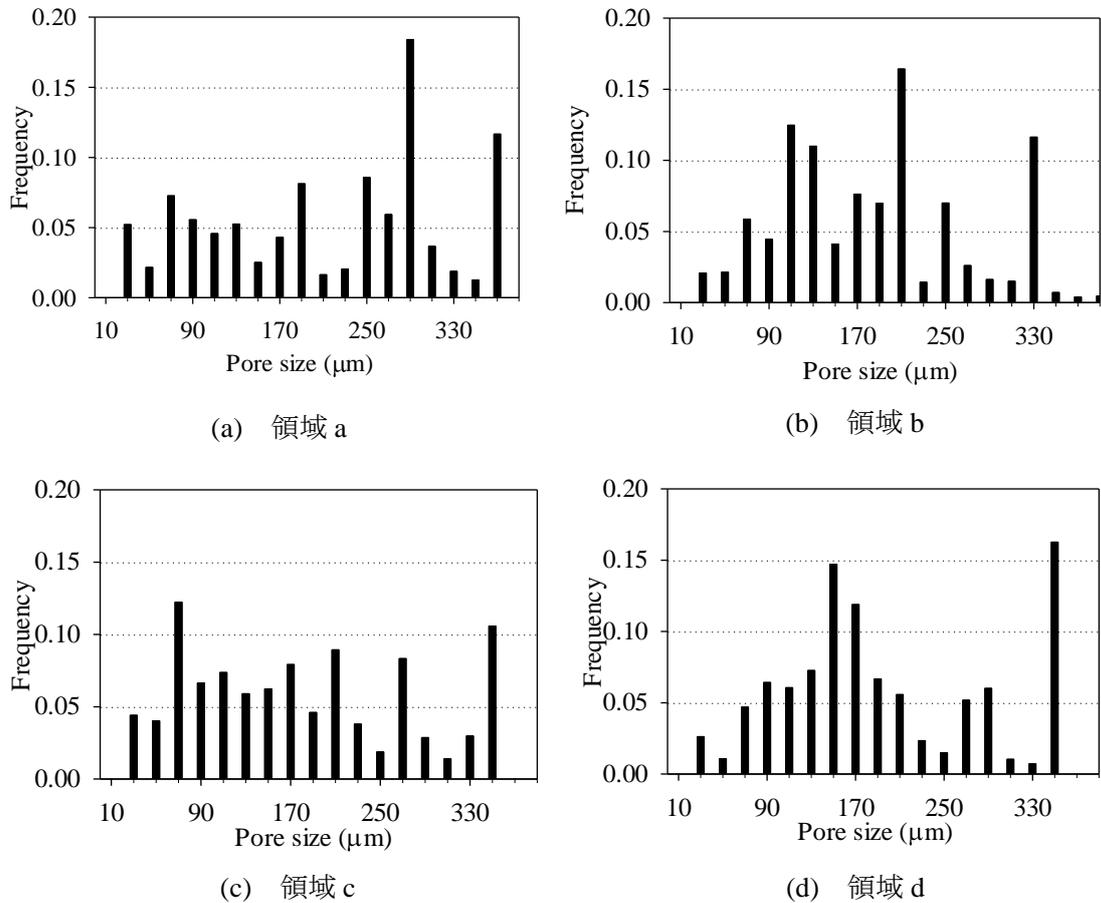


図-9.27 各領域における全間隙径分布

下側の経路では、70 $\mu\text{m}$ の間隙径の大きさであり、Capillary Fingering 現象では選択しない領域に Paraffin が進行していることが確認できる。

以上のことから、 $\Delta P = 0.06$  の条件下における Paraffin の再流動化現象は、Viscos Fingering の影響が強く浸透に影響しているものの、Capillary Fingering 現象と混在した挙動を示す状態となることが言える。

### 9.3 9章のまとめ

本章ではトラップされた Paraffin の再流動化を検討するために、8.1 で得られた水分特性曲線から推定した圧力条件下における二相流 LBM 解析を実施した。以下に結論を示す。

- 1) 間隙内部に Paraffin がトラップする条件を推定するために、吸水試験の結果から Snap-off 現象における Paraffin の再流動化を検討した。毛管圧力水頭差の最大値は 6cm であったため、その条件から、Paraffin がトラップする圧力条件を算出し、 $\Delta P > 0.031$  と決定し、 $\Delta P > 0.031$  の圧力差を与えるため、本解析ではレイノルズ数が 1.42 となる  $\Delta P$  として 0.06 を選択し解析を実施した。
- 2) 設定した圧力条件の妥当性を検証するために、 $\Delta P = 9.9 \times 10^{-5}$  と設定し  $\Delta P > 0.031$  を満たさない場合についての Paraffin の流動についての 2 相流 LBM 解析を行った。その結果、すべての領域において Paraffin の流動は確認されなかったため、 $\Delta P \leq 0.031$  の条件では不動 Paraffin は再流動化しないことが確認できた。
- 3)  $\Delta P = 0.06$  の条件下で 2 相流 LBM 解析を行った。その結果、不動 Paraffin 領域が流動し、領域 b 以外の領域ではすべての Paraffin が領域外に流出することができた。
- 4) Paraffin が再流動化した際、小さな間隙へと進行する挙動がみられた。これは、snap-off の状態となっている Paraffin が  $\Delta P > 0.031$  の圧力条件によって再流動化したことが言える。
- 5) 再流動化シミュレーションを行った画像領域に対し、1 相流 LBM 解析を実施した。その結果、流速分布が大きい領域に Paraffin が引っ張られる形で再流動化する傾向があり、流速分布に大きく依存する挙動となることが言える。
- 6) Paraffin が再トラップした領域 b では、トラップした間隙領域において KI 水溶液が滞留していることが確認できたことから、領域 b における Paraffin の再トラップに関しては、圧力条件が問題ではなく、KI 水溶液の流動方向の影響によりバイパス化現象が発生したものであると考えられる。
- 7) Paraffin の進行した領域について間隙径分布を確認すると、毛管圧力下では発生しにくい間隙径が小さな領域へと進行する挙動が確認された。キャピラリー数を確認すると、 $Ca = 8.0 \times 10^{-2}$  となっていたことから、圧力条件下における Paraffin の流動は Capillary Fingering の流れではなく、Viscos Fingering 現象によって高粘度の Paraffin を低粘度の KI 水溶液が押し流す挙動となっていることが分かった。
- 8) Paraffin の再流動化現象における分岐点に着目すると、毛管力の浸透挙動のように Paraffin が大きな間隙領域を優先して進行する挙動もあれば、小さな間隙領域に進行する挙動も見られたため、 $\Delta P = 0.06$  の条件下では、Paraffin の再流動化現象は

Viscos Fingering 現象に強く影響されるものの, Capillary Fingering 現象と混在した浸透挙動を取ることが言える.

## 【引用・参考文献】

- 1) 山本菜月, 椋木俊文, 塩田絵里加, 佐藤宇絃: 二相流格子ボルツマン法を用いた多孔質体中の LNAPL 流動機構の評価, 第 13 回環境地盤工学シンポジウム, 札幌市, 9 月, 2019.
- 2) 藤木祐作: LBM を用いた多孔体における水-LNAPL の流動機構の解明に関する研究, 平成 24 年度熊本大学工学部社会環境工学科卒業論文, pp.1-15, 2012.
- 3) 三上和昭: 孔隙スケールにおける多孔体中の多相流動現象の解明, 平成 23 年度熊本大学大学院自然科学研究科社会環境工学専攻修士論文, pp1-20, 2011.
- 4) Shan, X., Chen., H: Lattice Boltzmann Model for simulating flows with multiple phase and components, *Physical review E.*, 47(3), pp., 1993.
- 5) Chin, J., Boek, E. D., Coveney, P. V.: Lattice Boltzmann simulation of the flow of binary immiscible fluids with different viscosities using the Shan-Chen microscopic interaction model, *Philosophical transactions of the royal society A*, 360, pp. 547-558, 2002.
- 6) Pan, C., Hilpert, M., Miller, C.T.: Lattice-Boltzmann simulation of two-phase flow in porous media, *Water Resources Research*, 40(1), pp.1-14, 2004.
- 7) Young, T.: An essay on the cohesion of fluids, *Philosophical Transactions*, 95, pp.65-87, 1804.
- 8) Huang, H., Thorne, D., Schaap, M., Sukop, M.: Proposed approximation for contact angles in Shan-and-Chen-type multicomponent multiphase lattice Boltzmann models, *Physical Review, E*, 76, pp. 066701, 2007.
- 9) Kang, Q., Zhang D., Chen,S.: Displacement of a two-dimensional immiscible droplet in a channel, *Physics of Fluids*, 14(9), pp.3202-3214, 2002.
- 10) Dullien, F. A. L: Porous media: Fluid transport and pore structure, Academic Press, 1992.
- 11) Lake, L.: Enhanced oil recovery, Prentice Hall, 1989.
- 12) Dake. L. P.: Fundamentals of reservoir engineering, Elsevier, 1978.
- 13) Thermo Fisher Scientific: Avizo Software 9 User's Guide, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB), pp.169-170, 2018.
- 14) Gonzales, R. C., Woods, R. E.: Digital image processing Third edition, Pearson Prentice Hall, pp.633-635, 2008.
- 15) 石原研而: 第 2 版土質力学, 丸善出版株式会社, pp.33-38, 2001.
- 16) Fancher, C. H., Lewis, J. A., Barnes, K. B.: Some physical characteristics of oil sands, Penn State Coll., Mineral Ind. Expt. Sta., Bull., 12, pp.65-167, 1933.
- 17) 成瀬 彰: GPU HOT TIPS: マルチ GPU でプログラムを加速する方法, [<https://www.nvidia.com/content/apac/gtc/ja/pdf/2017/1042.pdf>] (最終検索日: 2020 年 1 月 14 日)

- 18) 青木尊之, 額田彰 : はじめての CUDA プログラミング, 工学社, 2009.
- 19) Homsy, G. M.: Viscous fingering in porous media, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 19, pp/ 271-311, 1987.
- 20) Culligan, K., Wildenschild, D., Christensen, B., Gray, W., Rivers, M.: Pore-scale characteristics of multiphase flow in porous media: A comparison of air-water and oil water experiments, *Advances in Water Resources*, 29(2), pp.227-238, 2006.
- 21) Mayer, A. S., Miller, C.T.: An Experiment investigation of pore-scale distribution of Nonaqueous Phase Liquids at residual saturation, *Transport in Porous Media*, 10, pp.57-80, 1993.

## 第 10 章 結論

本章では、各章の結論をまとめた後、地盤内部にトラップされた NAPL についての考察を行い、今後の課題を述べ、本論文の結論とする。

### 10.1 本研究で得られた成果

本研究では、LNAPL における地盤汚染問題で発生する LNAPL のトラップ現象を対象として、LNAPL のトラップ挙動の発生と再流動化を検討するためにマイクロ X 線 CT 画像解析と数値解析の 1 種である LBM を中心とした研究を実施した。マイクロ X 線 CT 画像解析および LBM は、微小領域で発生するトラップ挙動を定量評価するための強力なツールであるが、トラップ領域の再流動化に関する検討を行った研究は世界的に見ても少ないといえる。

以下に本研究における成果を挙げる。

- 本研究室で開発された VP において D-VP では実験における CT 画像との一致率が 80%を超える値を示したことから、D-VP における解析の妥当性を評価することができた。また、I-VP については実験値との比較で  $170\mu\text{m}$  以下の Paraffin のトラップ挙動を過小評価する結果が得られたが、 $170\mu\text{m}$  以上については CT 画像との一致率が 40~50%ほどの値を継続して得ることができると実証された。
- 1 相流 LBM を用いて Mualem の不飽和透水係数の推定式に頼らない不飽和透水係数の算出を CT 画像と VP 画像から実施した。その結果、珪砂 5 号試料では Morita et al の理論値と近い値を得ることができ、1 相流解析における不飽和透水係数の推定を行うことができた。
- Paraffin のトラップによる間隙内部の Paraffin 残留量とその割合は粒径に比例して Paraffin 残留量が増加することが言える。また、Paraffin における間隙径のトラップ挙動は、全間隙径における最頻値の間隙径から  $60\mu\text{m}$ ~ $100\mu\text{m}$  大きい間隙領域から

増加することが分かった。

- 2相流 LBM を用いた Paraffin のトラップ領域の再流動化の検討は、珪砂 5 号において、水分特性曲線から推定した圧力差を用いて再流動化の条件を $\Delta P > 0.031$  と定義した。その結果、Viscos fingering 現象が発生し、Paraffin の再流動化が確認された。
- 以上の結果より、Paraffin の再流動化における条件設定を行う上で重要となるのは水分特性曲線の圧力差であり、また、流体流動が Viscos Fingering 現象を発現させる流体挙動を考慮する必要があるといえる。

## 10.2 今後の展望

今後の展望として、以下の3点を列挙する。

- (1) トラップ挙動を考慮した地盤汚染予測シミュレーターの開発
- (2) LBM を用いたマクロパラメータ領域へのアップスケール展開
- (3) LBM における高密度比における解析
- (4) VP 解析の実用化に向けた有効性の検証

(1)について本研究では、マイクロ X 線 CT 画像から得られた微小領域の情報を元に考察を行ったが、本研究の到達点としては、現在使用されている地盤汚染モデルに対してトラップ挙動における長期汚染問題を組み込むことである。マイクロ領域からマクロ領域へのアップスケールに関しては現在、地盤工学分野において様々な研究がおこなわれている。Racini et al.<sup>1)</sup>はマイクロ CT 画像で得られた間隙構造における毛管力のパラメータを使用し有限体積法を用いて比透水係数を求めている。また、本論文においても LBM を用いた不飽和透水係数の算出を行っている。このように、水-空気を対象とした不飽和領域におけるアップスケール問題は現在のトレンドといえるべき研究題目となっている。しかしながら、水-LNAPL のような高密度比における領域に対しての議論は少なく、今後、トラップ挙動を考慮した地盤汚染シミュレーションの開発のためには必要不可欠なプロセスとなるといえる。

また、第 8 章で示した I-VP 結果において、 $170\mu\text{m}$  以上については CT 画像との一致率が 40~50%ほどの値を継続して得ることができていることが実証されたが、 $170\text{mm}$  より小さな間隙領域における一致率は低かった。これは、VP 解析が CT 画像の解像度に依存する解析となっていることから、微小領域の間隙径の大きさが取得できていないことが挙げられる。I-VP の精度向上のためには、Paraffin の選択する間隙についての条件を

追加する必要がある。例えば、第 8 章の結果として、間隙内部に浸透する Paraffin の接触角についての検討を行ったが、その際に、接触角測定試験で得られた接触角を間隙内部では発揮できない可能性が示唆された。現在、2 相流における間隙内部の CT 画像を用いることで流体の物理パラメータを求める取り組みが行われている。Scanziani et al.<sup>2)</sup> は岩石中に存在している油のブロッブにおける接触角を画像解析により求めている。このように、間隙内部における Paraffin のトラップ過程における接触角の限界値のような値を決定することによって、接触角の大きさによる Paraffin のトラップ形成の条件が追加できると考える。このような、固相と液相間の物理的なパラメータを求めることによって、I-VP のさらなる精度向上が見込める。

NAPL における地盤汚染におけるシミュレーションにおいては、数値解析の 1 つに NAPL Simulator<sup>3)</sup>がある。NAPL Simulator についての理論と解析手法については参考文献<sup>3)4)</sup>に譲るが、このような既存の数値解析について、本論文で得られた知見を適用することによって、新たな NAPL 汚染シミュレーションの開発が期待される。

(2)について、特に第 7 章で検討した不飽和透水係数は、Mualem の式を用いることによって求められた不飽和透水係数の推定値との比較を行なったため、実現象との比較が検討できていない。今後は、透水試験を実施することによって実験値と LBM 解析値との比較を行なうことによって、LBM における不飽和透水係数の妥当性や、マイクロ領域からマクロ領域へのアップスケールに関する検討を行うことができると考えている。Pazdniakou et al.は粘土供試体における CT 画像を用いた 1 相流 LBM 解析との比較を行なっている<sup>5)</sup>。また、Zhao and Wang<sup>6)</sup>は、REV を満たした解析領域を用いて石炭試料の透水係数を求めている。このように、実現象との比較を行なうことによって、CT 画像領域におけるマイクロパラメータのマクロ領域への利用へと 1 歩近づくことができる。また、本研究で行われた LBM 解析は本論文で決定した REV を満たすことができる解析領域での解析を行うことができなかった。そのため、今後は REV 解析領域を見据えた解析領域の拡大を検討すべきであると考えられる。現在日本国内では、大規模で超高速の解析が行えるスーパーコンピュータを複数台所有している。代表的なものとして「京」や「TSUBAME3.0」が挙げられる。また、2021 年には「京」の後継機として「富岳」が運用を開始する予定となっている。このようなスーパーコンピュータを用いることによって LBM における大規模解析を行っている研究が国内外問わず複数存在する<sup>7)8)</sup>。よって、REV を満たす領域における大規模な解析についても今後検討できると考えられる。

(3)について、本論文では、実験で用いた Paraffin の物性値を用いて LBM 解析を適用することが不可能であった。これは、Paraffin の粘性を示す緩和時間 $\tau$ が SC モデルの限界値( $\tau < 4$ )を上回ったことが要因であると考えた。このような問題に対し粒子の接触領域を増加させることにより、計算精度を上げる D3Q27 モデルの適用<sup>9)</sup>や、高密度比

に対応した 2 相流モデルを適用させることにより，改善されるのではないかと考える．

(4)について，本論文で妥当性検証が行われた VP 解析の実用化に向けた取り組みとして，さらなる有効性を示す必要があると考える．具体的には，3D プリンターを活用し，VP 解析で得られた 3 次元間隙構造データを用いることによって，透水試験を実施し，数値解析との妥当性検証を行うことが可能となるのではないかと考える．近年，3D プリンターの普及により，CT 画像から得られた構造データから 3 次元試料モデルを量産し，実験を行うことによって高い再現性を得ることができるようになっている<sup>10)11)</sup>．Dal Ferro and Morari<sup>12)</sup>は CT 画像から取得した土試料の間隙構造を用いて透水係数を求めている．3D プリンターを活用することによって，マイクロ領域における数値解析の妥当性や VP 解析手法のさらなる妥当性検証を行うことができると考えられる．

## 【引用・参考文献】

- 1) Raeini, A. Q., Blunt, M. J., Bijeljic, B.: Direct simulations of two-phase flow on micro-CT images of porous media and upscaling of pore-scale forces, *Advances in Water Resources*, 74, pp.116-126, 2014.
- 2) Scanziani, A., Singh, K., Blunt, M. J., Guadagnini, A.: Automatic method for estimation of in situ effective contact angle from X-ray micro tomography images of two-phase flow in porous media, *Journal of Colloid and Interface Science*, 496, pp.51-59, 2017.
- 3) Guarnaccia, J., Pinder G., Fishman, M.: NAPL: Simulator Documentation EPA/600/SR-97/102, National Risk management Research Laboratory, United States Environmental Protection Agency, Ada, OK 74820, 1997.
- 4) Li, Y: Mechanism of LNAPL migration in conjunction with groundwater fluctuation, Kyoto University Doctoral Theses, pp.91-134, 2005.
- 5) Pazdniakou, A., Tinet, A.-J., Golfier, F., Kalo, K., Gaboreau S.: Numerical efficiency assessment of the lattice Boltzmann model for digital nano-porous rock applications, *Advances in Water Resources*, 121, pp.44-56, 2018.
- 6) Zhao, Y.-l., Wang, Z.-m : Multi-scale analysis on coal permeability using the lattice Boltzmann method, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 174, pp.1269-1278, 2019.
- 7) Takaki, T., Sakane, S., Ohno, M., Sibuya, Y., Aoki, T: Large-scale-phase-field lattice Boltzmann study on the effects on natural convection on dendrite morphology formed during directional solidification of a binary alloy, *Computational Materials Science*, 171, 2020.
- 8) Wang, X., Aoki, T.: Multi-GPU performance of incompressible flow computation by lattice Boltzmann method on GPU cluster, *Parallel Computing*, 37, pp.521-535, 2011.
- 9) Suga, K., Kuwata, Y., Takashima, K., Chikasue, R: A D3Q27 multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method for turbulent flows, *Computers and Mathematics with Applications*, 69, pp.518-529, 2015.
- 10) Otten, W., Pajor, R., Schmidt, S., Baveye, P. C., Hague. R., Falconer, R. E.: Combining X-ray CT and 3D printing technology to produce microcosms with replicable, complex pore geometries, *Soil Biology and Biochemistry*, 51, pp.53-55, 2012.
- 11) Ju, Y., Xie, H., Zheng, Z., Lu, J., Mao, L., Gao, F.: Visualization of the complex structure and stress field inside rock by means of 3D printing technology, *Chinese Science Bulletin*, 59, pp. 5354-5365, 2014.
- 12) Dal Ferro, N., Morari, F.: From real soils to 3D-printed soils: reproduction of complex pore network at the real size in a silty-loam soil, *Soil Science Society of America Journal*, 79(4), pp.1008-1017, 2015.

## 付録 A Mualem の不飽和透水係数の導出<sup>1)2)3)4)</sup>

Mualem の式では、体積割合に基づいた土壌間隙半径  $r$  の分布関数  $f(r)$  を次式で定義している。

$$f(r) \equiv d\theta/dr \quad (\text{A.1})$$

式(A.1)は、間隙半径が  $r$  から  $r+dr$  の範囲にあり、単位体積の土壌中に  $f(r)dr$  の体積で存在することを意味している。間隙の最小半径を  $R_{\min}$  とすると、半径  $R$  以下の間隙に水が充填されたときの体積含水率は以下のように示される。

$$\theta(R) = \int_{R_{\min}}^R f(r)dr + \theta_r \quad (\text{A.2})$$

ここで、 $\theta_r$  は残留体積含水率である。この残留体積含水率を考慮すると、 $\theta$  は  $\theta_r$  から飽和状態における体積含水率  $\theta_s$  の範囲で変化するといえる。よって、有効飽和度  $S_e$  を次式で与えることができる。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (\text{A.3})$$

次に、水分フラックスの向きと垂直で、距離が  $\Delta X$  離れた 2 つの断面を想定し、その断面間で、円管上の間隙が連結する確率を検討した。これは、 $\Delta X$  がゼロに近づくと同じ間隙が完全に連結するが、 $\Delta X$  が大きくなると、両断面間の間隙の連結は全くランダムに生じるという事象を表している。この時、一方の断面に見られる半径  $r$  から  $r+dr$  の間隙が、もう一方の断面の半径  $\rho$  から  $\rho+d\rho$  の間隙に連結する確率は  $f(r)f(\rho)drd\rho$  となる。 $\Delta X$  が間隙サイズと同程度の時は、半径  $r$  と  $\rho$  の間隙の配置に相関があると考えられるため、両者が連結する確率  $a(r,\rho)$  を次式で表した。

$$a(r,\rho) = G(R,r,\rho)f(r)f(\rho)drd\rho \quad (\text{A.4})$$

ここで  $G(R,r,\rho)$  は、半径  $r$  と  $\rho$  の間隙の配置に見られる相関を考慮するための補正係数である。

次に, Mualem は半径  $r$  と  $\rho$  の円管状の間隙が図-A.1 のように連結した場合の透水係数と図-A.1 のように連結した間隙と等価な半径  $R$  の円管状の間隙との関係をハーゲンポアズイユ式から導いた. 半径  $R, r, \rho$  の円管状間隙内の流量は互いに等しくなることから,

$$-\frac{\pi R^4 g \Delta\phi}{8\nu L} = -\frac{\pi r^4 g \Delta\phi_1}{8\nu L_1} = -\frac{\pi \rho^4 g \Delta\phi_2}{8\nu L_2} \quad (\text{A.5})$$

ここで,  $\nu$  は水の動粘性係数,  $L, l_1, l_2$  はそれぞれ半径  $R, r, \rho$  の円管状間隙の長さ,  $\Delta\phi, \Delta\phi_1, \Delta\phi_2$  はそれぞれ半径  $R, r, \rho$  の円管状間隙の両端にかかるポテンシャル差を示している.  $\Delta\phi, \Delta\phi_1, \Delta\phi_2$  間は次式の関係を持っている.

$$\Delta\phi = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 \quad (\text{A.6})$$

式(A.5)に式(A.6)を代入し, 整理すると以下の式を得ることができる.

$$\left(\frac{l_1}{r^4} + \frac{l_2}{\rho^4}\right) \frac{R^4}{L} = 1 \quad (\text{A.7})$$

半径  $R$  の円管状間隙の体積が, 半径  $r, \rho$  の円管状間隙の体積の和に等しいと考え, 式を整理すると

$$R^6 = \frac{r^2 l_1 + \rho^2 l_2}{r^4 l_2 + \rho^4 l_1} r^4 \rho^4 \quad (\text{A.8})$$

さらに, 図-A.1 に示したように, 間隙の長さが半径に比例すると仮定すると,  $l_1/l_2 = r/\rho$  となるので, 式(A.8)は,  $R^2 = r\rho$  となる. ハーゲンポアズイユの法則から, 円管の透水係数はその半径の 2 乗に比例するため, 図-A.1 のような連結した間隙と等価な円管状間隙の透水係数は  $r\rho$  に比例するといえる.

式(A.4)と上記の比例関係により, 半径  $R$  以下の間隙が水で満たされたときの透水係

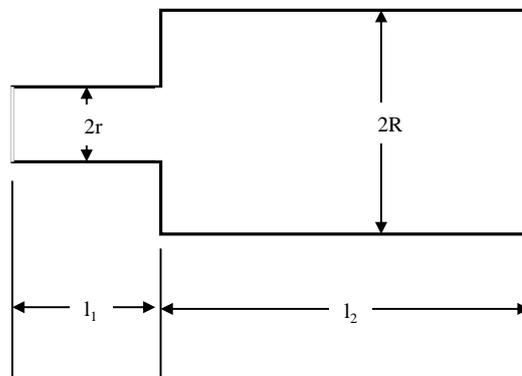


図-A.1 円管の模式図<sup>1)</sup>

数  $K$  と飽和透水係数  $K_s$  との比(比透水係数) $K_r$ は式(A.8)で表される.

$$K_r \equiv \frac{K}{K_s} = \frac{\int_{R_{min}}^R \int_{R_{min}}^R T(R, r, \rho)G(R, r, \rho)r\rho f(r)f(\rho)drd\rho}{\int_{R_{min}}^{R_{Max}} \int_{R_{min}}^{R_{Max}} T(R, r, \rho)G(R, r, \rho)r\rho f(r)f(\rho)drd\rho} \quad (\text{A.8})$$

ここで,  $T(R, r, \rho)$ は間隙の屈曲による影響を補正するための係数となっている. (A.8)式では,  $T$ と $G$ を個別に評価できないため, 両者の積が $(\theta-\theta_r)$ のべき関数になると仮定し, 式(A.9)を導出した.

$$K_r = S_e^l \left[ \frac{\int_{R_{min}}^R rf(r)dr}{\int_{R_{min}}^{R_{Max}} rf(r)dr} \right]^2 \propto S_e^l \left[ \frac{\int_0^{S_e} \frac{1}{|\Psi|} dS_e}{\int_0^1 \frac{1}{|\Psi|} dS_e} \right]^2 \quad (\text{A.9})$$

式(A.9)を Mualem の不飽和透水係数推定モデルと呼ぶ.  $l$ はべき数であり, Mualem はこのべき数を決定するために 45 種類の土の水分特性曲線と飽和・不飽和透水係数のデータセットを用いて  $l=0.5$  の値を決定している.

#### 【引用・参考文献】

- 1) 小杉賢一郎: 古典を読む Y. Mualem 著「不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて」ならびに M. Th. van Genuchten 著「不飽和土壌の透水係数を推定する閉形式解について」, J.Jpn. Soc. Soil Phys. 土壌の物理性, No. 106 pp.47-60, 2007.
- 2) 井上光弘, 矢野友久, 吉田勲, 山本太平, 筑紫二郎: 土壌水分特性曲線に基づく不飽和透水係数の計算, 土壌の物理性, 46, pp21-29, 1983.
- 3) 坂井勝, 取出伸夫: 水分保持曲線と不飽和透水係数の水分移動モデル, 土壌の物理性, 111, pp61-73, 2009.
- 4) Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, Water Resour. Res., 12, pp.513-522, 1976.

## 付録 B Mualem 連結モデルによる水分特性曲線モデル

式(3.21)のように、排水・吸水挙動が発生する毛管圧力は間隙径と深い関係があることがわかる。しかし一般的には、対象土の間隙径を測定することは、難しいとされてきた。そこで、これまでの研究で間隙の微視的構造をモデル化することによって水分特性曲線を予測する様々なモデルが提案されている。特に代表的な 3 つのモデルとして、Brooks and Coery モデル、van Genuchten モデル、そして Kosugi モデルである。

### a) Brooks and Coery モデル (BC モデル)

Brooks and Coery モデル<sup>1)</sup>は、実験的に求めた  $h$  と  $S_e$  の関係を両対数グラフにプロットすると、飽和に近い領域を除いて直線となることを示した。その直線の傾きを  $\lambda$  とすることで、式(A.3)を以下の式(B.1)のようにモデル化した。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \begin{cases} (h_e/h)^\lambda & h < h_e \\ 1 & h \geq h_e \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

ここで、 $h_e$  は空気侵入圧、 $\lambda$  は水分特性曲線の傾きに影響を与えるパラメータとなる。BC モデルにおける水分特性曲線の予測曲線は、 $h > h_e$  に対して飽和体積含水率  $\theta_s$  で 1 となり一定の値を取る。このため、明確な空気侵入値を持つ粒径が均一な砂質土の水分特性曲線に対して適合がいいモデルとなる。また  $\lambda$  は、大きな値を取るほど水分特性曲線の傾きが急となり、小さな値であれば傾きが緩やかな曲線を描写する。特に、ローム質砂では 0.95、シルト質砂で 0.0085 の値を取ることが分かっている<sup>9)</sup>。

BC モデルは他の連結モデルに比べてパラメータが少なく、単純な関数で表されているが、空気侵入圧以上では水分特性曲線の傾きが 0 となり、 $\theta_s$  に対応する  $h$  が定まらないため、数値計算が不安定になる場合がある。

### b) van Genuchten モデル (VG モデル)

van Genuchten<sup>2)</sup>が提案した水分特性曲線の適合モデルは、式(B.2)に示す。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \{1 + (\alpha h)^n\}^{-m} \quad (\text{B.2})$$

ここで、 $\alpha, n, m(=1-1/n)$ は曲線の形状を与えるパラメータとなっている。パラメータ  $n$  は、BC モデルのパラメータ  $n$  と同様に水分特性曲線の傾きに影響を与えるパラメータである。ローム質砂のように粒径加積曲線の傾きが急な土では  $n$  は大きくなり、シルト質粘土のように傾きが緩やかな土では  $n$  が小さくなる。パラメータ  $\alpha$  は、その逆数が空気侵入圧に対応した値を示すため、粒度が狭い土程  $\alpha$  は大きな値を取る。VG モデルは異なる土の水分特性曲線に適合するための自由度が高く、滑らかな曲線を与えることができるため、最も広く用いられている予測曲線である。

### c) Kosugi モデル

上記に示した BC モデルや VG モデルは、保水性試験の実測値に対する曲線の適合度を考慮したモデルであったのに対し、Kosugi モデル<sup>3)</sup>は、土中の間隙径分布に対数正規分布を仮定し、毛管保水に基づく水分特性曲線を提案している。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\ln(h/h_0)}{\sqrt{2}\sigma} \right] \quad (\text{B.3})$$

ここで、 $h_0$  は有効飽和度  $S_e$  が 0.5 となる中央値の間隙径  $r_m$  に対応する土中水圧力、 $\operatorname{erfc}(x)$  は余誤差関数(=  $2/\sqrt{\pi} \int_x^\infty \exp(-u^2) du$ )である。Kosugi モデルの水分特性曲線は、VG モデルと同様に S 字型で滑らかに  $\theta_r$  に漸近する形状を示すことができる。また、 $\sigma$  は水分特性曲線の傾きに影響を与えるパラメータであり、小さい値程傾きが急になり、大きい値ほど緩やかな傾きとなる。

### 【引用・参考文献】

- 1) Brooks, R.H. , Corey, A.T. : Properties of porous media affecting fluid flow, *J. Irrig. Drainage Div.*, ASCE Proc.72(IR2), pp61-88, 1964.
- 2) van Genuchten, M. Th. : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils., *Soil Soc. Am, J.*, 44, pp.892-898, 1980.
- 3) Kosugi, K.: Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.*, 32, pp.2697-2703, 1996.

## 付録 C 格子気体法( Lattice Gas Model : LGM )<sup>1)2)3)</sup>

### C.1 LGM の概要

格子気体法(Lattice Gas Model(以下 LGM)) は Lattice Gas Automaton(以下 LGA)とも呼ばれ、単純な流体モデルでの流体の流れをシミュレートすることを目的とした LBM の先駆けとなるモデルである。LGA では、流体は特定の対称性を持つ規則的な格子状にあり、その格子点に粒子を設置することで、質量保存則、エネルギー保存則などの物理法則に則り衝突や並進運動を行うモデルである。LGA の概念として、巨視的な流体挙動は、流体分子のミクロな運動が集合した結果であり、個々の分子の状態などには影響されないと定義されている。したがって、LGA はクヌーセン数の極限で非圧縮性のナビアーストークス方程式を導くことができる単純な粒子領域に基づいて開発されている<sup>4)</sup>。例えば、Rothman<sup>5)</sup>は 2 次元の間隙構造を用いて Navier-Stokes 方程式を解き、透水係数の推定とダルシー則の検証を行っている。

### C.2 HPP モデル

LGA を流体の数値計算に応用するにあたり、初期モデルとして Hardy et al.<sup>6)7)</sup>によって提唱されたモデルを提唱者の名前の頭文字を取って HPP モデルと呼ぶ。このモデルでは、2 次元空間を正方形の格子で区切ることによって、ガス粒子が格子線上に沿って隣り合う 4 つの格子点に移動するモデルである(図-C.1)。HPP モデルの衝突は、2 つの向かい合う粒子が衝突した場合、衝突後にはそれぞれ粒子方向が 90° 回転した速度となる正面衝突(Head-on rule)のみを採用している。

数学的には、HPP の粒子運動は下記のような離散型の運動方程式で表される。

$$n_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) = n_i(\mathbf{x}, t) + C_i(n(\mathbf{x}, t)) \quad (\text{C.1})$$

ここで  $n_i(\mathbf{x}, t) = 0$  または 1 は離散速度  $\mathbf{c}_i$  で格子点(node)  $\mathbf{x}$  を移動する粒子の数を表しており、 $t$  は時間、 $\delta_t$  は時間ステップを、 $C_i$  は粒子衝突の影響を表す衝突演算子を示して

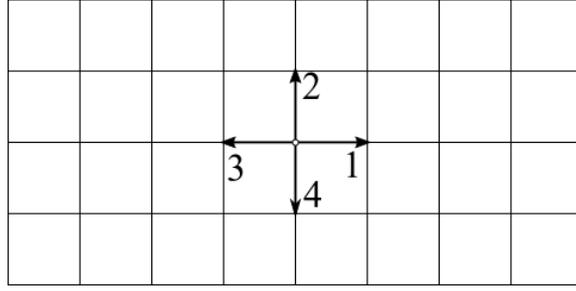


図-C.1 HPP モデルにおける格子と離散速度の概略図

いる. HPP モデルに設定している離散速度は  $c_i = ce_i$  で与えられ,  $e_1=(1, 0)$ ,  $e_2=(0, 1)$ ,  $e_3=(-1, 0)$ ,  $e_4=(0, -1)$  で,  $c = \delta_x/\delta_t$  は格子速度(Lattice speed)と呼ばれ,  $\delta_x$  は格子領域を示している. 正面衝突を表現している衝突演算子は下記の式(C.2)で示される.

$$C_i = n_{i\oplus 1}n_{i\oplus 3}(1 - n_i)(1 - n_{i\oplus 2}) - (1 - n_{i\oplus 1})(1 - n_{i\oplus 3})n_in_{i\oplus 2} \quad (C.2)$$

ここで, “ $\oplus$ ” は 4 つを加算したモジュロ演算を示す. モジュロ演算とは除法における剰余を求める演算のことである.  $C_i$  の質量保存則と運動量保存則とエネルギー保存則は下記の式(C.3)のように確認することができる.

$$\sum_i C_i = 0, \quad \sum_i c_i C_i = 0, \quad \sum_i \frac{c_i^2}{2} C_i = 0 \quad (C.3)$$

仮想粒子の展開は 2 つのプロセスに分解することができる.

$$\text{衝突 (Collision):} \quad n'_i(\mathbf{x}, t) = n_i(\mathbf{x}, t) + C_i(n(\mathbf{x}, t)) \quad (C.4)$$

$$\text{並進 (Streaming):} \quad n_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i\delta_t, t + \delta_t) = n'_i(\mathbf{x}, t) \quad (C.5)$$

密度や速度, 温度のような流れの変量は Bool 数  $f_i = \langle n_i \rangle$  のアンサンブル平均から定義することができる.

$$\rho = \sum_i m f_i, \quad \rho \mathbf{u} = \sum_i m \mathbf{c}_i f_i, \quad \rho e = \rho RT = \sum_i \frac{m}{2} (\mathbf{c}_i - \mathbf{u}_i)^2 f_i \quad (C.6)$$

ここで,  $m$  は気体の分子質量を示しており, 一般性を失うことなく, 1 と定義される.  $n_i$  からアンサンブル平均を計算することは容易ではなく, 通常は時間平均か空間平均で代用することができる. 一方で, HPP モデルはニュートン流体におけるナビアストークス方程式を導く際に必要となるせん断応力テンソルにおける 4 階のテンソルが等方的とはならないため, HPP モデルでは流体運動を再現することは難しいとされる.

### C.3 FHP モデル

HPP モデルの欠点を受けて、Frisch et al.<sup>8)</sup>は、正六角形格子(図-C.2)を用いて空間を離散化するモデル(FHP モデル)を提唱した。離散速度は $\mathbf{c}_i = c(\cos \theta_i, \sin \theta_i)$ と表され、 $\theta_i = (i-1)\pi/3$ を表し、 $i=1\sim 6$ の幅を示す。HPP モデルのように、FHP モデルの状態は速度 $\mathbf{c}_i$ で移動する粒子の数を示す6つのBool数 $n_i$ によって表される。FHP の衝突は図-C.2に示すようにaからeの5方向に分けられる。

場合によっては、衝突後に2通りの方向に跳ね返ることが考えられる(図-C.2a,d)が、そのような場合は、それぞれの跳ね返りは等しい確率でランダムに選択されることになっている。そのため、衝突演算子の定式化は以下の式(C.7)のように表される。

$$\begin{aligned}
 C_i = & n_{i\oplus 1}n_{i\oplus 3}n_{i\oplus 5}\bar{n}_i\bar{n}_{i\oplus 2}\bar{n}_{i\oplus 4} - \bar{n}_{i\oplus 1}\bar{n}_{i\oplus 3}\bar{n}_{i\oplus 5}n_in_{i\oplus 2}n_{i\oplus 4} \\
 & + rn_{i\oplus 1}n_{i\oplus 4}\bar{n}_i\bar{n}_{i\oplus 2}\bar{n}_{i\oplus 3}\bar{n}_{i\oplus 5} \\
 & + (1-r)n_{i\oplus 2}n_{i\oplus 5}\bar{n}_i\bar{n}_{i\oplus 1}\bar{n}_{i\oplus 3}\bar{n}_{i\oplus 4} - n_in_{i\oplus 3}\bar{n}_{i\oplus 1}\bar{n}_{i\oplus 2}\bar{n}_{i\oplus 4}\bar{n}_{i\oplus 5}
 \end{aligned}
 \tag{C.7}$$

ここで、“ $\oplus$ ”は6つを加算したモジュロ演算を示し、 $r$ は[0,1]の乱数を示す。

粒子の分布は、ある格子点上において同じ速度を持つ粒子が2個以上あってはならないという排他律を持つ。これに、衝突前のすべての状態を考えたときに任意の衝突後の状態 $s'$ が生じるという準詳細つりあいを仮定し、疑似保存則を含まないという条件を仮定すると、FHP-I モデルの衝突演算子は粒子の状態の数が6であるため、平衡分布関数のFermi-Dirac分布を導き下記の式(C.8)となる<sup>4)</sup>。

$$f_i^{(eq)} = \frac{\rho/6}{1 + \exp [A + B\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}]}
 \tag{C.8}$$

ここで、 $A$ と $B$ はラグランジュの未定乗数であり、 $f_i^{(eq)}$ を一連の $\mathbf{u}$ で展開し、式(C.6)で与えられる質量と運動量保存則に代入することで定義できる。FHPモデルのための $f_i^{(eq)}$

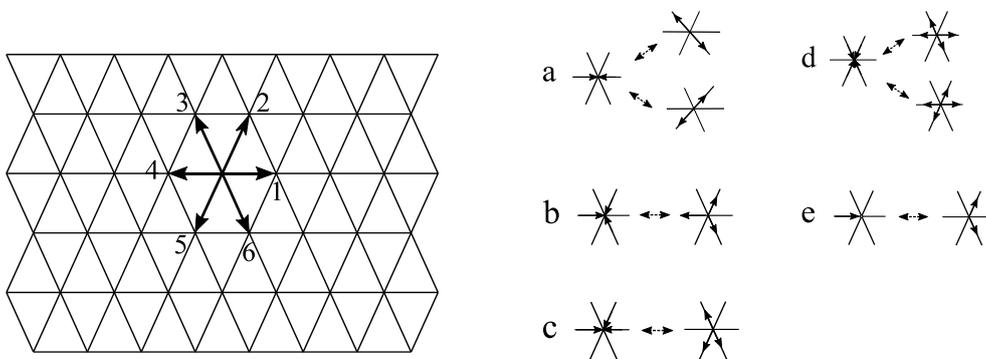


図-C.2 FHP モデルと粒子衝突の法則

の式展開は、下記の式(C.9)で示される.

$$f_i^{(eq)} = \frac{\rho}{6} \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + G(\rho) \frac{\mathbf{Q}_i \cdot \mathbf{u}\mathbf{u}}{2c_s^4} \right] \quad (\text{C.9})$$

ここで、 $c_s^2 = c^2/2$  は LGA(または LBM)において音速(Sound speed)とよばれ、 $G(\rho) = (1-2\rho)/(6-\rho)$ で表され、 $\mathbf{Q}_i = c_i c_i - c_s^2 \mathbf{I}$ となる. この拡張された平衡分布関数を用いると, FHP モデルの流体密度と速度が, 非圧縮性極限( $\rho \rightarrow \rho_0$ )で下記の力学方程式を満たすことができる.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + g(\rho_0)(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} + v^{(0)} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (\text{C.11})$$

ここで,

$$p = c_s^2 \rho \left( 1 - g \frac{\mathbf{u}^2}{c^2} \right), \quad v^{(0)} = \left[ \frac{1}{\rho_0(1-s)^3} - \frac{1}{4} \right] \delta_t$$

$s = \rho_0/6$ ,  $g = (\rho_0 - 3)/(\rho_0 - 6)$ である. 一般的に、 $g \neq 1$ であり、平行移動する座標系を考えると、この座標の移動速度により、圧力の値そのものが変化することになることから、Galilei 不変性はこの運動方程式では成立しないこととなる. 一方で、Galilei 不変性は時間を  $t \rightarrow t/g(\rho_0)$ とスケール変換することにより復元することが可能となり、運動量保存則の式は、

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (\text{C.12})$$

と表される. ここで  $P = p/\rho_0 g$ ,  $\nu = v^{(0)}/g$ である. 式(C.12)は再スケーリングされた圧力  $P$  が速度に依存することを除き、非圧縮性のナビアストークス方程式に類似している. これは非物理的ではあるがマッハ数が小さいために、圧力  $p$  は理想気体の状態方程式を満たすことも言える( $p = c_s^2 \rho$ ).

HPP モデルも FHP モデルも 2次元流れを模擬したモデルとなっている. 一方、3次元流れについては、4次元格子である面心超立方体(Face-Centered-Hyper-Cube(FCHC))を導入したモデル<sup>9)</sup>が挙げられる. FHP モデルを適用することで多孔質媒体中に流れる流体挙動についても解析が行われている. Chen et al.<sup>10)</sup> は LG 法を用いて 2次元 3次元の間隙構造の流体解析を実施し、境界条件と高レイノルズ数の条件設定のしやすさについて言及している. 加えて間隙構造を用いた 1相流解析によってポアズイユ流れと透水係数について実験と解析値を比較している.

LGM は FHP モデルを用いることで非圧縮流体のモデル化に成功したが、3つの難点があった. 1 つは粒子領域に関連するノイズは、巨視的な流れを特徴づける時間平均や、

空間平均, アンサンブル平均化などの平滑化処理を行う必要があったことである. 2つ目の難点は, FHP には非物理的な状態方程式(C.12)と Galilei 不変性を避けるための変換処理を行う必要があること. 3つ目に微視的衝突の規則から生じる輸送係数は, 小さな値で設定されていたことである<sup>11)</sup>.

### 【引用・参考文献】

- 1) Sterling, D. J., Chen, S: Stability Analysis of Lattice Boltzmann Methods, *Journal of Computational Physics*, 123(1), pp.196-206, 1996.
- 2) Guo, Z., Shu, C: Advance in Computational Fluid Dynamics – Vol.3 Lattice Boltzmann Method and its Applications in Engineering, *World Scientific Publishing*, pp.10-16, 2013.
- 3) 蔦原道久, 高田尚樹, 片岡武: 格子気体法・格子ボルツマン法-新しい数値流体力学の手法-, 株式会社コロナ社, pp.20-55,1999.
- 4) Frisch, U., Hasslacher, B., Pomeau, Y: Lattice-Gas Automata for the Navier-Stokes Equation, *Physical review letters*, 56(14), pp.1505-1508, 1986.
- 5) Rothman, D.H.: Cellular-automaton fluids; a model for flow in porous media, *Geophysics*, 53(4), pp. 509-518, 1988.
- 6) Hardy, J., Pomeau, Y., de Pazzis, O.: Time evolution of a two-dimensional classical lattice system, *Physical review letters*, 31, pp. 276-279, 1973.
- 7) Hardy, J., Pomeau, Y., de Pazzis, O.: Time evolution of two-dimensional model system I: Invariant states and time correlation functions, *Journal of Mathematical Physics*, 14, pp.1746-1759, 1973.
- 8) Frisch, U., d’Humières, D., Hasslacher, B., Lallemand, P., Pomeau, Y., Rivet, J.P : Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions, *Complex System*, 1, pp. 649-707, 1987.
- 9) d’Humières, D., Lallemand, P., Frisch, U. : Lattice gas model for 3D hudrodynamics, *Europhysics Letters*, 2, pp291-297, 1986.
- 10) Chen, S., Diemer, K., Doolen, D. K., Eggert, K., Fu, C., Gutman, S., Travis B.J: Lattice Gas automata for flow through porous media, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 47(1-2), pp.72-84, 1991.
- 11) Diemer K., Hunt, K., Chen, S., Shimomura, T., Doolen D.G: Density and Velocity Dependence of Reynolds Number for Several Lattice Gas Models, *Lattice Gas Methods for Partial Difference Equations*, Addison-Wesley, Reading, pp. 137, 1989.

## 謝 辞

本研究を進めるにあたり、終始懇切丁寧なご指導を頂きました熊本大学工学部椋木俊文 准教授には心から感謝をするとともに深甚なる謝意をここに表します。椋木俊文 准教授と初めてお話したのは、学部3年の時に理学部へ転部しようとした際に開かれた面談でした。その際にもう少し土木で頑張ってみないか？とお声がけて頂いたのがきっかけで、私は椋木研究室の門をたたきました。以来、中学生からの夢である研究者になりたいという夢を6年間支え続けていただき、研究者とはどういうものであるのかということも椋木 准教授の背中から学びました。研究者を目指すからにはと、学部4年次では通常参加できない国際セミナーに参加する機会を与えていただきました。これをきっかけに世界中の研究者と知り合うことができ、交流を深めることができました。またフランスに研究留学を2回もさせていただきました。この留学をきっかけとして、研究者としての楽しさ、厳しさを学ぶことができました。

実験装置の開発やマイクロ X 線 CT スキャナ装置での撮影に関し、熊本大学工学部吉永徹 技官には6年間多大なるご貢献をしていただき誠に感謝しております。実験装置が温度変化の影響を受けやすかったことから、実験室の地下に恒温室を設けましたが、1から壁とドアを製作したことは一生忘れられない思い出となりました。また、マイクロ X 線 CT スキャナ装置についての取り扱いでは、吉永技官のとて丁寧にそして繊細に物事を進めていく姿にとて感服いたしました。この精神は、社会に出てからもずっと忘れずに取り組んでいきたいと思ひます。

C 言語や C++, LBM の GPU 化などのプログラミングやパソコン周辺機器に関して、熊本大学工学部 上田誠 技官、佐藤宇紘 技官には多大なるご尽力を賜りました。上田技官には、忙しい時間を割いて C 言語の講習をしていただきました。またフランスでプログラム開発の際にもメールでやり取りをしていただきながら、プログラムの開発に携わっていただきました。佐藤 技官には LBM を GPU での並列計算を行えるようにプログラムを改良していただきました。また、博士課程の先輩として様々な助言を賜りました。佐藤 技官の研究に対する深い探究心にはいつも感心しておりました。佐藤技官が持つハングリー精神を忘れずに何事にも探求心を持って取り組みたいと思ひます。ここに感謝の意を表します。

フランス University of Grenoble(旧 Joseph Fourier Univeristy)の Laurent Oxarango 教授には研究室に配属された頃から多くの助言をいただき、大変感謝しております。初めてフランスに研究留学をした際に、忙しい中でもいつも私の顔を見に来てくださり、私の拙い英語で質問した事柄でも最後まで聞いてくれ、適切なアドバイスをしていただきました。一方で、研究に対する熱意は大きく、細部までこだわって研究結果を吟味する姿勢はとて尊敬いたします。ここに感謝の意を示します。Oxarango 教授と行ったカラオケ

はこれからもずっと忘れません。

また、フランス Lorraine University の Tinet Anne-Julie 准教授には、LBM に関し多くの助言をいただきました。本論文で用いた LBM のコードの使用に関し様々な助言をいただきました。2 回目のフランスの研究留学も快諾していただき、University of Grenoble での研究留学の時とは違った環境で研究を進めることが出来ました。Journal 論文の作成ではデータの整理の仕方から、考察の仕方まで研究者として様々なアドバイスをいただきました。ここに感謝の意を表します。

University of Auckland の Patrice Jean Delmas 准教授には、様々な CT 画像解析のテクニックを指導していただきました。また ImageJ の応用的な使い方や画像の精度についての助言を多くいただき、画像解析の細部までこだわった結果の見せ方や妥当性の検証など本論文では欠かせない画像解析技術者としての視点を学ばせていただきました。ここに感謝の意を示します。

独立行政法人石油天然ガス・金属鉱物資源機構 三上和昭 氏には研究に関し多くの助言をいただきました。また、技術者としての知見からアドバイスをいただき、技術者としての在り方を教えていただきました。また、就職活動に関してもベトナムに出向している中、Skype やメールで相談に乗ってくださいました。心から感謝を申し上げます。

椋木研究室でともに学んだ片平インターナショナルエンジニアリング 竹中亮 氏には、画像解析のアイデアを共に議論し合いました。また、椋木研究室で共に LBM 解析を行っていた山本菜月氏には同解析において様々な感度解析やパラメータ解析を行っていただきました。その他にも、大谷研究室・椋木研究室でこれまで一緒に過ごした先輩方やメンバー全員には、私の人生において宝物となる大切な時間を与えていただきました。心からの感謝を表します。

最後になりましたが、私を「自慢の娘で誇り。」と言ってくれた父・塩田佳登と、私の夢を中学生の時から一緒に追いかけて支えて続けてくれた母・塩田恭子、いつでも褒め、夢を応援してくれた亡き祖母・新藤和子に感謝致します。そして時には先輩として、時には大親友として、時には同じ研究者を志す同志として傍で支え続けてくれた夫・伊達一平に心からの謝意を送ります。

2020 年 3 月 6 日

塩田絵里加