

氏名 西山 雄太

主論文審査の要旨

独立な n 個の変数に関する多項式の空間には変数の置換により n 次対称群が作用する。この作用により不変な多項式は対称多項式と呼ばれる。変数の個数に関する逆極限を考えることにより、可算無限個の変数に関しても同様のものを考えることができる。これにより得られる可算無限個の変数に関する対称多項式の類似物は、「対称関数」と呼ばれる。対称関数全体のなす線型空間の基底として、基本対称関数、完全対称関数、冪和対称関数、Schur 関数などが知られている。これらの基底は、自然数の分割を用いて添字づけられる。 $Q(q,t)$ 上の対称関数として、Hall-Littlewood 関数の一般化である Macdonald 関数が知られている。対称関数やその空間には組合せ論や表現論と関連する構造があるのでその研究は、単に関数を調べるということだけに留まらず数学の根源的な部分と繋がっている。対称関数の空間には、Hall 内積と呼ばれる内積が存在する。対称関数の内積を複数の方法で計算することにより、その値の複数の表示が得られ、恒等式として確立することがある。それは対称群の類等式の一般化と考えられる。本学位申請論文では特別な Macdonald 対称関数の内積値から得られるいくつかの恒等式を証明している。等式自体は既に知られているが、本論文ではその新しい証明が得られている。新たに導入されたヤング図形的なものの個数を集合の全単射を用いて勘定している。通常、この種の恒等式の証明は母関数の計算に依るものであり、本論文のような全単射証明は新しい視点を与えるものとして高く評価される。全単射の構成は 10 以上のステップを踏む煩雑なものであり、これを独力で考案した申請者の底力を十分に感じさせるものである。現時点では恒等式の証明ができたに過ぎないが、内積値の計算に新しい光を当てているのではないかと期待が高まっている。

本学位申請論文の内容は査読付き国際数学専門誌 “Mathematical Journal of Okayama University” に単著論文として掲載予定（オンラインでは既に掲載済み：DOI : 10.18926/mjou/62801）であり、また京都大学数理解析研究所での国際研究集会、日本数学会九州支部例会において口頭発表されている。申請者は本論文により、日本数学会九州支部会の 2021 年度「九州若手数学賞」を受賞した。論文にみられる通り、申請者は組合せ論的な議論に非常に強く、その構成力には目を見張るものがある。現在は学位申請論文の延長上にある、KdV 方程式などの非線型可積分系を中心に研究を続けており、いくつかの結果をまとめた論文を準備中である。

審査の結果、本論文は理学専攻数学コースの学位審査基準を満たしていると判断された。

最終試験の結果の要旨

審査委員会に於いて申請者に対して当該論文の内容および関連分野全般について口頭試験を行った。その結果、申請者は当該分野および関連分野について十分な知識、理解力を

有していると判断された。以上の試験結果により審査委員会は、申請者が理学専攻数学コースの学位審査最終試験に合格したものと判断した。

当学位論文のインターネット公表は全文とする。既に **Mathematical Journal of Okayama University** に同内容の論文が公表されているが、編集長の許可が出ているのでインターネット公表を可とした。

全学で推奨されている剽窃チェックソフト **iThenticate** により、当該論文のチェックを行い、通常の数学の言い回し以外に剽窃に当たる箇所はないことを確認した。

審査委員	理学専攻	数学コース	教授	山田 裕史
審査委員	理学専攻	数学コース	教授	原岡 喜重
審査委員	理学専攻	数学コース	教授	千吉良 直紀
審査委員	理学専攻	物理学コース	教授	小出 眞路