

# 入門期の算数学習の教材開発と授業実践

大林将呉\*・宮脇真一\*\*・山口理恵\*\*

## A Development of Teaching material and Practice of Lesson for Introductory Mathematics study

Syogo OBAYASHI, Shin'ichi MIYAWAKI and Rie YAMAGUCHI

### 1. はじめに

「就学前教育における数量や図形の学習と小学校における算数の学習はどのように接続されることが子どもたちにとって有効か」というテーマは、これまで算数科教育に携わりながら筆者がずっと問い続けてきたことである。入学したての児童は「何もできない」というとらえから、「教え、訓練することにより算数の力がつく」と考え、入学前の学びや育ちよりも教師の指導を優先する指導を目にすることは多い。このような指導を受けた児童は、やがて教師が示した問いに対する答えを探すようになり、「算数=先生が出した問題を解くこと」という好ましくない状況につながることを筆者は危惧している。

本研究は、入門期の算数学習に適した教材を開発し、授業実践を通してその可能性と課題を指摘することを目的とする。本稿では、第1学年の学習におけるねらいとされる「一つの数をほかの数の和や差としてみるなど、ほかの数と関係付けてみる」見方と「1位数と1位数との加法及びその逆の減法の計算が確実にできる」という技能を同時に身につけるための教材として「さいころ列車」を開発した。そして実際に第1学年の児童に授業を行い、その様子を動画で撮影するとともに振り返りシートを用いて児童に学習感想を記述させた。撮影した動画および児童が記述した振り返りシートは、複数の教員がそれぞれに確認し、教材の可能性と課題を指摘した。

その結果、第1学年の児童はこの活動に意欲的に取り組みながら、上記のねらいを達成できることがわかった。また、授業を進めるにあたり、いくつかの課題があることも同時に確認できた。以下、詳細について述べる。

### 2. 教材開発の背景

國本・山本は、ヴィットマン (Wittmann. E. Ch.) が作成した革新的な教科書『数の本 (Das Zahlenbuch)』では、練習に重点が置かれており、「常に新しい観点のもとで、常に他の教材と結びつき、常に新しい関連、他の応用のもとで、常により大きな問題のもとでの練習—ここに練習の秘密がある」とするハインリッヒ・ロート (Roth. H.) の練習の原理がその基礎にあることを指摘した。その上で、練習には「導入のための練習」「構造化された練習」「習熟のための練習」があり、生産的練習は、「構造化された練習に相当する」(國本・山本, 2004) としている。

また國本は、この生産的練習について「ある課題を解決するなかで、必然的に多くの計算を行い、知らず知らずの内に、計算技能が身につく、その習熟も達成される」、「計算しながら問題解決し、問題解決しながら計算練習する」(國本, 2006, 2012) と述べ、その意義を主張した。さらに澁谷 (2008)、中和 (2014)、佐々 (2011) らは「生産的練習とは、一般的学習目標と内容的学習目標の同時的な達成のために、Winter の練習に対するアイデアを基にして Wittmann らによって開発されたものであるといえる」としている。米田 (2007) は、中学校での授業実践を行うにあたり、生産的練習の概念を援用している。

このように、先行研究から得られる生産的練習の意図は、単なるドリルとしての計算練習ではなく、計算技能の習得と数学的なパターンの探究、発見、理由づけ、表現との統合であると言えそうである。

また、2017年から2018年にかけて、ヴィットマンは『生産的練習のためのハンドブック (Handbuch produktiver Rechenübungen)』(以下、ハンドブック) を改訂した。ヴィットマンは改訂の趣旨を、自身のホームページで次のように説明する中で「授業の中で最も重要なことは練習である」とし、次のように

\* 熊本大学教育学部附属小学校

\*\* 大津町立大津小学校

述べている。

《このコンセプトは、導入時の教材ベースの練習から、数学的に刺激的で実用的な練習、基本的な知識の自動化と熟達した練習（雷計算）まで、総合的な授業の形で提案されている。》

ハンドブックの改訂にあたりヴィットマンは技能の習熟のみならず、日常生活との関連を意図した練習、知識の活用を意図した練習など様々な練習の形を提案していると言えよう。では、生産的練習についてはどうか。ヴィットマンは次のように述べている。（Wittmann. 2017. p.114.）

《生産的練習は数学的な内容に関する学習目標と「数学化する、探究する、理由づける、表現する」といった一般的な学習目標を統合するという点によって特徴付けられる》

数学的な内容に関する学習目標と、一般的学習目標との統合については先行研究のレビューの中でも述べたが「生産的練習では、一般的な学習目標（能力）と数学的な内容に関する学習目標は常に扱われており、苦手な児童も次第に恩恵を受けることになる」（Wittmann. 2017. p.115）とされており、数学の内容とその学び方を同時に身につけることが意図されていることが確認できた。

このように生産的練習は、「数学の内容」と「数学の学び方」の双方を一体的に学ぶことができる練習であること。また、特に学び方は繰り返し学ぶ中で身につけることができることから練習も繰り返し行われることが読み取れた。

しかし、ハンドブックの内容の分析及び、我が国における入門期の計算学習に関する具体的な学習活動について述べた文献等は管見ではまだ見当たらない。また、ヴィットマンの提案は、あくまで活動の骨組みであり、日本の算数の授業に適応するように具体化されているわけではない。

そこで本稿では、生産的練習の理念を考えた根底におきながら、新たな教材の開発を試みる。

### 3. 教材「さいころ列車」と構想した学習活動

今回開発した「さいころ列車」は、さいころとおはじきを使って行うゲームである。（図1）

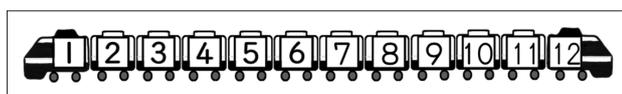


図1 「さいころ列車」

このゲームは、次のような手順で行う。

- (1) 2人組になり、先手、後手を決める。

- (2) 2つのさいころを振り、出た目の数の和または差を計算し、その数の場所にブロックを置く。

- (3) 1から12の全ての数が先に塞がった方が勝ち。

「さいころ列車」にある1から12までの数は、表1に示すような2数の和や差で構成することができる。

表1 さいころの目の組合せ

	構成する式					組合せの数
1	2-1	3-2	4-3	5-4	6-5	5
2	1+1	3-1	4-2	5-3	6-4	5
3	1+2	2+1	4-1	5-2	6-3	5
4	1+3	2+2	3+1	5-1	6-2	5
5	1+4	2+3	3+2	4+1	6-1	5
6	1+5	2+4	3+3	4+2	5+1	5
7	1+6	2+5	4+3	5+2	6+1	5
8	2+6	3+5	4+4	5+3	6+2	5
9	3+6	4+5	5+4	6+3		4
10	4+6	5+5	6+4			3
11	5+6	6+5				2
12	6+6					1

さいころの目にある1から6までの2数を組合せ、その和や差として式に表すと、表1のようになる。

1から8までの数については、加法と減法を合わせるといずれも5つの式で表現することができる。9から12については、式が1つずつ減っていく。また、1は減法のみ、12は加法のみで表現される。

このように、2つのさいころを用いてその目の数の和と差に目を向けることにより、児童が身につけることを期待する力は次の通りである。

- 一つの数をほかの数の和や差としてみるなど、ほかの数と関係付けてみること。
- 1位数と1位数との加法及びその逆の減法の計算が確実にできること。

今回は、くり上がり、くり下りのないたし算、ひき算の学習の後に、この「さいころ列車」を用いた2時間の学習活動を仕組んだ。そうすることにより、2つの数を関係付けてみる、たし算やひき算の計算の習熟、くり上がりのあるたし算へのつなぎとしての役割を期待する。

### 4. 「さいころ列車」を用いた学習活動の実際

本項では、教材「さいころ列車」を使った学習活動に児童が取り組んだ場合どのような反応を示すのか、また、実践を行うにあたっての課題を整理するため、熊本県内の公立小学校第1学年の児童を対象として実証的研究を行った。

(1) 実証的研究の目的

この実証的研究の目的は、「さいころ列車」に対する第1学年の児童の取り組みの状況を通して、この教材の意義について考察するとともに実施上の課題について明らかにすることである。

(2) 実証的研究の概要

「さいころ列車」を用いた実践は、令和元年度から2年間にわたって実施した。本稿では、令和2年度の様子について記述する。

- ・実施日 令和2年10月6日(火) 9:40~10:25  
令和2年10月7日(水) 9:40~10:25
- ・実施学級 熊本県内公立小学校第1学年  
(32名)
- ・実施方法 担任が指導を行う。観察者は児童の様子を動画で撮影し、本研究グループ3名の教員で確認する。

(3) 実証的研究の結果

① 第1時の様子

児童は臨時休業明けの6月に、1から6までの数について「さいころ列車」とさいころ1個を使った学習を経験している。その際のねらいは、「個数や順番を正しく数えたり表したりすること」であり、今回とは違った使い方であるが、児童にとっては「6までのさいころ列車」が「12までのさいころ列車」になったというとらえであり、第1日目の導入時には、混乱はなかった。

最初の10分間はゲームのルールについて次の点を指示し自由に遊ばせることとした。

【最初に確認したルール】

- ・2個のさいころを同時に振る。
- ・出た目の数を合わせた数のところにおはじきを置く。
- ・先に全部のおはじきを置いた方が勝ち。

ところが、いざゲームを始めようとするところ、このところ、(仮名:以下文中の児童名は全て仮名である。誰の発言か確認できない場合は児童とした)がすぐに次のように反応した。

こうた:これできないよ。  
たかし:できるよ。  
ななみ:どういうこと?  
こうた:だって、1はたし算できないよ。

この段階では、ルールを加法に限定していることから、2つのさいころの目の和は最低でも2になる。ゲームを始める段階で、こうたはこのことにいち早く気付いて発言していたが、他の児童には伝わっていない様子であった。そこで教師はまずゲームに取

り組むように指示した。10分ほど過ぎたところで、一度ゲームを中断し、状況を尋ねた。

ひかり:どうしてもでないところがある。  
けんた:ぼくは12がでない。  
よしき:12はできるよ、6と6で12だよ  
かなみ:それはそうだけど、わたしもでない。  
教師:12が出た人?(半数ほど挙手)なるほど、出てない人がけっこういるね。ほかにも出ない数がありますか?  
ようこ:1と2が出ません。  
ひろし:ぼくは1と2と4が出ません。  
こうた:だってね、1はね、さいころが1と1だから出ないんだよ。

こうたは、最初から1が出ないことを主張していた。実際にゲームを行うことにより、こうたの中でこの気持ちはますます強くなっていった。また、周りの児童もゲームを行ったことでこうたの話が伝わってきている。

教師:(1は)絶対出ないの?  
児童:でないよ  
こうた:1と1だと1が出ても2になっちゃう。  
教師:だったらどうする?  
こうた:(さいころを)1つにすればいい。

最初から1が出ないことにこだわっていたこうたは、さいころの数を1つにすることで解決しようとしている。しかしこの考えには、周りの児童からすぐに反論が出た。

児童:(さいころが)1こだと6までしかいかないよ。  
ともか:6までしかなかったら、1こにすればいい。  
児童:1こだと12が出なくなるよ。  
みやこ:さいころ1こだと12は出ないよ。  
たくや:先に12を出して、次にさいころ1こにすればいい。  
なおき:1が出ないなら最初に1を置いて始めるといい。  
児童:それはずるだよ。

児童は2つのさいころで1を出すための方法を考えようとして、素朴な意見を出し続けるが、なかなか差には目が向かない。教師は、「1のところだけ、さいころ1つにする」「最初から1にはおはじきを

置いておく考えはずるになる」といった考えを一旦整理した。

教師：なかなかうまくいかないね。ほかにはないかな？  
 みやこ：ひきざんにすればいい。  
 ともき：いっしょ。  
 教師：いっしょ？ひきざんにしたら1がでるの？  
 どういうこと？  
 みやこ：2-1をすれば1になるよ。  
 たくや：そうしたら、12がでないよ。  
 みやこ：2と1がでたら、2-1をすればいいよ。  
 教師：2-1は1だもんね。  
 児童：そうしたら、12がでなくなるよ。  
 児童：1を出したいときは、2-1にするんだよ。

みやびの発言によって、ようやく2つの数の差という視点が出された。しかし、多くの児童は、2つの数の差では12が作れないことから、なかなか受け入れることができない状況にある。

教師：みやこさん。まだ言いたいことありそうだね。  
 みやこ：1を出したいときは、2-1、3-2、4-3、5-4ってする。  
 しんた：ひき算だと12が出ないよ。  
 みやこ：1を出したいときだけひき算にする。だから、たし算とひき算を一緒にすればいい。  
 児童：どちらもしていいってこと。

ようやく、加法と減法の両方を用いるといいという考えが出された。しかし、この段階ではまだ多くの児童がその状況を捉えきれていない。そこで教師は実際にさいころを振り（出た目は2と6）、この場合は、 $2+6=8$ 、 $6-2=4$ になることを確認し、このルールも使っていいことにして、再度5分程度ゲームを行い、授業を終えた。

## ② 第1日目のリフレクション

授業の終わりに、わからなかったこと、困ったことを学習シートに書かせ、その内容を確認した。20名の児童は1や11、12が出なかったことを記述していた。一方、ひき算について記述していた児童は次の6名であった。

- ・ひき算をしてみたい。
- ・ひき算を使ったら勝った。たし算とかうまく使って勝った。

- ・ひき算ができるんだと思った。
  - ・1はひき算でやったから、難しい。
  - ・1はひき算しないと出ない。
  - ・ひき算をしてみたりすると楽しい。
- また、図2はゆいかの学習シートである。

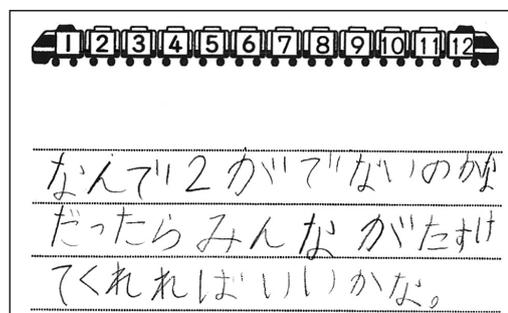


図2 ゆいかの学習シート

ゆいかは、「なんで2が出ないのかな。みんな助けてほしい。」と記しており、この段階では減法を用いてもよいことに対する児童の受け止めは不安定であることが窺われた。

そこで次時は、このゆいかの発言から学習をスタートし、加法と減法の両方が使えることのよさを改めて確認することとした。

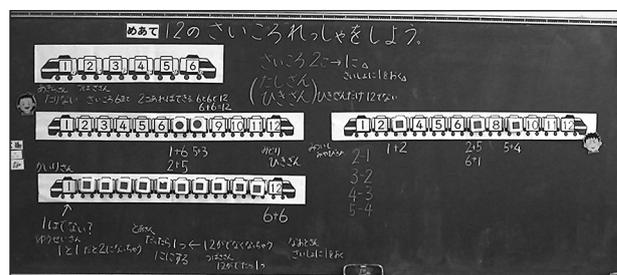


図3 第1時の板書

## ③ 第2時の様子

まずは前時の学習を振り返りながら、ゆいかの記述にふれるところから、授業を始めた。

教師：ゆいかさん、昨日シートに書いたことを話してくれますか。

ゆいか：なんで2が出ないのかな。みんな助けてほしいって書きました。

ゆいかの疑問は、言葉にはしていないが他の児童も感じていたところである。しゅんが次のように続く。

しゅん：6-4でできるよ。6と4ができれば…  
 児童：合わんよ。

しゅん：合うよ。2だよ。  
 つばき：6-4は反対にすると変だけど、6-4  
 だったら大丈夫です。  
 教師：確かめてみよう。(板書しながら)6と  
 4が出たら6-4になって2だね。  
 さちこ：1+1でもできます。  
 しんた：3と1だったら2になります。  
 児童：なるねー。  
 教師：3と1だったら3+1で4じゃないの。  
 児童：3-1で2になります。  
 児童：4-2でもできます。  
 つばき：5-3でもできます。  
 教師：なるほど。

前時の後、休み時間などに「さいころ列車」につ  
 いて話をする児童は多く、前時の終了時とは明らか  
 に反応が違っている様子が窺われた。そんなとき、  
 つばきが発言を求めた。

つばき：8-6でもできます。  
 児童：なんで？(ざわつく)  
 せいた：8はさいころにないからできないよ。  
 児童：そうそう。  
 教師：確かにさいころではできないね。でも、  
 計算だけだったらできるよね。ゆいかさ  
 さん、どうですか？  
 ゆいか：たし算だけじゃなくて、ひき算もすれば  
 いい。  
 たかし：6と4だったら、6+4で10だし、6-  
 4で2だし、これはいいね。  
 ゆうた：どちらかを選べばいいね。  
 しんた：もし、たし算ばかりしていて2とかが出  
 ないなら、たまにひき算すれば勝てる。  
 かおり：12はひき算ではできんよ。  
 児童：そのときはたし算でするとできるよ。  
 児童：両方して、合う方をとるといいよ。

これらのやり取りから加法と減法の両方に目が向  
 いてきたことがわかる。また、この段階で児童はく  
 り上がりのあるたし算は学習していないが、5+6、  
 6+6などの計算を経験している。

ここで、もう一度「さいころ列車」のゲームを行  
 うこととした。前時のまとめで、「運が悪くて勝て  
 ない」といっていたまことも、加法、減法の両方を使  
 ってゲームに取り組んでいた。このように、第2  
 時はゲームを行った後、感想を述べ合って授業を終  
 えた。

#### ④ 第2時のリフレクション

第2時のビデオと授業後の学習シートをもとに第  
 2時の様子を確認した。ルールの変更について、第  
 2時は第1時に比べると加法と減法の両方を使うこ  
 とに、児童はあまり抵抗を示さなかった。授業の様  
 子の中でも触れたが、児童は第1時と第2時の間も  
 「さいころ列車」について話題にすることが多く、  
 その中で解消した部分も大きいと考えられる。言い  
 方を変えると、「さいころ列車」はそれだけ児童の  
 興味・関心を引く教材であるとも言えよう。

授業後の学習シートには、加法と減法を用いるこ  
 とについて、次の記述が見られた。

- ・たし算もひき算も楽しい
- ・さいころ2つで2も出せた。
- ・ひき算とたし算の両方で考えると楽しい
- ・今度もたすとひくを使いたいです。

加法と減法を用いることについて書いていない児  
 童も、実際のゲームの中では、おはじきを置く際に  
 和と差のどちらに置くか思案して置く様子が見られ  
 た。

図4は、ゆうたの学習シートである。

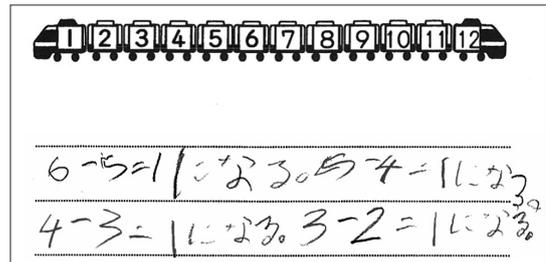


図4 ゆうたの学習シート

第1時の学習シートでは、ゆうたは減法には全く  
 興味を示していなかった。しかし、今回はこのよう  
 に1を出す方法を式を使って具体的に示しており、  
 前時の学習からの変化が窺われる。

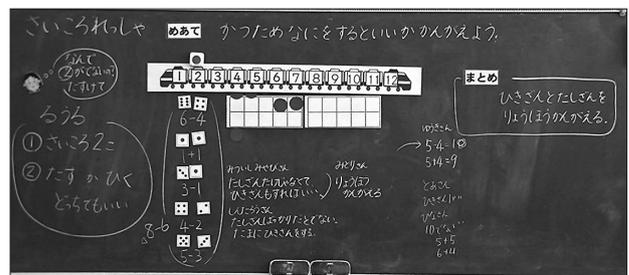


図5 第2時の板書

このように2時間の学習ではあったが、児童は一  
 つの数を表現するために、2数の和と差の両面から  
 考える経験をする事ができた。

## 5. 考察

本稿では、「一つの数をほかの数の和や差としてみるなど、ほかの数と関係付けてみる」見方と「1位数と1位数との加法及びその逆の減法の計算が確実にできる」という技能を同時に身につけるための教材として開発した「さいころ列車」の可能性と実践上の課題を明らかにすることを目的とした。

前項で述べた実際の授業を通して、限られた実践の結果ではあるが、確認できた点を整理したい。

まずは、上記2つのねらいに対する「さいころ列車」の意義について述べる。2つのさいころの目の和と差を使って、1から12の数を表現するという「さいころ列車」の活動によって、児童は自ずと一つの数を他の数の和や差としてみることを経験した。特に2つの数の和で1を表現できないことについては、活動を始めてすぐに気付いた児童がおり、この児童の発言によって、2つの数の差の必然性を促すことにつながった。

また、児童は「さいころ列車」に取り組んでいる間、常に2つのさいころの目を見てその和と差を念頭で計算することとなった。これは技能の定着を図るための計算練習をやたらと多く児童に課すことなく、必然的に「計算してしまっている」状況を生み出すこととなり、技能の定着に向けて有意義な活動であると言える。

さらに、第2時の記録の中でも述べたとおり、授業と授業の間にもこの「さいころ列車」のことを話題にする様子も見られており、児童の興味が持続していることも確認できた。

このように「さいころ列車」を使った活動は、見方を養いながら技能を定着させるという本稿のねらいを達成するために意義ある活動であると筆者は考える。

次に、課題について整理したい。

今回の実践の中で、筆者らが事前に予想できなかった課題が明らかとなった。それは、ルールの変更に柔軟に対応することは、入門期の児童にとって簡単ではないということである。

今回の実践では、導入の段階で目の数の和で1から12までを表現するというルールでスタートし、1が表現できないことから差に目を向けさせ、ルールとして取り込んでいく予定であった。しかし、実際には1が2数の和で表現できないことに早い段階で気づく児童が現れた。授業者はこの段階では全ての児童がこのことを理解するには時期尚早であるとして、ルールの変更を一旦保留し、まずは加法だけでその限界を児童が感じるように授業を進めた。しか

し、これはあくまで授業を終えての結果論であるが、児童にとっては新たなルールである減法を受け入れ難い状況を生んでしまっていた。特に第1時の後半は、そのことを強く感じている様子が授業の記録から窺われた。この点は、授業を実際に行う学級の児童の状況によって、柔軟に判断する必要がある。

## 6. おわりに

算数の学習において、計算は欠くことのできない重要な技能である。小学校に入学した児童は算数の学習となれば、計算ができることを仲間に自慢し、その早さを競いたがる。多くの保護者はその様子に目を細め称賛する。一部の教師も同様であり、一部の民間の学習塾などではたし算の式をリズムに乗せて暗記させる指導を行っている。計算ができることが学習のゴールであるとするならば、この状況は否定されることではないだろう。しかし、数は無限である。たし算の式と答えを暗記しようとする児童は、無限にある式をどこまで覚えていくのであろうか？

計算を単なる技能にとらえ、早く、正確に答えを求めることを称賛する風潮が強まれば強まるほど、その「練習」に疲れ、算数の本当の楽しさを知らずして、算数を嫌悪する児童が生まれてくることを筆者は懸念している。

ヴィットマンが提唱した「生産的練習」の概念は、このような状況に真正面から反対するものである。計算しながら考察し、考察しながら計算するという生産的練習の理念は、児童が自らの学びを切り開いていく様を表した言葉であると筆者は考えている。

今回は「さいころ列車」という遊びの中で、児童が数の見方を広げ、技能の定着を図る姿を見ることができた。このような生産的練習の理念に基づく計算学習の教材を、今後も開発していきたいと考える。

## 付 記

本稿は、JSPS 科学研究費補助金18K02630（基盤研究（C））の助成を受けて実施したものである。

## 参考文献

- 1) 國本景亀 (2006). 「機械論から生命論へ（練習に焦点をあてて）—機械的練習から生産的（創造的）練習へ—」. 日本数学教育学会誌『算数教育』, 第86巻, 第2号, pp.12-19.
- 2) 國本景亀 (2012). 「PISA2003以後のドイツの数学教育の動向 (3) —中等段階Ⅰ（小学5年生から中学3年生

- まで)を中心に一」。全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第18巻, 第1号, pp.1-6.
- 3) 米田重和 (2007). 「活動・発見的学習と社会的学習」に基づく実践的研究」。全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第13巻, pp.137-145.
- 4) 佐々祐之 (2011). 「複式学級における算数科学習環境デザインに関する研究—間接指導時の課題設定のための生産的練習—」。熊本大学教育学部紀要『人文科学』, 第60号, pp.237-246.
- 5) 澁谷渚 (2008). 「本質的学習環境 (SLE) に基づく数学科授業開発研究(1) —ザンビア基礎学校における生徒の活動の分析—」。全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第14巻, pp.187-197.
- 6) 中和渚 (2014). 「ドイツの就学前教育における『小さな数の本 (Das kleine Zahlenbuch)』の特徴 (1) —カードに焦点を当てた考察—」。全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第20巻, 第1号, pp.1-9.
- 7) Wittmann, E. Ch. / Steinbring, H./Muller, G. N. (2004). 國本景亀, 山本信也 (訳). 『PISA を乗り越えて: 生命論的視点からの改革プログラム』. 東洋館出版社.
- 8) Wittmann, E. Ch. / Muller, G. N. (2009). Das Zahlenbuch, Spiele zur Frühförderung, Band 2 Ernst Klett.
- 9) Wittmann, E. Ch. / Muller, G. N. (2012). Das Zahlenbuch Mathematik im 1. Schijahr, Ernst Klett.
- 10) Wittmann, E. Ch. / Muller, G. N. (2012). Das Zahlenbuch Mathematik im 1. Begleitband, Ernst Klett.
- 11) Wittmann, E. Ch. / Muller, G. N. (2017). Handbuch produktiver Rechenübungen Band 1 : Vom Einspluseins zum Einmaleins, Ernst Klett.
- 12) Wittmann, E. Ch. / Muller, G. N. (2018). Handbuch produktiver Rechenübungen Band 2 : Halbschriftliches und schriftliches Rechnen, Ernst Klett.
- 13) Wittmann, E. Ch. (2019). Understanding an Organizing Mathematics Education as a Design Science - Origins and New Developments. Hiroshima journal of mathematics education. 12. 13-32.
- 14) Wittmann, E. Ch. / Muller, G. N. (2018). Handbuch produktiver Rechenübungen, mathe2000+, web (<https://www.mathe2000.de/handbuch-produktiver-rechenuebungen>) (2019.6.19最終確認)